

基于事件触发采样控制的异构混沌系统主从同步

马大中 李晓瑜 孙秋野 张化光

Event-triggered heterogeneous master-slave synchronization with sampled-data control

Ma Da-Zhong Li Xiao-Yu Sun Qiu-Ye Zhang Hua-Guang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 200501 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.200501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.200501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I20>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

具有时滞的抑制性自突触诱发的神经放电的加周期分岔

Period-adding bifurcation of neural firings induced by inhibitory autapses with time-delay

物理学报.2016, 65(21): 210502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.210502>

基于忆阻器反馈的 Lorenz 超混沌系统及其电路实现

Memristor-based Lorenz hyper-chaotic system and its circuit implementation

物理学报.2016, 65(19): 190502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.190502>

非自治分数阶 Duffing 系统的激变现象

Crises in a non-autonomous fractional-order Duffing system

物理学报.2016, 65(18): 180502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.180502>

忆阻自激振荡系统的隐藏吸引子及其动力学特性

Hidden attractor and its dynamical characteristic in memristive self-oscillating system

物理学报.2016, 65(18): 180501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.180501>

局部不均匀性对时空系统振荡频率的影响

Oscillatory frequencies in spatiotemporal system with local inhomogeneity

物理学报.2016, 65(15): 150503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.150503>

基于事件触发采样控制的异构混沌系统主从同步*

马大中[†] 李晓瑜 孙秋野 张化光

(东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

(2016年6月2日收到; 2016年7月27日收到修改稿)

本文针对异构不同维的混沌系统主从同步问题进行了研究. 基于事件触发的采样控制器被设计用来实现主从混沌系统的同步. 首先针对系统中所包含的传输时滞, 构造系统时滞模型. 基于所设计的时滞模型, 采用输入延迟的方法将同步控制器求解问题转化为所对应时滞系统的稳定性问题. 然后通过构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函并结合 Wirtinger 不等式和自由权矩阵, 给出了异构混沌系统同步的条件和采样控制器的求解方法. 所设计的采样控制器只有在触发规则满足的条件下, 才更新控制参数, 降低了网络的使用率. 最后通过数值仿真验证了所提出方法的有效性.

关键词: 异构混沌系统, 主从同步, 事件触发, 网络时滞

PACS: 05.45.-a, 05.45.Pq, 05.45.Xt

DOI: 10.7498/aps.65.200501

1 引言

混沌作为一种复杂的非线性运动行为, 在生物学、物理学、化学、工程学和信息学等领域得到了广泛的研究. 其中, 为了利用混沌现象而展开的应用研究越来越引起人们的重视, 并成为混沌研究的前沿课题和发展方向之一^[1-6]. 由于混沌内在的随机性、连续宽谱和对初值的极端敏感性等特点, 使其特别适用于保密通信、信号处理、图像处理等方面, 因而, 混沌同步成为混沌应用的关键技术. 自20世纪九十年代以来, 混沌同步控制的研究发展迅速, 并取得了很多成果^[7-11].

目前, 已有多种基于 Lyapunov 稳定性理论的混沌同步控制方法, 并具有很好的控制效果. 如文献^[12]采用了线性反馈控制来研究混沌系统同步问题, 通过求解线性矩阵不等式以及利用自由权矩阵的方法给出了混沌系统同步的条件; 文献^[13]在文献^[12]的基础上, 引入了状态观测器和极点配置的技术, 实现了自治混沌系统的线性及非线性的广

义同步; 文献^[14]基于 Takagi-Sugeno 模糊模型, 将状态观测器模糊化, 实现了混沌系统的广义投影同步.

然而上述方法都是针对同构混沌系统而言, 而对异构混沌系统已不再适用. 文献^[15]基于 Lyapunov 稳定性理论和自适应控制方法, 在参数未知时, 给出了自适应控制器和参数自适应律, 实现了异构混沌系统的同步. 文献^[16]同样利用自适应控制方法, 设计了一种对外界干扰具有强鲁棒性的分数阶滑模面, 以及构造合适的自适应滑模控制器, 该控制器将系统的运动控制到滑模面上, 实现了两个不同维异构混沌系统之间的广义同步.

但是上述方法在针对连续系统时, 都是采用基于时间触发的方式进行信息交互, 在针对离散系统也都是设定固定的时间间隔对系统进行控制, 这些都会导致不必要的数据信息通过网络进行传输, 给网络负载造成巨大的压力. 事件触发机制只有在系统状态满足触发条件时才通过网络进行数据的传播, 可以大大减轻网络通信带宽的压力. 文献^[17]

* 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 61433004) 和国家自然科学基金 (批准号: 61473069, 61573094) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: madazhong@ise.neu.edu.cn

阐述和讨论了事件触发控制的基本思想, 并通过时间触发和事件触发之间的对比, 指出了事件触发策略在减少数据传输方面具有更大的优势. 但在事件触发控制下, 系统的控制器是离散的. 对于连续系统来说这属于混合式的控制方式, 而对于离散系统来说, 这仍然是纯离散控制方式. 由此, 文献 [18] 提出了一种周期性事件触发策略. 在这种策略下, 被控对象是连续系统, 而事件触发控制策略是离散的并且周期性地检测触发条件. 另外, 与事件触发策略同时发展起来的还有自触发控制策略, 如文献 [19—21]. 事实上自触发控制策略可以看作是事件触发策略的一种扩展形式, 它是指通过所接收到的数据信息和当前的系统动态来提前估计和预测下一个事件触发时刻. 与周期性事件触发策略相似, 自触发策略也能够克服连续事件触发策略需要对触发条件进行连续检测的限制. 同时, 事件触发策略已经运用到多个方面. 文献 [22, 23] 基于事件触发策略, 解决了含有时滞的同构的多智能体系统同步问题. 但是在实际应用中, 有很多需要同步的系统都是异构的甚至是不同维的. 因此文献 [24] 提出一种基于事件触发的采样控制的方法来设计状态同步观测器使异构不同维混沌系统达到同步, 但其并没有考虑在网络传输过程中所存在的时滞.

综上所述, 本文提出了一种基于事件触发的异构混沌系统同步的方法. 在求解控制器时, 通过引入 Wirtinger 不等式, 将离散状态转化为连续性状态, 降低了同步控制器的保守性. 本文所提出的方法有以下的创新点: 1) 所提出方法不仅适用于异构系统, 也适用于同构系统, 与其他方法相比, 具有更大的普遍性; 2) 为了降低传输频率, 减少传输损耗以及网络负载的压力, 在采样反馈控制的前提下, 引入了事件触发机制, 让主系统与从系统的信息交互仅发生在当同步误差超过设定的阈值的时刻, 大大减少了信息的传输量, 也进一步减少了器件的损耗, 延长了各个设备的寿命; 3) 在设计异构主从同步控制器时, 考虑了网络当中的传输时滞并把其设定为时变的, 更符合实际情况.

本文剩余的结构安排如下: 第二部分主要针对异构混沌系统的模型以及事件触发机制的设计进行了详细论述; 第三部分给出了异构不同维的主从混沌系统的同步控制器的求解方法; 第四部分利用仿真实验证明了所设计的同步方法的有效性; 第五

部分对整篇文章进行了总结.

2 问题描述

2.1 不同维的主从混沌系统数学模型

假设主系统的维数高于从系统的维数, 考虑如下的高维主混沌系统模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^s$ 和 $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^{m_n}$ 分别是主系统的状态向量和输出向量; 状态向量 $\mathbf{x}(t) = (\mathbf{x}_1^T(t), \mathbf{x}_2^T(t), \dots, \mathbf{x}_n^T(t))^T$, 其中 $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbb{R}^{m_i}, m_i \in N, i = 1, 2, \dots, n$; 系数矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{s \times s}, s = \sum_{i=1}^n m_i$; $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) = (\mathbf{f}_1(x)^T, \dots, \mathbf{f}_n(x)^T)^T$ 是主系统的非线性项, 其中 $\mathbf{f}_i(x) \in \mathbb{R}^{m_i}, i = 1, 2, \dots, n$; 矩阵 $\mathbf{C} = [O_{m_n \times (s-m_n)}, I_{m_n}] \in \mathbb{R}^{m_n \times s}$; 并且假设系统是可观的.

低维从系统模型可表示如下:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z}(t) + \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t)) + \mathbf{u}(t), \quad (2)$$

其中 $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^{m_n}$ 是从系统的状态向量; 系数矩阵 $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbb{R}^{m_n \times m_n}$; $\tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{z}(t)) : \mathbb{R}^{m_n} \rightarrow \mathbb{R}^{m_n}$ 是从系统的非线性项; $\mathbf{u}(t)$ 为主从同步控制器.

由于从系统与主系统的维数不同, 因此设计一个 $s - m_n$ 维的状态观测器去估计主系统比从系统高维数的状态. 令 $\boldsymbol{\eta}(t) = (\boldsymbol{\eta}_1(t)^T, \dots, \boldsymbol{\eta}_{n-1}(t)^T)^T \in \mathbb{R}^{s-m_n}$, 其中 $\boldsymbol{\eta}_i(t)^T \in \mathbb{R}^{m_i}, i = 1, 2, \dots, n$. 将主系统的系数矩阵 \mathbf{A} 写成如下的形式:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

定义误差 $\mathbf{e}(t) = \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) - \mathbf{x}(t)$, 其中 $\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) = (\boldsymbol{\eta}(t)^T, \mathbf{z}(t)^T)^T$. 本文的目标是设计一个事件触发控制器使从系统和主系统达到同步, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = 0$.

2.2 事件触发器的设计

从系统分析和设计的角度看, 周期采样方式易于接受, 但从网络资源利用的角度看, 周期采样方

式有时就不适合了. 在本节设计一种新的事件触发规则来确定是否需要发出采样信号, 通过它来决定从系统的状态是否需要传到控制器端. 事件触发规则设计如下:

$$\|e(t_k h + r h) - e(t_k h)\| \geq \sigma \|e(t_k h)\|, \quad (4)$$

其中 $r = 1, 2, \dots$, 触发参数 $\sigma \in [0, 1]$, h 是采样周期.

注释 1 当系统的误差状态 $e(t_k h + r h)$ 与上一次需要传递数据时的误差状态的 $e(t_k h)$ 差值大于 $e(t_k h)$ 时, 数据信息需要被传递. σ 为调节参数, 在一定程度上决定了触发的次数, 表示对于同步误差所容忍的程度. σ 越大说明系统对于同步误差的容忍程度越高, 触发间隔比较大, 相应的系统性能较差, σ 越小说明系统对于同步误差的容忍程度越低, 触发间隔比较小, 相应的系统性能较好. 当 $\sigma = 0$ 时, 事件触发机制便退化为周期性的时间触发机制, 这时每次采样时刻到来时, 控制器信号都会进行更新.

假定触发时刻为 $t_0 h, t_1 h, t_2 h, \dots$, 触发周期为 $s_i h = t_{i+1} h - t_i h$, 考虑网络传输延迟 $\tau_k \in [0, \bar{\tau}]$, $\bar{\tau}$ 是一个正实数.

下面分两种情况来考虑网络传输的时滞.

情况 1 当 $t_k h + h + \bar{\tau} \geq t_{k+1} h + \tau_{k+1}$ 时, 其中 $\bar{\tau} = \max\{\tau_k\}$, 定义

$$\begin{aligned} \tau(t) &= t - t_k h, \\ t &\in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1}), \end{aligned} \quad (5)$$

可以得到 $\tau_k \leq \tau(t) \leq (t_{k+1} - t_k)h + \tau_{k+1} \leq h + \bar{\tau}$.

情况 2 当 $t_k h + h + \bar{\tau} < t_{k+1} h + \tau_{k+1}$ 时, 考虑如下两个区间:

$$\begin{aligned} &[t_k h + \tau_k, t_k h + h + \bar{\tau}), \\ &[t_k h + i h + \bar{\tau}, t_k h + i h + h + \bar{\tau}), \end{aligned}$$

因为 $\tau_k \leq \bar{\tau}$, 所以很容易可以得到下面的结果:

$$\begin{aligned} &t_k h + d_M h + \bar{\tau} \\ &< t_{k+1} h + \tau_{k+1} \leq t_k h + d_M h + h + \bar{\tau}, \\ &\begin{cases} I_0 = [t_k h + \tau_k, t_k h + h + \bar{\tau}), \\ I_i = [t_k h + i h + \bar{\tau}, t_k h + i h + h + \bar{\tau}), \\ I_{d_M} = [t_k h + d_M h + \bar{\tau}, t_{k+1} h + \tau_{k+1}). \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

则可以在每个区间上定义网络延迟函数 $\tau(t)$, 具体见下所示:

$$\tau(t) = \begin{cases} t - t_k h, & t \in I_0, \\ t - t_k h - i h, & t \in I_i, \\ & i = 1, \dots, d_M - 1, \\ t - t_k h - d_M h, & t \in I_{d_M}. \end{cases} \quad (7)$$

结合 (6) 式和 (7) 式, 可以得到:

$$\begin{cases} \tau_k \leq \tau(t) \leq h + \bar{\tau}, & t \in I_0, \\ \tau_k \leq \bar{\tau} \leq \tau(t) \leq h + \bar{\tau}, & t \in I_i, \\ & i = 1, \dots, d_M - 1, \\ \tau_k \leq \bar{\tau} \leq \tau(t) \leq h + \bar{\tau}, & t \in I_{d_M}. \end{cases} \quad (8)$$

通过 (8) 式, 有

$$0 \leq \tau_k \leq \tau(t) \leq h + \bar{\tau} \triangleq \tau_M, \quad (9)$$

于是可以得到误差 $e_k(t)$ 如下所示:

$$e_k(t) = \begin{cases} 0, & t \in I_0, \\ e(t_k h) - e(t_k h + i h), & t \in I_i, \\ e(t_k h) - e(t_k h + d_M h), & t \in I_{d_M}. \end{cases} \quad (10)$$

利用触发规则与 $e_k(t)$ 的定义, 可以得到当 $t \in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1})$ 时, 有下面的不等式成立:

$$e_k^T(t) e_k(t) \geq \sigma^2 e^T(t - \tau(t)) e(t - \tau(t)). \quad (11)$$

2.3 同步控制器的设计

为了使主系统与从系统能很好地同步, 将观测器的状态 $\eta_i(t)$ 设计为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i(t) &= \mathbf{A}_{in} z(t) + \mathbf{f}_i(\tilde{\eta}(t)) + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{A}_{ij} \eta_j(t) \\ &\quad - \mathbf{K}_i(z(t_k h) - \mathbf{y}(t_k h)), \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $t \in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1})$, $k \in \mathbb{N}$, 控制器增益矩阵 $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{m_i \times m_n}$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$, 在后面会被设计. 从系统的同步控制器可以被设计为如下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= \bar{\mathbf{A}} z(t) + \bar{\mathbf{f}}_n(t) + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{A}_{nj} \eta_j(t) \\ &\quad - \mathbf{K}_n(z(t_k h) - \mathbf{y}(t_k h)), \end{aligned} \quad (13)$$

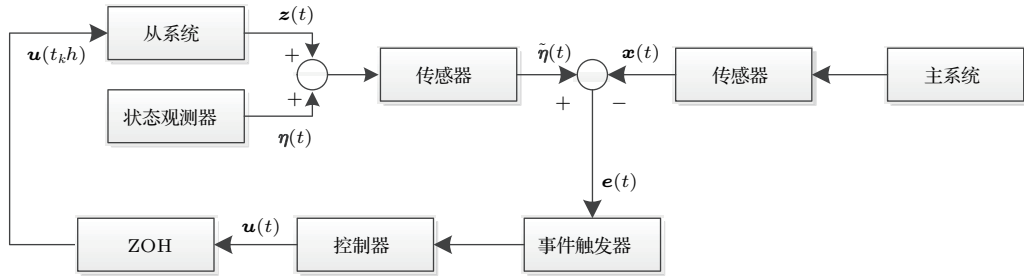


图1 主从混沌系统的控制图

Fig. 1. Control system block diagram.

其中 $\bar{A} = A_{nn} - \tilde{A}$, $A_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n$, $\bar{f}_n(t) = f_n(\tilde{\eta}(t)) - \tilde{f}(z(t))$, 矩阵 $K_n \in \mathbb{R}^{m_n \times m_n}$.

由(1)式, (2)式, (12)式和(13)式以及 $\tilde{\eta}(t) = (\eta(t)^T, z(t)^T)^T$, 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\eta}}(t) = & A\tilde{\eta}(t) + f(\tilde{\eta}(t)) \\ & - K(z(t_k h) - y(t_k h)), \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $K = (K_1^T, \dots, K_n^T) \in \mathbb{R}^{s \times m_n}$. 因此, 对于给定任意的 $k \in \mathbb{N}$, 在 $t \in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1})$ 时, 结合(1)式, (7)式, (10)式和(14)式, 有下式成立:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & Ae(t) - KCe(t - \tau(t)) \\ & - KCe_k(t) + m(t), \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $m(t) = f(\tilde{\eta}(t)) - f(x(t))$ 为误差系统的非线性项.

注释2 可以注意到当 $\sigma = 0$ 时, $e_k(t) = 0$, 系统(15)式退化为在时间触发机制下的考虑网络传输延时的混沌同步问题.

图1为主从混沌同步系统的控制框图. 为了证明主系统与从系统能够达到同步, 首先给出如下的引理.

引理1 对于任意给定的 $p, q \in \mathbb{R}^s$, 总存在一个半正定矩阵 M , 使不等式 $(f(\dot{p}) - f(\dot{q}))^T (f(\dot{p}) - f(\dot{q})) \leq (p - q)^T M (p - q)$ 成立.

引理2 令 $z(t) \in W[a, b]$ 和 $z(a) = 0$, 对于任意 $n \times n$ 的矩阵 R , 均有下面的不等式成立:

$$\begin{aligned} & \int_a^b z^T(\xi) R z(\xi) d\xi \\ & \leq \frac{4(b-a)^2}{\pi^2} \int_a^b \dot{z}^T(\xi) R \dot{z}(\xi) d\xi. \end{aligned} \quad (16)$$

3 异构混沌系统同步性证明

在这部分, 将给出可以使异构混沌系统达到主从同步的基于事件触发的采样控制器求解方法. 假

定矩阵 A, C 是已知的, 在考虑事件触发机制(11)的前提下, 建立闭环系统(15)收敛的充分条件.

定理1 对于给定的 σ , 如果存在适当维数的正定对称矩阵 $P > 0, Q > 0, R > 0, Z > 0, W > 0$ 和矩阵 $N_{1i}, S_{1i} (i = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)$. T 满足如下线性矩阵不等式,

$$\begin{aligned} \Pi_1(\alpha) = & \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} & \Pi_{14} & \tilde{\Pi}_{16} & \Pi_{17} & \Pi_{18} & \Pi_{19} \\ * & \Pi_{22} & \Pi_{23} & \Pi_{24} & \tilde{\Pi}_{26} & \Pi_{27} & \Pi_{28} & \Pi_{29} \\ * & * & \Pi_{33} & \Pi_{34} & \tilde{\Pi}_{36} & \Pi_{37} & \Pi_{38} & \Pi_{39} \\ * & * & * & \Pi_{44} & \tilde{\Pi}_{46} & \Pi_{47} & \Pi_{48} & \Pi_{49} \\ * & * & * & * & \tilde{\Pi}_{66} & \tilde{\Pi}_{67} & \tilde{\Pi}_{68} & \tilde{\Pi}_{69} \\ * & * & * & * & * & \Pi_{77} & \Pi_{78} & \Pi_{79} \\ * & * & * & * & * & * & \Pi_{88} & \Pi_{89} \\ * & * & * & * & * & * & * & \Pi_{99} \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Pi_2(\alpha) = & \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} & \Pi_{14} & \bar{\Pi}_{15} & \bar{\Pi}_{16} & \Pi_{17} & \Pi_{18} & \Pi_{19} \\ * & \Pi_{22} & \Pi_{23} & \Pi_{24} & \bar{\Pi}_{25} & \bar{\Pi}_{26} & \Pi_{27} & \Pi_{28} & \Pi_{29} \\ * & * & \Pi_{33} & \Pi_{34} & \bar{\Pi}_{35} & \bar{\Pi}_{36} & \Pi_{37} & \Pi_{38} & \Pi_{39} \\ * & * & * & \Pi_{44} & \bar{\Pi}_{45} & \bar{\Pi}_{46} & \Pi_{47} & \Pi_{48} & \Pi_{49} \\ * & * & * & * & \bar{\Pi}_{55} & \bar{\Pi}_{56} & \bar{\Pi}_{57} & \bar{\Pi}_{58} & \bar{\Pi}_{59} \\ * & * & * & * & * & \bar{\Pi}_{66} & \bar{\Pi}_{67} & \bar{\Pi}_{68} & \bar{\Pi}_{69} \\ * & * & * & * & * & * & \Pi_{77} & \Pi_{78} & \Pi_{79} \\ * & * & * & * & * & * & * & \Pi_{88} & \Pi_{89} \\ * & * & * & * & * & * & * & * & \Pi_{99} \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} \Pi_{11} = & Q + M + N_{11} + N_{11}^T + TA + A^T T^T, \\ \Pi_{12} = & P + N_{12}^T + A^T T^T - T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Pi_{13} &= N_{13}^T - S_{11} + A^T T^T, \\
 \Pi_{14} &= N_{14}^T - N_{11} + S_{11} + A^T T^T - \hat{K}C, \\
 \bar{\Pi}_{15} &= -\bar{\tau}N_{11}, \\
 \tilde{\Pi}_{16} &= N_{16}^T - \tau_M S_{11} + A^T T^T, \\
 \bar{\Pi}_{16} &= N_{16}^T - (\tau_M - \bar{\tau})S_{11} + A^T T^T, \\
 \Pi_{17} &= N_{17}^T + A^T T^T, \\
 \Pi_{18} &= N_{18}^T + A^T T^T + T, \\
 \Pi_{19} &= N_{19}^T + A^T T^T - \hat{K}C, \\
 \Pi_{22} &= \tau_M R + \tau_M Z + \tau_M^2 W - T - T^T, \\
 \Pi_{23} &= -S_{12} - T^T, \\
 \Pi_{24} &= -N_{12} + S_{12} - \hat{K}C - T^T, \\
 \bar{\Pi}_{25} &= -\bar{\tau}N_{12}, \\
 \tilde{\Pi}_{26} &= -\tau_M S_{12} - T^T, \\
 \bar{\Pi}_{26} &= -(\tau_M - \bar{\tau})S_{12} - T^T, \\
 \Pi_{27} &= -T^T, \\
 \Pi_{28} &= T - T^T, \\
 \Pi_{29} &= -\hat{K}C - T^T, \\
 \Pi_{33} &= -Q - S_{13} - S_{13}^T, \\
 \Pi_{34} &= -N_{13} + S_{13} - S_{14}^T - \hat{K}C, \\
 \bar{\Pi}_{35} &= -\bar{\tau}N_{13}, \\
 \tilde{\Pi}_{36} &= -S_{16}^T - \tau_M S_{13}, \\
 \bar{\Pi}_{36} &= S_{16}^T - (\tau_M - \bar{\tau})S_{13}, \\
 \Pi_{37} &= -S_{17}^T, \\
 \Pi_{38} &= -S_{18}^T + T, \\
 \Pi_{39} &= -S_{19}^T - \hat{K}C, \\
 \Pi_{44} &= \sigma^2 I - N_{14} - N_{14}^T + S_{14} + S_{14}^T \\
 &\quad - \hat{K}C - C^T \hat{K}^T, \\
 \bar{\Pi}_{45} &= -\bar{\tau}N_{14}, \\
 \tilde{\Pi}_{46} &= -N_{16}^T + S_{16}^T - \tau_M S_{14} - C^T \hat{K}^T, \\
 \bar{\Pi}_{46} &= -N_{16}^T + S_{16}^T - (\tau_M - \bar{\tau})S_{14} - C^T \hat{K}^T, \\
 \Pi_{47} &= -N_{17}^T + S_{17}^T - C^T \hat{K}^T, \\
 \Pi_{48} &= -N_{18}^T + S_{18}^T - C^T \hat{K}^T + T, \\
 \Pi_{49} &= -N_{19}^T + S_{19}^T - C^T \hat{K}^T - \hat{K}C, \\
 \bar{\Pi}_{55} &= -\bar{\tau}R - \bar{\tau}Z, \\
 \bar{\Pi}_{56} &= -\bar{\tau}N_{16}^T, \\
 \bar{\Pi}_{57} &= -\bar{\tau}N_{17}^T, \\
 \bar{\Pi}_{58} &= -\bar{\tau}N_{18}^T,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\Pi}_{59} &= -\bar{\tau}N_{19}^T, \\
 \tilde{\Pi}_{66} &= -\tau_M Z - \tau_M S_{16} - \tau S_{16}^T, \\
 \bar{\Pi}_{66} &= -(\tau_M - \bar{\tau})Z - (\tau_M \\
 &\quad - \bar{\tau})S_{16} - (\tau_M - \bar{\tau})S_{16}^T, \\
 \tilde{\Pi}_{67} &= -\tau_M S_{17}^T, \\
 \bar{\Pi}_{67} &= -(\tau_M - \bar{\tau})S_{17}^T, \\
 \tilde{\Pi}_{68} &= -\tau_M S_{18}^T + T, \\
 \bar{\Pi}_{68} &= -(\tau_M - \bar{\tau})S_{18}^T + T, \\
 \tilde{\Pi}_{69} &= -\tau_M S_{19}^T - \hat{K}C, \\
 \bar{\Pi}_{69} &= -(\tau_M - \bar{\tau})S_{19}^T - \hat{K}C, \\
 \Pi_{77} &= -\frac{\pi^2}{4}W, \\
 \Pi_{78} &= T, \\
 \Pi_{79} &= -\hat{K}C, \\
 \Pi_{88} &= -I + T + T^T, \\
 \Pi_{89} &= -\hat{K}C + T^T, \\
 \Pi_{99} &= -I - \hat{K}C - C^T \hat{K}^T,
 \end{aligned}$$

则异构的主从混沌系统(1)和(2)在最大的传输时滞 τ 下可以达到同步. 且所设计的控制器增益 $K = T^{-1}\hat{K}$.

证明 构造如下的 Lyapunov 函数 $V(t) = \sum_{i=1}^5 V_i(t)$, 其中,

$$V_1(t) = e^T(t)Pe(t),$$

$$V_2(t) = [\tau_M - \tau(t)] \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}^T(s)R\dot{e}(s)ds,$$

$$V_3(t) = \int_{t-\tau_M}^t e^T(s)Re(s)ds,$$

$$V_4(t) = \int_{t-\tau_M}^t \int_s^t \dot{e}^T(v)Z\dot{e}(v)dvds,$$

$$\begin{aligned}
 V_5(t) &= \tau_M^2 \int_{t_k-\tau_M}^t \dot{e}^T(s)W\dot{e}(s)ds \\
 &\quad - \frac{\pi^2}{4} \int_{t_k-\tau_M}^{t-\tau_M} [e(s) - e(t_k - \tau_M)]^T \\
 &\quad \times W[e(s) - e(t_k - \tau_M)]ds,
 \end{aligned}$$

$$v(t) = e(t_k - \tau_M) - e(t - \tau_M).$$

利用引理2, 可以得到当 $[e(s) - e(t_k - \tau_M)]_{s=t_k-\tau_M} = 0$ 时, $V_5(t) \geq 0$, 从而可以得到 $V(t) > 0$.

当 $t \in [t_k h + \tau_k, t_{k+1} h + \tau_{k+1})$ 时, 对所构造的 Lyapunov 函数求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \dot{e}^T(t)P e(t) + e^T(t)P \dot{e}(t), \\ \dot{V}_2(t) &= [\tau_M - \tau(t)]\dot{e}^T(t)R\dot{e}(t) \\ &\quad - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}^T(s)R\dot{e}(s)ds, \\ \dot{V}_3(t) &= e^T(t)Q e(t) \\ &\quad - e^T(t - \tau_M)Q e(t - \tau_M), \\ \dot{V}_4(t) &= \tau_M \dot{e}^T(t)Z\dot{e}(t) \\ &\quad - \int_{t-\tau_M}^t \dot{e}^T(s)Z\dot{e}(s)ds, \\ \dot{V}_5(t) &= \tau_M^2 \dot{e}^T(t)W\dot{e}(t) - \frac{\pi^2}{4}v^T(t)Wv(t), \end{aligned} \quad (19)$$

针对存在的积分项 $\int_{t-\tau_M}^t \dot{e}^T(s)R\dot{e}(s)ds$, 做如下变换:

$$\begin{aligned} & - \int_{t-\tau_M}^t \dot{e}^T(s)R\dot{e}(s)ds \\ &= - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}^T(s)R\dot{e}(s)ds \\ &\quad - \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{e}^T(s)R\dot{e}(s)ds, \quad (20) \\ & - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}^T(s)R\dot{e}(s)ds \\ &\leq - \frac{1}{\tau(t)} \left(\int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}(s)ds \right)^T \\ &\quad \times R \left(\int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}(s)ds \right), \quad (21) \\ & - \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{e}^T(s)R\dot{e}(s)ds \\ &\leq - \frac{1}{\tau_M - \tau(t)} \left(\int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{e}(s)ds \right)^T \\ &\quad \times R \left(\int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{e}(s)ds \right). \quad (22) \end{aligned}$$

另外, 当 $\tau(t) = 0$ 时,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\tau(t)} \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}(s)ds \\ &= \lim_{\tau(t) \rightarrow 0} \frac{1}{\tau(t)} \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}(s)ds \\ &= \dot{e}(t). \end{aligned} \quad (23)$$

类似地, 当 $\tau(t) = \tau_M$ 时,

$$\frac{1}{\tau_M - \tau(t)} \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{e}(s)ds = \dot{e}(t - \tau_M). \quad (24)$$

设

$$y_1(t) = \frac{1}{\tau(t)} \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}(s)ds, \quad (25)$$

$$y_2(t) = \frac{1}{\tau_M - \tau(t)} \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{e}(s)ds. \quad (26)$$

由 (25) 式和 (26) 式可以得到:

$$\begin{aligned} & \tau(t)y_1(t) \\ &= \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}(s)ds = e(t) - e(t - \tau(t)), \quad (27) \\ & (\tau_M - \tau(t))y_2(t) \\ &= \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{e}(s)ds \\ &= e(t - \tau(t)) - e(t - \tau_M). \end{aligned} \quad (28)$$

根据引理 1, 有如下的式子成立

$$e^T(t)M e(t) - m^T(t)m(t) \geq 0. \quad (29)$$

基于上面的推导以及 (11) 式和 (29) 式, 同时引入自由权矩阵, 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \dot{e}^T(t)P e(t) + e^T(t)P \dot{e}(t) \\ &\quad + [\tau_M - \tau(t)]\dot{e}^T(t)R\dot{e}(t) \\ &\quad - \tau(t)y_1^T(t)Ry_1(t) + e^T(t)Q e(t) \\ &\quad - e^T(t - \tau_M)Q e(t - \tau_M) \\ &\quad + \tau_M \dot{e}^T(t)Z\dot{e}(t) \\ &\quad - (\tau_M - \tau(t))y_2^T(t)Zy_2(t) \\ &\quad - \tau(t)y_1^T(t)Zy_1(t) + \tau_M^2 \dot{e}^T(t)W\dot{e}(t) \\ &\quad - \frac{\pi^2}{4}v^T(t)Wv(t) + e^T(t)M e(t) \\ &\quad - m^T(t)m(t) + 2\Phi^T N[e(t) \\ &\quad - e(t - \tau(t)) - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}(s)ds] \\ &\quad + 2\Phi^T S[e(t - \tau(t)) - e(t - \tau_M) \\ &\quad - \int_{t-\tau_M}^{t-\tau(t)} \dot{e}(s)ds] + 2\dot{e}^T(t)T[Ae(t) \\ &\quad - KCe(t - \tau(t)) - KCe_k(t) + m(t) \\ &\quad - \dot{e}(t)] - e_k^T e_k \\ &\quad + \sigma^2 e^T(t - \tau(t))e(t - \tau(t)) \\ &= \Phi^T(t)\Pi(\alpha)\Phi(t), \end{aligned} \quad (30)$$

其中

$$\Phi^T(t) = \left[e^T(t) \ \dot{e}^T(t) \ e^T(t - \tau_M) \ e^T(t - \tau(t)) \ y_1^T(t) \ y_2^T(t) \ v^T(t) \ m^T(t) \ e_k^T \right],$$

$$\begin{aligned} \mathbf{N}^T &= \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11}^T & \mathbf{N}_{12}^T & \mathbf{N}_{13}^T & \mathbf{N}_{14}^T & 0 & \mathbf{N}_{16}^T & \mathbf{N}_{17}^T & \mathbf{N}_{18}^T & \mathbf{N}_{19}^T \end{bmatrix}, \\ \mathbf{S}^T &= \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{11}^T & \mathbf{S}_{12}^T & \mathbf{S}_{13}^T & \mathbf{S}_{14}^T & 0 & \mathbf{S}_{16}^T & \mathbf{S}_{17}^T & \mathbf{S}_{18}^T & \mathbf{S}_{19}^T \end{bmatrix}, \\ \hat{\mathbf{K}} &= \mathbf{T}\mathbf{K}, \quad \mathbf{\Pi}(\alpha) = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_{ij} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, 9, \\ & \quad j = 1, 2, \dots, 9, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_{15} &= -\tau(t)\mathbf{N}_{11}, \quad \mathbf{\Pi}_{25} = -\tau(t)\mathbf{N}_{12}, \\ \mathbf{\Pi}_{35} &= -\tau(t)\mathbf{N}_{13}, \quad \mathbf{\Pi}_{45} = -\tau(t)\mathbf{N}_{14}, \\ \mathbf{\Pi}_{55} &= -\tau(t)\mathbf{R} - \tau(t)\mathbf{Z}, \quad \mathbf{\Pi}_{56} = -\tau(t)\mathbf{N}_{16}^T, \\ \mathbf{\Pi}_{57} &= -\tau(t)\mathbf{N}_{17}^T, \quad \mathbf{\Pi}_{58} = -\tau(t)\mathbf{N}_{18}^T, \\ \mathbf{\Pi}_{59} &= -\tau(t)\mathbf{N}_{19}^T, \\ \mathbf{\Pi}_{16} &= \mathbf{N}_{16}^T - (\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{11} + \mathbf{A}^T\mathbf{T}^T, \\ \mathbf{\Pi}_{26} &= -(\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{12} - \mathbf{T}^T, \\ \mathbf{\Pi}_{36} &= -\mathbf{S}_{16}^T - (\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{13}, \\ \mathbf{\Pi}_{67} &= -(\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{17}^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_{68} &= -(\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{18}^T + \mathbf{T}, \\ \mathbf{\Pi}_{46} &= -\mathbf{N}_{16}^T + \mathbf{S}_{16}^T - (\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{14} - \mathbf{C}^T\hat{\mathbf{K}}^T, \\ \mathbf{\Pi}_{69} &= -(\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{19}^T - \hat{\mathbf{K}}\mathbf{C}, \\ \mathbf{\Pi}_{66} &= -(\tau_M - \tau(t))\mathbf{Z} - (\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{16} \\ & \quad - (\tau_M - \tau(t))\mathbf{S}_{16}^T, \end{aligned}$$

除以上所示, 其余 $\mathbf{\Pi}(\alpha)$ 的定义与 (18) 式中的定义相同.

对任意的 $\bar{\tau} \neq 0$, 下面的等式成立:

$$\begin{aligned} & \Phi^T(t)\mathbf{\Pi}(\alpha)\Phi(t) \\ &= \frac{\tau_M - \tau(t)}{\tau_M}\Phi_1^T(t)\mathbf{\Pi}_1(\alpha)\Phi_1(t) \\ & \quad + \frac{\tau(t)}{\tau_M}\Phi^T(t)\mathbf{\Pi}_2(\alpha)\Phi(t), \end{aligned} \quad (31)$$

其中,

$$\Phi_1^T(t) = \begin{bmatrix} e^T(t) & \dot{e}^T(t) & e^T(t - \tau_M) & e^T(t - \tau(t)) & 0 & \mathbf{y}_2^T(t) & \mathbf{v}^T(t) & \mathbf{m}^T(t) & e_k^T \end{bmatrix}.$$

从这个等式可以看出, $\mathbf{\Pi}(\alpha)$ 是凸函数, 当 $\tau(t) \rightarrow 0$ 时, 根据 (17) 式, 可知 $\mathbf{\Pi}(\alpha) < 0$; 当 $\tau(t) \rightarrow \tau_M$ 时, 根据 (18) 式, 可知 $\mathbf{\Pi}(\alpha) < 0$. 又由于 $\mathbf{\Pi}(\alpha)$ 是凸函数, 所以 $\Phi^T(t)\mathbf{\Pi}(\alpha)\Phi(t)$, 即 $\dot{\mathbf{V}}(t) < 0$. 因此异构主从混沌误差系统 (15) 是渐近稳定的, 异构主从混沌系统可以达到同步. 异构同步控制器增益矩阵 $\mathbf{K} = \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{K}}$. 证毕.

4 仿 真

为验证本文所提出方法的有效性, 做如下的仿真:

考虑以 Rossler 系统为主系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_2(t) - x_3(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) + z x_2(t), \\ \dot{x}_3(t) = b + x_3(t)x_1(t) - c x_3(t), \end{cases} \quad (32)$$

其中 $z = 0.25, b = 0.3, c = 5$ 以及 $\mathbf{x}(0) = [0.5 \ 0.1 \ -0.5]^T$. 根据系统 (1) 以及引理 1, 可以

得到, $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0.1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. 相应地, 从系统选择一个

二阶积分器的形式:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) + u_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = u_2(t), \end{cases} \quad (33)$$

其中 $u(t) = (u_1(t), u_2(t))^T \in \mathbb{R}^2$ 是系统的控制器.

选择参数 $\sigma = 0.25, \tau_M = 0.05, h = 0.02$. 根据定理 1, 可以求得采样控制器的控制增益如下

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 10.7427 & -0.8217 \\ 12.1647 & -0.0009 \\ 0.0207 & 6.7822 \end{bmatrix}.$$

主系统的状态如图 2 所示, 主系统与从系统的误差向量如图 3 所示, 从系统的传输间隔如图 4 所示.

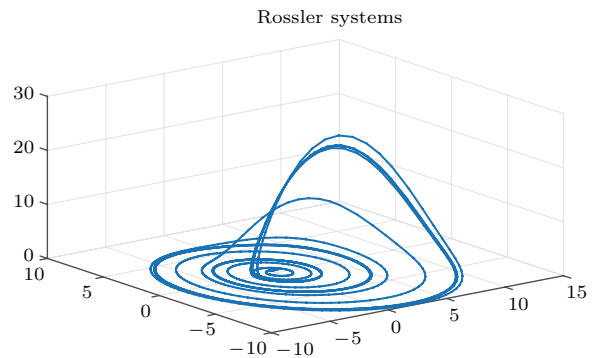


图 2 主系统的状态图

Fig. 2. The state of master system.

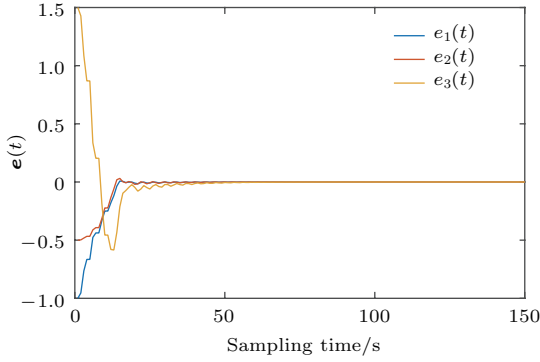


图3 (网刊彩色) 异构主从混沌系统误差向量图
Fig. 3. (color online) The error vector of heterogeneous master-slave chaotic system.

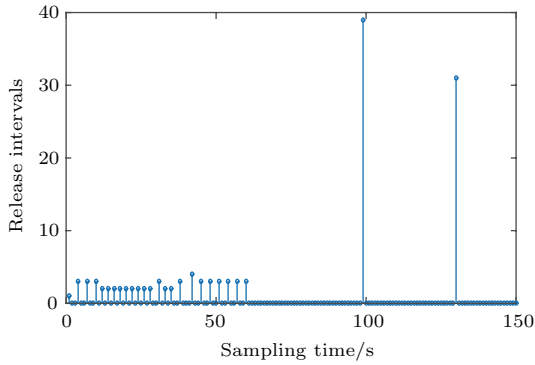


图4 从系统的传输间隔图
Fig. 4. The transmission signal interval of slave system.

将主系统换为如下的Chua系统, 从系统保持不变:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha[x_2(t) - h(x_1(t))], \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) - x_2(t) + x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) = -\beta x_2(t), \end{cases} \quad (34)$$

其中 $h(x_1(t)) = m_1 x_1(t) + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)(|x_1(t) + c| - |x_1(t) - c|)$, $\alpha = 9$, $\beta = 14.286$, $m_0 = -\frac{1}{7}$, $m_1 = \frac{2}{7}$, $c = 1$. 主系统的初始状态 $x(0) = [0.75 \ -1 \ 1]^T$, 参数选择如下 $\sigma = 0.25$, $\tau_M = h + \bar{\tau} = 0.12$, $h = 0.04$, 根据系统(1)以及引理(1), 可以得到

$$M = \begin{bmatrix} 3.857^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

根据定理1可以得到主从同步采样控制器的增益矩阵如下所示:

$$K = \begin{bmatrix} 6.2940 & -0.4181 \\ 6.5647 & -0.6629 \\ -6.1865 & 6.2199 \end{bmatrix}.$$

主系统的状态如图5所示, 主系统与从系统的误差向量如图6所示, 从系统的传输间隔如图7所示.

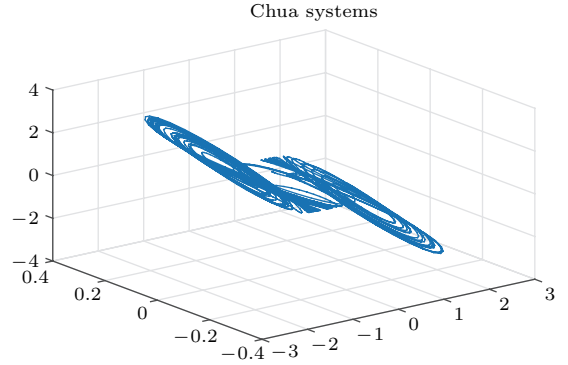


图5 主系统的状态图
Fig. 5. The state of master system.

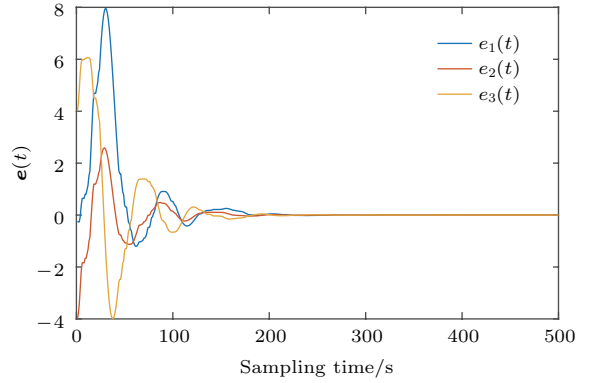


图6 (网刊彩色) 异构主从混沌系统的误差向量图
Fig. 6. (color online) The error vector of heterogeneous master-slave chaotic system.

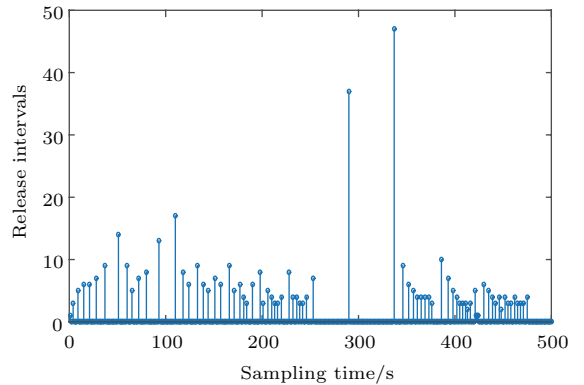


图7 从系统的传输间隔图
Fig. 7. The transmission interval diagram of slave system.

将仿真实例二中的二阶积分系统变为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = \alpha[y_2(t) - h(y_1(t))], \\ \dot{y}_2(t) = y_1(t) - y_2(t) + y_3(t), \\ \dot{y}_3(t) = -\beta y_2(t), \end{cases} \quad (35)$$

其余参数不变, 从系统初始状态为 $\mathbf{y}(0) = [0.3 - 0.10.2]^T$, 根据定理 1, 可以得到主从同步采样控制器的控制增益矩阵如下:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 26.3111 & 16.9600 & -4.0656 \\ -2.9142 & -1.2268 & -1.0660 \\ -2.8889 & -3.9355 & 102.3703 \end{bmatrix}.$$

主从系统的误差向量如图 8 所示, 从系统的传输间隔如图 9 所示.

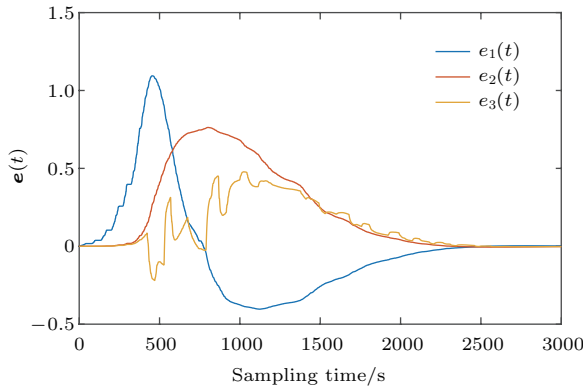


图 8 (网刊彩色) 异构主从混沌系统的误差向量图
Fig. 8. (color online) The error vector of heterogeneous master-slave chaotic system.

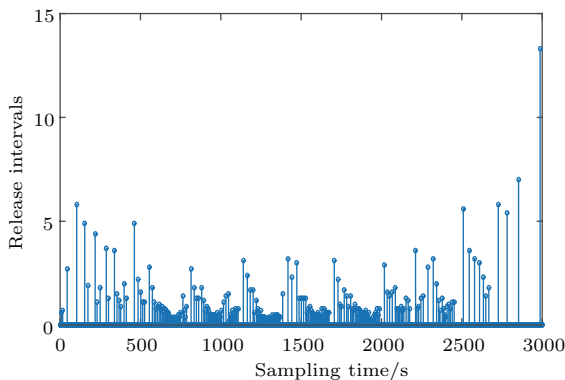


图 9 从系统的传输间隔图
Fig. 9. The transmission interval diagram of slave system.

从图 3, 图 6 以及图 8 可以看到无论是异构的主从混沌系统还是同构的主从混沌系统, 都可以在所设计的基于事件触发的同步采样控制器的控制下达到同步. 在图 4, 图 7 以及图 9 中, 纵坐标代表的是两次信息传输过程中相邻两次控制信号更新的间隔, 也就是说纵轴数值越大, 意味着相邻两次触发间隔越长, 即控制信号的更新间隔越长, 因此, 从图中可以看到在主从混沌系统达到同步的过程中, 所需要传递的信息量明显减少, 降低了网络通信的压力. 另外, 从图 4 中可以看出, 在 50 s 之

后, 系统已经进入同步状态, 即此时的误差比较小, 但是从触发规则可以看出, $\mathbf{e}(t_k h + r h) - \mathbf{e}(t_k h)$ 代表的是不同采样时刻的主从系统状态误差的差值, $\mathbf{e}(t_k h)$ 代表的是系统的绝对误差, 因此, 触发条件检测的是不同采样时刻的主从系统状态误差的差值与绝对误差之间的大小关系, 此时尽管绝对误差比较小, 但是同样存在不同采样时刻的主从系统状态误差的差值小于系统的绝对误差的情况, 因此会存在触发信号. 而在 100 和 130 s 处纵轴数值比较大, 说明这几次控制信号的更新间隔比较长, 并不像时间触发那样每个采样时刻都进行控制信号的更新. 从以上的仿真可以看出本文所提出方法的有效性.

5 结 论

本文针对异构不同维主从混沌系统的同步问题, 设计了一种基于事件触发的采样反馈控制器. 基于 Lyapunov-Krasovskii 稳定性理论, 结合自由权矩阵和 Wirtinger 不等式, 给出了主从异构混沌系统达到同步所需要的条件. 所设计的控制器不仅可以使异构和同构的主从混沌系统达到同步状态, 也可以通过设置触发条件, 降低状态信息在网络中的传播次数, 解决通信带宽低所带来的网络堵塞问题. 同时在控制器的求解过程中, 网络传输的延时被充分的考虑, 设计了网络传输延时模型, 使所提出的同步方法更具有实用性. 最后通过仿真验证了所提出方法的有效性.

参考文献

- [1] Zhang H G, Liu D R, Wang Z L 2009 *Controlling Chaos: Suppression, Synchronization and Chaotification* (London: Springer) pp1-10
- [2] Zhang H G, Xie X P, Wang X Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060504
- [3] Yang J, Qiu Z K, Li X, Zhuang Z W 2011 *IET Signal Process.* **5** 748
- [4] Jia H Y, Chen Z Q, Qi G Y 2014 *IEEE Trans. Circuits Syst. Regul. Pap.* **61** 845
- [5] Zheng S 2015 *ISA Trans.* **58** 20
- [6] He S B, Sun K H, Wang H H 2016 *Physica A* **461** 812
- [7] Zhang H G, Xie Y H, Wang Z L, Zheng C D 2007 *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* **18** 1841
- [8] Zhang H G, Ma T D, Huang G B, Wang Z L 2010 *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part B Cybern.* **40** 831
- [9] Ma D Z, Zhan H G, Wang Z S, Feng J 2010 *Chin. Phys. B* **19** 050506

- [10] Zhang H G, Huan W, Wang Z L, Chai T Y 2006 *Phys. Lett. A* **350** 363
- [11] Hu C, Yu J 2016 *Chaos, Solitons Fractals* **91** 262
- [12] Lu J G, Hill D J 2008 *IEEE Trans. Circuits Syst. Express Briefs* **55** 586
- [13] Meng J, Wang X Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 726 (in Chinese) [孟娟, 王兴元 2008 物理学报 **57** 726]
- [14] Meng J, Wang X Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 819 (in Chinese) [孟娟, 王兴元 2009 物理学报 **58** 819]
- [15] Cai N, Jing Y W, Zhang S Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 802 (in Chinese) [蔡娜, 井元伟, 张嗣瀛 2009 物理学报 **58** 802]
- [16] Huang L L, Qi X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 080507 (in Chinese) [黄丽莲, 齐雪 2013 物理学报 **62** 080507]
- [17] Åström K J, Bernhardsson B 1999 *Proceedings of the 14th IFAC World Congress* Beijing, China, July 25–27, 1999 p301
- [18] Heemels W, Donkers M C F, Teel A R 2013 *IEEE Trans. Autom. Control* **58** 847
- [19] Anta A, Tabuada P 2010 *IEEE Trans. Autom. Control* **55** 2030
- [20] Mazo M, Anta A, Tabuada P 2010 *Automatica* **46** 1310
- [21] Wang X F, Lemmon M D 2009 *IEEE Trans. Autom. Control* **54** 452
- [22] Mu N K, Liao X F, Huang T W 2015 *IEEE Trans. Circuits Syst. Express Briefs* **62** 1007
- [23] Zhu W, Jiang Z P 2015 *IEEE Trans. Autom. Control* **60** 1362
- [24] Wen G H, Chen M Z Q, Yu X H 2016 *IEEE Trans. Circuits Syst. Express Briefs* **63** 304

Event-triggered heterogeneous master-slave synchronization with sampled-data control*

Ma Da-Zhong[†] Li Xiao-Yu Sun Qiu-Ye Zhang Hua-Guang

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

(Received 2 June 2016; revised manuscript received 27 July 2016)

Abstract

As is well known, chaos synchronization has a good performance in secret communication. However, in most existing researches, chaos synchronization is realized between master chaotic system and slave chaotic system with real-time communication. A lot of network bandwidths are wasted in useless communication which may bring great economic costs and increase the likelihood of network congestion. In this paper, the synchronization for the heterogeneous master-slave system is studied. Compared with the homogeneous synchronization, the heterogeneous synchronization has a broad application prospect. Then the sampling controller based on event trigger is designed to achieve the heterogeneous master-slave synchronization which can save network bandwidth, with the control performance maintained. Because transmission time delay is universal in communication system, the delay model of the system is constructed and utilized firstly. Based on the proposed system model, the master-slave heterogeneous synchronization problem is equivalently converted into the asymptotical stability problem of a time-delay system by using the input delayed approach. Then, according to the Lyapunov stability theory and linear matrix inequality, we may rigorously prove that the synchronization of heterogeneous master-slave chaotic system can be achieved. Meanwhile, the heterogeneous master-slave system synchronization conditions and sampling controller can be given based on the constructing Lyapunov-Krasovskii functional with the Wirtinger inequality and free weight matrix method. The sampling controller actually is a stateback controller. But for the purpose of reducing the network usage rate, whether the state can be transmitted can be determined by the event-triggered rules. The event-triggered rules are designed based on the error state between master chaotic system and slave chaotic system, and the synchronization performance index can be determined by choosing the system parameter. The designed sampling controller updates the control parameters when the event-triggered rules are satisfied. Finally, numerical simulation experiments are employed to verify the correctness and effectiveness of the proposed method. Results indicate that the heterogeneous master-slave chaotic system with transmission time delay can indeed achieve synchronization by event-triggered sample control. Moreover, the number of communications between master chaotic system and slave chaotic system is less than before and the synchronization performance is also at an idea level.

Keywords: heterogeneous chaotic system, master-slave synchronization, event-triggered, network delay

PACS: 05.45.-a, 05.45.Pq, 05.45.Xt

DOI: 10.7498/aps.65.200501

* Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61433004) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61473069, 61573094).

† Corresponding author. E-mail: madazhong@ise.neu.edu.cn