

Poiseuille-Rayleigh-Bénard 流动中对流斑图的分区和成长

宁利中 胡彪 宁碧波 田伟利

Partition and growth of convection patterns in Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow

Ning Li-Zhong Hu Biao Ning Bi-Bo Tian Wei-Li

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 214401 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.214401

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.214401>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I21>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于总能形式的耦合的双分布函数热晶格玻尔兹曼数值方法

Coupling double-distribution-function thermal lattice Boltzmann method based on the total energy type

物理学报.2015, 64(15): 154401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154401>

溶解椭圆颗粒沉降的介观尺度数值模拟

Mesoscale simulation of the sedimentation of melting elliptical particle

物理学报.2015, 64(11): 114401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.114401>

分离比对混合流体 Rayleigh-Bénard 对流解的影响

Influence of separation ratio on Rayleigh-Bénard convection solutions in a binary fluid mixture

物理学报.2014, 63(10): 104401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104401>

直接模拟中不同边界条件的实施及对沉降规律的影响

The implement and influence of different boundary conditions in direct simulation on particle sedimentation

物理学报.2013, 62(8): 084401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.084401>

纳米流体对流换热机理分析

Analysis of convection heat transfer mechanism in nanofluids

物理学报.2012, 61(15): 154401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.154401>

Poiseuille-Rayleigh-Bénard 流动中对流斑图的分区和成长*

宁利中^{1)†} 胡彪¹⁾ 宁碧波²⁾ 田伟利³⁾

1)(西安理工大学, 西北旱区生态水利工程国家重点实验室培育基地, 西安 710048)

2)(嘉兴学院建筑工程学院, 嘉兴 314001)

3)(上海大学建筑系, 上海 200444)

(2016年5月3日收到; 2016年6月17日收到修改稿)

采用 SIMPLE 算法对二维流体力学基本方程组进行了数值模拟, 研究了 Poiseuille-Rayleigh-Bénard 流动中对流斑图的分区、成长及水平流动对不同斑图特征物理量的影响. 结果表明, 上下临界雷诺数 Re_u, Re_l 将流动分成三个区域, 即行波区、局部行波区、水平流区. Re_u 和 Re_l 随着相对瑞利数 r 的增大而增大. 在对流斑图的成长阶段, 三种斑图随时间的成长过程是不同的, 但对流圈都是从下游区开始成长; 特征物理量随着时间的变化也是不同的, 行波对流和局部行波对流的垂直流速 w_{\max} 和努塞尔数 Nu 经过指数增长阶段后进入周期变化的稳定阶段; 水平流斑图的 w_{\max} 和 Nu 经过缓慢增长后又缓慢降到稳定值. 三种斑图的 w_{\max} 和 Nu 随雷诺数 Re 增大而减小, 不同斑图区域有不同的变化规律. 本文给出了 Re_u 和 Re_l 随 r 的变化关系式及不同斑图的 w_{\max} 和 Nu 随着 Re 的变化关系式.

关键词: Poiseuille-Rayleigh-Bénard 流动, 行波, 局部行波, 斑图的成长

PACS: 44.25.+f, 44.15.+a, 05.70.Ln, 82.40.Bj

DOI: 10.7498/aps.65.214401

1 引言

对流斑图的形成其实就是在一个封闭的腔体内, 保持腔体的上壁面温度恒定, 给下壁面进行加热从而在两壁之间形成温度差, 当上下壁面之间的温差超过某一临界值, 下壁面的流体被加热发生膨胀, 上壁面的流体被冷却发生收缩, 膨胀(收缩)的流体会在浮力的作用下上升(下降), 这样就形成有序的对流斑图. 腔体内的流体依赖于不同的物性参数和施加条件会形成丰富的对流斑图, 流体的物性参数主要有密度、比热、热传导系数、运动黏性系数、热膨胀系数以及浓度等, 施加条件主要有腔体的形状、腔体的长高比、壁面之间的温度差、壁面的加热方式以及给腔体外加水平来流等. 在流体

物性参数和施加条件对对流斑图和动力学特性的影响方面, 科学工作者们进行了大量研究^[1-4]. 在 Rayleigh-Bénard 对流研究方面, 文献^[5, 6]通过矩形腔体, 在混合液体分离比(-0.15, -0.06)范围内观察到了一种局部行波对流斑图. Barten 等^[7-9]在分离比为 -0.08 和 -0.25 时, 通过流体力学基本方程组的数值模拟观察到了局部行波和行波对流斑图. 文献^[10-12]进一步利用数值模拟研究了局部对流特性. 我们在混合流体的对流斑图和动力学特性方面进行了许多的工作^[13-16]. 在考虑了水平流动的 Poiseuille-Rayleigh-Bénard 流动中, 文献^[17, 18]利用基本流体力学方程组进行数值模拟, 在中等长高比腔体中, 首次发现了周期性局部行波, 并探讨了水平来流对混合流体行波对流时空结构的影响. 不同的水平来流雷诺数及不同的腔体宽

* 国家自然科学基金(批准号: 10872164)和陕西省重点学科建设专项资金(批准号: 00X901)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ninglz@xaut.edu.cn

度时, 流动引起横向或纵向对流涡卷甚至可以导致时间依赖的动力学行为^[19,20]. 水平来流对对流的时空形态和特性具有显著影响, 文献^[21—23]给出了不同水平来流雷诺数条件下行波的一些时空形态和特性. 本文采用SIMPLE算法对二维流体力学基本方程组进行了数值模拟, 研究了Poiseuille-Rayleigh-Bénard流动中对流斑图的分区、成长及水平流动对不同斑图特征物理量的影响. 本文的创新之处是, 发现上下临界雷诺数将对流分成三个区域, 即行波区、局部行波区、水平流区; 水平来流上下临界雷诺数随相对瑞利数的增大而增大; 在对流斑图的成长阶段, 三种斑图随时间的成长过程是不同的, 但对流圈都是从下游区开始成长; 特征物理量随着时间的变化也是不同的, 行波对流斑图和局部行波对流斑图的最大垂直流速和努塞尔数经过指数增长阶段后进入周期变化的稳定阶段; 水平流斑图的最大垂直流速和努塞尔数经过缓慢增长又缓慢降到稳定值; 三种斑图的腔体最大垂直流速、下壁面努塞尔数随水平来流雷诺数的增大而减小, 不同斑图有不同的变化规律. 本文给出了上下临界雷诺数与相对瑞利数的变化关系式及不同斑图最大垂直流速和下壁面努塞尔数随着水平来流雷诺数的变化关系式.

2 数学物理模型

2.1 控制方程组

腔体内的流体发生对流运动通常是源于腔体上下壁面之间形成的温度差 $\Delta T = T_{\text{bot}} - T_{\text{top}}$. 由于流体间存在黏滞力作用, 所以只有当温度差达到某一值后才能使流体在热作用的驱动下发生对流运动. 一般采用瑞利数 Ra 来表征热作用, 其中瑞利数 $Ra = \frac{\alpha g d^3}{\kappa \nu} \Delta T$, 为了表述方便通常采用相对瑞利数 $r = Ra/Ra_c$, 对于纯流体并且没有端壁约束下, 这一临界值为 $Ra_c = 1708$. 式中 α 为体积膨胀系数, $\alpha = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho(T, p)}{\partial T}$; g 为重力加速度; κ 为热扩散系数, $\kappa = \frac{\lambda}{\rho_0 C_p}$, λ 为热传导系数, C_p 为比热; ν 为运动黏性系数; d 为腔体的高度; ρ 为密度. 流体的物性参数用普朗特数 $Pr = \frac{\nu}{\kappa}$ 来表征.

取腔体下壁面与左端壁面相交处为原点, x 轴以向右、 z 轴以向上为正. 由于在上下两壁面之间

形成的温度差都比较小, 因此该系统满足 Boussinesq 假定条件, 在 Boussinesq 假设条件下, 只考虑浮力项的密度变化, 其他项的密度取为常数, 浮力项的密度与温度的关系式为 $\rho = \rho_0[1 - \alpha(T - T_0)]$. 下标为 0 表示热传导状态下相应物理量的平均值. 图 1 是对流的示意图. 对该系统进行描述的流体力学方程组可表示如下:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla \frac{p}{\rho_0} + \nu \nabla^2 \mathbf{U} - \alpha(T - T_0) \mathbf{g}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T = \kappa \nabla^2 T, \tag{3}$$

式中, $\mathbf{U}(u, 0, w)$, T , p , t 分别为速度矢量场、温度场、压力, 时间; $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$, \mathbf{e}_z 为 z 方向的单位矢量.

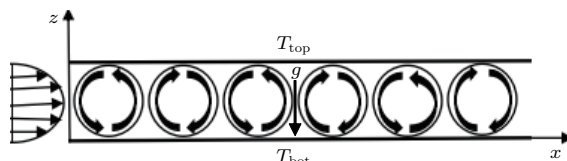


图 1 对流示意图

Fig. 1. Schematic diagram of convection.

2.2 边界条件

由于上下壁是不可滑移、等温的刚性和充分传热的平板. 因此, 在上下壁面处的水平流速 u 和垂直流速 w 等于 0, 上壁温度为 $T = T_0 - 0.5\Delta T$, 下壁温度为 $T = T_0 + 0.5\Delta T$. 由于腔体具有水平来流, 所以在腔体左端进口处设置流速 $u = 4u_{\text{max}} \frac{z}{d} \left(1 - \frac{z}{d}\right)$, $w = 0$; 一般用 $Re = \frac{u_{\text{max}} d}{\nu}$ 来表征水平来流的强度, 其中 u_{max} 为水平来流最大值; 右端出口为自由流出. 流速初始条件为 $u = w = 0$, 初始温度取平均值 (一般 $T = 293.15 \text{ }^\circ\text{C}$). 计算中选取 $Pr = 0.0272$.

2.3 数值计算方法

采用 SIMPLE 算法对 (1)—(3) 式的流体力学基本方程组进行数值求解. 网格采用 240×20 和 360×30 两种均匀网格划分方法进行划分, 选取 $Pr=6.99$, 相对瑞利数 $r = 3$ 时, 在两种网格划分条件下进行数值模拟可得腔体内对流运动的最大垂直流速. 当网格采用 240×20 时, 最大垂直流速

$w_{\max} = 0.000337821$ m/s. 当采用 360×30 时, 最大垂直流速 $w_{\max} = 0.000330259$ m/s. 将两者的最大垂直流速进行比较, 发现两者相对误差为 2.23%, 误差较小. 为了减少计算, 采取 240×20 的网格划分法和时间步长取 $\Delta t = 0.01$ s 进行数值模拟. 为了下面讨论的方便, 坐标被无因次化, 即 $X = x/d$, $Z = z/d$.

3 对流斑图的分区和成长

3.1 对流斑图的分区

在水平来流和热作用的共同影响下, 腔体内流体的对流斑图的形成会受水平来流雷诺数和相对瑞利数两个控制参数的影响. 首先, 研究水平来流雷诺数对对流斑图形成的影响. 在相对瑞利数 $r = 3$ 的情况下, 通过改变水平来流雷诺数可在腔体内形成三种斑图, 即行波、局部行波、水平流, 如图 2 所示. 水平来流雷诺数 $Re < 50$ 时, 在腔体内形成的是行波对流斑图. 当水平来流雷诺数 $Re = 50$ 时, 对流斑图开始由行波区间进入局部行波区间, 腔体内的行波对流斑图转换成了局部行波对流斑图, 这是由于增大的水平来流雷诺数使维持行波对流斑图的水平来流雷诺数和相对瑞利数之间失衡, 从而形成新的平衡. 在局部行波对流斑图中, 腔体进口一段区域内对流滚动圈消失而被水平流控制, 在这段区域内对流滚动圈的消失是由于增大的水平来流抑制了对流运动. 从而可知水平来流雷诺数影响行波对流斑图到局部行波对流斑图的转化, 使斑图从行波对流转换成局部行波对流的这一水平来流雷诺数可以称为下临界雷诺数 Re_1 . 在 $50 \leq Re < 105$ 的范围内, 腔体内一直维持着局部行波对流斑图, 直到水平来流雷诺数 $Re = 105$ 时腔体内的局部行波转化成了水平流. 由此对流斑图进入了水平流区间, 对流运动被增大的水平来流完全抑制, 使腔体内的对流滚动圈消失. 局部行波对流斑图转换成水平流斑图的水平来流雷诺数可以称为上临界雷诺数 Re_u . 对于不同的相对瑞利数, 三种对流斑图发生转化的水平来流上下临界雷诺数 Re_u, Re_1 应该是不相同的. 因而对不同的相对瑞利数在水平来流作用下进行数值模拟, 可求得三种对流斑图发生转化的水平来流上下临界雷诺数 Re_u, Re_1 如表 1 所列. 从图 3 对不同相对瑞利数的三种对流斑图发生转化的水平来流上下临界

雷诺数 Re_u, Re_1 进行分析发现, 在相对瑞利数与水平来流雷诺数平面上, 水平来流上下临界雷诺数 Re_u, Re_1 将平面分成三个区间, 即行波区间、局部行波区间、水平流区间. 水平来流上下临界雷诺数随相对瑞利数的增大而增大, 可以得到下临界雷诺数与相对瑞利数进行拟合的函数关系式,

$$Re_1 = 15.144r^{0.993};$$

上临界雷诺数与相对瑞利数进行拟合的函数关系式,

$$Re_u = 36.610r^{0.906}.$$

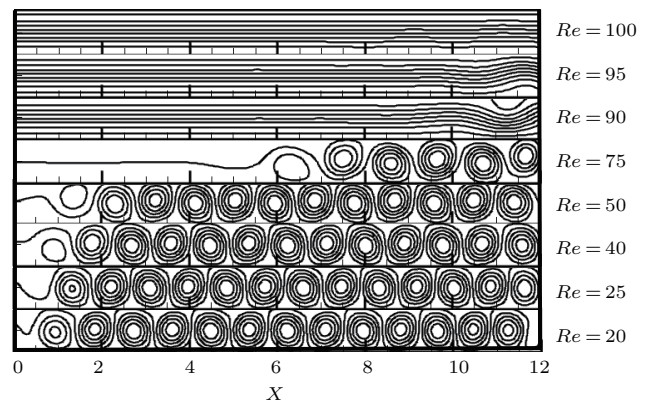


图 2 $r = 3$ 时流线随着雷诺数的变化

Fig. 2. Variation of streamline with Reynolds number at $r = 3$.

表 1 对流斑图对 Re 的依赖

Table 1. Dependence of convection patterns on Re .

相对瑞利数 r	雷诺数 Re		
	行波	局部行波	水平流
1.5	<20	20—50	<50
2	<30	30—70	<70
3	<50	50—110	<110
4	<65	65—150	<150
5	<75	75—175	<175
6	<90	90—190	<190
7	<100	100—240	<240
8	<125	125—250	<250
9	<140	140—275	<275
10	<150	150—300	<300
12	<175	175—340	<340
14	<200	200—375	<375
16	<225	225—410	<410

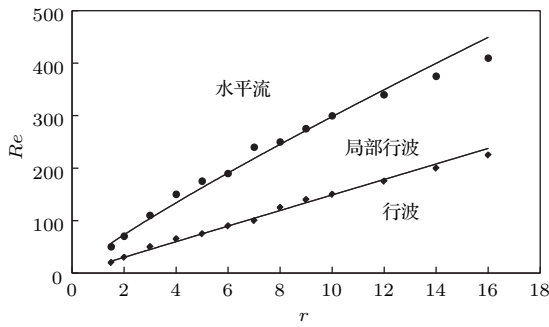


图3 对流斑图分区图

Fig. 3. Partition diagram of convection patterns.

3.2 不同对流斑图的成长

在腔体外加水平来流的条件下可以得到行波区间、局部行波区间和水平流区间三个区间. 选取相对瑞利数 $r = 3$, 水平来流雷诺数分别为 $Re = 40, 75, 100$, 可分别得到三个区间内的行波对流斑图、局部行波对流斑图和水平流斑图三种斑图. 对这三种斑图成长过程进行分析, 研究腔体内最大垂直流速和下壁面努塞尔数随时间的成长过程. 从图4可知, 在 $t < 80$ s时三种斑图成长过程中的最大垂直流速随时间基本保持不变, 因为在这个时间段内水平来流抑制了对流运动. 所以三种斑图的最大垂直流速随时间成长呈三条相互平行的水平线. 在 $t > 80$ s后, 在热作用下腔体内的流体发生对流运动, 三种斑图的最大垂直流速随时间迅速增长, $Re = 40, 75$ 的斑图的最大垂直流速随时间的增长跨越了一个数量级从 10^{-4} 达到 10^{-3} . 三种对流斑图由于受热作用和水平来流的共同影响, 行波对流斑图的最大垂直流速随时间增长的最快, 局部行波对流斑图的增长较快, 而水平流斑图在大的水平来

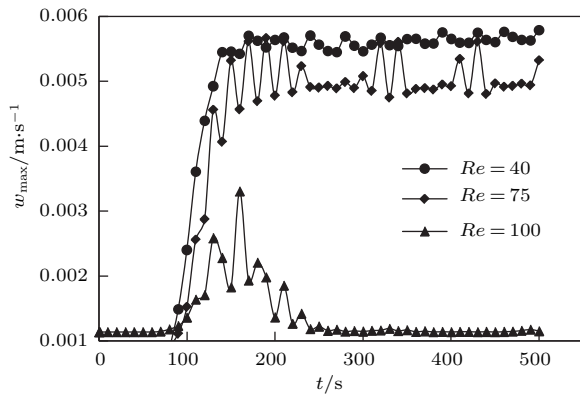


图4 不同对流斑图情况下最大垂直流速随时间的成长

Fig. 4. The growth of maximum vertical velocity with time in different convection patterns.

流雷诺数的情况下, 热作用和水平来流激烈竞争导致最大垂直流速振荡并缓慢增大后, 又缓慢减少. 下壁面努塞尔数随时间的发展过程如图5所示. 可以看出在 $t < 80$ s范围内, 三种斑图的努塞尔数随时间变化基本相同. 也就是说, 传热能力相同. 在 $t > 80$ s后, 三种斑图的最大努塞尔数随时间增长, 但增长速度不同, 水平来流雷诺数小的增长较快. 经过一段时间发展后, 三种斑图的努塞尔数随时间的发展同最大垂直速度随时间发展一样, 进入周期变化过程. 图5的规律类似图4.

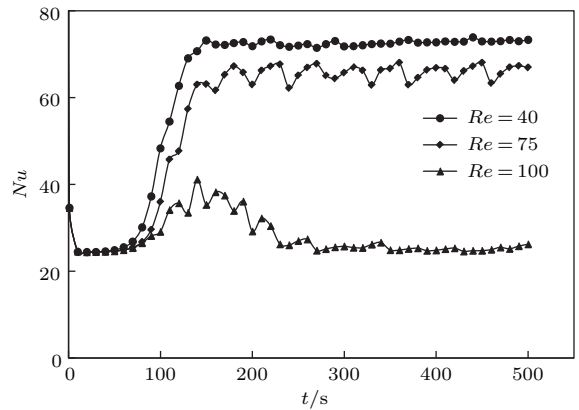


图5 不同对流斑图情况下下壁面努塞尔数随时间的成长

Fig. 5. The growth of Nusselt number in the lower wall with time in different convection patterns.

在三个区间内, 三种对流斑图随着时间的发展过程如图6所示, 横向为腔体的长度, 纵向为时间, 时间向上增大, 取时间间隔 $\Delta t = 50$ s. 在三个区间内经过一段时间成长后, 腔体内形成了行波、局部行波和水平流三种斑图. 在三种斑图的形成过程中, 其随时间的变化是不同的. 从图6(a)可以看出, 在行波区间, 腔体内的对流圈是从下游开始成长, 然后和上游水平来流发生竞争, 对流圈逐渐向上游发展, 最后对流圈占据整个腔体形成了行波对流斑图. 图6(b)中, 在局部行波区间, 腔体内的对流圈也是从下游开始成长, 但由于增大了水平来流导致对流圈不能向上游发展, 因此被水平来流局限于下游区域形成局部行波对流斑图. 图6(c)中, 在水平流区间, 腔体内对流圈和前两者相同, 也是在下游区开始成长, 然后在大的水平来流雷诺数作用下, 水平来流逐渐抑制对流圈的成长, 因此随时间的发展, 最后腔体内对流圈被水平来流完全抑制形成水平流斑图. 三种斑图的时空成长过程能很好地对应图3中腔体最大垂直流速随时间的成长过程.

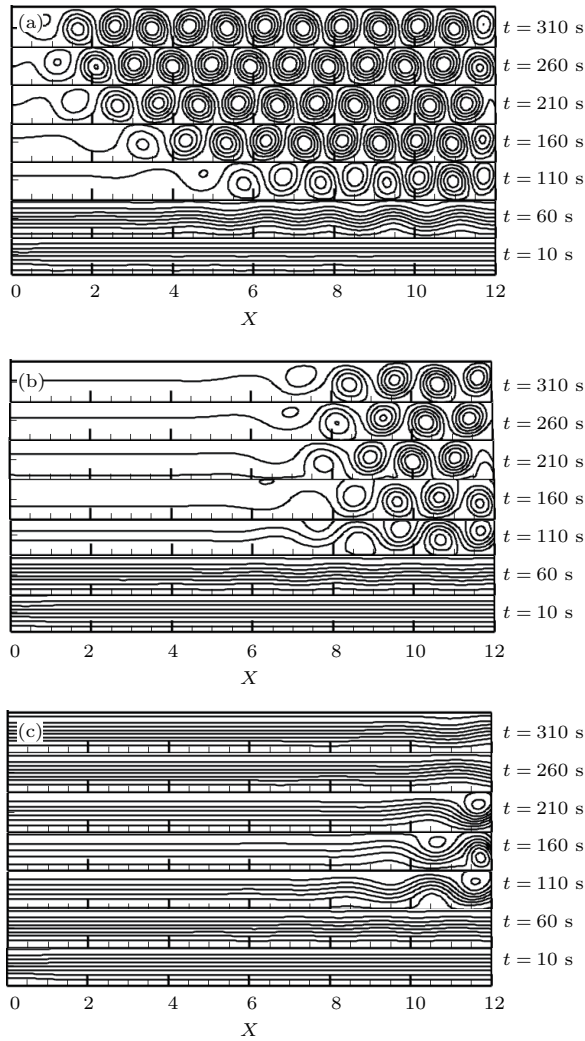


图6 不同对流斑图情况下流线随时间的变化 (a) $Re = 45$ 时的行波; (b) $Re = 75$ 时的局部行波; (c) $Re = 100$ 时的水平流

Fig. 6. Variation of streamline with time in different convection patterns: (a) Traveling wave at $Re = 45$; (b) localized traveling wave at $Re = 75$; (c) horizontal flow at $Re = 100$.

3.3 雷诺数对不同对流斑图的特征物理量的影响

为了分析水平来流雷诺数对特征物理量的影响, 在相对瑞利数 $r = 3$ 时, 选取水平来流雷诺数 $Re = 25, 30, 40, 50, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110$ 进行数值模拟, 可获得这几种水平来流雷诺数条件下的特征物理量, 如表2所列. 腔体内最大垂直流速 w_{\max} 、下壁面努塞尔数的平均值与水平来流雷诺数的相关性如图7所示, 其中横坐标 Re 为水平来流雷诺数, 纵坐标为特征物理量. 从图7(a)可以看出, 腔体最大垂直流速随水平来流雷诺数的增大而减小, 在行波区间内, 腔体最大垂直流速随

水平来流雷诺数的增大而缓慢减小, 而在局部行波区间和水平流区间内, 腔体最大垂直流速随水平来流雷诺数的增大而快速减小. 对行波、局部行波和水平流区间的最大垂直流速和水平来流雷诺数进行曲线拟合, 如图7(a)所示, 发现行波区间的腔体最大垂直流速随水平来流雷诺数变化过程曲线与线性函数最为接近. 腔体最大垂直流速和水平来流雷诺数拟合曲线式为

$$w_{\max} = -0.00000800Re + 0.00614000.$$

局部行波区间的腔体最大垂直流速随水平来流雷诺数的变化过程曲线与多项式函数最为接近. 腔体最大垂直流速和水平来流雷诺数拟合曲线式为

$$w_{\max} = -0.00000005Re^3 + 0.00000800Re^2 + 0.01628000.$$

水平流区间的腔体最大垂直流速随水平来流雷诺数变化过程曲线与线性函数最为接近. 腔体最大垂直流速和水平来流雷诺数拟合曲线式为

$$w_{\max} = -0.00018000Re + 0.02117000.$$

表2 不同对流斑图时特征物理量随雷诺数的变化
Table 2. Variation of characteristic parameters with Reynolds number in different convection patterns.

雷诺数 Re	最大垂直流 $w_{\max}/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	下壁面努塞尔数
25	0.00593	75.048
30	0.0059	74.811
40	0.00583	74.295
50	0.00573	73.737
75	0.00572	68.944
80	0.00558	65.119
85	0.0054	61.809
90	0.0049	56.909
95	0.00437	51.493
100	0.00331	42.058
105	0.00237	36.299
110	0.00172	32.516

从图7(b)可以看出, 下壁面努塞尔数同样随水平来流雷诺数的增大而减小, 在行波区间内下壁面努塞尔数随水平来流雷诺数的增大而缓慢减小, 而在局部行波区间和水平流区间内迅速减小. 同

样采用两种函数对下壁面努塞尔数随水平来流雷诺数变化过程的曲线进行拟合,可分别得到行波区间、局部行波区间和水平流区间的下壁面努塞尔数和水平来流雷诺数拟合曲线式:

$$\begin{aligned} \text{行波} \quad Nu &= -0.05253Re + 76.33700, \\ \text{局部行波} \quad Nu &= 0.00002Re^3 - 0.01817Re^2 \\ &\quad + 1.88550Re + 22.92700, \\ \text{水平流} \quad Nu &= -1.25380Re + 169.11000. \end{aligned}$$

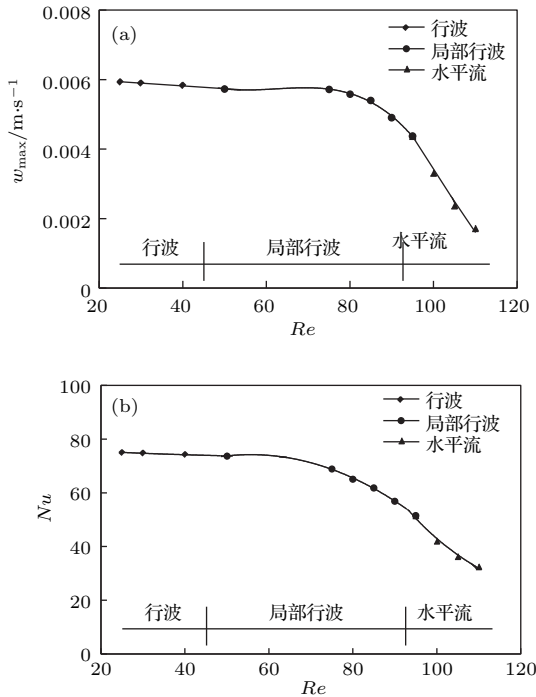


图7 不同对流斑图时特征物理量随雷诺数的变化 (a) 最大垂直流速 w_{max} ; (b) 下壁面努塞尔数

Fig. 7. Variation of characteristic parameters with Reynolds number in different convection patterns: (a) Maximum vertical velocity w_{max} ; (b) Nusselt number in the lower wall.

4 结 论

本文采用SIMPLE算法对二维流体力学基本方程组进行了数值模拟,研究了Poiseuille-Rayleigh-Bénard流动中对流斑图的分区、成长及水平流动对不同斑图特征物理量的影响。

1) 在相对瑞利数与水平来流雷诺数平面上,水平来流上下临界雷诺数 Re_u, Re_l 将平面分成三个区,即行波区、局部行波区、水平流区。水平来流上下临界雷诺数随相对瑞利数的增大而增大,下临界雷诺数与相对瑞利数进行拟合的函数关系式

$Re_l = 15.144r^{0.993}$, 上临界雷诺数与相对瑞利数进行拟合的函数关系式 $Re_u = 36.610r^{0.906}$ 。

2) 对三个区间内的行波对流斑图、局部行波对流斑图和水平流斑图三种斑图随时间的成长过程进行分析,发现三种斑图随时间的成长过程不同,对流圈都是从下游区开始成长。特征物理量随着时间的变化也不同,行波对流斑图和局部行波对流斑图的最大垂直流速和努塞尔数经过迅速增加阶段后进入周期变化的稳定阶段;水平流斑图的最大垂直流速和努塞尔数经过缓慢发展后又缓慢降到稳定值。

3) 对水平来流雷诺数对三个区间内的特征物理量的影响进行分析,发现行波、局部行波和水平流斑图的腔体最大垂直流速、下壁面努塞尔数都是随水平来流雷诺数的增大而减小。不同斑图有不同的变化规律,本文给出了不同斑图最大垂直流速和下壁面努塞尔数随着水平来流雷诺数的变化关系式。

参考文献

- [1] Cross M C, Hohenberg P C 1993 *Rev. Mod. Phys.* **65** 851
- [2] Getling A V 1998 *Rayleigh-Bénard Convection* (London: World Scientific) pp98-112
- [3] Chandrasekhar S 1961 *Hydrodynamics and Hydromagnetic Stability* (Oxford: Clarendon Press) pp126-146
- [4] Ning L Z, Qi X, Yu L, Zhou Y, Wang S Y, Li G D 2010 *J. Basic Sci. Eng.* **18** 281 (in Chinese) [宁利中, 齐昕, 余荔, 周洋, 王思怡, 李国栋 2010 应用基础与工程科学学报 **18** 281]
- [5] Moses E, Fineberg J, Steinberg V 1987 *Phys. Rev. A* **35** 2757
- [6] Heinrichs R, Ahlers G, Cannel D S 1987 *Phys. Rev. A* **35** 2761
- [7] Barten W, Lucke M, Hort W, Kamps M 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 376
- [8] Barten W, Lucke M, Kamps M 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2621
- [9] Barten W, Lucke M, Kamps M, Schmitz R 1995 *Phys. Rev. E* **51** 5662
- [10] Taraut A V, Smorodin B L, Lücke M 2012 *New J. Phys.* **14** 093055
- [11] Mercader I, Batiste O, Alonso A, Knobloch E 2010 *Fluid Dyn. Res.* **42** 025505
- [12] Mercader I, Batiste O, Alonso A, Knobloch E 2011 *J. Fluid Mech.* **667** 586
- [13] Ning L Z, Yu L, Yuan Z, Zhou Y 2009 *Sci. China G* **39** 746 (in Chinese) [宁利中, 余荔, 袁喆, 周洋 2009 中国科学 G **39** 746]

- [14] Ning L Z, Wang N, Yuan Z, Li K J, Wang Z Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104401 (in Chinese) [宁利中, 王娜, 袁喆, 李开继, 王卓运 2014 物理学报 **63** 104401]
- [15] Ning L Z, Qi X, Zhou Y, Yu L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2528 (in Chinese) [宁利中, 齐昕, 周洋, 余荔 2009 物理学报 **58** 2528]
- [16] Ning L Z, Wang Y Q, Yuan Z, Li K J, Hu B 2016 *Chin. Sci. Bull.* **61** 872 (in Chinese) [宁利中, 王永起, 袁喆, 李开继, 胡彪 2016 科学通报 **61** 872]
- [17] Ning L Z, Harada Y, Yahata H, Li J Z 2004 *J. Hydrodyn.* **16** 151
- [18] Ning L Z, Qi X, Harada Y, Yahata H 2006 *J. Hydrodyn.* **18** 199
- [19] Ouazzani M T, Platten J K, Mojtabi A 1990 *Int. J. Heat Mass Transfer* **33** 1417
- [20] Li G D, Huang Y N 2004 *Adv. Mech.* **34** 263 (in Chinese) [李国栋, 黄永念 2004 力学进展 **34** 263]
- [21] Li G D, Huang Y N 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3800 (in Chinese) [李国栋, 黄永念 2004 物理学报 **53** 3800]
- [22] Zhao B X 2012 *Chin. J. Hydrodyn.* **27** 264 (in Chinese) [赵秉新 2012 水动力学研究与进展 **27** 264]
- [23] Ning L Z, Zhou Y, Wang S Y, Li G D, Zhang S Y, Zhou Q 2010 *Chin. J. Hydrodyn.* **25** 299 (in Chinese) [宁利中, 周洋, 王思怡, 李国栋, 张淑芸, 周倩 2010 水动力学研究与进展 **25** 299]

Partition and growth of convection patterns in Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow*

Ning Li-Zhong^{1)†} Hu Biao¹⁾ Ning Bi-Bo²⁾ Tian Wei-Li³⁾

1) (State Key Laboratory Base of Eco-Hydraulic Engineering in Arid Area, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

2) (College of Civil Engineering and Architecture, Jiaying University, Jiaying 314001, China)

3) (Department of Architecture, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

(Received 3 May 2016; revised manuscript received 17 June 2016)

Abstract

The natural phenomena which we are familiar with, such as the convections in reservoir, ocean, atmosphere, etc., all occur in nonequilibrium open systems away from heat equilibria. The Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow in a horizontal fluid layer heated from below has always been a typical experimental system for studying the nonlinear problem and the pattern formation. The experimental system can be accurately described by the full hydrodynamic equations. Therefore, the researches of the convection spatiotemporal structure, stability and the nonlinear dynamics by using the Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow model possess certain representative and theoretical significance and practical value. So far, the investigation on the Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow in a horizontal layer heated from below has concentrated mainly on the stability and made remarkable progress. However, a partition of convection pattern and growths of different patterns in the Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow have been seldom studied in theory. By using a two-dimensional numerical simulation of the fully hydrodynamic equations in this paper, the research is conducted on the partition of convection pattern, growth and the effects of horizontal flow on the characteristic parameters of different patterns in the Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow in a rectangular at an aspect ratio of 10. The SIMPLE algorithm is used to numerically simulate the two-dimensional fully hydrodynamic equations. The basic equations are solved in primitive variables in two-dimensional staggered grids with a uniform spatial resolution based on the control volume method. The power law scheme is used to treat the convective-diffusive terms in the discrete formulation. Results show that a flow zone is divided into three zones by the upper and lower critical Reynolds numbers Re_u and Re_l , i.e., traveling wave zone, localized traveling wave zone, and horizontal flow zone, where each of the Re_l and Re_u is a function of reduced Rayleigh number r and increases with increasing r . In the growth stage of the convection pattern, the growth processes of three kinds of patterns with time are different, but the convection rolls all start to grow from the downstream. The variations of characteristic parameters with time are also different, with maximum vertical velocity w_{\max} and Nusselt number Nu of traveling wave and localized traveling wave entering into the stable stage of the cycle variation after the exponential growth stage, and the w_{\max} and Nu of horizontal flow pattern decrease down to a stable constant after slow increase. The values of w_{\max} and Nu of three types of patterns decrease with increasing Reynold number Re , with different laws being in the different pattern areas. In this paper, formulas for computing the Re_l and Re_u varying with r and formulas for computing the w_{\max} and Nu varying with Re in different convection patterns are suggested.

Keywords: Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow, traveling wave, localized traveling wave, growth of convection pattern

PACS: 44.25.+f, 44.15.+a, 05.70.Ln, 82.40.Bj

DOI: 10.7498/aps.65.214401

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10872164) and the Special Foundation of Priority Academic Discipline of Shaanxi Province, China (Grant No. 00X901).

† Corresponding author. E-mail: ninglz@xaut.edu.cn