

基于频域信息交换的随机共振研究

刘进军 冷永刚 赖志慧 谭丹

Stochastic resonance based on frequency information exchange

Liu Jin-Jun Leng Yong-Gang Lai Zhi-Hui Tan Dan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 220501 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.220501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.220501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于人工蜂群算法的混沌信号盲提取

Blind chaotic signal extraction based on artificial bee colony algorithm

物理学报.2016, 65(23): 230501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.230501>

具有时滞的抑制性自突触诱发的神经放电的加周期分岔

Period-adding bifurcation of neural firings induced by inhibitory autapses with time-delay

物理学报.2016, 65(21): 210502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.210502>

基于事件触发采样控制的异构混沌系统主从同步

Event-triggered heterogeneous master-slave synchronization with sampled-data control

物理学报.2016, 65(20): 200501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.200501>

基于忆阻器反馈的 Lorenz 超混沌系统及其电路实现

Memristor-based Lorenz hyper-chaotic system and its circuit implementation

物理学报.2016, 65(19): 190502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.190502>

非自治分数阶 Duffing 系统的激变现象

Crises in a non-autonomous fractional-order Duffing system

物理学报.2016, 65(18): 180502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.180502>

基于频域信息交换的随机共振研究*

刘进军¹⁾ 冷永刚^{1)†} 赖志慧²⁾ 谭丹¹⁾

1)(天津大学机械工程学院, 天津 300350)

2)(南昌大学机电工程学院, 南昌 330031)

(2016年6月27日收到; 2016年8月22日收到修改稿)

针对经典随机共振检测大参数信号的困难, 提出了基于频域信息交换的随机共振方法, 并根据相移的单边带信号调制理论阐述了频域信息交换的随机共振机理. 为了克服变尺度随机共振采样频比的制约, 给出了基于变尺度频域信息交换的随机共振信号检测方法. 数值模拟和信号检测性能分析表明, 基于变尺度频域信息交换的随机共振方法具有更有效的采样频比, 更便于工程实际的应用.

关键词: 随机共振, 信号检测, 频域信息交换, 尺度变换

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

DOI: 10.7498/aps.65.220501

1 引言

自20世纪80年代意大利物理学家Benzi等^[1]发现随机共振现象(stochastic resonance, SR)以来, 随机共振理论得到了广泛关注, 其中McNamara和Wiesenfeld^[2], Gammaitoni等^[3]和胡岗^[4]对随机共振的机理进行了系统的理论分析和阐述. 随机共振是一种通过噪声、信号和非线性系统的协同作用, 使部分噪声能量向信号转移, 从而使非线性系统输出信噪比得到提高的信号增强现象. 研究表明, 在合适的噪声强度条件下, 系统输出信噪比将达到峰值, 类似于力学中的共振现象, 因此这种现象被称为随机共振现象.

随机共振理论已在多个领域得到了深入研究和应用. 如在生物工程领域, Bates等^[5]在细胞内部关联遗传感知中发现了随机共振现象, 因为基因表达本质上是一个含有噪声干扰的表述过程, 在最优随机噪声协助下能够有效地增强对学习事件的表达. 在图像工程领域, 为了将传统的一维随机共振理论应用于二维图像处理, Yang等^[6]研究了二维调参随机共振并用于滤除图像中的高斯噪声,

与低通滤波器相比该方法的误码率较低; Dylov和Fleischer^[7]在自聚焦介质中发现了基于动态随机共振的含噪图像非线性自滤波现象; Jha等^[8]将随机共振用于低照度图像的增强处理, 通过噪声添加和阈值设定获得了较好的增强结果. 在信号传输领域, Duan和Xu^[9]将参数调节的双稳态随机共振系统应用于数字通信系统的接收装置中, 对加性高斯白噪声信道中的二进制脉冲幅度调制信号进行接收. 通过对非线性接收装置的性能分析, 发现了数字信号传输中参数调节随机共振现象. 在机械故障诊断领域, Hu等^[10]研究了基于随机共振理论的微弱特征信号检测方法, 并在机械故障早期诊断中得到了应用; Li等^[11]针对冲击信号研究了基于滑动窗口的自适应随机共振检测方法, 并用于齿轮箱的故障信号检测; Wang等^[12]将小波变换和随机共振结合, 实现了对滚动轴承中的瞬变故障信号检测; Shi等^[13]和Han等^[14]研究了基于小波变换和随机共振的多频微弱信号检测方法. 此外, 在基础理论研究方面, 文献^[15]研究了非饱和随机共振系统的机理, 发现非饱和随机共振系统输出的信噪比要高于传统的饱和随机共振系统; 文献^[16—18]研究了在

* 国家自然科学基金(批准号: 51275336)和天津市应用基础与前沿技术研究计划(批准号: 15JCZDJC32200)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: leng_yg@tju.edu.cn

相关联的乘性和加性噪声驱动下线性系统和双稳系统中的随机共振现象, 分析了噪声间互相关系数对随机共振系统输出的影响.

在实际工程信号检测处理应用中, 由于绝热近似小参数条件的限制, 使得随机共振的大参数信号检测成为困难, 因此制约了其工程大参数信号(如频率大于 1 Hz 的信号)处理的进一步扩展应用. 为了克服这一限制, 人们提出了多种解决方法, 如变尺度随机共振^[19,20](亦称二次采样随机共振)、参数归一化随机共振^[21,22]、基于调制解调随机共振^[23,24]和移频变尺度随机共振等^[25]. 这些方法实质上是将大参数信号变换成满足绝热近似条件的小参数信号, 从而实现大参数信号的随机共振检测, 已在工程应用中取得了一定的效果. 然而这些方法的使用又都存在各自的局限性, 如变尺度随机共振和参数归一化随机共振需要较高的采样频比(采样频率与待测信号频率的比值); 基于调制解调随机共振方法不仅需要较多的采样点数, 而且通过双边带调制(double-side band modulation, DSB)获取差频信号时, 特征信号与其附近频率较低的信号会同时被调制到差频处, 产生信号的叠加, 会影响检测效果; 移频变尺度随机共振将滤波、调制和变尺度结合在一起, 实现大参数信号的检测, 该方法虽然能够降低采样频率、减少采样数据量, 但所用移频法仍基于双边带调制理论, 所以高频端仍会产生信号的叠加现象. 针对目前大参数信号随机共振检测存在的问题, 本文提出了基于频域信息交换的大参数信号随机共振检测方法, 该方法通过交换特征信号的频域信息与小参数频率处的信息, 可实现低采样频率的大频率参数信号的检测, 从而扩展了随机共振的应用范围, 更有利于工程的实际应用.

2 随机共振

以布朗粒子在双稳势阱中的跃迁振荡为例, 在周期信号和噪声的联合驱动下, 布朗粒子在双稳势阱中过阻尼运动模型可表示为 Langevin 方程:

$$\frac{dx}{dt} = -U'(x) + s_p(t) + n(t), \quad (1)$$

式中, $s_p(t)$ 为幅值为 A , 频率为 f_0 的周期信号 $s_p(t) = A \sin(2\pi f_0 t)$; $n(t)$ 为高斯白噪声, 其均值和自相关函数满足 $\langle n(t) \rangle = 0$, $\langle n(t)n(t - \tau) \rangle =$

$2D\delta(\tau)$, D 为噪声强度; $U(x)$ 为双稳系统的势函数, 通常表示为

$$U(x) = -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{4}x^4, \quad (2)$$

其中 a 和 b 分别为系统参数.

当外界噪声强度和周期信号幅值较小时, Gammaitoni 等^[3]给出了方程(1)的近似统计响应解, 如下式:

$$\langle x(t) \rangle = \bar{x} \sin(2\pi f_0 t - \bar{\phi}), \quad (3)$$

式中响应幅度 \bar{x} 和相位延迟 $\bar{\phi}$ 分别为

$$\bar{x} = \frac{A \langle x^2 \rangle_0}{D} \frac{r_K}{\sqrt{r_K^2 + \pi^2 f_0^2}}, \quad (4)$$

$$\bar{\phi} = \arctan\left(\frac{\pi f_0}{r_K}\right). \quad (5)$$

此处, $\langle x^2 \rangle_0 = a/b$ 为静态非扰动系统 ($A = 0$) 依赖于噪声强度 D 的方差; r_K 为 Kramers 逃逸速率, 表示为

$$r_K = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{a^2}{4bD}\right). \quad (6)$$

将 $\langle x^2 \rangle_0 = a/b$ 和(6)式代入(4)式中可得

$$\bar{x} = \frac{aA}{bD \sqrt{1 + \frac{2\pi^4 f_0^2}{a^2} \exp\left(\frac{a^2}{2bD}\right)}}. \quad (7)$$

(7) 式系统随机共振响应幅度 \bar{x} 随噪声强度 D 的变化曲线如图 1 所示.

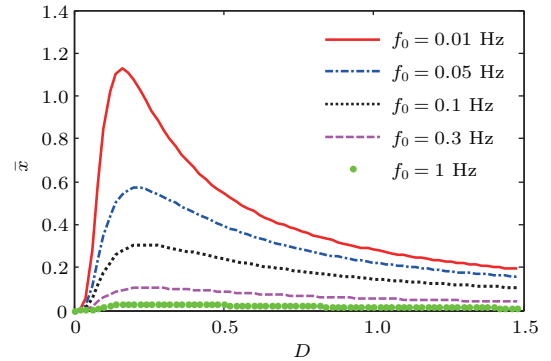


图 1 (网刊彩色) 双稳随机共振系统响应幅度 \bar{x} 随噪声强度 D 的变化. 系统参数 $a = b = 1$, 信号幅值 $A = 0.4$, 频率 f_0 分别取 0.01, 0.05, 0.1, 0.3, 1 Hz

Fig. 1. (color online) Amplitude \bar{x} of the periodic component of the bi-stable SR system response vs the noise intensity D for the same potential parameters $a = b = 1$ and different periodic input signals with the same amplitude $A = 0.4$ and different frequencies $f_0 = 0.01, 0.05, 0.1, 0.3$ and 1 Hz.

由图 1 可知, 对于一定结构的双稳系统, 输入信号的响应随着噪声强度的增大先增后降, 是典型

的随机共振现象. 但在同一噪声强度下, 系统响应幅度会随着输入信号频率 f_0 的增加而降低, 特别是当输入信号的频率远离小参数而趋于大参数时, 随机共振现象逐渐消失, 如图 1 中信号频率为 1 Hz 大参数的绿色点线. 大频率信号随机共振消失的原因在于, 尽管当粒子在双稳势阱中的 Kramers 逃逸速率的一半等于驱动信号频率 (即 $r_K/2 = f_0$) 时可以产生随机共振, 但是对于一定结构的双稳系统, 由 (6) 式知 Kramers 逃逸速率存在着极限值 $r_{K \text{ lim}}$, 显然产生随机共振的信号频率 f_0 不能超过 $r_{K \text{ lim}}/2$, 因此随机共振的产生也就受到 Kramers 逃逸速率的制约, 换言之, 随机共振只能在小频率参数范围内实现.

如何将频率为大参数的信号变换到满足绝热近似条件的小参数信号, 是否能使用随机共振检测出大频率信号的关键. 为了解决该问题, 本文提出基于频域信息交换的随机共振方法.

3 基于频域信息交换的随机共振

所谓频域信息交换就是在频域内将大参数信号的频域信息交换到满足绝热近似条件的低频处 (以下称为基准低频 f_1), 以使交换后的信号能够产生随机共振. 频域信息交换流程图如图 2 所示. 首先将时域信号 $s_{\text{in}}(t)$ 进行傅里叶变换得到信号的频域信息 $s_{\text{in}}(f)$; 然后将 $s_{\text{in}}(f)$ 中的特征信号频率 f_0

处频域信息与基准低频 f_1 处的频域信息进行交换, 得到交换后的频域信息 $s'_{\text{in}}(f)$; 最后通过逆傅里叶变换获得交换后的时域信号 $s'_{\text{in}}(t)$. 所以信号 $s'_{\text{in}}(t)$ 在基准低频 f_1 处就具有了原信号频率 f_0 处的幅值信息 A 和相位信息 φ . 将信号 $s'_{\text{in}}(t)$ 作为双稳系统的输入信号进行分析, 根据基准低频 f_1 处的谱值状态, 可实现大频率信号的随机共振检测.

图 2 双稳系统响应分析采用基于 Runge-Kutta 算法的随机共振模型数值求解方法 [26], 本文所有数值分析实例中关于方程 (1) 的数值求解均采用如下的四阶 Runge-Kutta 计算方法:

$$\begin{aligned} k_1 &= h(ax_n - bx_n^3 + s_n), \\ k_2 &= h\left[a\left(x_n + \frac{k_1}{2}\right) - b\left(x_n + \frac{k_1}{2}\right)^3 + s_n\right], \\ k_3 &= h\left[a\left(x_n + \frac{k_2}{2}\right) - b\left(x_n + \frac{k_2}{2}\right)^3 + s_{n+1}\right], \\ k_4 &= h[a(x_n + k_3) - b(x_n + k_3)^3 + s_{n+1}], \\ x_{n+1} &= x_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ n &= 0, 1, \dots, N - 1, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 N 为所输入数据的点数; x_n 和 s_n 分别表示系统输出 $x(t)$ 和方程 (1) 输入数据 $s_p(t) + n(t)$ 的第 n 点数值; h 为积分时间步长, 对应于数据的采样间隔, 即 $h = 1/f_s$.

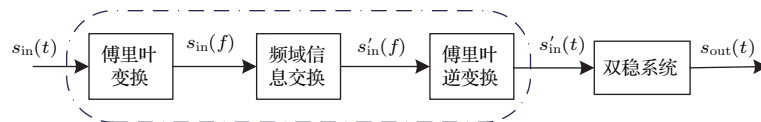


图 2 大参数信号的频域信息交换流程图

Fig. 2. The flowchart of frequency-information exchange (FIE).

在变步长的 Runge-Kutta 法研究中, 文献 [27] 指出步长 h 的选取直接影响到计算的结果. 如果步长 h 选得过大, 则不能保证计算结果的收敛性; 但如果 h 选得过小, 则会增加计算的步数. 这样不仅增大了计算量, 还会导致舍入误差的过多累积. 对本文实例中所给出的数据点数、信号和噪声强度一定的输入数据进行随机共振分析可知, 步长 $h = 1/f_s = 1/5$ 能够保证计算结果的收敛性和稳定性.

以图 1 双稳系统对频率 $f_0 = 1$ Hz 特征信号的响应为例, 对大参数频率信号的频域信息交换随

机共振给出进一步解释. 设 $f_0 = 1$ Hz 信号的幅值 $A_0 = 0.3$, A_0 小于由 $a = 1$ 和 $b = 1$ 构成的双稳系统的跃迁临界值 0.385. 令采样频率 $f_s = 5$ Hz, 采样点数为 1000 点. 因图 1 中双稳系统响应最大值对应的噪声强度约为 0.2, 故令高斯白噪声的强度 $D = 0.2$. 于是, 将频率 $f_0 = 1$ Hz 和幅值 $A_0 = 0.3$ 的谐波叠加强度 $D = 0.2$ 的白噪声作为双稳系统的输入, 时域波形如图 3(a), 其相应的双稳系统输出时域波形如图 3(c) 所示. 显然双稳响应没有达到双阱跃迁的随机共振现象, 只是单势阱内的振荡响应. 对比双稳系统输入频谱图 3(b) 和输出频谱

图3(d)不难发现,输入信号的响应幅值不但没有被放大,反而被大大削弱,这也验证了图1中 $f_0 = 1$ Hz信号的低幅度随机共振响应曲线特征.造成这种现象的原因正是由于输入信号的频率 $f_0 = 1$ Hz不满足小参数条件.

为使大参数信号变换为符合绝热近似条件的小参数信号,以便了解其随机共振特性,采用本文提出的频域信息交换方法对图3信号进一步分析.首先将图3(b)输入频谱中的大参数信号1 Hz处的频域信息与基准低频(设置为0.01 Hz)处的频域信息进行交换,那么在0.01 Hz处可以获得原大参数信号的频谱信息,如图4(b)所示.然后将交换后的频谱逆傅里叶变换得到图4(a)所示的时间波形,

以图4(a)波形作为双稳系统的输入信号,可得到系统输出时域波形图4(c)及其频域谱图4(d).从系统响应可知,系统产生了明显的双阱大幅度跃迁的随机共振现象,而且在图4(d)的0.01 Hz处的信号幅值1.208远大于原信号幅值0.3,表明原信号得到了增强放大,证明频域信息交换方法可以实现大参数信号的随机共振检测.

由以上分析可知,在离散数据处理时,大参数信号的频域信息能够交换到基准低频处的前提是频率轴的分辨率必须足够高,才能够保证在频域轴上体现出基准低频的位置,否则无法找到基准低频的频域信息.如上例中分辨率达到了0.005 Hz,基准低频为0.01 Hz.

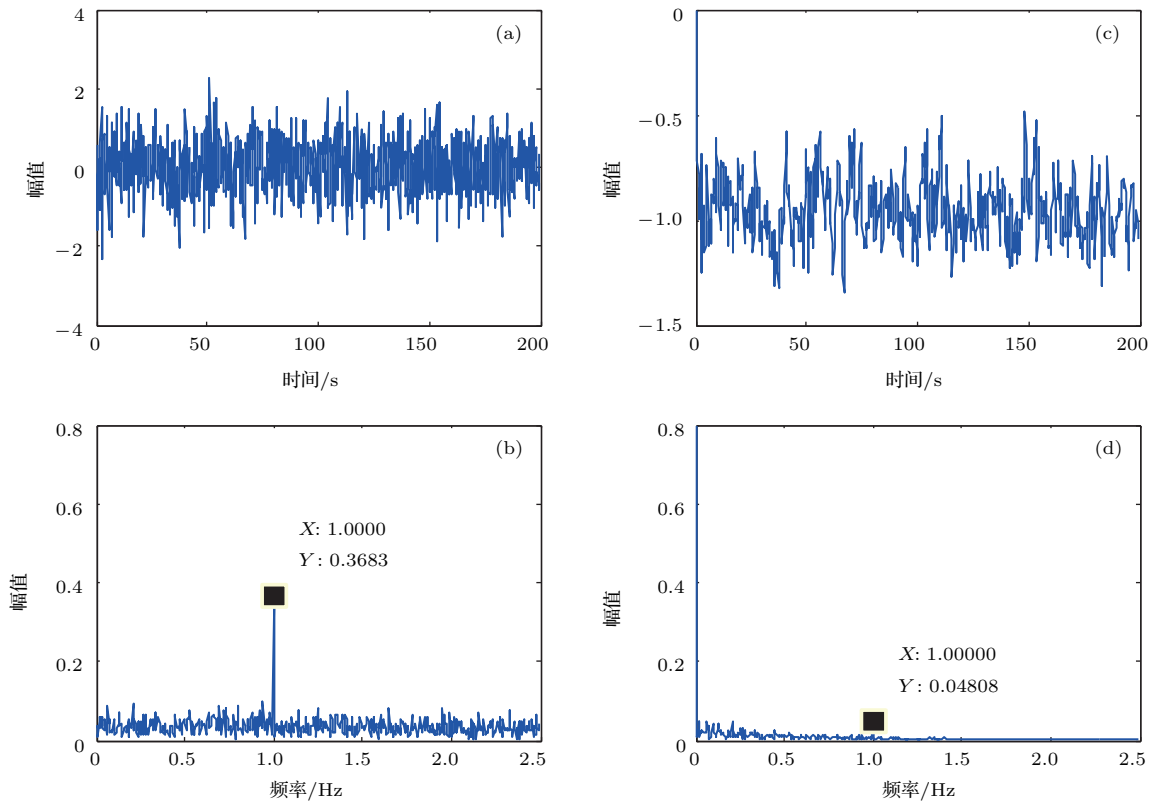


图3 (网刊彩色) 大参数信号的双稳随机共振系统输入与响应 (a) 输入信号的时域波形; (b) 输入信号的频谱; (c) 双稳系统响应的时域波形; (d) 双稳系统响应的频谱

Fig. 3. (color online) The response of the bi-stable SR system for the large-parameter input signal: (a) The input signal waveform; (b) the input signal spectrum; (c) the output signal waveform; (d) the output signal spectrum.

3.1 基于频域信息交换的随机共振机理

频域信息交换的随机共振方法实际上是通过基准低频信号和大参数特征信号的频率交换,使得大参数特征信号的频率满足小参数条件,以驱动双

稳系统产生双阱间的跃迁,实现特征信号的随机共振检测.这种信号的频域信息交换机理可以用相移的单边带信号调制(single-side band modulation, SSB)给予解释.图5是基于相移的单边带信号调制原理图.

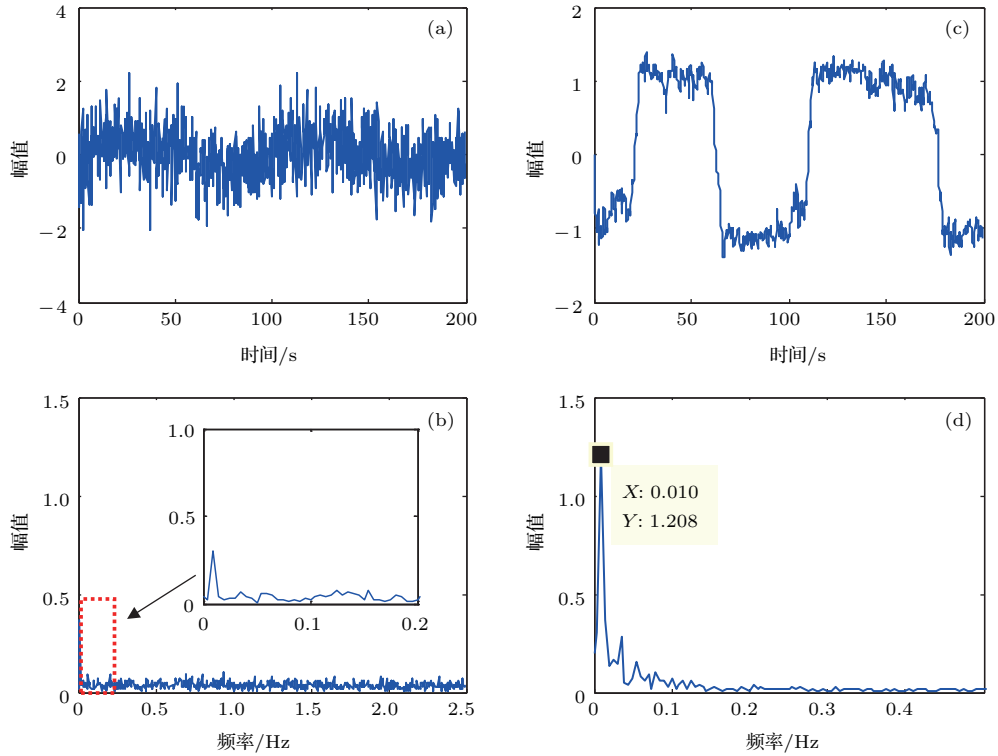


图4 (网刊彩色) 频域信息交换的双稳随机共振响应 (a) 频域信息交换后的信号时域波形; (b) 频域信息交换后的信号频谱; (c) 交换后信号的随机共振响应; (d) 交换后信号的响应频谱

Fig. 4. (color online) The response of the bi-stable SR system based on FIE (FIERSR): (a) The input signal wave form processed by FIE; (b) the input signal spectrum of waveform (a); (c) the waveform and (d) spectrum of the response of the bi-stable SR system.

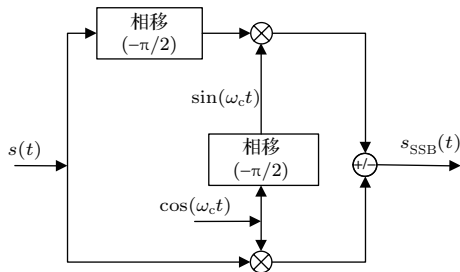


图5 SSB相移法原理图

Fig. 5. The flow chart of SSB.

信号 $s(t)$ 经过相移网络后, 会将其频率成分的相位移 $\pi/2$, 这一相移过程实际上是图6的希尔伯特 (Hilbert) 变换.

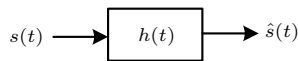


图6 信号的希尔伯特变换

Fig. 6. Hilbert transform.

连续时间信号 $s(t)$ 的 Hilbert 变换 $\hat{s}(t)$ 定义为

$$\begin{aligned} \hat{s}(t) &= \mathcal{H}[s(t)] = h(t) * s(t) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)h(t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad (9)$$

其中 $\mathcal{H}[\cdot]$ 表示取 Hilbert 变换.

Hilbert 变换器的单位冲击响应为

$$h(t) = \frac{1}{\pi t}. \quad (10)$$

Hilbert 变换器的频率特性为

$$H(j\omega) = -j\text{sgn}(\omega) = \begin{cases} -j, & \omega > 0, \\ j, & \omega < 0. \end{cases} \quad (11)$$

记 $H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$, 则 $|H(j\omega)| = 1$, 相位可表示为

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -\pi/2, & \omega > 0, \\ \pi/2, & \omega < 0. \end{cases} \quad (12)$$

因此, 信号 $s(t)$ 的 Hilbert 变换可以当作使用幅度为1的全通滤波器对信号 $s(t)$ 滤波. 信号通过 Hilbert 变换后, 信号的正频率成分做 $-\pi/2$ 相移, 而负频率成分做 $\pi/2$ 相移. 本文将基准低频信号和特征信号的频域信息交换, 本质上是对这两个信号分别进行上边带信号调制和下边带信号调制. 假设基准低频信号为 $s_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$, 特征信

号为 $s_t(t) = A_t \cos(\omega_t t + \varphi_t)$, 载波信号为 $\cos(\omega_c t)$, 则基准低频信号的上边带信号调制为

$$\begin{aligned} s_{\text{ISSB}}(t) &= s_1(t) \times \cos(\omega_c t) \\ &\quad - \mathcal{H}[s_1(t)] \times \mathcal{H}[\cos(\omega_c t)] \\ &= A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \times \cos(\omega_c t) \\ &\quad - A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \times \sin(\omega_c t) \\ &= A_1 \cos[(\omega_1 + \omega_c)t + \varphi_1]; \end{aligned} \quad (13)$$

特征信号的下边带信号调制为

$$\begin{aligned} s_{\text{tSSB}}(t) &= s_t(t) \times \cos(\omega_c t) \\ &\quad + \mathcal{H}[s_t(t)] \times \mathcal{H}[\cos(\omega_c t)] \\ &= A_t \cos(\omega_t t + \varphi_t) \times \cos(\omega_c t) \\ &\quad + A_t \sin(\omega_t t + \varphi_t) \times \sin(\omega_c t) \\ &= A_t \cos[(\omega_t - \omega_c)t + \varphi_t]. \end{aligned} \quad (14)$$

如果令载波信号的频率 $\omega_c = \omega_t - \omega_1$, 则 (13) 和 (14) 式可写成: $s_{\text{ISSB}}(t) = A_1 \cos(\omega_t t + \varphi_1)$, $s_{\text{tSSB}}(t) = A_t \cos(\omega_1 t + \varphi_t)$. 由此可知 $s_{\text{tSSB}}(t)$ 和 $s_{\text{ISSB}}(t)$ 实现了 $s_t(t)$ 和 $s_1(t)$ 的频率交换. 由于 ω_1 是

小参数频率, 所以 $s_{\text{tSSB}}(t)$ 也就成为满足绝热近似条件的小参数信号, 于是可进行随机共振的检测.

本文频域信息交换的随机共振调制方法与文献 [23, 24] 调制与解调随机共振的“调制”方法以及文献 [25] 移频变尺度随机共振的“移频”调制方法的不同之处在于, 本文的方法是对两个频率信号分别进行上边带和下边带的单边带调制, 而后两者方法实际上都是采用了双边带信号的调制. 在处理多频信号时, 双边带信号调制有可能造成下边带信号之间或者下边带信号与上边带信号之间的幅值叠加, 导致边带信号无法正确反映原始信号. 而频域信息交换的单边带调制方法不存在这样的问题. 例如, 对于单频输入信号 $s_1(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t)$ 和载波信号 $V(t) = \cos(2\pi f_c t)$, 输入信号 $s_1(t)$ 的双边带调制为

$$\begin{aligned} s_{\text{DSB}}(t) &= A_0 \cos(2\pi f_0 t) \times \cos(2\pi f_c t) \\ &= \frac{A_0}{2} \cos[2\pi(f_0 + f_c)t] \\ &\quad + \frac{A_0}{2} \cos[2\pi(f_0 - f_c)t], \end{aligned} \quad (15)$$

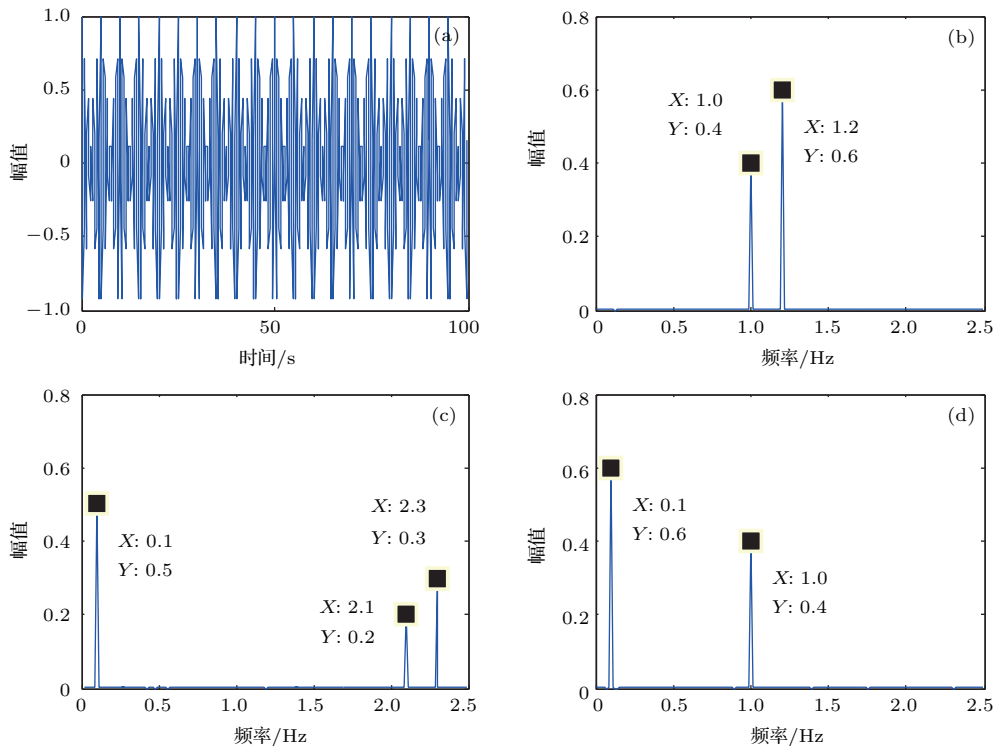


图7 (网刊彩色) 频域信息交换法与双边带调制法比较 (a) 1.2 Hz 和 1 Hz 多频原始信号时域波形; (b) 1.2 Hz 和 1 Hz 多频原信号频域谱图; (c) 双边带调制后的频域谱图; (d) 频域信息交换的频域谱图

Fig. 7. (color online) A comparison of FIE and DSB: (a) The waveform of a multi-frequency signal with 1.2 Hz and 1 Hz; (b) the spectrum of the multi-frequency signal; (c) the spectrum of the multi-frequency signal modulated by DSB; (d) the spectrum of the multi-frequency signal processed by FIE.

(15)式双边带的调制产生了上边带信号 $\frac{A_0}{2} \cos[2\pi(f_0 + f_c)t]$ 和下边带信号 $\frac{A_0}{2} \cos[2\pi(f_0 - f_c)t]$. 现假设输入信号 $s_2(t)$ 为双频信号 $s_2(t) = 0.4 \cos(2\pi \times 1 \times t) + 0.6 \cos(2\pi \times 1.2 \times t)$, 其时域波形和频谱图如图 7(a) 和图 7(b) 所示, 若将频率为 1.2 Hz 的子信号调制搬到 0.1 Hz 处, 则载波信号的频率应为 1.1 Hz. 那么按照 $s_1(t) \times \cos(2\pi f_c t)$ 的调制, 频率为 1 Hz 的信号经调制后, 其下边带调制信号的频率也是 0.1 Hz. 显然在 0.1 Hz 频率处, 两个频率信号的下边带调制幅值产生了叠加, 如图 7(c), 其中在 0.1 Hz 处的幅值为 0.5, 无法区分 1.2 Hz 子信号的幅值 0.3 和 1 Hz 子信号的幅值 0.2.

如果采用频域信息交换法处理, 首先通过傅里叶变换可获得 1.2 Hz 子信号的频域信息, 然后将其交换到 0.1 Hz 处, 那么 0.1 Hz 处的谱值也就具有 1.2 Hz 处的频域信息, 如图 7(d) 中 0.1 Hz 处的幅值仍然为 0.6. 而另一子信号谱值仍然保持在 1 Hz 处不变. 因此, 频域信息交换法通过对低频信号采用上边带信号调制和对大参数高频信号采用下边带信号调制, 就避免了双边带信号调制易产生边带信号间相互叠加的问题, 其随机共振的处理也就能准确地检测出特征信号.

3.2 非整周期采样的频域信息交换

整周期截取的频率 f_0 信号经过频域信息交换后, 在基准低频 f_1 处可以准确地反映 f_0 信号的幅值. 然而当数据采集存在信号的非整周期截取时, 由于频谱泄漏的存在, 那么频域信息交换后, f_0 信号的幅值信息就不能在基准低频 f_1 处予以准确地完全反映. 例如, 图 8(a) 是频率为 $f_0 = 1.533$ Hz、

幅值为 0.6 的时域波形信号. 假设采样频率为 5 Hz, 采样数据长度为 1000 点, 那么由于数据长度不是 f_0 信号的整周期倍, 频谱出现泄漏, 而且由于频域分辨率 (0.005 Hz) 不能准确刻画 f_0 频率点, $f_0 = 1.533$ Hz 的频谱被处理到 1.535 Hz 处, 因此在表示 f_0 频率点的 1.535 Hz 处频谱幅值为 0.4539, 小于实际信号的幅值 0.6, 如图 8(b). 在这种情况下, 如果只将 1.535 Hz 处的单频谱值信息交换到基准低频 f_1 (如 0.05 Hz) 处, 那么频谱泄漏部分的信息会保留在高频位置. 于是经过频域信息交换后的时域信号将包含大量的高频成分, 交换后的时域波形将变得较为模糊, 如图 9(a) 所示. 但是如果将 1.535 Hz 点及其两侧泄漏的频段带宽 (如 $1.535 \text{ Hz} \pm 0.045 \text{ Hz}$) 的频域信息一起搬到基准低频处 ($0.05 \text{ Hz} \pm 0.045 \text{ Hz}$), 那么原 f_0 信号的幅值信息可以较准确地赋予低频信号, 交换后的时域波形将变得清晰, 如图 9(b) 所示. 因此, 在频域信息交换时, 为了保证幅值信息的完整性, 本文将特征频率点及其两侧一小段频带的频域信息与同带宽长度的基准低频带信息进行交流, 这种频段而非单频的谱值信息交换可降低特征信息的丢失.

3.3 频域信息交换的噪声特性分析

对于频率 f_0 正弦信号和加性高斯白噪声构成的双稳系统输入信号, 当 f_0 处的频域信息交换到基准低频 f_1 处时, 相应地在 f_0 和 f_1 处的噪声频域信息也发生了交换. 由于高斯白噪声的均值和自相关函数满足 $\langle n(t) \rangle = 0$ 和 $\langle n(t)n(t-\tau) \rangle = 2D\delta(\tau)$, 其功率谱密度是均匀分布的, 因此交换两个频率点的噪声频域信息, 并不改变其功率谱密度, 噪声分布特性也不会改变.

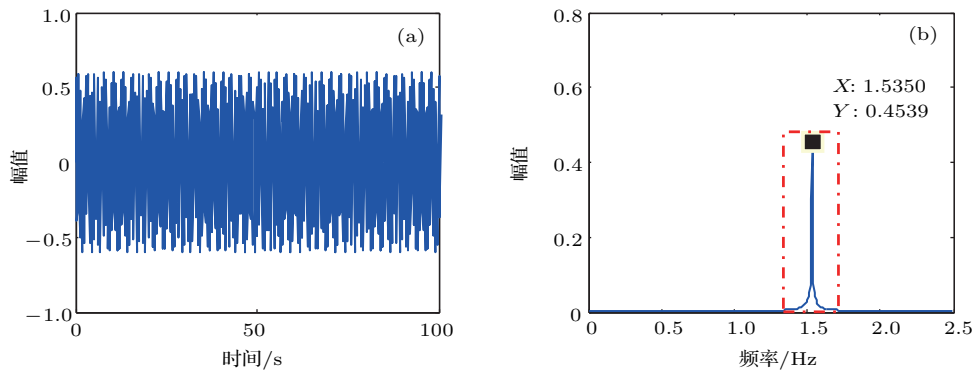


图 8 (网刊彩色) 信号傅里叶变换中的频谱泄漏现象 (a) 时域信号波形; (b) 频域谱图

Fig. 8. (color online) The spectrum leakage of FFT: (a) The waveform and (b) spectrum of a non-integer period sampling signal.

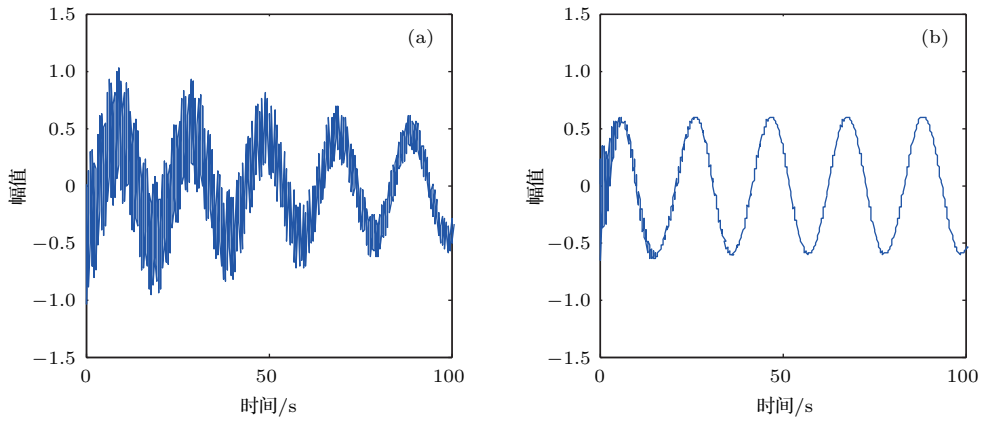


图9 单频和频段的频域信息交换的时域波形 (a) 单频 1.535 Hz 的频域信息交换; (b) 频率 1.535 Hz 及其两侧 0.045 Hz 带宽的频域信息交换

Fig. 9. Waveforms of the signal processed by exchanging single frequency information and narrow band spectrum respectively: (a) The output waveform of the FIE system works at the single frequency 1.535 Hz; (b) the output waveform of the FIE system works at the narrow band spectrum [1.49 Hz, 1.535 Hz].

4 低采样频比的频域信息交换随机共振

对于实际工程大参数频率特征信号, 为了实现其双稳随机共振的检测, 常用的一种方法是变尺度随机共振方法. 该方法通过尺度变换将采样频率 f_s 和特征信号频率 f_0 进行同比例压缩, 使大参数频率的特征信号变换为满足绝热近似条件的低频信号, 实现大参数频率信号的随机共振检测. 然而变尺度随机共振方法受到采样频比 k 的限制^[19]. 采样频比定义为采样频率与特征信号频率的比值 $k = f_s/f_0$. 通常当 $k \geq 50$ 时才会有平稳的共振谱峰, 也就是说变尺度随机共振可检出的信号频率范围为 $0 < f_0 \leq f_s/50$, 而对于 $f_s/50 < f_0 < f_s/2$ 频段的信号则不易准确地检出. 如果直接将基于频域信息交换的随机共振应用于上述大采样频率、低采样频比信号检测, 通常是不可行的. 主要有两方面的原因: 1) 如第3节中提到频率轴分辨率问题, 对于数据点数 N 一定的数据, 采样频率 f_s 越高, 其频率轴的分辨率 $\Delta f = f_s/N$ 也就越低, 如果无法体现出基准低频位置, 也就无法进行频域信息交换; 2) 采样频率 f_s 越高, 其对应的积分时间步长也就越小, 那么计算的数据量也就越大, 只有数据量足够大的情况下才能保证双稳系统的输出产生随机共振现象. 然而为了节省运算成本, 通常系统处理的数据点 N 不会太大. 因此较大的采样频率也就使得频域信息交换随机共振无法应用于信号检

测. 为了能检出满足采样定律的任意特征频率信号, 本文将频域信息交换和尺度变换的思想结合, 提出基于变尺度频域信息交换的随机共振信号检测方法.

4.1 变尺度频域信息交换的随机共振

变尺度随机共振在对采样频率为 f_s 和特征信号频率为 f_0 的原始数据 $s_{in}(t)$ 进行 R -尺度变换后, 采样频率变为 $f_{sr} = f_s/R$, 特征频率变为 $f'_0 = f_0/R$. 由于双稳方程(1)响应解的步长 h 常取为采样频率的倒数 $h = 1/f_{sr}$, 因此 R 的选择关系到解的收敛性. 在采样频比 k 较低时, 一般很难找出合适的 R 值既能保证 R -尺度变换后的信号频率 f'_0 满足小参数条件, 又能保证方程(1)解的收敛性, 以实现随机共振. 因此, 本文所给出的基于变尺度频域信息交换的随机共振方法是, 首先选取合适的 R 值保证双稳方程(1)的数值解具有收敛性, 然后对不满足小参数条件的 R 尺度变换特征频率 f'_0 进行频域信息交换处理, 最后通过随机共振检测出特征信号. 具体变换计算过程分析如下.

对于 R -尺度变换, 特征信号的频率变换为 $f'_0 = f_0/R$, 其对应的时间尺度变换为 $t' = Rt$. 于是原双稳方程(1)所对应的尺度变换方程^[28]可表示为

$$\frac{dx}{dt'} = ax - bx^3 + A \sin(2\pi f'_0 t') + n(t'), \quad (16)$$

式中噪声 $n(t')$ 与原噪声 $n(t)$ 具有相同的分布特性. 当尺度变换后的频率 f'_0 不满足小参数条件(绝热近

似条件)时, 将频率 f'_0 处的频域信息交换到基准低频 f_1 处, 则方程 (16) 可改写为

$$\frac{dx}{dt'} = ax - bx^3 + A \sin(2\pi f_1 t') + n'(t'), \quad (17)$$

式中 $n'(t')$ 为交换后的噪声, 与噪声 $n(t')$ 或 $n(t)$ 具有相同的分布特性. 对方程 (17) 数值求解, 可得到基准低频 f_1 处的频谱特征, 据此可反映频率 f_0 信号的特征.

4.2 大参数信号检测的数值分析

设大参数特征信号是幅值 $A_0 = 0.1$ 和频率 $f_0 = 260$ Hz 的谐波信号, 该谐波信号与强度 $D = 1$ 的高斯白噪声叠加混合成为信噪比 $SNR = -27.8$ dB 的输入信号 $s_{in}(t)$, 从 $s_{in}(t)$ 的时

域波形图 10(a) 及其频谱图 10(b) 中无法清晰地确认 f_0 特征信号的存在. 令采样频率 f_s 为 1000 Hz, 采样点数 N 为 5000 点, 并取双稳系统结构参数 $a = 0.5$ 和 $b = 1$. 先对信号 $s_{in}(t)$ 进行变尺度随机共振处理. 为了保证系统输出的收敛性, 选取尺度系数 $R = 200$, 则尺度变换后的采样频率和特征频率分别为 $f_{sr} = 5$ Hz 和 $f'_0 = 1.3$ Hz, 压缩后的特征信号仍不能满足小参数条件, 无法从双稳系统响应波形图 10(c) 及其频谱图 10(d) 中确定 1.3 Hz 特征频率成分的存在. 其原因在于太小的采样频比 $k = f_s/f_0 = 1000/260 \approx 3.85$ 没有满足变尺度随机共振要求的 $k > 50$. 因此, 直接采用变尺度随机共振无法检测低采样频比的大参数特征信号.

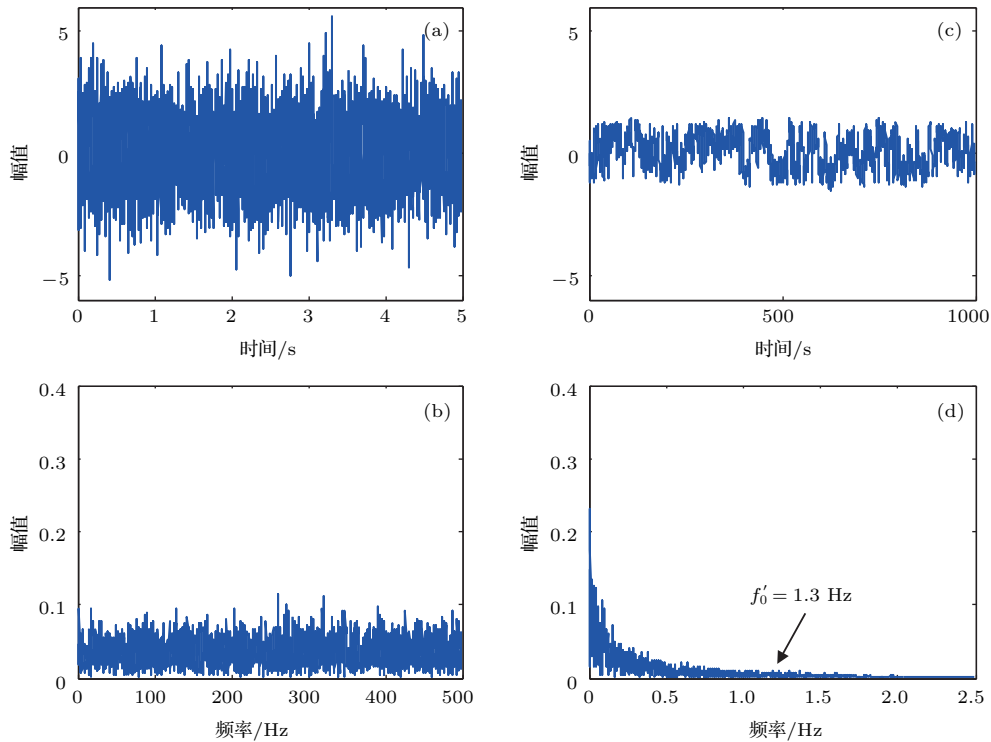


图 10 低采样频比下的变尺度随机共振信号检测 (a) 信号 $s_{in}(t)$ 的时域波形; (b) 信号 $s_{in}(t)$ 的频谱; (c) 变尺度双稳响应时域波形; (d) 变尺度双稳响应频谱

Fig. 10. Signal detection based on re-scaling frequency stochastic resonance (RFSR) system at a low sampling ratio: (a) The waveform of the input signal $s_{in}(t)$; (b) the spectrum of the signal $s_{in}(t)$; (c) the waveform of the RFSR system response; (d) the spectrum of the RFSR system response.

如果将频域信息交换的随机共振用于上述信号检测, 首先需要确定频率轴的分辨率. 由给定的采样频率、采样点数可得频率轴的分辨率为 $1000 \text{ Hz}/5000 = 0.2 \text{ Hz}$. 那么在频率轴上无法找到 10^{-2} Hz 数量级的小参数频率信息, 不得已此处只能将 260 Hz 处频域信息交换到最小基准低频 0.2 Hz 处, 交换后信号时域图及其频谱如图 11(a)

和图 11(b) 所示. 取双稳响应数值解步长为采样频率的倒数 $1/1000$, 得到系统响应的时域和频谱如图 11(c) 和图 11(d), 可以看出系统输出端并没有出现随机共振现象, 这是因为 5000 点的数据量太少, 不能满足小步长条件下所需的数据量. 因此在大采样频率条件下, 直接通过频域信息交换的随机共振方法无法实现特征信号检测.

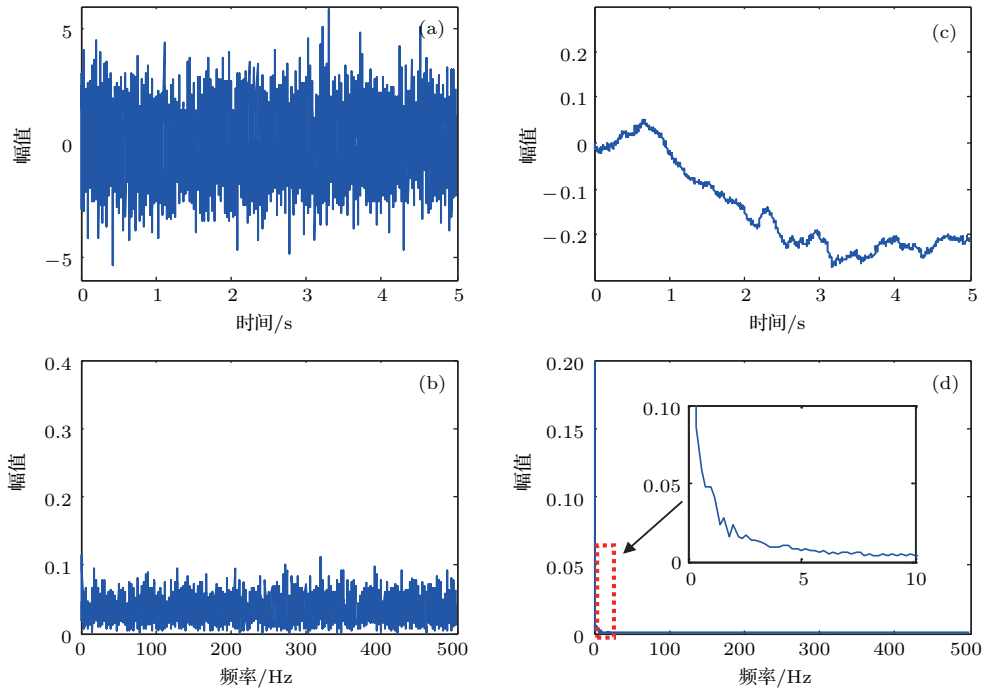


图 11 (网刊彩色) 低采样频比下频域信息交换随机共振信号检测 (a) 和 (b) 分别是原输入信号 $s_{in}(t)$ 经频域信息交换后的时域波形及其频谱; (c) 和 (d) 分别是输入信号 $s_{in}(t)$ 频域信息交换后的双稳响应时域波形及其频谱

Fig. 11. (color online) Signal detection based on FIESR at a low sampling ratio: (a) The waveform and (b) spectrum of the signal derived from the original input signal $s_{in}(t)$ by FIE; (c) the waveform and (d) spectrum of the FIESR system response to the input signal $s_{in}(t)$.

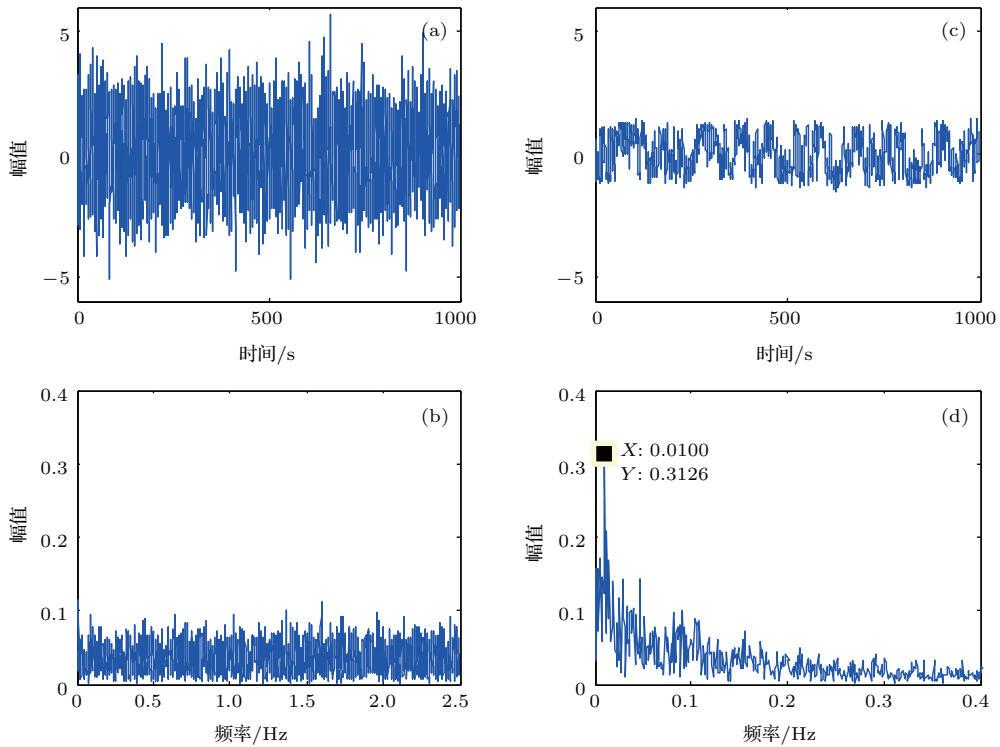


图 12 (网刊彩色) 低采样频比下变尺度频域信息交换的随机共振信号检测 (a) 原输入信号经变尺度、频域信息交换后的时域波形 $s_{in}(t')$; (b) 信号 $s_{in}(t')$ 的频谱; (c) 信号 $s_{in}(t')$ 的双稳随机共振响应; (d) 信号 $s_{in}(t')$ 的双稳随机共振响应谱

Fig. 12. (color online) Signal detection based on FIE and RFSR system (named F-RFSR) at a low sampling ratio: (a) The waveform of the signal $s_{in}(t')$ derived from the original input signal by re-scaling frequency and FIE; (b) the spectrum of the signal $s_{in}(t')$; (c) the waveform of the F-RFSR system response to the signal $s_{in}(t')$; (d) the spectrum of the F-RFSR system response to the signal $s_{in}(t')$.

下面将基于变尺度频域信息交换的随机共振应用于上述信号的检测. 尺度系数 R 仍取 200, 基准低频为 0.01 Hz, 将变尺度后的信号 1.3 Hz 处的频域信息与基准低频处的频域信息交换, 得到新的时域信号 $s_{in}(t')$ 及其频谱, 如图 12(a) 和图 12(b) 所示. 变尺度和频域信息交换后的信号可看成是以 5 Hz 采样频率对 0.01 Hz 谐波叠加高斯白噪声信号的采样信号. 数值求解包含信号 $s_{in}(t')$ 的方程 (17), 得到双稳响应的时域和频域图, 如图 12(c) 和图 12(d) 所示. 从响应频谱中可明显看出 0.01 Hz 频率信号的存在, 表明原始信号 $s_{in}(t)$ 中包含有 260 Hz 的特征信号, 证明基于变尺度频域信息交换的随机共振方法可有效解决低采样频比制约变尺度随机共振实现的问题.

5 基于变尺度频域信息交换的随机共振信号检测性能

为进一步分析频域信息交换前后变尺度随机共振特征信号的检测性能, 在不同噪声强度(或不同信噪比)和不同采样频比条件下, 本节研究二

者的特征信号检出率 (detection probability, DP)). 这里检出率是指从噪声中识别出特征信号的概率, 即当系统输出频谱中特征信号频率处的幅值与其他频率处幅值之比大于等于某阈值 T 时, 特征信号视为可识别, 以下设 T 为 1.3. 令双稳系统结构参数 $a = 0.5$ 和 $b = 1$, 可知系统跃迁阈值 0.14. 取大参数特征信号的幅值 $A = 0.12$ 和频率 $f_0 = 100$ Hz, 信号幅值低于系统的跃迁阈值, 需要噪声的协助才能产生跃迁共振. 选取基准低频 $f_1 = 0.01$ Hz, 变尺度后的采样频率 $f_{sr} = 5$ Hz. 设噪声强度的取值范围为 $0.8 \leq D \leq 6$, 则信噪比范围为 $[-32.2$ dB, -23.5 dB]. 在满足奈奎斯特采样定理的前提下, 设采样频比 k 的取值范围为 $[10, 60]$, 则对应的实际采样频率 f_s 范围为 $[1$ kHz, 6 kHz]. 不同采样频率下的采样数据点数相同, 设为 5000 点. 于是在不同噪声强度(或不同信噪比)和不同采样频比条件下, 图 13, 图 14 和图 15 分别给出了快速傅里叶变换 (FFT) 幅频分析法、变尺度随机共振方法和基于变尺度频域信息交换的随机共振方法的特征信号检出率.

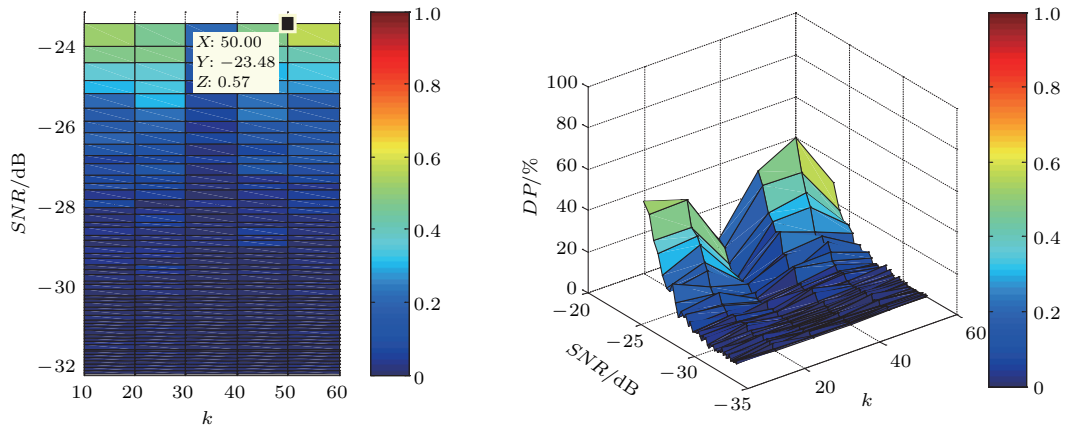


图 13 (网刊彩色) FFT 幅频分析法特征信号检出率
Fig. 13. (color online) The DP of target signal with FFT.

对比变尺度随机共振法和 FFT 幅频分析法的信号检出率(如图 13 和图 14), 可以看出, 当信噪比低于 -23.5 dB 时, 在所给定的采样频比下 FFT 幅频分析法信号检出率普遍较低, 其最大检出率为 57%. 而变尺度随机共振方法在采样频比 $k \geq 50$ 时, 信号检出率得到了较大提高, 最大检出率可达到 85%, 但是当采样频比 $k < 50$ 时, 变尺度随机共

振的检出率并没有提升到理想的数值. 特别是当采样频比较小时(如 $k = 10$), 变尺度随机共振的检出率不但没有提高反而降低了. 这是因为采样频比较小时, 特征信号的频率经过尺度变换并没有压缩到小参数频率, 经双稳系统处理后信号的幅值受到了削弱(如图 3). 这也验证了变尺度随机共振方法受采样频比限制 [19] 的结论.

对于变尺度频域信息交换的随机共振图 15 的结果, 在 FFT 幅频分析法较低检出率所对应的信噪比条件下, 其特征信号检出率都有较大的提升. 与变尺度随机共振相比, 变尺度频域信息交换的随机共振不仅在大采样频比 $k \geq 50$ 下信号检测性能得到提高 (如图 15 中 $k = 50$ 时检出率达到了 97%), 而且在低采样频比 $k < 50$ 条件下也

达到了较高的检出率. 特别是在 $k = 10$ 时, 变尺度频域信息交换随机共振的特征信号检出率也达到了 84%. 这说明基于变尺度频域信息交换的随机共振克服了变尺度随机共振采样频比的限制, 即使在较低的采样频比条件下, 变尺度频域信息交换的随机共振系统也能够具有较高的信号检出率.

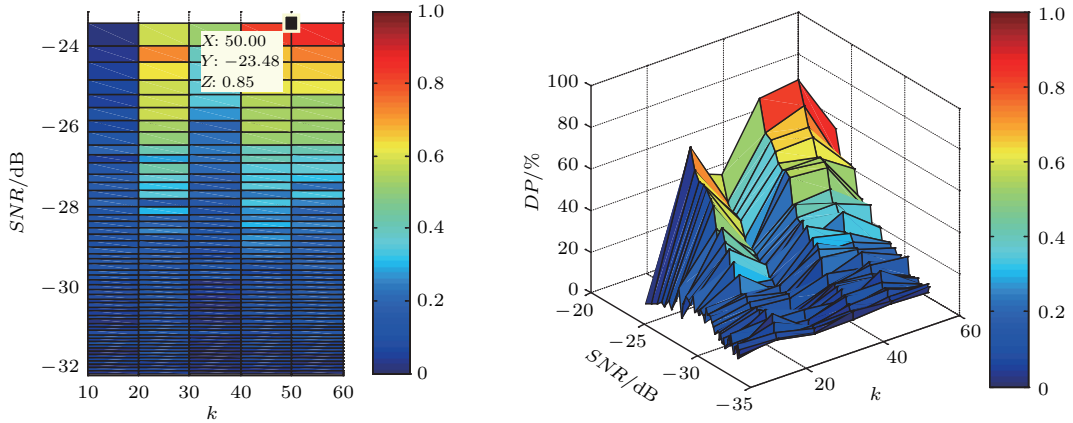


图 14 (网刊彩色) 变尺度随机共振特征信号检出率

Fig. 14. (color online) The DP of target signal with RFSR.

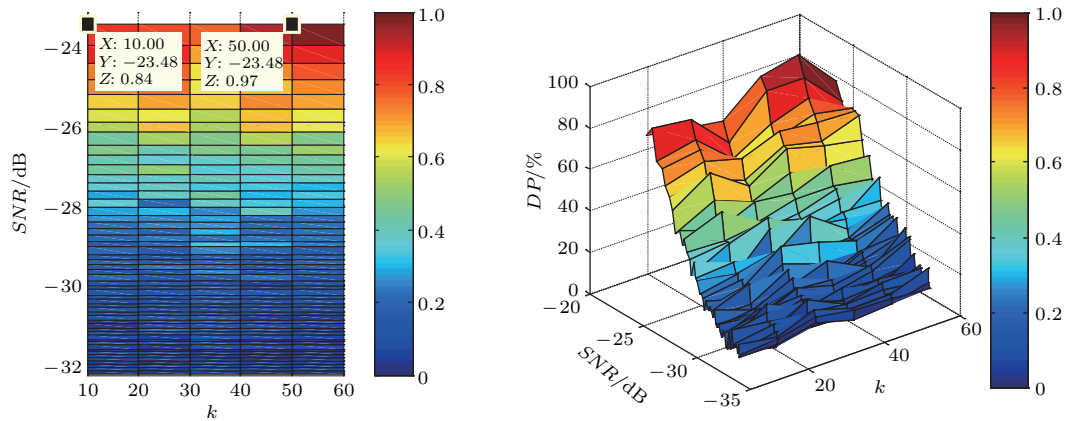


图 15 (网刊彩色) 基于变尺度频域信息交换的随机共振特征信号检出率

Fig. 15. (color online) The DP of target signal with F-RFSR.

6 结 论

绝热近似小参数条件制约了传统随机共振检测特征频率为大参数的信号, 因此制约了随机共振在实际工程中的应用. 虽然变尺度随机共振方法通过 R -尺度的频率压缩可实现大频率信号的随机共振, 但是该方法使用的前提是数据采集时必须具有较高的采样频比, 因此其工程应用仍然不方便. 为解决这一问题, 本文提出了基于频域信息交换的随

机共振方法, 并根据相移的单边带信号调制原理阐述了基于频域信息交换的随机共振机理. 将频域信息交换思想引入到变尺度随机共振中, 给出了基于变尺度频域信息交换的随机共振信号检测方法. 数值模拟和信号检测性能分析可知, 基于变尺度频域信息交换的随机共振比变尺度随机共振具有更低的采样频比, 可利用较低的采样频率实现大参数特征信号的有效检测, 因此进一步方便了随机共振的实际工程应用.

参考文献

- [1] Beniz R, Sutura A, Vulpiani A 1981 *J. Phys. A: Math. Gen.* **14** L453
- [2] McNamara B, Wiesenfeld K 1989 *Phys. Rev. A* **39** 4854
- [3] Gammaitoni L, Hanggi P, Jung P, Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 223
- [4] Hu G 1994 *Stochastic Forces and Nonlinear System* (Shanghai: Shanghai Science & Technology Education Press) pp219–254 (in Chinese) [胡岗 1994 随机力与非线性系统 (上海: 上海科技教育出版社) 第 219—254 页]
- [5] Bates R, Blyuss O, Zaikin A 2014 *Phys. Rev. E* **89** 032716
- [6] Yang Y B, Jiang Z P, Xu B H 2009 *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 145207
- [7] Dylov D V, Fleischer J W 2010 *Nat. Photon.* **4** 323
- [8] Jha R K, Biswas P K, Chatterji B N 2012 *IET Image Process.* **6** 230
- [9] Duan F B, Xu B H 2003 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **13** 411
- [10] Hu N Q, Chen M, Wen X S 2003 *Mech. Syst. Signal Pr.* **17** 883
- [11] Li J M, Chen X F, He Z J 2013 *Mech. Syst. Signal Pr.* **36** 240
- [12] Wang J, He Q B, Kong F R 2014 *J. Sound Vib.* **333** 7401
- [13] Shi P M, Ding X J, Han D Y 2014 *Measurement* **47** 540
- [14] Han D Y, Li P, An S J, Shi P M 2016 *Mech. Syst. Signal Pr.* **70** 995
- [15] Zhao W L, Wang J, Wang L Z 2013 *Chaos* **23** 033117
- [16] Berdichevsky V, Gitterman M 1999 *Phys. Rev. E* **60** 1494
- [17] Jia Y, Yu S N, Li J R 2000 *Phys. Rev. E* **62** 1869
- [18] Jin Y F 2012 *Physica A* **391** 1928
- [19] Leng Y G, Leng Y S, Wang T Y, Guo Y 2006 *J. Sound Vib.* **292** 788
- [20] Leng Y G, Wang T Y, Guo Y, Xu Y G 2007 *Mech. Syst. Signal Pr.* **21** 138
- [21] Chen M, Hu N Q, Qin G J, An M C 2009 *Chin. J. Mech. Eng.* **45** 131 (in Chinese) [陈敏, 胡萑庆, 秦国军, 安茂春 2009 机械工程学报 **45** 131]
- [22] Yang D X, Hu Z, Yang Y M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 080501 (in Chinese) [杨定新, 胡政, 杨拥民 2012 物理学报 **61** 080501]
- [23] Ye Q H, Huang H N, He X Y, Zhang C H 2003 *OCEANS 2003 Proceedings San Diego, CA, USA, September 22–26, 2003* p2410
- [24] Lin M, Huang Y M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3277 (in Chinese) [林敏, 黄咏梅 2006 物理学报 **55** 3277]
- [25] Tan J Y, Chen X F, Wang J Y, Chen H X 2009 *Mech. Syst. Signal Pr.* **23** 811
- [26] Yang D X, Hu N Q 2003 *J. Natl. Univ. Def. Technol.* **25** 91 (in Chinese) [杨定新, 胡萑庆 2003 国防科技大学学报 **25** 91]
- [27] Zhai R C, Xie W S 2000 *Numerical Analysis* (Tianjin: Tianjin University Press) pp235–236 (in Chinese) [翟瑞彩, 谢伟松 2000 数值分析 (天津: 天津大学出版社) 第 235—236 页]
- [28] Leng Y G 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020503 (in Chinese) [冷永刚 2011 物理学报 **60** 020503]

Stochastic resonance based on frequency information exchange*

Liu Jin-Jun¹⁾ Leng Yong-Gang^{1)†} Lai Zhi-Hui²⁾ Tan Dan¹⁾

1) (School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

2) (School of Mechatronics Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

(Received 27 June 2016; revised manuscript received 22 August 2016)

Abstract

In the past few decades, stochastic resonance (SR) has attracted considerable attention of researchers due to a curious phenomenon appearing in a nonlinear system: an input weak periodic signal can be amplified and optimized by the assistance of noise. It has been proved that the classical stochastic resonance (CSR) has the adiabatic limit, so the performance of CSR in high-frequency signal detection is restricted in practical engineering. To break the restriction, a number of methods have been suggested, such as re-scaling frequency stochastic resonance (RFSR), parameters normalized stochastic resonance, modulated stochastic resonance, etc. Although the high-frequency signal can be detected by the above methods in specific conditions, there are some problems that restrict their applications in different circumstances. In this paper, a new method, stochastic resonance based on frequency-information exchange (FIESR), is developed to deal with the adiabatic limit of CSR. The mechanism of FIESR is analyzed in detail by the theory of single-side band modulation (SSB) which is based on phase shift. The information in small-parameter frequency domain is swapped with the information of the high-frequency target signal. Then the amplitude and phase of the target signal are moved to the small-parameter frequency domain. Consequently the target signal can be enhanced and detected by CSR in small-parameter frequency domain. Besides, a necessary plan, narrow band spectrum exchange, is put forward to diminish the influence of the spectrum leakage of FIESR. It is well known that the RFSR is a method of detecting the practical signal with large-parameter frequency. Through rescaling the time interval of the signal and compressing its frequency according to the scale R , the large-parameter frequency is compressed into a small-parameter frequency. The RFSR has a good performance in mechanical incipient fault diagnosis. However, it has a high sampling ratio limitation. The ratio of sampling frequency to target signal frequency is more than 50. To overcome this weakness of RFSR, frequency-information exchange (FIE) is introduced into RFSR. A new signal detection method based on FIE and RFSR, named F-RFSR, is put forward simultaneously. The flow of F-RFSR consists of three steps. Firstly, the frequency of the original input signal is compressed linearly according to the estimated scale. Then, the frequency information is exchanged between the compressed target signal and the small-parameter signal in the frequency domain. Finally, the CSR is used to amplify and detect the weak target signal processed by re-scaling frequency and FIE. Performance analysis of signal detection and numerical simulation are carried out to demonstrate that F-RFSR has more efficient sampling ratio than RFSR for practical application.

Keywords: stochastic resonance, signal detection, frequency-information exchange, re-scaling frequency

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

DOI: 10.7498/aps.65.220501

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51275336), and Tianjin Research Program of Application Foundation and Advanced Technology, China (Grant No. 15JCZDJC32200).

† Corresponding author. E-mail: leng_yg@tju.edu.cn