

旋转圆柱等离子体中撕裂模和 Kelvin-Helmholtz 不稳定性的激发特性

毕海亮 魏来 范冬梅 郑殊 王正汹

Excitations of tearing mode and Kelvin-Helmholtz mode in rotating cylindrical plasmas

Bi Hai-Liang Wei Lai Fan Dong-Mei Zheng Shu Wang Zheng-Xiong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 225201 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.225201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.225201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

黏滞等离子体中双撕裂模不稳定性的数值模拟研究

Numerical study of double tearing mode instability in viscous plasma

物理学报.2013, 62(2): 025205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.025205>

HL-2A 托卡马克上的边缘局域模特性初步研究

Preliminary behavior studies of edge localized modes on HL-2A

物理学报.2012, 61(20): 205201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.205201>

小波变换在 HT-7 Tokamak 磁流体动力学振荡动态频谱分析中的应用

Application of wavelet transform in the dynamic frequency spectrum analysis of magnetohydrodynamics oscillations on HT-7 Tokamak

物理学报.2010, 59(10): 7209-7213 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.59.7209>

旋转圆柱等离子体中撕裂模和Kelvin-Helmholtz不稳定性的激发特性*

毕海亮¹⁾²⁾ 魏来^{1)†} 范冬梅¹⁾ 郑殊¹⁾ 王正涵^{1)‡}

1)(大连理工大学, 三束材料改性教育部重点实验室, 物理与光电工程学院, 大连 116024)

2)(中国航天系统科学与工程研究院, 北京 100048)

(2016年6月19日收到; 2016年8月18日收到修改稿)

采用约化的磁流体力学模型, 数值研究了柱位形等离子体中 q 剖面 and 极向旋转剖面对 $q = 1$ 撕裂模不稳定性 and Kelvin-Helmholtz (K-H) 不稳定性的影响. 随着旋转强度的增加, $m/n = 1/1$ 模被逐渐抑制, 而高阶谐波模式(如 $m/n = 2/2$, $m/n = 3/3$ 等)会经历四个区间: 撕裂模失稳区间、撕裂模致稳区间、稳定窗口区间 and K-H不稳定性激发区间. 更进一步, 我们发现, $m/n = 1/1$ 模的增长率随旋转强度的改变与剪切层所处位置有关, 并且剪切层分布在有理面内外的结果基本一致; 然而高阶谐波模式却没有此类现象. 另外, 有理面处磁剪切越小, 撕裂模越容易被剪切流抑制, 并且越容易激发 K-H 不稳定性.

关键词: q 剖面, 旋转剖面, 撕裂模不稳定性, Kelvin-Helmholtz 不稳定性

PACS: 52.55.Tn, 52.30.Cv, 52.65.Kj

DOI: 10.7498/aps.65.225201

1 引言

实验室等离子体和星际空间等离子体中经常会观测到等离子体的剪切流动^[1-5]. 在托卡马克实验装置中, 中性束注入可以驱动宏观尺度的等离子体旋转, 而微观湍流也会自组织产生小尺度的带状流^[6,7]. 等离子体旋转可以抑制磁流体不稳定性, 从而提高热核聚变装置中等离子体的约束性能. 例如, 等离子体旋转可以通过减小不稳定阈值来降低宏观尺度上的磁流体动力学不稳定性, 并且可以通过过去相关抑制微观湍流运输^[4,6,7]. 在 JET, DIII-D 和 NSTX 托卡马克装置中, 都观察到了剪切流对撕裂模的稳定作用^[8,9]. Chen 和 Morrison^[10] 在理论上系统研究了平板位形下剪切流存在时非常数磁通(如 $m/n = 1/1$ 模)和常数磁通(如 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模)撕裂模的情况. 这些结果适用

于弱剪切流或中等强度的剪切流对撕裂模的影响. 如果存在强剪切的等离子体流, 则会引起 Kelvin-Helmholtz (K-H) 不稳定性^[11,12]. K-H 不稳定性通常与包含拐点的流剖面有关, 能量来自于周围环境中的流动能量^[13], 但有时可以在非均匀磁场中不含拐点的流剖面中激发^[14]. 在 JT-60U 实验装置中已经观察到了由剪切流驱动的中等时间尺度的类似 K-H 不稳定性^[15].

在 Chen 和 Morrison 的文章中指出, 剪切流对非常数磁通(如 $m/n = 1/1$ 模)和常数磁通(如 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模)撕裂模的作用从本质上来看是不同的^[10]. 大量的实验方法^[16,17]和理论计算^[18-28]表明, $m/n = 1/1$ 撕裂模的不稳定性与锯齿振荡的快速塌陷阶段紧密相关. 相对而言, 还没有对 $q = 1$ 的高阶谐波模式进行深入研究, 所以, 人们普遍认为常数磁通的 $q = 1$ 高阶谐波增长

* 国家自然科学基金(批准号: 11322549, 11275043, 11305027)、大连市杰出人才基金(批准号: 2015R001)和中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: DUT14RC(3)157, DUT15YQ103)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: laiwei@dlut.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: zzwang@dlut.edu.cn

率比非常数磁通的 $m/n = 1/1$ 的扭曲撕裂模增长率要小得多. 不过, 在装置 TFTR, WT-3, HL-2A, ASDEX Upgrade 和 HT-7 的最近实验结果中, 都观察到了 $q = 1$ 的高阶谐波模式 (如 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模) 与 $m/n = 1/1$ 模一样强, 并且在热扩散模式和锯齿振荡的塌陷结构演化阶段起着重要的作用^[29-35]. 另外, $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模还可以通过诱发种子磁岛, 从而导致新经典撕裂模^[36,37]. 在理论上对 $q = 1$ 的高阶谐波模式的研究相对较少. Furth 等^[38] 曾经对无限大 Δ' 的 $m/n = 1/1$ 模进行了理论研究, 然而, 这个结果并不能合理解释有限大 Δ' 的 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模的实验数据. 最近几年, 才有使用约化的无碰撞流体模型研究了 $q = 1$ 高阶谐波撕裂模的 q 剖面的作用^[39]. 更进一步, Wei 和 Wang^[40] 在此基础上讨论了极向旋转对 $q = 1$ 高阶谐波撕裂模的影响, Fan 等^[41] 则对随着极向旋转的增强由撕裂模到 K-H 不稳定性的转化过程进行了更细致的研究.

本文采用约化的磁流体力学模型, 数值计算了柱位形等离子体中不同的 q 剖面 and 不同的旋转强度下增长率的变化情况, 综合分析比较了 $q = 1$ 的非常数磁通 ($m/n = 1/1$ 模) 和常数磁通 ($m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模) 撕裂模的演化情形, 并给出了增长率大小随着中心处旋转强度 Ω_0 、中心处安全因子 $q(r = 0)$ 、剪切层位置 r 和有理面处磁剪切 $S(r_s)$ 等多维变量变化的结果.

2 物理模型

在本文中, 我们采用柱位形下的约化两场磁流体动力学模型. 模型中假设高环径比 $\varepsilon = a/R \ll 1$ (R 和 a 分别为托卡马克的大小半径) 和低 β 值 (β 为等离子体热压和磁压的比率). 磁场可以表示为极向磁通的形式 $\mathbf{B} = B_\xi \hat{\xi} + \nabla\psi \times \hat{\xi}$ (其中 B_ξ 为常数, $\hat{\xi} \equiv \hat{z}/R_0 q(a)$ 为环向单位矢量, ψ 是极向磁通函数). 我们把欧姆定律 $\mathbf{E} = -\mathbf{V} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{J}$ 代入法拉第电磁感应定律 $\partial \mathbf{B} / \partial t = -\nabla \times \mathbf{E}$ 中, 可得

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} \hat{\xi} = \mathbf{V} \times \mathbf{B} - \eta \mathbf{J} + \nabla \chi, \quad (1)$$

这里 \mathbf{E} 是电场, \mathbf{J} 是电流密度, η 是等离子体电阻率, χ 是电势. 将方程 (1) 写成 $\hat{\xi}$ 方向的分量和垂直于 $\hat{\xi}$ 方向的分量, 则

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{\xi} \cdot (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \eta j_\xi + \frac{\partial \chi}{\partial \xi}, \quad (2)$$

$$(\mathbf{V} \times \mathbf{B})_\perp + \nabla_\perp \chi = 0. \quad (3)$$

在不可压缩近似的条件下, 忽略环向速度的影响, 等离子体流速可以表示为 $\mathbf{V} = -\nabla\phi \times \hat{\xi}$ (ϕ 是流函数), 代入方程 (3), 可以得到 $\phi = -\chi/B_\xi$. 所以方程 (2) 又可写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \hat{\xi} \cdot (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) - \eta j_\xi - B_0 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ &= -\mathbf{B} \cdot \nabla \phi - \eta j_\xi, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $j_\xi = -\nabla^2 \psi$, 是环向电流密度大小. 假设 $|\nabla \rho \cdot \nabla \phi| \ll \rho |\nabla^2 \phi|$, 令 $\mathbf{U} = \nabla \times \mathbf{V}$, 我们取运动方程的旋度

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} = -\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{U} + \nabla \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B}), \quad (5)$$

可得涡量 $\mathbf{U} = \nabla \times \mathbf{V} = \nabla^2 \phi \hat{\xi}$. 因为 $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ 并且 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, 方程 (5) 的环向分量可写为

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} U = -\mathbf{V} \cdot \nabla U + \mathbf{B} \cdot \nabla j_\xi. \quad (6)$$

将方程 (4) 和方程 (6) 归一化, 可得关于磁通函数和平行涡量的两场方程

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = [\psi, \phi] - \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + S_{Hp}^{-1} \nabla_\perp^2 \psi, \quad (7)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = [U, \phi] + [j_\xi, \psi] + \frac{\partial j_\xi}{\partial \xi} + Re_{Hp}^{-1} \nabla_\perp^2 U, \quad (8)$$

其中定义泊松括号

$$[f, g] = \hat{\xi} \cdot \nabla f \times \nabla g = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial \theta} - \frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right),$$

而拉普拉斯算子 ∇_\perp^2 则代表

$$\nabla_\perp^2 = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}.$$

选取归一化参数: 长度、速度、时间和磁场分别用小半径 a 、边界极向阿尔芬速度 $B_\theta(a)/\sqrt{\mu\rho}$ 、阿尔芬时间 $\tau_{Hp} = \sqrt{\mu\rho}a/B_\theta(a)$ 和边界极向磁场 $B_\theta(a)$ 来归一化. $S_{Hp} = \tau_\eta/\tau_{Hp}$ 为磁雷诺数, 其中 $\tau_\eta = a^2/\mu\eta$ 是电阻扩散时间; $Re_{Hp} = \tau_\nu/\tau_{Hp}$ 为雷诺数, 其中 $\tau_\nu = a^2/\nu$ 是离子黏滞扩散时间 (ν 是离子黏滞).

在线性系统中, 方程 (7) 和方程 (8) 中的每一个场变量 $f(r, \theta, \xi, t)$ 都可以写成初始平衡量 \bar{f}_{eq} 加上随时间演化的扰动量 \tilde{f}_1 的形式: $f(r, \theta, \xi, t) = \bar{f}_{eq} + \tilde{f}_1(r, \theta, \xi, t)$. 由于极向和环向的周期性条件, 扰动量 \tilde{f}_1 可以展开成傅里叶级数的形式:

$$\tilde{f}_1(r, \theta, \xi, t) = \frac{1}{2} \sum_{m,n} f_{m,n}(r, t) e^{i(m\theta - n\xi)} + \text{c.c.}, \quad (9)$$

这里 m 和 n 分别是极向模数和环向模数. 拉普拉斯算子 ∇_{\perp}^2 可写为

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{m^2}{r^2}.$$

由于平衡状态下 \bar{f}_{eq} 不随时间变化, 且与 θ 和 ξ 无关, 所以有 $\frac{\partial \bar{f}_{\text{eq}}}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial \bar{f}_{\text{eq}}}{\partial \theta} = 0$ 和 $\frac{\partial \bar{f}_{\text{eq}}}{\partial \xi} = 0$. 于是方程 (7) 和方程 (8) 可写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\psi}_1}{\partial t} = & [\bar{\psi}_{\text{eq}}, \tilde{\phi}_1] + [\tilde{\psi}_1, \bar{\phi}_{\text{eq}}] + [\tilde{\psi}_1, \tilde{\phi}_1] - \frac{\partial \tilde{\phi}_1}{\partial \xi} \\ & + S_{Hp}^{-1} \nabla_{\perp}^2 \tilde{\psi}_1, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{U}_1}{\partial t} = & [\bar{U}_{\text{eq}}, \tilde{\phi}_1] + [\tilde{U}_1, \bar{\phi}_{\text{eq}}] + [\tilde{U}_1, \tilde{\phi}_1] + [\bar{j}_{\text{eq}}, \tilde{\psi}_1] \\ & + [\tilde{j}_1, \bar{\psi}_{\text{eq}}] + [\tilde{j}_1, \tilde{\psi}_1] + \frac{\partial j_1}{\partial \xi} \\ & + Re_{Hp}^{-1} \nabla_{\perp}^2 \tilde{U}_1, \end{aligned} \quad (11)$$

并且可以得到 $\tilde{U}_1 = \nabla_{\perp}^2 \tilde{\phi}_1$ 和 $\tilde{j}_1 = -\nabla_{\perp}^2 \tilde{\psi}_1$.

如果给定安全因子剖面 $q(r)$ 和极向旋转剖面 $\Omega_{\theta 0}(r)$, 则平衡磁通 $\bar{\psi}_{\text{eq}}(r)$ 、平衡等离子体流密度 $\bar{j}_{\text{eq}}(r)$ 、平衡流函数 $\bar{\phi}_{\text{eq}}(r)$ 、平衡涡量 $\bar{U}_{\text{eq}}(r)$ 、磁剪切 $S(r)$ 可分别通过如下关系获得:

$$\begin{aligned} q^{-1}(r) &= -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \bar{\psi}_{\text{eq}}(r), \\ \bar{j}_{\text{eq}}(r) &= \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{r^2}{q(r)}, \end{aligned}$$

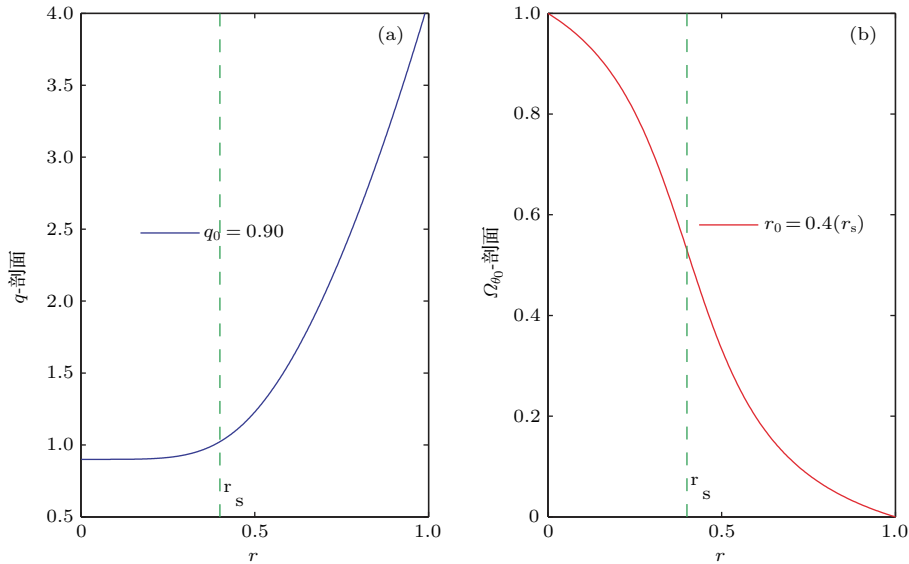


图1 (a) 安全因子 q 剖面; (b) 极向旋转剖面 $\Omega_{\theta 0}$; 其中 $r_s = 0.4$ 的绿色竖直虚线表示 $q = 1$ 的有理面
Fig. 1. (a) Radial profile of safety factor q ; (b) poloidal rotation profile. Here, the green dashed line $r_s = 0.4$ indicates the $q = 1$ rational surface.

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \bar{\phi}_{\text{eq}}(r) &= \frac{V_{\theta 0}}{r} = \Omega_{\theta 0}(r), \\ \bar{U}_{\text{eq}}(r) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \bar{\phi}_{\text{eq}}(r)}{\partial r} \right), \\ S(r) &= \frac{r}{q(r)} \frac{dq(r)}{dr}. \end{aligned}$$

在本文中, 安全因子剖面 $q(r)$ 和极向旋转剖面 $\Omega_{\theta 0}(r)$ 如图 1 所示. $q(r)$ 的模型公式表示如下 [42]:

$$q(r) = q_0 \cdot [1 + (r/r_0)^{2\mu(r)}]^{1/\mu(r)}, \quad (12)$$

式中 $r_0 = r_s | [m/(nq_0)]^{\mu(r_s)} - 1 |^{-1/2\mu(r_s)}$, $\mu(r) = \mu_0 + \mu_1 r^2$. 参数 $\{q_0, r_s, \mu_0, \mu_1, m, n\}$ 可以用来设置 q 剖面这个单调函数的形状. 这里 q_0 是中心处安全因子大小, r_s 是有理面位置, m 和 n 仍然分别是极向模数和环向模数. 极向旋转剖面的模型公式如下 [43]:

$$\begin{aligned} \Omega_{\theta 0} &= V_{\theta 0}/r \\ &= \Omega_0 \{ C_1 - \tan^{-1}[(r - r_0)/d_0] \} / C_0, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $C_1 = \tan^{-1}[(1 - r_0)/d_0]$, $C_0 = C_1 - \tan^{-1}[-r_0/d_0]$, $\Omega_0 = \Omega_{\theta 0}(r = 0)$ 为归一化的中心处极向旋转频率. 这个旋转剖面与 TFTR 中发现的旋转剖面是非常相似的 [44].

如果没有特别说明, 本文所使用参数如下: $N_r = 512$, $\varepsilon = a/R = 0.25$, $S_{Hp} = 2 \times 10^5$ 和 $Re_{Hp} = 10^7$.

3 数值结果

在这部分, 我们分别讨论中心处安全因子不同、剪切层位置不同和磁剪切不同的情况下, 等离子体旋转对不同的模式(如 $m/n = 1/1$ 模、 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模等)的影响.

3.1 中心处安全因子对增长率的影响

图 2(a) 所示为不同旋转频率下 $m/n = 1/1$ 模增长率 γ 随中心处安全因子值 q_0 的变化曲线. 这里, 我们所用的旋转剖面如图 1(b) 中红色实线所示(只是系数 Ω_0 不同), 剪切层位置 $r_0 = 0.4$ (即有理面位置), 剪切层宽度 $2d_0 = 0.4$. 从图中可以看出, 无论旋转频率强度多大, $m/n = 1/1$ 模的增长率 γ 总是随着 q_0 的增大而降低, 直到增长率 γ 降低到 0 为止, 即 $m/n = 1/1$ 模变得稳定为止. 而且, 随着旋转强度的增加, 增长率 γ 变得越来越小, 并且变小的速率越来越快. 这就是说, 旋转对 $m/n = 1/1$ 模是有抑制作用的, 并且随着旋转强

度的增大, 这个抑制效果越来越好. 图 2 所示为没有剪切流(即 $\Omega_0 = 0$)时三种不同模式($m/n = 1/1$ 模、 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模)的变化曲线. $m/n = 1/1$ 模在图 2(a) 中已有, 而 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模受 q_0 的影响不是很明显. 图 2(c) 为 $q_0 = 0.9$ 情况下不同旋转频率的色散关系. 由文献 [38, 39] 可知, 随着旋转强度的增大, 增长率 γ 要经历两个阶段: 旋转强度小时是电流驱动的撕裂模, 旋转强度大时是剪切流驱动的 K-H 不稳定性模式. 在图 2(c) 中, 当 $\Omega_0 < 0.15$ 时, 是电流驱动撕裂模模式. 当没有剪切流的时候(图中绿色虚线), $m/n = 1/1$ 模起主导作用. 但是随着旋转强度的增加, $m/n = 1/1$ 模的增长率 γ 逐渐减小, 高阶谐波模式(如 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模等)的增长率 γ 逐渐增加, 例如 $\Omega_0 = 0.10$ (蓝色虚线)时, 高阶谐波模式的增长率 γ 已经与 $m/n = 1/1$ 模相当甚至超过了 $m/n = 1/1$ 模并占据主导地位($m/n = 2/2$ 模). 当旋转强度继续增大时, 高阶谐波模的增长率 γ 也开始降低(如 $\Omega_0 = 0.15$), 撕裂模逐渐被稳定. 如果旋转强度再增大 ($\Omega_0 > 0.15$),

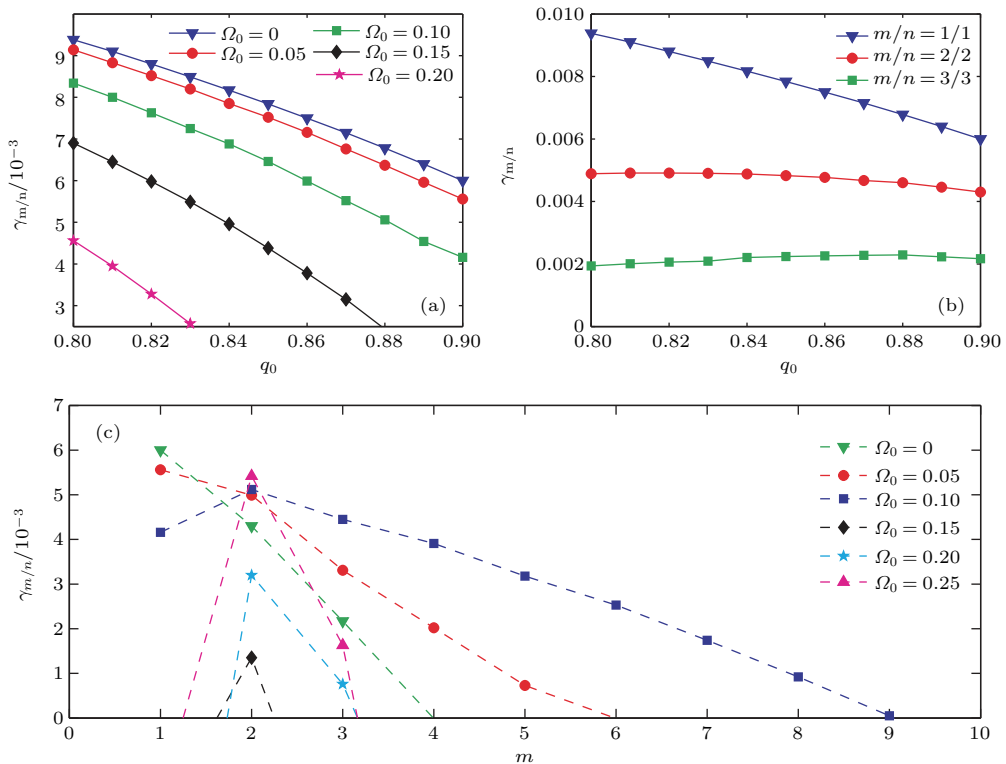


图 2 (网刊彩色) (a) 不同旋转频率下 $m/n = 1/1$ 模增长率 γ 随中心处安全因子值 q_0 的变化曲线; (b) 没有剪切流 ($\Omega_0 = 0$) 时, 三种不同模式 ($m/n = 1/1$ 模、 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模) 的变化曲线; (c) 不同旋转频率的色散关系 ($q_0 = 0.9$)

Fig. 2. (color online) (a) Dependence of the linear growth rate $\gamma_{1/1}$ on q_0 for different rotational frequencies; (b) dependence of the linear growth rate of each order harmonic mode on q_0 without shear flow; (c) the dispersion relations of unstable $q = 1$ modes with different rotational frequencies ($q_0 = 0.9$).

就会激发剪切流驱动的K-H不稳定性模式. 这种不稳定性只有高阶谐波模式会被激发而 $m/n = 1/1$ 模一直保持稳定.

3.2 剪切层位置对增长率的影响

在本节中, 我们选用如图 1(a) 蓝色实线所示的 q 剖面, 旋转剖面形如 (13) 式所示, 剪切层宽度 $2d_0 = 0.4$, 剪切流位置则从 $r_0 = 0$ 变化到 $r_0 = 1$. 图 3(a) 所示为 $m/n = 1/1$ 模增长率 γ 随旋转强度 Ω_0 和剪切流位置 r_0 的二维变化关系. 从图中可以看出, 无论剪切流的位置在有理面位置之内还是在有理面位置之外, 增长率 γ 都是随着旋转强度的增强而减小的, 这就是说旋转总能够抑制 $m/n = 1/1$ 模的增长, 并且旋转越强, 抑制效果越明显. 当剪切流的位置从 $r_0 = 0$ 变化到 $r_0 = 1$ 的过程中, 是先靠近有理面 $r_s = 0.4$ 的位置, 然后再远离. 在靠近有理面的过程中, 增长率 γ 是逐渐降低的, 远离的过程中是逐渐增大的, 在有理面的位置增长率 γ 达到最小, 并且增长率几乎是关于有理面位置呈对称分布的, 这在图 3(a) 中可以非常明显地看到. 所以当剪切流恰好位于有理面位置时, 其对 $m/n = 1/1$ 模的抑制作用是最显著的. 在图中, 剪切流位于有理面位置时, 旋转强度 $\Omega_0 = 1.5$ 就能完全抑制 $m/n = 1/1$ 模增长 ($\gamma = 0$), 而当剪切流不处于有理面位置时, 若要完全抑制 $m/n = 1/1$ 模增长, 旋转强度都要 $\Omega_0 > 1.5$. 图 3(b) 和图 3(c) 分

别表示 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模增长率 γ 随旋转强度 Ω_0 和剪切层位置 r_0 的二维变化关系, 这两个图和图 3(a) 中 $m/n = 1/1$ 模有非常显著的不同. 对于 $m/n = 2/2$ 模来说, 当剪切层位置 r_0 位于最外侧时, 增长率几乎是不随旋转强度的增加而变化的. 随着剪切层位置 r_0 逐渐从外侧靠近有理面 $r_s = 0.4$, 在旋转强度增大的过程中, 增长率经过一段几乎不变的过程之后, 开始减小到零, 然后有一段窗口期, 之后又开始增长, 这个增长过程就是 K-H 不稳定性模式. 当剪切层位置 r_0 在有理面内侧时, 增长率则会先增长, 到达一个最高点之后开始减小, 减小到零之后有一段平稳期, 然后随着旋转强度继续增大的过程中增长率又开始增长. 这就是与文献 [41] 中提到的四个区间 (撕裂模失稳区间、撕裂模致稳区间、稳定窗口区间和 K-H 激发区间) 完全一样的过程. 在图 3(b) 中, 并没有如图 3(a) 中的对称情况存在. 对 K-H 不稳定模式的激发来讲, 也不是关于有理面对称的, 可以看到最易激发 K-H 模的剪切流位置在有理面位置内侧. $m/n = 3/3$ 模与 $m/n = 2/2$ 模的变化趋势大体相同. 但是, 需要说明的有两点: 一是当剪切流位置位于有理面外侧时, 对 $m/n = 3/3$ 模来讲, 可以明显地观察到撕裂模失稳区间; 二是对于 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模来说, 最易激发 K-H 不稳定性的剪切流的位置是不一样的.

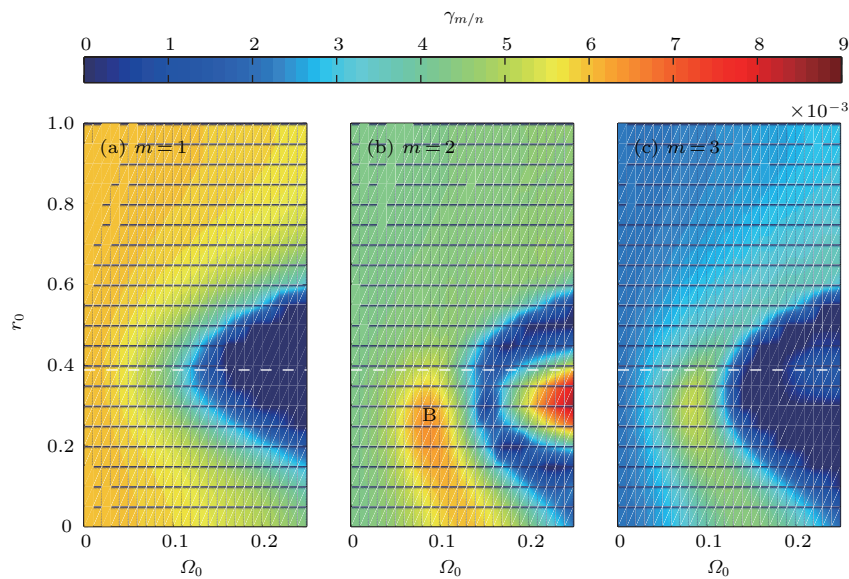


图3 (网刊彩色) (a) $m/n = 1/1$ 模, (b) $m/n = 2/2$ 模, (c) $m/n = 3/3$ 模增长率 γ 随旋转强度 Ω_0 和剪切层位置 r_0 的二维变化关系
 Fig. 3. (color online) Dependence of the linear growth rates of (a) $m/n = 1/1$ mode, (b) $m/n = 2/2$ mode, and (c) $m/n = 3/3$ mode on rotational frequency Ω_0 and shear layer location r_0 .

总体而言,对于撕裂模不稳定模式来说,在大部分区域, $m/n = 1/1$ 模总是占据主导地位 ($m/n = 1/1$ 模的大部分区域为黄色,而 $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模的大部分区域分别为绿色和蓝色),只有在图中B点附近的很小一块区域, $m/n = 2/2$ 模和 $m/n = 3/3$ 模的增长率才超过 $m/n = 1/1$ 模,占据主导地位,而这一区域是很难发现的,这也就是长期以来人们一直忽略对高阶谐波模式研究的原因,直到文献 [37] 的发表才结束了这种状况.

3.3 有理面处磁剪切大小对增长率的影响

图 4 为各谐波分量模式的增长率 γ 随旋转强度 Ω_0 和有理面处磁剪切大小 $S(r_s)$ 的二维变化关系. 本节所用旋转剖面形如图 1 (b) 红色实线所示 (只是系数 Ω_0 不同), 剪切层位置 $r_0 = 0.4$ (即有理面位置), 剪切层宽度 $2d_0 = 0.4$. q 剖面则如 (12) 式, 通过公式中参数 $\{q_0, r_s, \mu_0, \mu_1, m, n\}$ 来调节磁剪切的大小. 图 4 (a) 为 $m/n = 1/1$ 模增长率的变化图, 可以看出, 磁剪切无论多大, 增长率也总是随着旋转强度的增大而减小, 直到减小到零为止. 这和前面分析的旋转对 $m/n = 1/1$ 模有抑制作用, 并且随着旋转强度的增大这个抑制效果越来越好是一致的. 但是, 当固定旋转强度时 (无论有没有剪切流),

增长率总是随着磁剪切的增大而增大, 也就是说, 磁剪切越强, $m/n = 1/1$ 模越不稳定. 更进一步, 可以看到如果磁剪切越大, 旋转完全抑制 $m/n = 1/1$ 模 ($\gamma = 0$) 所需的旋转强度也相应要越大. 图 4 (b) 和图 4 (c) 都是高阶谐波分量模式, 变化趋势基本上是一样的 ($m/n = 2/2$ 模的增长率大于 $m/n = 3/3$ 模占据主导地位), 我们以图 4 (b) 为例来进行分析. 当没有剪切流 ($\Omega_0 = 0$) 时, $m/n = 2/2$ 模的增长率随着磁剪切的增大而增大, 即磁剪切越小 $m/n = 2/2$ 模越稳定. 在图 2 (b) 中, 深蓝色条形带 (即文献 [39] 中所说的稳定窗口阶段) 可以把图形分成两个区域: 区域 A 为电流驱动的撕裂模区域, 区域 B 为剪切流驱动的 K-H 不稳定性区域. 随着旋转强度的增大, 可以看到: 增长率首先增大, 这是撕裂模失稳区间; 增长到一个最大值 Ω_0^T 之后开始减小, 直到零为止, 这时的旋转强度为撕裂模完全稳定阈值 Ω_0^S , 这个阶段是撕裂模致稳区间; 经过一个稳定区间之后, 增长率再次增长, 进入 K-H 不稳定性模式区间, 这个激发 K-H 不稳定性的旋转强度阈值设为 Ω_0^K . 从图中可以看出, 随着有理面处磁剪切强度的增长, Ω_0^T , Ω_0^S 和 Ω_0^K 三个临界阈值都是变大的, 并且当 $\Omega_0 = \Omega_0^T(S(r_s))$ 时, 撕裂模的最大增长率也是变大的.

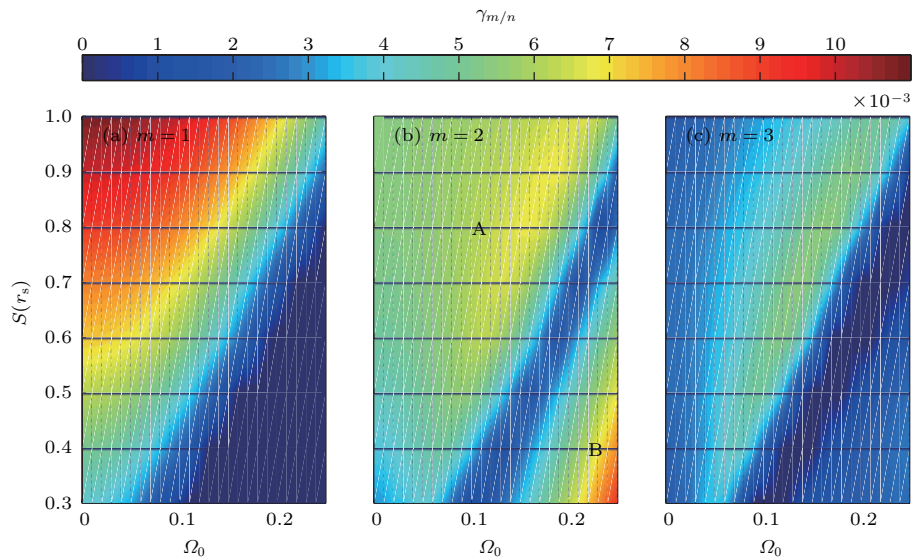


图 4 (网刊彩色) (a) $m/n = 1/1$ 模, (b) $m/n = 2/2$ 模, (c) $m/n = 3/3$ 模增长率 γ 随旋转强度 Ω_0 和有理面处磁剪切大小 $S(r_s)$ 的二维变化关系

Fig. 4. (color online) Dependence of the linear growth rates of (a) $m/n = 1/1$ mode, (b) $m/n = 2/2$ mode, and (c) $m/n = 3/3$ mode on rotational frequency Ω_0 and magnetic shear on rational surface $S(r_s)$.

4 结 论

本文采用约化的MHD方程,数值计算了不同安全因子剖面 and 不同旋转剖面对 $q=1$ 有理面上各谐波分量不稳定性的影响,所得结果如下.

1) 安全因子剖面中,若 $q(r=0)$ 越接近于1,则 $m/n=1/1$ 模增长率越小,而高阶谐波分量几乎不受影响,所以,在恰当的参数下,高阶谐波模增长率可以与 $m/n=1/1$ 模相当,甚至超过 $m/n=1/1$ 模的增长率.

2) 剪切流的位置对各谐波分量不稳定性均有影响,剪切流对 $m/n=1/1$ 模有稳定作用,并且位于有理面上时其致稳效果最好,它所处位置的致稳效果关于有理面位置是对称的.然而,剪切流对高阶谐波模式的影响没有如 $m/n=1/1$ 模那样的对称关系,当剪切流位于有理面内侧时,更容易激发K-H不稳定性模式.

3) 有理面处磁剪切的大小对各阶谐波模式的增长率有非常重要的影响.磁剪切越大,各阶谐波由电流驱动的撕裂模的增长率也越大,但是,磁剪切越小,却是越容易激发由剪切流驱动的K-H不稳定性.

参考文献

- [1] Fu S Y, Pu Z Y, Liu Z X 1995 *J. Geophys. Res.* **100** 5657
- [2] Hasegawa H, Fujimoto M, Phan T D, Rème H, Balogh A, Dunlop M W, Hashimoto C, TanDokoro R 2004 *Nature* **430** 755
- [3] Li J H, Ma Z W 2010 *J. Geophys. Res.* **115** A09216
- [4] Burrell K H 1997 *Phys. Plasmas* **4** 1499
- [5] Terry P W 2000 *Rev. Mod. Phys.* **72** 109
- [6] Lin Z, Hahm T S, Lee W W, Tang W M, White R B 1998 *Science* **281** 1835
- [7] Diamond P H, Itoh S I, Itoh K, Hahm T S 2005 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **47** R35
- [8] Gerhardt S P, Brenman D P, Buttery R, La Haye R J, Sabbagh S, Strait E, Bell M, Fredrickson E, Gates D, LeBlanc B, Menard J, Stutman D, Tritz K, Yuh H 2009 *Nucl. Fusion* **49** 032003
- [9] La Haye R J, Pretty C C, Politzer P A, DIII-D Team 2011 *Nucl. Fusion* **51** 053013
- [10] Chen X L, Morrison P J 1990 *Phys. Fluids B* **2** 495
- [11] Lau Y Y, Liu C S 1980 *Phys. Fluids* **23** 939
- [12] Miura A, Prichett P L 1982 *J. Geophys. Res.* **87** 7431
- [13] Chandrasekhar S 1961 *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Oxford: Clarendon)
- [14] Tatsuno T, Dorland W 2006 *Phys. Plasmas* **13** 092107
- [15] Takeji S, Tokuda S, Fujita T, Suzuki T, Isayama A, Ide S, Ishii Y, Kamada Y, Koide Y, Matsumoto T, Oikawa T, Ozeki T, Sakamoto Y, JT-60 Team 2002 *Nucl. Fusion* **42** 5
- [16] Chen W, Ding X T, Yang Q W, Liu Y, Ji X Q, Zhang Y P, Zhou J, Yuan G L, Sun H J, Li W, Zhou Y, Huang Y, Dong J Q, Feng B B, Song X M, Shi Z B, Liu Z T, Song X Y, Li L C, Duan X R, Liu Y, HL-2A Team 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 185004
- [17] Edwards A W, Campbell D J, Engelhardt W W, Fahrback H U, Gill R D, Granetz R S, Tsuji S, Tubbing B J D, Weller A, Wesson J, Zasche D 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 210
- [18] Kadomtsev B B 1975 *Sov. J. Plasma Phys.* **1** 389
- [19] Wesson J A 1986 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **28** 243
- [20] Hastie R J 1998 *Astrophys. Space Sci.* **256** 177
- [21] Aydemir A Y, Wiley J C, Ross D W 1989 *Phys. Fluids B* **1** 774
- [22] Lichtenberg A J, Itoh K, Itoh S I, Fukuyama A 1992 *Nucl. Fusion* **32** 495
- [23] Wang X, Bhattacharjee A 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1627
- [24] Qu Q 1995 *Nucl. Fusion* **35** 1012
- [25] Porcelli F, Boucher D, Rosenbluth M N 1996 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **38** 2163
- [26] Matsumoto T, Tokuda S, Kishimoto Y, Takizuka T, Naitou H 1999 *J. Plasma Fusion Res.* **75** 1188
- [27] Chapman I T, Pinches S D, Graves J P, Akers R J, Appel L C, Budny R V, Coda S, Conway N J, de Bock M, Eriksson L G, Hastie R J, Hender T C, Huysmans G T A, Johnson T, Koslowski H R, Krämer-Flecken A, Lennholm M, Liang Y, Saarelma S, Sharapov S E, Voitsekhoitch I, MAST and TEXTOR Teams and JET EFDA Contributors 2007 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **49** B385
- [28] Halpern F D, Lütjens H, Luciani J F 2011 *Phys. Plasmas* **18** 102501
- [29] Nagayama Y, Taylor G, Yamada M, Fredrickson E D, Janos A C, McGuire K M 1996 *Nucl. Fusion* **36** 521
- [30] Yamaguchi S, Igami H, Tanaka H, Maekawa T 2004 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **46** 1163
- [31] Chen W, Ding X T, Liu Yi, Yuan G L, Zhang Y P, Dong Y B, Song X Y, Zhou J, Song X M, Deng W, Yang Q W, Ji X Q, Duan X R, Liu Y, the HL-2A Team 2009 *Nucl. Fusion* **49** 075022
- [32] Igochine V, Dumbrajs O, Zohm H, Flaws A, ASDEX Upgrade Team 2007 *Nucl. Fusion* **47** 23
- [33] Sun Y, Wan B, Hu L, Chen K, Shen B, Mao J 2009 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **51** 065001
- [34] Chen W, Ding X T, Yu L M, Ji X Q, Shi Z B, Zhang Y P, Zhong W L, Yuan G L, Dong J Q, Yang Q W, Liu Yi, Yan L W, Zhou Y, Jiang M, Li W, Song X M, Chen S Y, Duan X R, the HL-2A Team 2013 *Nucl. Fusion* **53** 113010
- [35] Chen W, Ding X T, Liu Yi, Yang Q W, Ji X Q, Isobe I M, Yuan G L, Zhang Y P, Zhou Y, Song X Y, Dong Y

- B, Li W, Zhou J, Lei G J, Cao J Y, Deng W, Song X M, Duan X R, HL-2A Team 2010 *Nucl. Fusion* **50** 084008
- [36] Sauter O, Westerhof E, Mayoral M L, Alper B, Belo P A, Buttery R J, Gondhalekar A, Hellsten T, Hender T C, Howell D F, Johnson T, Lamalle P, Mantsinen M J, Milani F, Nave M F F, Nguyen F, Pecquet A L, Pinches S D, Podda S, Rapp J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 105001
- [37] Nave M F F, Lazzaro E, Coelho R, Belo P, Borba D, Buttery R J, Nowak S, Serra F, EFDA-JET Contributors 2003 *Nucl. Fusion* **43** 179
- [38] Furth H P, Killeen J, Rosenbluth M N 1963 *Phys. Fluids* **6** 459
- [39] Wang Z X, Wei L, Wang X 2012 *Phys. Plasmas* **19** 062108
- [40] Wei L, Wang Z X 2013 *Phys. Plasmas* **20** 012512
- [41] Fan D M, Wei L, Wang Z X, Zheng S, Duan P 2014 *Phys. Plasmas* **21** 092515
- [42] Bierwage A, Benkadda S, Hamaguchi S, Wakatani M 2005 *Phys. Plasmas* **12** 082504
- [43] Bierwage A, Yu Q, Günter S 2007 *Phys. Plasmas* **14** 010704
- [44] Bell R E, Levinton F M, Batha S H, Synakowski E J, Zarnstorff M C 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 1429

Excitations of tearing mode and Kelvin-Helmholtz mode in rotating cylindrical plasmas*

Bi Hai-Liang¹⁾²⁾ Wei Lai^{1)†} Fan Dong-Mei¹⁾ Zheng Shu¹⁾ Wang Zheng-Xiong^{1)‡}

1) (Key Laboratory of Materials Modification by Laser, Ion, and Electron Beams (Ministry of Education), School of Physics and Optoelectronic Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

2) (China Aerospace Academy of Systems Science and Engineering, Beijing 100048, China)

(Received 19 June 2016; revised manuscript received 18 August 2016)

Abstract

The influences of safety factor q profile and poloidal rotation profile on the $q = 1$ tearing and Kelvin-Helmholtz (K-H) instabilities are investigated numerically by using a magnetohydrodynamic model in cylindrical geometry. With increasing the poloidal rotation, the $m/n = 1/1$ mode is suppressed, while four domains exist for the high-order harmonic modes (such as $m/n = 2/2$, $m/n = 3/3$): the destabilized tearing mode domain, stabilized tearing mode domain, stable-window domain, and unstable K-H mode domain. Further, we find that the growth rate of the $m/n = 1/1$ mode is related to the location of shear layer. Roles of shear flow in the $m/n = 1/1$ mode for the shear layer located on both the inner and outer sides of rational surface are almost the same, which is different from the scenarios of high-order harmonic modes. In addition, the smaller the magnetic shear on the rational surface, the smaller the growth rate of tearing mode is, and the more easily the K-H instability is excited.

Keywords: q profile, rotation profile, tearing mode instability, Kelvin-Helmholtz instability

PACS: 52.55.Tn, 52.30.Cv, 52.65.Kj

DOI: 10.7498/aps.65.225201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11322549, 11275043, 11305027), Funds of Dalian Young Talents (Grant No. 2015R001), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant Nos. DUT14RC(3)157, DUT15YQ103).

† Corresponding author. E-mail: laiwei@dlut.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: zwxwang@dlut.edu.cn