

受热基底上的液滴铺展及换热特性

叶学民 李永康 李春曦

Spreading and heat transfer characteristics of droplet on a heated substrate

Ye Xue-Min Li Yong-Kang Li Chun-Xi

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 234701 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.234701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.234701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I23>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

平衡接触角对受热液滴在水平壁面上铺展特性的影响

Influence of equilibrium contact angle on spreading dynamics of a heated droplet on a horizontal plate

物理学报.2016, 65(10): 104704 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104704>

液态锂在铜的微通道中的流动行为

The flow behavior of liquid Li in Cu micro-channels

物理学报.2016, 65(10): 104705 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104705>

具有聚电解质层圆柱形纳米通道中的电动能量转换效率

Electrokinetic energy conversion efficiency in a polyelectrolyte-grafted nanotube

物理学报.2016, 65(8): 084704 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.084704>

微扩张管道内幂律流体非定常电渗流动

Electroosmotically-driven flow of power-law fluid in a micro-diffuser

物理学报.2016, 65(3): 034702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.034702>

非对称弯曲微流道中粒子惯性聚焦动态过程及流速调控机理研究

Dynamic process and flow-rate regulation mechanism of particle inertial focusing in an asymmetric ally curved microchannel

物理学报.2015, 64(18): 184703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184703>

# 受热基底上的液滴铺展及换热特性\*

叶学民<sup>†</sup> 李永康 李春曦

(华北电力大学, 电站设备状态监测与控制教育部重点实验室, 保定 071003)

(2016年4月24日收到; 2016年9月7日收到修改稿)

液滴在受热基底上的铺展特征将直接影响其传热特性. 基于润滑理论建立了单液滴在受热基底上的演化模型, 模拟了壁温均匀和自中心向两侧呈指数规律衰减两种情形下液滴的铺展历程, 提出了一种针对二维液滴表面热流密度和传热量的计算方法, 借助该方法分析了液滴铺展特征及外部对流换热条件对传热特性的影响, 所得结果与已有文献有较好的一致性. 结果表明: 当壁温均匀时, 液滴在重力驱动下呈现具有“单峰”结构的对称铺展特征, 表面热流密度由两侧向中心递减; 液滴表面积随时间小幅增大, 传热能力有所增强. 当壁温自中心向两侧呈指数规律衰减时, 液滴铺展明显呈现三个阶段特征, 厚度剖面由“单峰”结构渐变为“双峰”结构, 且“双峰”峰值随时间先增大后减小, 该变化源于重力和热毛细力的复杂博弈及在演化过程中的交替主导地位; 液滴中心处热流密度不断增大, “双峰”处热流密度则持续减小; 接触线处热流密度相比邻近有一明显跃升; 液滴表面积随时间显著增大, 传热能力有效提高. 增强外部对流换热条件虽将减缓液滴铺展过程, 抑制其表面积增大, 但总体上有利于提高其传热能力, 且随时间增长, 该现象愈加显著; 增大毕渥数使液滴动态接触角及接触线移动速率的变化发生延迟, 但并不改变其总体特征.

**关键词:** “双峰”结构, 铺展特征, 热流密度, 热毛细力

**PACS:** 47.55.dm, 47.55.np, 47.61.-k, 47.85.mf

**DOI:** 10.7498/aps.65.234701

## 1 引言

近年来, 随微电子、激光技术、航天技术的发展, 相关设备功率不断增加<sup>[1,2]</sup>. 在该背景下, 普通的风冷散热已不能满足要求, 设计良好的液冷散热系统及结构对保证相关设备正常工作、延长使用寿命具有重要意义<sup>[3-5]</sup>. 液冷散热非常复杂, 不仅包括液滴和基底表面间的传热过程<sup>[6,7]</sup>, 而且还与液滴表面流动、三相接触线的运动密切相关, 但由于其具有广泛应用性和潜在发展前景, 始终受到微流体领域的密切关注. 鉴于涉及的液滴尺寸很小<sup>[5]</sup>, 实验操作难度较大, 数值模拟已成为开展相关理论研究的重要手段.

为从机理上理解液滴对换热效果的影响, 已有研究大多针对单液滴冲击受热面时的换热情形. Pasandideh-Fard等<sup>[8]</sup>在模拟中建立了液滴撞击平

板的传热模型, 与实验对比发现, 提高液滴速度可加强传热; Francois和Shyy<sup>[9]</sup>关于液滴撞击恒温表面的研究表明, 在液滴撞击发热面初期热流密度很高, 特别是在接触线周围, 且液滴有反弹特征; 高珊等<sup>[6]</sup>利用有限体积(VOF)法研究了液滴在冲击发热表面时的换热效能, 指出减小液滴初始直径和增大初始速度, 有利于提高其冷却效果; 朱卫英<sup>[10]</sup>通过高速摄影和数字图像处理技术, 对等温及非等温条件下液滴撞击均质固体表面的过程进行了可视化研究, 分析了固体表面材料和温度等因素的影响

以上研究均为液滴撞击受热面时的换热性能, 除此之外, 由于液滴在受热基底上的运动及铺展特征将直接影响其展开面积, 进而影响其传热性能, 因此学术界也开展了大量关于液滴铺展过程的研究. Liu等<sup>[11]</sup>针对液滴在有方形柱阵排列的粗糙硅表面上的铺展进行了实验, 发现壁面润湿性随柱

\* 国家自然科学基金(批准号: 11202079)和河北省自然科学基金(批准号: A2015502058)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: yexuemin@163.com

阵宽度的增大而由 Cassie 状态向伪 Wenzel 状态转变; 实验表明, 受热液滴在蒸发存在时将发生不同形式的变形, 针对此现象, Karapetsas 等<sup>[12]</sup>根据线性稳定性理论揭示了相关机理, 与实验结果有较好的一致性; Hu 等<sup>[13]</sup>考察了微液滴在疏水表面的动态铺展过程, 得出液滴速度沿轴向呈波状分布; 徐威等<sup>[14]</sup>通过分子动力学模拟, 研究了纳米级液滴在不同能量表面上的铺展过程和润湿形态, 发现固液界面自由能随固液作用强度增加而增加; 王松岭等<sup>[15]</sup>模拟了受热液滴在预置液膜上的铺展过程, 指出液滴在非均匀受热时的铺展过程较为稳定; 李春曦等<sup>[16]</sup>基于非模态稳定性理论分析了液滴铺展稳定性及参数的影响规律, 发现扰动波数可增强液滴铺展稳定性但随扰动波数增加该稳定性逐渐下降甚至转变为不稳定。

综上所述, 目前相关研究大致分为两方面: 一方面是围绕液滴撞击受热面时的换热效果, 另一方面则主要关于液滴在受热面上的铺展特征。而综合考虑液滴铺展特征对热流密度分布和传热能力影响的内在机理研究相对较少。为此, 本文借助润滑理论建立单液滴在受热基底上的演化模型, 模拟液滴在不同壁温分布和气-液界面对流换热条件下的铺展过程, 探讨决定液滴铺展特征的物理机理, 提出针对二维液滴表面热流密度和传热量的计算方法, 并借助该方法分析液滴铺展特征及外部换热条件对传热特性的影响, 为实际应用提供参考。鉴于实际受热面大致分为恒温<sup>[6,10]</sup>和中心温度高、外围温度逐渐降低<sup>[17]</sup>两种, 本文研究分别针对壁温均匀和自中心向两侧呈指数规律衰减两种情形展开。

## 2 理论模型

### 2.1 数学模型

假设一不可压缩液滴在受热基底上铺展, 如图 1 所示。液滴初始最大厚度为  $H$ , 流动方向尺度为  $L$ , 壁温为  $T_w$ 。由于  $\varepsilon = H/L$  很小 (图 1 中的  $H$  和  $L$  仅为清晰起见, 不代表真实比例), 因此可应用润滑理论。

铺展过程满足连续性方程、动量方程和能量方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \rho g \end{aligned} \quad (1)$$

$$+ \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = 0, \quad (2)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) - \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} = 0, \quad (3)$$

式中,  $p$ ,  $\theta$  和  $t$  分别表示压力、温度和时间,  $\lambda$  为液滴导热系数;  $i, j = 1, 2$ ;  $u_1$  和  $u_2$  分别代表水平和垂直方向上的速度分量。

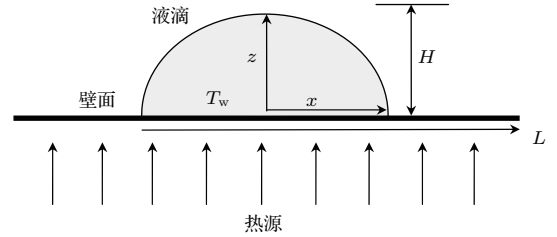


图 1 液滴在水平受热基底上的铺展示意图

Fig. 1. Diagram of the droplet spreading on a horizontal heated substrate.

在气-液界面处  $z = h$ , 满足切向和法向应力平衡条件:

$$\mathbf{n}_i \mathbf{T}_{ij} \boldsymbol{\tau}_j = \tau_i \frac{\partial \sigma_{lg}}{\partial x_i}, \quad (4)$$

$$\mathbf{n}_i \mathbf{T}_{ij} \mathbf{n}_j = 2k \sigma_{lg}, \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{n}_i$  和  $\boldsymbol{\tau}_i$  分别为界面处的外法向和切向上的单位张量;  $2k$  为界面平均曲率,  $\mathbf{T}_{ij}$  为总应力张量。

在气-液界面处  $z = h$ , 运动边界及热边界条件分别为:

$$h_t + u_1 h_x = u_2, \quad (6)$$

$$\lambda n_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = h_g (\theta|_{z=h} - \theta_g), \quad (7)$$

式中,  $h_g$  为气-液界面对流换热系数,  $\theta_g$  为环境温度。

在壁面处  $z = 0$ , 垂直方向上满足无渗透条件:

$$u_2 = 0. \quad (8)$$

为避免接触线处出现应力奇点, 在水平方向上施加 Navier 滑移边界条件<sup>[18]</sup>:

$$u_1 = \beta u_{1z}, \quad (9)$$

式中,  $\beta$  为滑移长度。

壁面温度满足

$$\theta_w = \theta_{w\infty} + e^{-\delta x^2} (\theta_m - \theta_{w\infty}), \quad (10)$$

式中,  $\theta_m$  为壁面最高温度;  $\theta_{w\infty}$  为无穷远处壁面温度, 认为其等于环境温度, 即  $\theta_{w\infty} = \theta_g$ ;  $\delta$  为表示壁温衰减速度的参数 ( $\delta \geq 0$ ), 当  $\delta = 0$  时, 壁温恒等于  $\theta_m$ , 即壁面受热均匀, 当  $\delta > 0$  时, 原点处壁温最

高, 两侧壁温逐渐降低. 在  $z = 0$  处施加温度连续性条件, 则有  $\theta|_{z=0} = \theta_w$ .

假设界面张力和温度满足线性关系 [18]:

$$\sigma_k = \sigma_{k,0} + \alpha_{\theta k} (\theta_k - \theta_0) \quad (k = \text{lg, ls, sg}), \quad (11)$$

式中,  $\theta_0 = \theta_g$  为参考温度;  $\theta_k$  为相关界面温度;  $\sigma_{k,0}$  为各界面在参考温度下的张力;  $\alpha_{\theta k}$  为温度引起的张力梯度; lg, ls 和 sg 分别代表气-液、液-固和气-固界面.

将控制方程和边界条件采用下式进行无量纲化 ( $\tilde{\cdot}$  为无量纲标识):

$$(x, y, h) = L (\tilde{x}, \varepsilon \tilde{y}, \varepsilon \tilde{h}), \quad t = \frac{L}{U} \tilde{t},$$

$$(u_1, u_2) = U (\tilde{u}_1, \varepsilon \tilde{u}_2), \quad p = \frac{S}{H} \tilde{p},$$

$$\theta = \tilde{\theta}(\theta_m - \theta_0) + \theta_0, \quad \tilde{\Sigma}_k = \frac{\alpha_{\theta k} (\theta_m - \theta_0)}{\sigma_{k,0} - \sigma_{\text{lg},m}},$$

$$\sigma_k = S \tilde{\sigma}_k + \sigma_{\text{lg},m}, \quad \delta = \frac{\tilde{\delta}}{L^2}, \quad A = L^2 \tilde{A},$$

$$q = \frac{\lambda (\theta_m - \theta_0)}{H} \tilde{q}, \quad Q = \frac{\lambda (\theta_m - \theta_0) L^2}{H} \tilde{Q},$$

式中,  $U = \frac{SH}{\mu L}$  为特征速度;  $\sigma_{k,m}$  为相应界面在  $\theta_m$  下的张力;  $S = \sigma_{\text{lg},0} - \sigma_{\text{lg},m}$  为铺展系数;  $\tilde{\Sigma}_k$  表示相应界面张力对温度的敏感度;  $A, q$  和  $Q$  分别为液滴表面积、表面热流密度及传热量 ( $k = \text{lg, ls, sg}$ ).

由此可得无量纲控制方程组为:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \tilde{x}_i} = 0, \quad (12)$$

$$\tilde{p}_{\tilde{x}} = \tilde{u}_{1\tilde{z}\tilde{z}}, \quad (13)$$

$$\tilde{p}_{\tilde{z}} = -\varepsilon \tilde{G}, \quad (14)$$

$$\tilde{\theta}_{\tilde{z}\tilde{z}} = 0, \quad (15)$$

式中, 邦德数  $G = \frac{\rho g H^2}{\mu U}$ , 表示重力与黏性力之比, 下角标表示对该参数求偏导.

无量纲边界条件为:

$$\tilde{z} = \tilde{h}, \quad \tilde{u}_{1\tilde{z}} = \tilde{\sigma}_{\text{lg}\tilde{x}}, \quad (16)$$

$$\tilde{p} = -\tilde{C}\tilde{h}_{\tilde{x}\tilde{x}}, \quad (17)$$

$$\tilde{h}_{\tilde{t}} + \tilde{u}_1 \tilde{h}_{\tilde{x}} = \tilde{u}_2, \quad (18)$$

$$\tilde{\theta}_{\tilde{z}} = -Bi\tilde{\theta}, \quad (19)$$

$$\tilde{z} = 0, \quad \tilde{u}_2 = 0, \quad (20)$$

$$\tilde{u}_1 = \tilde{\beta}\tilde{u}_{1\tilde{z}}, \quad (21)$$

$$\tilde{\theta}_w = e^{-\tilde{\delta}\tilde{x}^2}, \quad (22)$$

式中, 毛细数  $C = \varepsilon^2 \sigma_{\text{lg},m} / S$ , 毕渥数  $Bi = h_g H / \lambda$ , 滑移参数  $\tilde{\beta} = \beta / H$ .

由 (11) 式、(13)—(17) 式和 (19)—(22) 式可推出:

$$\tilde{\sigma}_k = \tilde{\sigma}_{k,0} (1 - \tilde{\Sigma}_k \tilde{\theta}) \quad (k = \text{lg, ls, sg}), \quad (23)$$

$$\tilde{p} = -C\tilde{h}_{\tilde{x}\tilde{x}} + \varepsilon G(\tilde{h} - \tilde{z}), \quad (24)$$

$$\tilde{u} = \tilde{p}_{\tilde{x}} \left( \frac{\tilde{z}^2}{2} - \tilde{h}\tilde{z} - \tilde{\beta}\tilde{h} \right) + \tilde{\sigma}_{\text{lg}\tilde{x}}(\tilde{z} + \tilde{\beta}), \quad (25)$$

$$\tilde{\theta} = \frac{\tilde{\theta}_w + \tilde{\theta}_w Bi(\tilde{h} - \tilde{z})}{1 + Bi\tilde{h}}. \quad (26)$$

结合 (12)—(26) 式, 可推出液滴厚度  $\tilde{h}$  的演化方程为:

$$\tilde{h}_{\tilde{t}} = \left[ -C\tilde{h}_{\tilde{x}\tilde{x}\tilde{x}} \left( \frac{\tilde{h}^3}{3} + \tilde{\beta}\tilde{h}^2 \right) + \varepsilon G\tilde{h}_{\tilde{x}} \left( \frac{\tilde{h}^3}{3} + \tilde{\beta}\tilde{h}^2 \right) + \tilde{\Sigma}_{\text{lg}}\tilde{\theta}_{\tilde{x}} \left( \frac{\tilde{h}^2}{2} + \tilde{\beta}\tilde{h} \right) \right]_{\tilde{x}}. \quad (27)$$

(27) 式右侧三项分别代表毛细力、重力和黏性力、热毛细力在演化中的作用. 模拟中, 通过改变  $\tilde{\delta}$  和  $Bi$  的取值可分析不同壁温分布和气-液界面对流条件下液滴的铺展特征及传热特性.

## 2.2 二维液滴传热计算方法

需要说明的是: 文中研究的是液滴的二维 ( $xoz$  平面) 铺展过程, 而实际液滴为三维尺度, 如图 2 所示, 图 1 仅为液滴在  $y$  方向的一个截面. 这对计算液滴表面热流密度和传热量造成了困难, 为此, 本文提出以下方法.

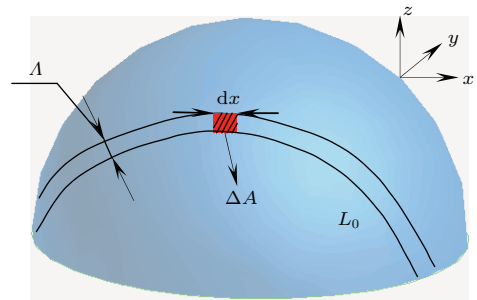


图 2 液滴传热模型推导示意图

Fig. 2. Schematic diagram of the liquid droplet heat.

假设图 1 所示液滴截面中界面曲线的长度为  $L_0$ . 沿液滴表面内方向取一小段距离  $\Lambda (\Lambda \rightarrow 0)$ , 可用  $L_0 \Lambda$  来近似表示液滴一个薄层的表面积, 下文对传热特性的分析即针对这一薄层 (取  $\Lambda = \varepsilon H$ ).



1) 界面曲线的长度  $L_0$  为

$$L_0 = \int_{x_{cl}}^{x_{cr}} \sqrt{1 + h_x^2} dx,$$

由此上述液滴薄层的表面积为

$$A = \Lambda \int_{x_{cl}}^{x_{cr}} \sqrt{1 + h_x^2} dx,$$

其无量纲形式为

$$\tilde{A} = \frac{A}{L^2} = \frac{\Lambda \int_{\tilde{x}_{cl}}^{\tilde{x}_{cr}} \sqrt{1 + (\varepsilon \tilde{h}_{\tilde{x}})^2} d\tilde{x}}{L}. \quad (28)$$

2) 液滴在任意处的热流密度为<sup>[19]</sup>

$$q = \lambda n_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = h_g (\theta|_{z=h} - \theta_g),$$

其无量纲形式为

$$\tilde{q} = \frac{H}{\lambda (\theta_m - \theta_0)} q = \frac{h_g H (\theta|_{z=h} - \theta_g)}{\lambda (\theta_m - \theta_0)} = Bi \tilde{\theta}. \quad (29)$$

3) 由于液滴表面温度处处不同, 因此在计算其传热量时应对整个薄层表面  $L_0 A$  进行积分. 图 2 中红色斜线区域所示为一面积微元  $\Delta A$ , 由极限思想可知, 当  $\Delta A \rightarrow 0$ , 可用曲线  $L_0$  上位于  $\Delta A$  边界处任意一点的温度  $\theta|_{z=h}$  来代表整个  $\Delta A$  的温度, 则该面积微元的传热量为

$$Q_{\Delta A} = (\theta|_{z=h} - \theta_g) \Lambda dx,$$

积分可得单位时间内液滴薄层的传热量为

$$\begin{aligned} Q &= \int_{x_{cl}}^{x_{cr}} \lambda \Lambda n_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \sqrt{1 + h_x^2} dx \\ &= h_g \Lambda \int_{x_{cl}}^{x_{cr}} (\theta|_{z=h} - \theta_g) \sqrt{1 + h_x^2} dx, \end{aligned}$$

其无量纲形式为

$$\begin{aligned} \tilde{Q} &= \frac{H}{\lambda (\theta_m - \theta_0) L^2} Q \\ &= \frac{\Lambda}{L} Bi \int_{\tilde{x}_{cl}}^{\tilde{x}_{cr}} \tilde{\theta} \sqrt{1 + (\varepsilon \tilde{h}_{\tilde{x}})^2} d\tilde{x}. \quad (30) \end{aligned}$$

为简化书写, 下文将省略无量纲标识  $\sim$ .

### 2.3 初始条件和网格选取

程序的初始条件为:

$$\begin{aligned} h(x, t = 0) &= (1 - x^2)[F(1 - x) - F(-1 - x)], \quad (31) \end{aligned}$$

式中,  $F(x) = 0.5[1 + \tanh(20x)]$  为海氏阶跃函数.

数值模拟主要基于 Freefem 软件, 通过编程求解 (26) 式、(27) 式、(30) 式及  $f(x) = h_x$  (此式仅为求解 (30) 式的中间步骤, 本身并无太大物理意义, 因此文中未列出) 等四个偏微分方程. 模拟中, 选择合适的网格数将计算空间离散化, 然后通过变分, 将上述四个方程的弱解形式输入程序, 设定合适的时间步长 ( $\Delta t = 1$ ), 让其相互耦合求解, 最终得到液滴表面的温度分布  $\theta$ 、液滴厚度分布  $h$ , 以及单位时间内液滴的传热量  $Q$ .

为验证网格无关性, 文中选取网格数分别为 500, 1000 和 2000 进行计算. 结果表明, 铺展区域和最大液膜厚度仅在小数点后第三位有差别. 与网格数取 500 相比, 网格数为 1000 时, 铺展区域和最大液膜厚度的计算精度分别提高 0.31% 和 0.4%; 网格数为 2000 时, 二者分别提高 0.52% 和 0.73%, 但此时计算机耗时明显增加. 综合考虑, 将网格数取为 1000, 既能保证计算效率又有足够高的精度. 此外, 模拟结果的正确性也可通过计算过程中的液滴体积守恒来保证.

## 3 结果与分析

为探究壁温分布和气-液界面对流换热条件对液滴铺展特征及传热特性的影响, 以下针对  $\delta$  和  $Bi$  在不同取值时的情形加以讨论. 计算中所用无量纲参数, 如无特殊说明, 取值如下<sup>[18]</sup>:  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\beta = 1 \times 10^{-5}$ ,  $G = 0.5$ ,  $C = 0.03$ .

### 3.1 壁温分布的影响

#### 3.1.1 均匀壁温

由 (10) 式可知, 当  $\delta = 0$  时, 壁温均匀. 由 (26) 式可得液滴表面温度分布为

$$\theta = \frac{\theta_w}{1 + Bi h} = \frac{1}{1 + Bi h}. \quad (32)$$

此时, 液滴表面温度  $\theta$  仅与该处厚度  $h$  呈负相关, 因此中心处液滴表面温度最高, 两侧则逐渐降低, 形成了由两侧向中心的 Marangoni 效应, 进而起到促进液滴收缩的作用. 但因重力作用且处于主导地位, 液滴仍会向外铺展, 且在  $x = 0$  两侧对称分布, 如图 3(a) 所示.

液滴铺展过程中将壁面热量向外传递. 由 (29) 式可知, 液滴表面热流密度  $q$  沿壁面的分布与其表面温度  $\theta$  相似, 因此, 热流密度  $q$  将呈现自

两侧向中心逐渐降低的特点, 图3(b)为 $q$ 在不同时刻时沿铺展方向上的分布, 可验证上述分析. Pasandideh-Fard 等 [8] 在实验中得到了水滴在光滑不锈钢表面铺展时热流密度 $q$ 的分布, 发现 $q$ 沿液滴中心向接触线方向逐渐增大; 王磊等 [20] 在研究喷雾冷却中微液滴流动与传热时也指出液滴表面热流密度自中心向两侧递增; 高珊等 [6] 也得到了同样的热流密度分布. 以上结论均与本文计算结果相符合, 由此验证了2.2节所提出的二维液滴表面热流密度计算方法的可靠性.

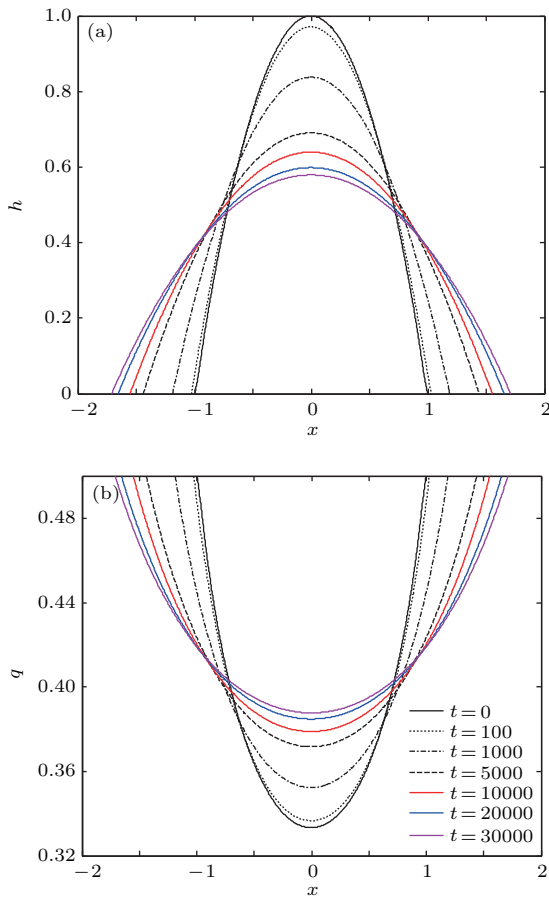


图3 (网刊彩色) (a) 液滴演化历程; (b) 表面热流密度 $q$ 沿壁面的分布 ( $\delta = 0$ )  
Fig. 3. (color online) (a) Evolution of the droplet profile; (b) distribution of surface heat flux along the wall when  $\delta = 0$ .

图4为液滴动态接触角 $\alpha$ 和液滴接触线移动速率 $v_c$ 的变化. 由图可知,  $\alpha$ 和 $v_c$ 分别按照 $\alpha \propto t^{-0.114}$ 和 $v_c \propto t^{-0.1889}$ 的规律随时间递减, 这与文献 [21] 中接触角和接触线移动速率的变化趋势一致. 之所以出现该变化是因为液滴厚度剖面始终为“单峰”结构, 且峰值逐渐降低, 因此液滴接

触线附近区域逐渐变平缓(图3(a)), 使 $\alpha$ 和 $v_c$ 相应减小.

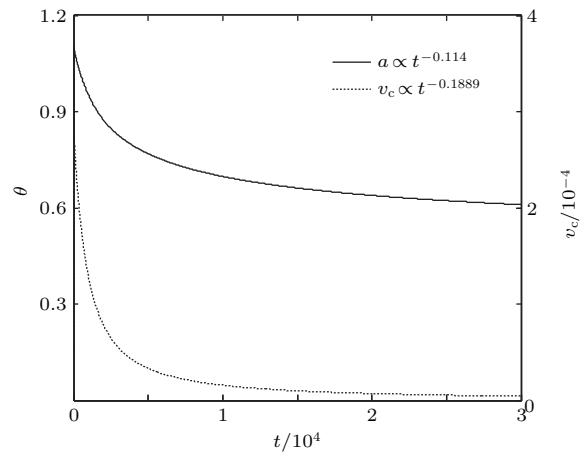


图4 液滴动态接触角 $\alpha$ 和液滴接触线移动速率 $v_c$ 随时间的变化 ( $\delta = 0$ )  
Fig. 4. Variation of the dynamic contact angle and the travelling speed of the contact line with time when  $\delta = 0$ .

图5为液滴铺展半径 $R$ 和最大厚度 $h_{\max}$ 与时间的对数关系. 由图可知,  $R$ 随时间递增, 且其增长率为 $t^{1.41}$ . 中国科学院力学研究所的Yuan和Zhao等 [22–24] 通过实验观测和MD模拟详细探索了液滴铺展的动力学过程, 得到了光滑亲水固体表面上液滴铺展的标度律为 $R \propto t^{1/7}$ , Karapetsas等 [21] 在研究中也得到了同样的结论. 本文结果与之非常接近, 其中的微小差别是因为本文计算中代表壁面润湿性的平衡接触角略大, 即壁面润湿性稍低, 因此液滴铺展速率与实验中光滑亲水表面相比略小.  $h_{\max}$ 按 $h_{\max} \propto t^{-1.43}$ 的规律随时间递减, 这也和文献 [21] 中的结果 ( $h_{\max} \propto t^{-1/7}$ ) 基本符合.

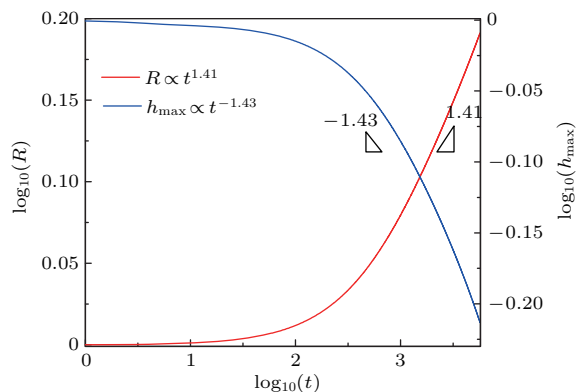


图5 (网刊彩色) 液滴铺展半径 $R$ 和最大厚度 $h_{\max}$ 随时间的变化 ( $\delta = 0$ )  
Fig. 5. (color online) Variation of the spreading radius and maximum thickness of the droplet with time when  $\delta = 0$ .

为进一步揭示液滴传热能力的变化,图6给出了液滴表面积  $A$  和传热量  $Q$  随时间的变化. 由图可知, 随时间持续,  $A$  逐渐扩大 ( $A \propto t^{0.1018}$ ), 且后期扩大趋势逐渐减缓, 根据(30)式,  $Q$  也呈现类似特征 ( $Q \propto t^{0.1194}$ ), 即随换热面积扩大, 液滴传热能力有所增强. 但同时也可看出,  $A$  和  $Q$  的变化幅度并不大, 这说明当壁温均匀时, 依靠液滴表面积增大只能在一定程度内改善液滴与壁面间的传热性能, 而更直接和有效的方法是增强界面的对流换热条件, 这一点将在下文详细论述.

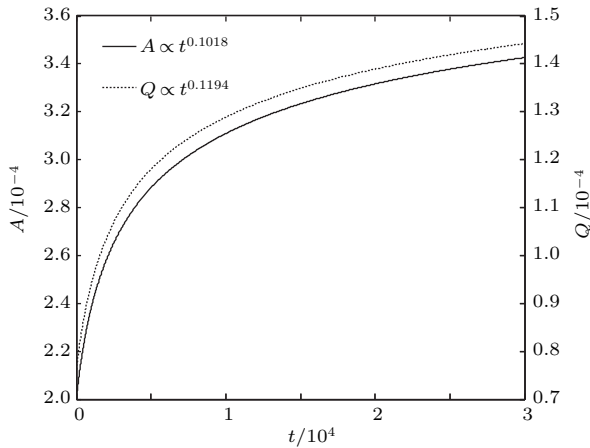


图6 液滴表面积  $A$  和传热量  $Q$  的变化 ( $\delta = 0$ )  
Fig. 6. Variation of the droplet surface area and heat flux when  $\delta = 0$ .

### 3.1.2 非均匀壁温

由(10)式可知,  $\delta > 0$  表示壁温自中心向两侧呈指数规律衰减, 即壁面非均匀受热. 以下计算中, 除特殊说明,  $\delta = 0.01$ . 由(26)式可得液滴表面的温度分布为

$$\theta = \frac{\theta_w}{1 + Bih} = \frac{e^{-\delta x^2}}{1 + Bih}. \quad (33)$$

图7为液滴在不同时刻的演化特征和表面温度分布. 虽然液滴的演化过程仍然对称, 但却呈现了与  $\delta = 0$  时完全不同的特征, 其最明显区别为液滴厚度剖面出现了“双峰”结构, 且峰值随时间持续先增大后减小. 朱卫英<sup>[10]</sup>以及Roux和Cooper-White<sup>[25]</sup>在实验中也发现液滴在撞击受热面后的铺展阶段将形成“中间薄、两侧递增”的厚度剖面; 王松岭等<sup>[15]</sup>在研究含活性剂液滴的受热铺展特性时也得到了“双峰”剖面, 且峰值同样先增后减; 高珊等<sup>[6]</sup>和王磊等<sup>[20]</sup>在研究喷雾冷却中液滴的流动和传热时也发现了类似现象. 但上述文献均未针对此复杂现象的出现给出具体分析, 而该现象势必将

对液滴传热特性产生重要影响. 为此, 下文将液滴演化过程分为三个阶段, 详细解释其厚度剖面呈现上述结构背后的内在原因.

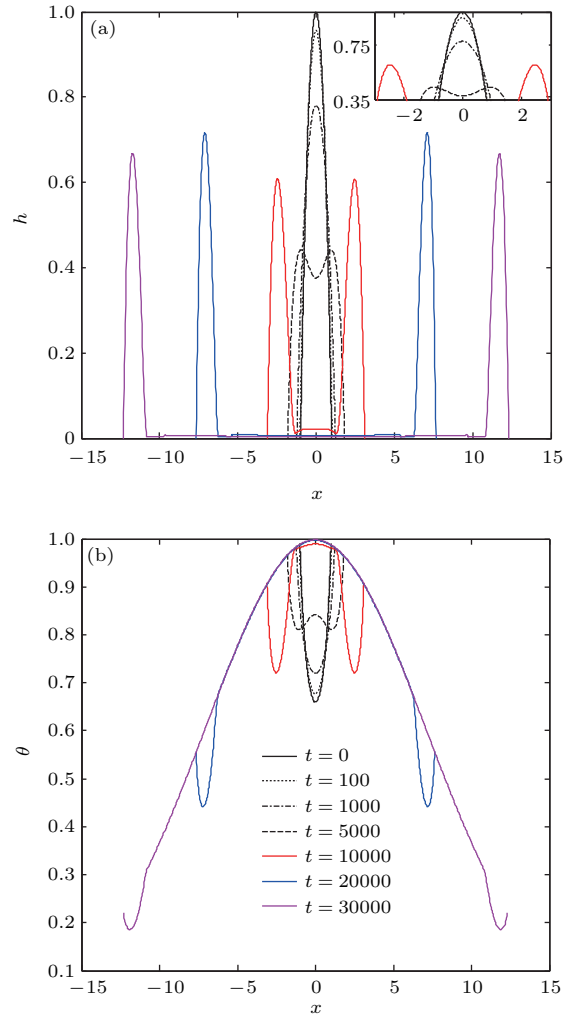


图7 (网刊彩色) (a) 液滴演化历程; (b) 液滴表面温度分布的变化 ( $\delta = 0.01$ )  
Fig. 7. (color online) (a) Evolution of the droplet profile; (b) temperature distribution on the droplet surface when  $\delta = 0.01$ .

第一阶段, “单峰”结构渐变为“双峰”结构 ( $0 \leq t \leq 3800$ ). 由(33)式可知, 液滴表面温度  $\theta$  与壁面温度  $\theta_w$  及液滴厚度  $h$  有关, 且二者所起作用相反. 研究表明, 在初始时刻,  $h$  对  $\theta$  的影响更为显著, 因此中心处液滴的表面温度  $\theta|_{(x=0)}$  最低, 两侧逐渐升高, 如图7(b)所示. 该温度分布诱发了趋向中心处的Marangoni效应, 从而促使液滴边缘部分向中心迁移, 不利于液滴向两侧铺展. 但因重力仍处主导地位, 其作用更明显, 所以液滴中心高度仍将降低, 而此处壁温始终保持为  $\theta_m$  不变, 这使得液滴中心处的表面温度  $\theta|_{(x=0)}$  不断升高((33)式); 而两侧液滴的厚度  $h$  虽然也在降低, 但液滴还同

时在向外铺展, 故所在位置处的壁面温度  $\theta_w$  随之减小, 二者综合作用导致液滴中心两侧区域 (例如图 7 (b) 中  $x = 0$  两侧的波谷位置) 的表面温度  $\theta$  不断降低, 且在  $t \geq t_d = 3800$  (下文称  $t_d$  为“双峰”时刻) 之后, 液滴表面温度  $\theta$  出现了中心高、两侧低的新特征 (图 7 (b)). 因此 Marangoni 效应也从由两侧向中心的趋势转变为其相反方向, 由此导致液滴主体部分由中心向两侧迁移, 于是液滴厚度剖面由“单峰”结构变为“双峰”结构 (图 7 (a)).

“双峰”结构的形成, 使最大液滴厚度出现的位置由  $x = 0$  处转移向两侧. 为清楚说明该变化, 图 8 给出了中心处液滴厚度  $h|_{(x=0)}$  和液滴最大厚度  $h_{\max}$  随时间的变化曲线. 从图中可知, 在  $0 \leq t \leq 3800$  时, 上述两条曲线重合, 即  $h_{\max} = h|_{(x=0)}$ , 说明液滴最大厚度  $h_{\max}$  出现在中心位置  $x = 0$  处, 因此厚度剖面在此段时间内为“单峰”结构 (图 7 (a)); 当  $t \geq t_d = 3800$  后, 两条曲线开始分开, 这说明液滴最大厚度  $h_{\max}$  逐渐由  $x = 0$  处转移向两侧, 对应上文分析中“双峰”结构的出现.

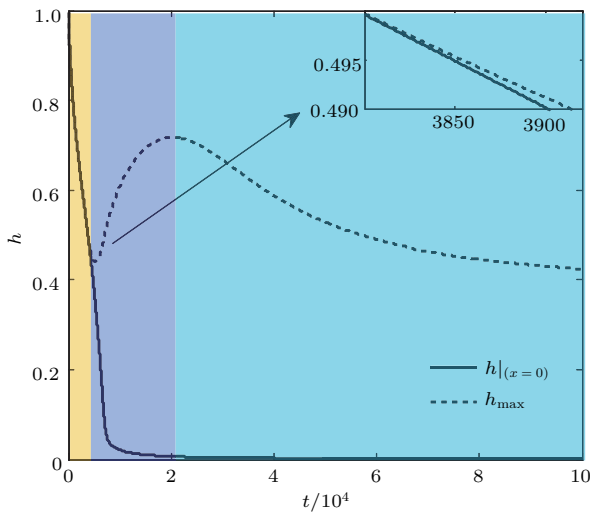


图 8 (网刊彩色) 中心处液滴厚度  $h|_{(x=0)}$  和液滴最大厚度  $h_{\max}$  随时间的变化 ( $\delta = 0.01$ )

Fig. 8. (color online) Variation of the center thickness and the maximum thickness of the droplet with time when  $\delta = 0.01$ .

第二阶段, “双峰”峰值快速增大 ( $3800 < t \leq 20500$ ). 由图 8 可知,  $t > 3800$  后, 液滴中心处厚度继续减小, 直至  $h|_{(x=0)} \rightarrow 0$ ; 而液滴最大厚度  $h_{\max}$  则首先经历了一快速增长过程 ( $3800 < t \leq 20500$ ). 为探究该变化背后的物理

原因, 图 9 (a) 给出了液滴在中心处和最大厚度处的表面温度  $\theta|_{(x=0)}$ ,  $\theta|_{(h=h_{\max})}$  随时间的变化曲线. 这两条曲线重合的上升部分也说明在开始一段时间内, 液滴最大厚度  $h_{\max}$  出现在中心位置  $x = 0$  处, 印证了“单峰”结构在  $0 \leq t \leq 3800$  时存在 (图 7 (a)、且其峰值不断降低 (图 8) 的结论. 随“双峰”结构的出现,  $\theta|_{(x=0)}$  继续增大, 而  $\theta|_{(h=h_{\max})}$  开始减小, 于是  $(\theta|_{(x=0)} - \theta|_{(h=h_{\max})})$  逐渐加大, 两温度曲线也不再重合, 使液滴中心与两峰值间的 Marangoni 效应不断增强, 驱动液滴主体部分由中心向两侧的迁移速率加快.

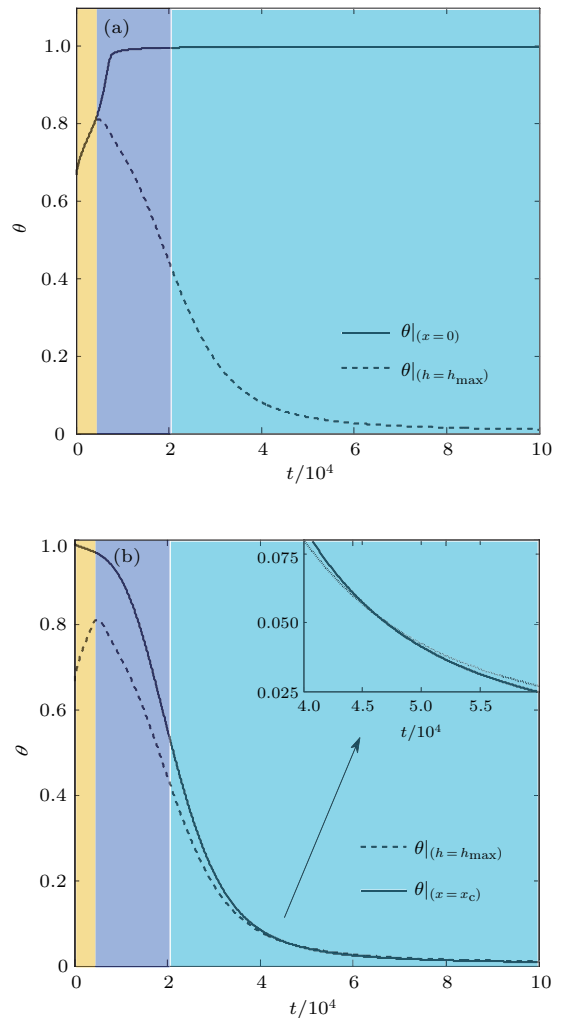


图 9 (网刊彩色) (a) 中心处和最大厚度处液滴的表面温度  $\theta|_{(x=0)}$  和  $\theta|_{(h=h_{\max})}$ ; (b) 最大厚度处和接触线处液滴的表面温度  $\theta|_{(h=h_{\max})}$  和  $\theta|_{(x=x_c)}$  随时间的变化 ( $\delta = 0.01$ )

Fig. 9. (color online) Variations of the droplet surface temperature (a) at the center and at which the thickness is maximum and (b) at the contact line and at which the thickness is maximum with time when  $\delta = 0.01$ .



图9(b)对比了最大厚度处和接触线处液滴的表面温度  $\theta|_{(h=h_{\max})}$  和  $\theta|_{(x=x_c)}$  随时间的变化. 可看出, 当  $t \leq 20500$  时, 始终有  $\theta|_{(h=h_{\max})} < \theta|_{(x=x_c)}$ , 且二者差值较大, 说明在液滴最大厚度处(内)和接触线(外)间呈现出由外侧向内侧的 Marangoni 效应, 这阻碍了接触线外移(注意, 事实上由于“双峰”结构的出现, 接触线的移动速率在这一时间段内是增大的(图10、图11), 故此处所指的“阻碍”是指减缓了接触线移动的加速, 而非使之减速), 使得本可更快的接触线移动速率不得不与“双峰”的移动速率接近(图10), 从而抑制“双峰”处液滴向外铺展.

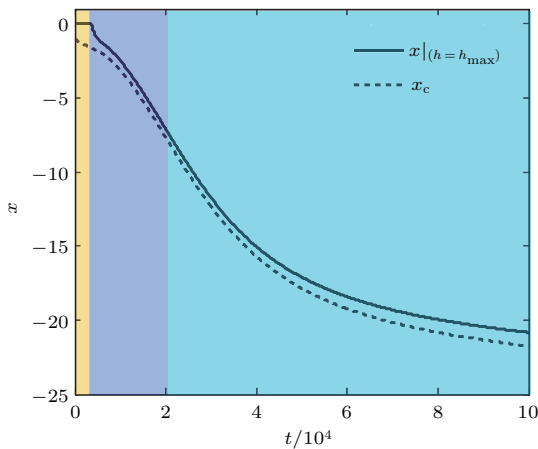


图10 (网刊彩色) 液滴最大厚度位置  $x|_{(h=h_{\max})}$  和接触线位置  $x_c$  随时间的变化 ( $\delta = 0.01$ )  
 Fig. 10. (color online) Variation of the position where the droplet thickness is maximum and the position of contact line with time when  $\delta = 0.01$ .

为更清晰地说明上述影响, 图10给出了液滴最大厚度位置  $x|_{(h=h_{\max})}$  和接触线位置  $x_c$  随时间的变化. 由图可知, 当  $0 \leq t \leq 3800$  时,  $x|_{(h=h_{\max})}$  保持不变, 这对应着第一阶段中“双峰”结构尚未出现、液滴最大厚度位置始终保持在  $x = 0$  处的时间段; 而当  $3800 < t \leq 20500$  时, 图10中两条曲线先逐渐接近、后基本保持平行, 说明上述两个位置的间距先逐渐缩小、后基本不变, 这也从侧面解释了液滴主体部分在“双峰”处堆积背后的物理原因.

综合以上分析可知, 在  $3800 < t \leq 20500$  内, 液滴表面温度梯度产生的 Marangoni 效应促使液滴主体部分由中心向“双峰”位置不断迁移, 同时抑制了液滴由“双峰”向外铺展, 这两种效应综合作用, 取代了重力在演化中的主导地位, 因此“双峰”峰值不断增大. Karapetsas等<sup>[18]</sup>在研究液滴在受热表面的热毛细运动时, 也发现了液滴峰值随时间

增大的现象, 但并未说明具体原因, 本文所做的上述分析可为解释该现象提供参考.

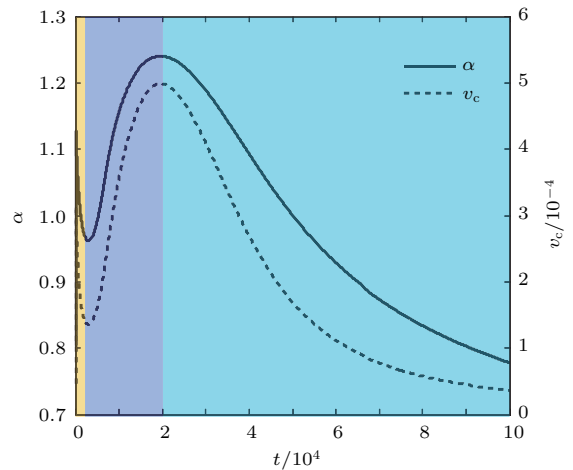


图11 (网刊彩色) 液滴动态接触角  $\alpha$  和液滴接触线移动速率  $v_c$  随时间的变化 ( $\delta = 0.01$ )  
 Fig. 11. (color online) Variation of the dynamic contact angle and the travelling speed of the contact line with time when  $\delta = 0.01$ .

第三阶段, “双峰”峰值逐渐减小 ( $t > 20500$ ). 由图8还可看出,  $t > 20500$  后, 液滴最大厚度  $h_{\max}$  又开始逐渐减小. 这是因在铺展后期,  $x = 0$  处的液膜厚度虽然仍在减小, 但已经很薄(图8), 无法继续再为“双峰”结构提供物质来源; 且随时间持续, “双峰”峰值处和接触线处液滴的表面温度  $\theta|_{(h=h_{\max})}$  和  $\theta|_{(x=x_c)}$  的差值不断缩小, 直至  $t > 5 \times 10^4$  后二者的关系由  $\theta|_{(h=h_{\max})} < \theta|_{(x=x_c)}$  变为  $\theta|_{(h=h_{\max})} > \theta|_{(x=x_c)}$  (图9(b)), 因此 Marangoni 效应对接触线外移的影响也由先前的阻碍作用逐渐变为推动作用(事实上, 由于“双峰”峰值的减小,  $t > 20500$  后接触线的移动速率已开始减小, 故此处的“推动作用”体现为减缓接触线移动的减速, 而非使之加速), 使接触线移动速率的减小明显慢于“双峰”, 液滴最大厚度位置  $x|_{(h=h_{\max})}$  和接触线位置  $x_c$  的间距在铺展后期又逐渐增大(图10)也体现了这一点. 于是液滴在“双峰”处的堆积状况得到缓解, 也促进了主体部分向“双峰”外侧的运动.

上述分析表明,  $t > 20500$  后, 第二阶段中促使“双峰”峰值不断增大的 Marangoni 效应逐渐减弱, 重力又开始主导液滴的铺展, 于是“双峰”峰值逐渐减小.

液滴动态接触角  $\alpha$  及接触线移动速率  $v_c$  的变化也可反映出上述三个阶段的交替, 如图11所示. 在  $0 \leq t \leq 3800$  时, 液滴厚度剖面为“单峰”结构且

峰值逐渐减小(图7(a)),重力主导液滴铺展,因此 $\alpha$ 和 $v_c$ 逐渐减小;在 $3800 < t \leq 20500$ 阶段,“双峰”结构出现,且由于Marangoni效应的增强,液滴主体部分不断由中心位置向“双峰”处堆积(图8),使得 $\alpha$ 和 $v_c$ 不断增大;当 $t > 20500$ 后,随Marangoni效应的减弱,重力作用再次凸显,“双峰”峰值开始降低(图8),于是 $\alpha$ 和 $v_c$ 又逐渐减小.

液滴的上述运动过程及铺展特征决定了其表面热流密度 $q$ 沿壁面的分布,如图12所示.该图表明:在液滴厚度剖面为“单峰”结构( $0 \leq t \leq 3800$ )时, $q$ 由中心向两侧接触线递减,这是因中心处液滴表面温度 $\theta|_{(x=0)}$ 最低,而两侧逐渐升高(图7(b))所致. $t > 3800$ 后,“双峰”结构出现,液滴中心厚度不断降低,使此处表面温度 $\theta|_{(x=0)}$ 不断升高(图9(a)),因此热流密度 $q|_{(x=0)}$ 逐渐增大;而“双峰”峰值虽经历了先增后减的变化,但该处温度 $\theta|_{(h=h_{max})}$ 始终在降低(见图9(a)中双峰出现后,即虚线上拐点之后的阶段),于是 $q|_{(h=h_{max})}$ 也随时间持续减小.同样的变化也发生在接触线处,但与邻近位置相比, $q$ 在接触线处有一明显跃升.文献[9, 20, 25]中的实验和模拟结果均表明液滴边缘处的热流密度明显高于内侧,这与本文所得结论相符合.

图13给出了液滴表面积 $A$ 和传热量 $Q$ 随时间的变化.与 $t = 0$ 时相比, $A$ 和 $Q$ 在 $t = 3 \times 10^4$ 时刻分别增长1132.06%和961.85%.而当壁面温度均匀( $\delta = 0$ ,图6)时, $A$ 和 $Q$ 分别提高71.30%和89.29%.两组数据差别巨大,说明壁面温度的不同分布将显著影响液滴铺展特征,进而影响其传热能力.对比图13与图6也可得到类似结论.

上述两种不同壁温分布下液滴的铺展特征和传热特性汇总于表1.

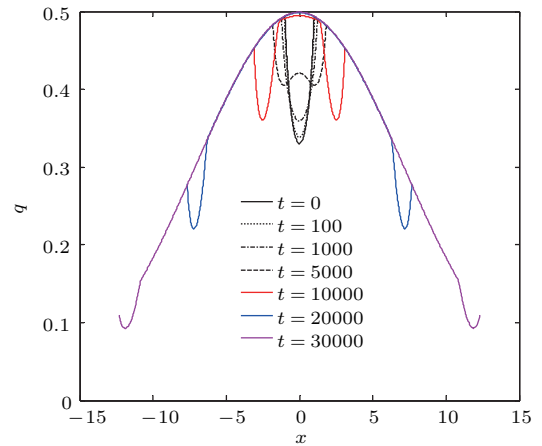


图12 (网刊彩色) 不同时刻下液滴表面热流密度 $q$ 沿壁面的分布( $\delta = 0.01$ )

Fig. 12. (color online) Distribution of surface heat flux along the wall at different times when  $\delta = 0.01$ .

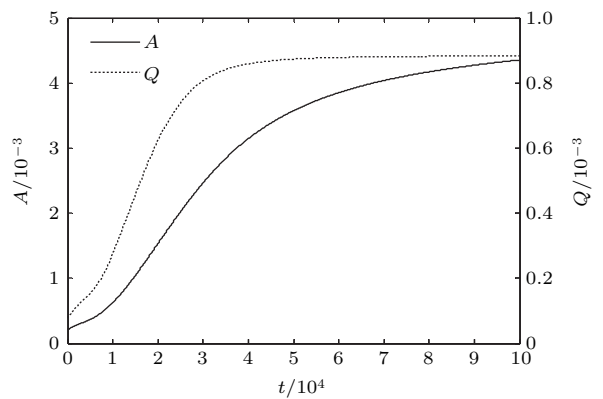


图13 液滴表面积 $A$ 和单位时间传热量 $Q$ 的变化( $\delta = 0.01$ )

Fig. 13. Variation of the droplet surface area and heat flux when  $\delta = 0.01$ .

表1 壁温分布对液滴铺展特征和传热特性的影响

Table 1. The effect of wall temperature distribution on the characteristics of spreading and heat transfer of the droplet.

| 相关特征  | 均匀壁温 ( $\delta = 0$ )   | 非均匀壁温 ( $\delta = 0.01$ )                                 |
|---|---|---|
| 厚度剖面  | “单峰结构”, 半径递增, 峰值递减<br>( $R \propto t^{1.41}, h_{max} \propto t^{-1.43}$ ) | “单峰结构”渐变为“双峰”结构,<br>“双峰”峰值先增大后减小                          |
| 主导铺展的因素   | 重力  | 重力和热毛细力交替主导   |
| 热流密度 $q$  | 自两侧向中心逐渐降低  | $q _{(x=0)}$ 逐渐增大, $q _{(h=h_{max})}$<br>逐渐减小, 在接触线处有明显跃升 |
| 动态接触角 $\alpha$  | 逐渐减小 ( $\alpha \propto t^{-0.114}$ )                                      | 先减小后增大后又减小  |
| 接触线移动速率 $v_c$   | 逐渐减小 ( $v_c \propto t^{-0.1889}$ )  | 先减小后增大后又减小  |
| 液滴表面积 $A$<br>( $t = 3 \times 10^4$ 时刻与 $t = 0$ 时相比)   | 增长 71.30%   | 增长 1132.06%   |
| 单位时间传热量 $Q$<br>( $t = 3 \times 10^4$ 时刻与 $t = 0$ 时相比) | 增长 89.29%   | 增长 961.85%  |

### 3.2 外部对流换热条件的影响

毕渥数  $Bi = h_g H / \lambda$  表征物体内部导热热阻与外部对流换热热阻之比. 物体的导热系数主要取决于其材质和温度 [26]. 在模拟中, 液滴材质始终为水, 温度随所处壁面位置有所改变, 但由于水的导热系数受温度影响很小 [26], 故可认为  $\lambda$  为定值, 因此改变毕渥数  $Bi$  可反映外部对流换热条件  $h_g$  的影响.

图 14 比较了  $t = 10^4$  时,  $Bi = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$  对应的液滴厚度剖面特征. 增大  $Bi$  意味着外部对流换热条件的增强, 由此将减小液滴表面的温度梯度, 进而减弱 Marangoni 效应, 使液滴向外的铺展过程变慢, 这与图 14 反映的现象相符合. 文献 [15] 也指出  $Bi$  增大将减缓液滴铺展, 这与本文结论一致.

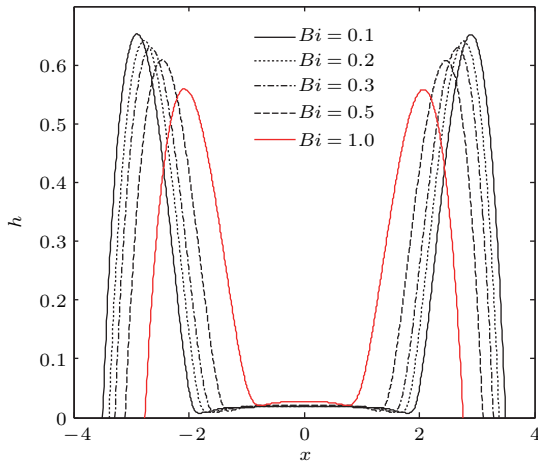


图 14 (网刊彩色)  $Bi = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$  对应的液滴在  $t = 10^4$  的厚度剖面 ( $\delta = 0.01, t = 10^4$ )  
 Fig. 14. (color online) Droplet thickness profiles when  $Bi = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$  ( $\delta = 0.01, t = 10^4$ ).

图 15 给出了液滴动态接触角  $\alpha$  及接触线移动速率  $v_c$  随时间的变化, 从中可知, 不同  $Bi$  下的  $\alpha$  曲线 (和  $v_c$  曲线) 的形状基本一致, 但随  $Bi$  增大, 类似图 11 曲线中波谷和波峰位置的出现依次有一定延迟, 且程度逐渐加深. 这也说明外界对流换热条件的增强将减缓液滴铺展过程.

为进一步分析界面换热条件对液滴传热能力的影响, 图 16 给出了铺展面积  $A$  和传热量  $Q$  随时间的变化. 由图 16 (a) 可知,  $A$  随  $Bi$  的增大而减小, 且  $A$  与时间的标度关系也随  $Bi$  的增大而由  $A \propto t^{1.165}$  向  $A \propto t^{1.144}$  递减, 这也从侧面说明  $Bi$  的增大导致液滴向外铺展变慢. 由 (33) 式可知, 随

液滴向外铺展, 其表面温度梯度本身就将逐渐减小, 增大  $Bi$  使该作用愈加明显, 从而加剧了对液滴铺展过程的阻碍. 这也解释了图 16 (a) 中各曲线间距随时间逐渐扩大的原因.

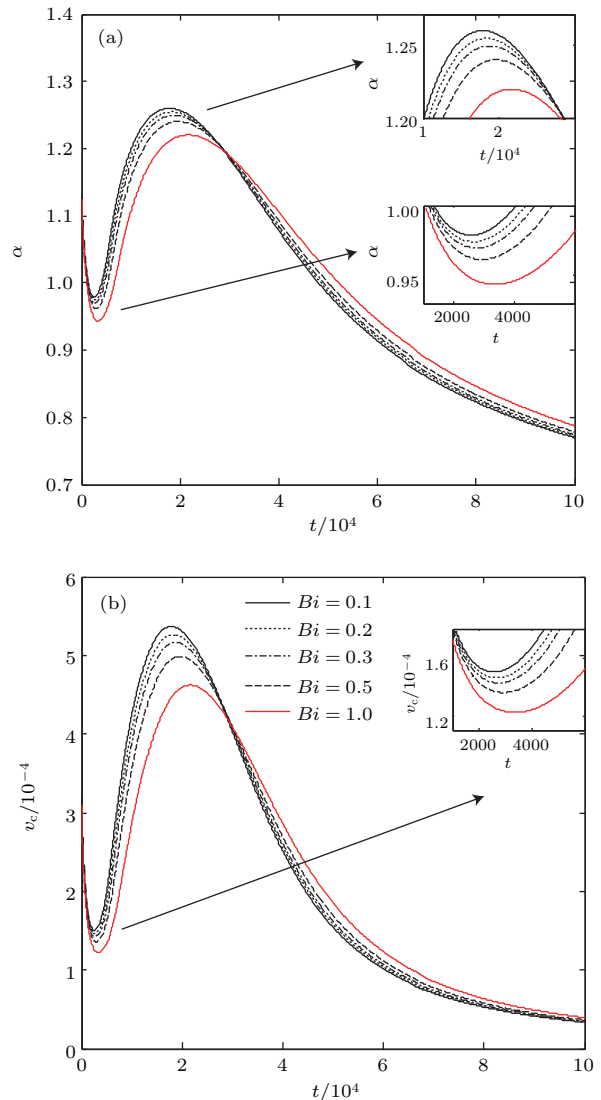


图 15 (网刊彩色)  $Bi = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$  对应的 (a) 液滴动态接触角  $\alpha$  和 (b) 液滴接触线移动速率  $v_c$  的变化 ( $\delta = 0.01$ )  
 Fig. 15. (color online) Variations of (a) the dynamic contact angle and (b) the travelling speed of the contact line with time when  $Bi = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$  ( $\delta = 0.01$ ).

由 (22) 式可知, 液滴所处壁面温度随其向外铺展而降低. 而铺展较快 (即  $Bi$  较小) 的液滴所覆盖的壁面区域较大 (下文称为区域 I), 其平均温度较低. 与之相比, 增大  $Bi$  虽减缓了液滴铺展, 但也使液滴得以始终处于温度较高的区域 (下文称为区域 II), 加之增大  $Bi$  即代表外部对流换热条件的增强, 因此具有一定的传热优势. 随液滴铺展, 区域 I 和

区域II间的差距逐渐扩大, 即该传热优势逐渐凸显. 因此增大毕渥数将提高液滴传热能力, 且随时间增长, 该现象愈加显著(图 16(b)).

综上所述, 尽管外界对流条件的加强将在一定程度上减缓液滴铺展, 但仍为增强液滴传热能力的有效手段.

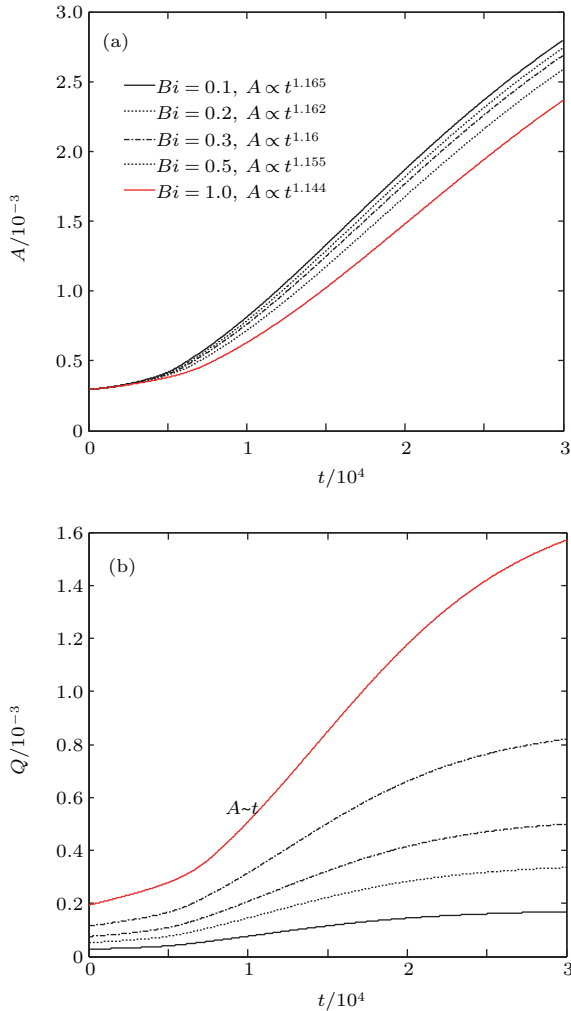


图 16 (网刊彩色)  $Bi = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$  对应的 (a) 液滴表面积  $A$  和 (b) 单位时间传热量  $Q$  的变化 ( $\delta = 0.01$ )

Fig. 16. (color online) Variations of (a) the droplet surface area and (b) heat flux when  $Bi = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0$  ( $\delta = 0.01, t = 10000$ ).

## 4 结 论

针对单液滴在受热基底上的铺展过程, 基于润滑理论建立了演化模型, 模拟了壁温均匀及自中心向两侧呈指数规律衰减两种情形下的铺展历程, 提出了针对二维液滴表面热流密度和传热量的计算方法, 并借助该方法分析了液滴铺展特征及外部换

热条件对传热特性的影响. 主要结论如下.

1) 当壁温均匀 ( $\delta = 0$ ) 时, 液滴运动主要受重力驱动, 呈现对称铺展特征, 且在铺展过程中厚度剖面始终保持为“单峰”结构; 液滴表面温度  $\theta$  由两侧向中心逐渐降低, 热流密度  $q$  也呈类似分布; 液滴动态接触角  $\alpha$  及接触线移动速率  $v_c$  逐渐减小; 液滴表面积  $A$  随时间小幅增大, 传热能力有所增强.

2) 当壁温自中心向两侧呈指数规律衰减 ( $\delta > 0$ ) 时, 液滴演化将经历三个阶段: ①  $0 \leq t \leq 3800$ , 重力作用下, 液滴动态接触角  $\alpha$  及接触线移动速率  $v_c$  逐渐减小. Marangoni 效应在“双峰”时刻  $t_d$  之后, 由两侧向中心的趋势转为相反方向, 促使液滴主体部分由中心向两侧迁移, 于是液滴厚度剖面由“单峰”结构变为“双峰”结构; ②  $3800 < t \leq 20500$ , Marangoni 效应促使液滴主体部分由中心向“双峰”位置不断迁移, 同时抑制了液滴由“双峰”向外铺展, 这两种效应综合作用, 取代了重力在演化中的主导地位, 使液滴主体部分不断由中心位置向“双峰”处堆积, 因此“双峰”峰值不断提高, 导致  $\alpha$  和  $v_c$  也不断增大; ③  $t > 20500$ , Marangoni 效应逐渐减弱, 重力又开始主导液滴的铺展, 于是“双峰”峰值逐渐降低,  $\alpha$  和  $v_c$  也随之减小.

在液滴厚度剖面为“单峰”结构 ( $0 \leq t \leq 3800$ ) 时, 液滴表面热流密度  $q$  由中心向两侧递减.  $t > 3800$  后, “双峰”结构形成, 液滴中心处热流密度  $q|_{(x=0)}$  不断增大, 而“双峰”处热流密度  $q|_{(h=h_{\max})}$  随时间持续减小, 同样的变化也发生在接触线处, 但与邻近位置相比,  $q$  在接触线处有一明显跃升. 在整个过程中, 液滴表面积  $A$  随时间显著增大, 其传热能力有效提高.

3) 界面处对流换热条件的增强 (即毕渥数  $Bi$  的增大) 将减缓液滴铺展, 从而减小液滴表面积, 但也使液滴得以始终处于温度较高的区域, 同时改善了液滴对外换热条件, 因此总体上将使液滴传热能力增强, 且随时间持续, 该现象愈加显著. 此外, 增大  $Bi$  将使液滴动态接触角  $\alpha$  及接触线移动速率  $v_c$  随时间的变化发生延迟, 但并不改变其总体特征.

4) 关于液滴表面热流密度和传热量的计算结果与已有文献相比有较好的一致性, 验证了文中所提出的二维液滴表面热流密度和传热量计算方法的可靠性.



## 参考文献

- [1] Zhirnov V V, Cavin R K, Hutchby J A 2003 *P. IEEE* **91** 1934
- [2] Li T, Liu J 2004 *J. Refrig.* **03** 22 (in Chinese) [李腾, 刘静 2004 制冷学报 **03** 22]
- [3] Liang X Y 2012 *M. S. Thesis* (Hangzhou: Zhejiang University) (in Chinese) [梁雪艳 2012 硕士学位论文 (杭州: 浙江大学)]
- [4] Visaria M, Mudawar I 2008 *Int. J. Heat Mass Transfer* **51** 5269
- [5] Zhang Z 2013 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Tsinghua University) (in Chinese) [张震 2013 博士学位论文 (北京: 清华大学)]
- [6] Gao S, Qu W, Yao W 2007 *J. Eng. Therm.* **28** 221 (in Chinese) [高珊, 曲伟, 姚伟 2007 工程热物理学报 **28** 221]
- [7] Lee K S, Ivanova N, Starov V M, Hilal N, Dutschk V 2008 *Adv. Colloid Interface Sci.* **144** 54
- [8] Pasandideh-Fard M, Aziz S D, Chandra S, Mostaghimi J 2001 *Int. J. Heat Fluid Flow* **22** 201
- [9] Francois M, Shyy W 2002 *Heat Transfer* **03** 401
- [10] Zhu W Y 2007 *M. S. Thesis* (Dalian: Dalian University of Technology) (in Chinese) [朱卫英 2007 硕士学位论文 (大连: 大连理工大学)]
- [11] Liu S S, Zhang C H, Zhang H B, Zhou J, He J G, Yin H Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 106801
- [12] Karapetsas G, Matar O K, Valluri P, Sefiane K 2012 *Langmuir* **28** 11433
- [13] Hu H B, Chen L B, Bao L Y, Huang S H 2014 *Chin. Phys. B* **23** 074702
- [14] Xu W, Lan Z, Peng B L, Wen R F, Ma X H 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 216801 (in Chinese) [徐威, 兰忠, 彭本利, 温荣福, 马学虎 2015 物理学报 **64** 216801]
- [15] Wang S L, Li C X, Ye X M 2011 *Proc. CSEE*. **31** 63 (in Chinese) [王松岭, 李春曦, 叶学民 2011 中国电机工程学报 **31** 63]
- [16] Li C X, Pei J J, Ye X M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 174702 (in Chinese) [李春曦, 裴建军, 叶学民 2013 物理学报 **62** 174702]
- [17] Cheng W L, Han F Y, Liu Q N, Zhao R, Fan H 2011 *Energy* **36** 249
- [18] Karapetsas G, Sahu K C, Sefiane K, Matar O K 2014 *Langmuir* **30** 4310
- [19] Cheng Y L, Ye X M, Yan W P 2002 *J. North Chin. Electr. Power Univ.* **29** 50 (in Chinese) [程友良, 叶学民, 阎维平 2002 华北电力大学学报 **29** 50]
- [20] Wang L, Huai X L, Tao Y J, Wang L 2010 *J. Eng. Therm.* **06** 987 (in Chinese) [王磊, 淮秀兰, 陶毓伽, 王立 2010 工程热物理学报 **06** 987]
- [21] Karapetsas G, Sahu K C, Matar O K 2013 *Langmuir* **29** 8892
- [22] Yuan Q, Huang X, Zhao Y P 2014 *Phys. Fluids* **26** 092104
- [23] Yuan Q, Zhao Y P 2013 *J. Fluid Mech.* **716** 171
- [24] Yuan Q, Zhao Y P 2013 *Sci. Rep.* **3** 1944
- [25] Roux D C D, Cooper-White J J 2004 *J. Colloid Interface. Sci.* **277** 424
- [26] Yang S M, Tao W S 2006 *Heat Transfer* (4th Ed.) (Beijing: Higher Education Press) pp37–38 (in Chinese) [杨世铭, 陶文铨 2006 传热学 (第4版) (北京: 高等教育出版社) 第37—38页]



# Spreading and heat transfer characteristics of droplet on a heated substrate\*

Ye Xue-Min<sup>†</sup> Li Yong-Kang Li Chun-Xi

(Key Laboratory of Condition Monitoring and Control for Power Plant Equipment, Ministry of Education, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

( Received 24 April 2016; revised manuscript received 7 September 2016 )

## Abstract

The spreading characteristics of a droplet on a heated substrate have direct influences on its spreading area and heat transfer, so the exploration in this aspect is of important significance for cooling electronic and aerospace equipments. In the present paper, the evolution model of a droplet on a heated solid substrate is established based on the lubrication theory, and spreading processes are simulated respectively when the wall temperature is uniform and decreases exponentially from the center to both sides. A method of assessing the heat flux and heat transfer capacity of a two-dimensional liquid droplet is proposed. Influences of spreading characteristics and heat convective condition at the liquid-gas interface on heat transfer feature of the droplet are examined, and the results are in good agreement with the published ones in the literature. The simulated results show that in the case of uniform wall temperature, the evolution of the droplet is dominated mainly by gravity and illustrates symmetrical spreading characteristics, and the thickness profile presents a single-peak feature of which the value diminishes with time. The heat flux across the droplet surface decreases from both sides to the center, and the surface area of the droplet increases with time slightly, so the performance of heat transfer is strengthened to a certain extent. When the wall temperature decreases exponentially from the center to both sides, the spreading process of the droplet manifests three obvious stages, in which a single-peak feature of thickness profile gradually evolves into a double-peak feature after surviving for a short period of time, and the peak values of the double-peak first increase firstly and then decrease, resulting from the complex game of gravity and thermocapillary force and their alternative dominance in the evolution. The variations of the dynamic contact angle and travelling speed of the contact line with time can also reflect the above characteristics. The heat flux in the center of the droplet increases, while its values at the double-peak and contact lines decrease with time. In addition, the heat flux at the contact line has a distinct jump feature compared with that at the adjacent position. The droplet surface area expands significantly with time, so the heat transfer capability is improved apparently. Enhancing heat convective condition at the liquid-gas interface, namely greater Biot number, slows the droplet spreading process, which inhibits the expansion of the droplet surface area. However, it enables the droplet to stay in a higher temperature region, resulting in the enhancement of heat dissipation of the droplet. Therefore, the comprehensive interactions of the above aspects strengthen the heat transfer capability, and this phenomenon tends to be increasingly significant over time. Greater Biot number delays the variations of the dynamic contact angle and the travelling speed of the contact line, without changing their general characteristics.

**Keywords:** double-peak structure, spreading characteristic, heat flux density, thermocapillary force

**PACS:** 47.55.dm, 47.55.np, 47.61.-k, 47.85.mf

**DOI:** 10.7498/aps.65.234701

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11202079) and the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. A2015502058).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [yexuemin@163.com](mailto:yexuemin@163.com)