

基于最小刚性图代数特性的无线网络拓扑优化算法

罗小元 李昊 马巨海

Topology optimization algorithm for wireless networks based on the algebraic properties of minimum rigid graph

Luo Xiao-Yuan Li Hao Ma Ju-Hai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 240201 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.240201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.240201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I24>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于复杂网络理论的多元混合空管技术保障系统网络特征分析

Analysis on network properties of multivariate mixed air traffic management technical support system based on complex network theory

物理学报.2016, 65(14): 140203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.140203>

交织型层级复杂网

Interlacing layered complex networks

物理学报.2014, 63(19): 190201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.190201>

基于有限资源提升网络可生存性的拓扑重构方法

A topological reconfiguration method for enhancing networks survivability with limited resources

物理学报.2014, 63(17): 170201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.170201>

复杂网络系统拓扑连接优化控制方法

Control method for complex network topological connection optimization

物理学报.2013, 62(15): 150201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.150201>

基于多属性决策的复杂网络节点重要性综合评价方法

Key nodes in complex networks identified by multi-attribute decision-making method

物理学报.2013, 62(2): 020204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.020204>

# 基于最小刚性图代数特性的无线网络 拓扑优化算法\*

罗小元<sup>†</sup> 李昊 马巨海

(燕山大学电气工程学院, 秦皇岛 066004)

(2016年1月14日收到; 2016年7月23日收到修改稿)

对于能量受限的无线传感器网络, 拓扑优化能够降低能耗, 优化通信链路结构. 本文基于最小刚性图原理提出了一种新的拓扑优化算法, 算法综合考虑了生成拓扑链路图中通信链路的权值与生成刚性图的代数特性问题, 既保证了通信链路较短, 有利于延长网络的生命周期, 同时使生成的通信链路图结构更加稳定, 网络具有较好的鲁棒性. 仿真实验表明, 与相关算法比较, 提出的算法中通信链路较短, 具有较好的网络连通性与结构稳定性, 同时生成刚性图矩阵的迹较大, 具有较好的刚度代数性能.

**关键词:** 无线传感器网络, 拓扑优化, 最小刚性图, 代数特性

**PACS:** 02.10.Ox, 02.10.Yn, 02.10.-v

**DOI:** 10.7498/aps.65.240201

## 1 引言

近年来, 无线传感器网络得到了飞速的发展. 相比于传统有线传感器网络, 无线传感器网络的应用有助于对不可达或远程区域的精准监控, 为人类认识物理世界架起新的桥梁. 无线传感器网络在军事和民用领域有着广阔的应用前景, 如军事侦察、环境监测、医疗监护、空间探索、城市交通管理、仓库管理<sup>[1-3]</sup>等.

对于能量受限的无线传感器网络, 拓扑优化能够降低能耗, 延长网络的生命周期, 增强通信链路结构的稳定性, 使网络更好地应用于复杂环境. 研究人员已经提出了许多相关的拓扑优化算法<sup>[4-6]</sup>. Wattenhofer和Zollinger<sup>[7]</sup>提出异常拓扑控制(exotic topology control, XTC)算法不依赖于节点位置信息来构建拓扑, 而是通过各链路的相对信号强度来构建拓扑, 提高了算法在实际应用中的可行性, 然而算法中处于拓扑边缘的节点通信链路结构稳定性不足. Chen<sup>[8]</sup>提出了四级分簇算法, 考

虑到了节点间的剩余能量问题, 构建分级链路结构, 提高了网络负载的均衡性. 但是当生成簇较多时头节点的节点度会迅速增加, 影响传感器的连通性. 为加强算法对环境的适应性, Qin等<sup>[9]</sup>提出了分布式的k-means算法和模糊c-means算法以优化分簇结构提高拓扑灵活度与鲁棒性. 宋佳等<sup>[10]</sup>提出了一种针对多冗余通路的控制算法, 提高了网络对于故障的预防能力. 郝晓辰等<sup>[11]</sup>提出了一种健壮性可调的控制算法, 引入节点调度调节因子并量化网络节点度, 寻求节点度的取值规律, 获得网络最优节点度, 提高了网络结构的均衡性. 基于刚性图的网络拓扑优化方法具有较好的网络连通性, 并适用于较大规模的网络拓扑优化. 方斌和陈特放<sup>[12]</sup>提出了一种基于最小刚性图的编队控制方法, 对不同操作条件下刚性保持问题进行了研究. Luo等<sup>[13]</sup>提出了一种基于最优刚性图的最优刚性几何图自适应保真(optimally rigid geographical adaptive fidelity, ORGAF)算法, 考虑到传感器节点区域的布置, 加入节点调度机制, 重点优化了网络通信链路的权值, 减少了节点发射与接收功率,

\* 国家自然科学基金(批准号: 61375105)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: xyluo@ysu.edu.cn

较好地延长了网络的生命周期. 然而算法未考虑到刚性图代数特性的影响. 文献 [14, 15] 研究发现网络控制与定位的刚度特性与其代数性质密切相关. Anderson 等 [16] 提出了基于刚性图刚度矩阵特性对网络定位的方法, 在定位过程中, 定位点的选择以及网络的构建中提高了生成网络的刚度矩阵特征值, 在保证网络连通性的前提下提高了网络结构的稳定性. 然而算法中未考虑链路权值对于网络寿命的影响.

本文提出一种基于最小刚性图刚度代数特性优化的无线传感器网络拓扑控制算法 (MRGAFU 算法). 该算法综合考虑了生成拓扑链路图中通信链路的权值与生成刚性图的刚度问题, 既保证了通信链路较短, 有利于延长网络的生命周期, 同时使生成的通信链路图结构更加稳定, 使网络具有较好的鲁棒性.

## 2 图论基础与问题描述

### 2.1 图论

传感器网络的拓扑结构通常用图来描述. 本节将简要介绍本文所用到的一些基本图论知识. 考虑一个由  $N$  个节点组成的无线传感器网络, 其拓扑用无向图  $G(v, \varepsilon)$  表示, 其中, 顶点数集  $v = \{1, 2, \dots, N\}$  表示传感器节点, 边集  $\varepsilon = \{(i, j) \in v \times v : i \neq j\}$  表示传感器节点之间的通信链路. 顶点是由随机部署的传感器节点的位置  $p_i \in R^n$  决定的. 对于任意节点  $i, j \in v$ , 若满足  $\|p_i - p_j\| \leq R_c$ ,  $R_c$  为节点的传输范围, 则节点  $j$  是节点  $i$  的通信邻居.

### 2.2 最小刚性图

本文算法中用到了两个重要概念: 刚性图和最小刚性图, 它们均属于无向图且是连通的. 如果在保证各边长度不变的情况下, 一个图不会发生形变, 称此图为刚性图, 否则称为可变形图.

如果刚性图删除任意一条边都会导致此图变成可变形图, 则称此图为最小刚性图. 易知, 依据最小刚性图构建的拓扑结构是刚性的, 具有较好的稳定性. 图 1 给出了可变形图、刚性图和最小刚性图的例子.

最小刚性图中每个顶点至少要有两条邻接边 [17], 因此, 最小刚性图同时具有较小的通信复杂度和较

强的鲁棒性. 以最小刚性图结构建立的通信拓扑可以实现负载的均衡性, 减少链路能量消耗, 并延长网络寿命.

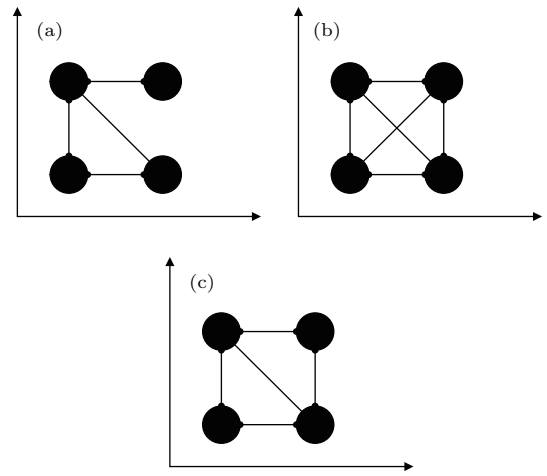


图 1 (a) 可变形图、(b) 刚性图和 (c) 最小刚性图  
Fig. 1. (a) Deformable graph, (b) rigid graph and (c) minimum rigid graph.

最小刚性图可通过刚度矩阵来建立.  $n$  维刚度矩阵的构建过程如下: 将图中顶点坐标按  $\{p_1^1, \dots, p_1^n, p_2^1, \dots, p_2^n, \dots, p_N^1, \dots, p_N^n\}$  顺序排列. 建立一个其行与列分别对应边和顶点坐标的矩阵  $\overline{M} \in R^{|\varepsilon| \times Nn}$ , 则矩阵  $\overline{M}$  即为刚度矩阵.

由文献 [16] 中的定理 1 可直接得到如下刚度矩阵的性质.

**引理 1** 如果刚度矩阵  $\overline{M}$  存在  $2N - 3$  行元素构成的子矩阵满足

$$\text{rank}(\overline{M}) = 2N - 3, \quad (1)$$

则由这  $2N - 3$  行对应的边和  $N$  个顶点构成的图是最小刚性图.

本文还需用到如下刚性图的替换引理.

**引理 2** [4] 如果已知刚性图  $G(v, \varepsilon)$  的一个子图  $G'(v', \varepsilon')$  由任意其他刚性图子图  $G''(v'', \varepsilon'')$  替代, 则得到的图仍是刚性的.

### 2.3 刚性图的代数特性

刚度矩阵可以完全通过代数方式进行表述. 对于一个平面二维网络  $(G, p)$ , 令顶点  $j$  的向量为  $p_j = [x_j, y_j]^T$ , 刚度矩阵  $\overline{M}$  可以由任意顺序的点与边表示, 其中矩阵行数为  $|\varepsilon|$ , 列数为  $2|v|$ . 每条边对应矩阵的一行, 同一边相连接的顶点  $j$  与顶点  $k$  的非零行向量在矩阵中第  $2j - 1, 2j, 2k - 1, 2k$  列,

对应可表示为  $x_j - x_k, y_j - y_k, x_k - x_j, y_k - y_j$ . 刚度矩阵中的元素与节点间定位的绝对值无关, 仅仅取决于节点间的相对位置. 一个图是刚性的当且仅当由顶点关系得到的刚度矩阵的秩是  $2|v| - 3$  时.

刚度矩阵包含很多图的刚度的定量信息, 尤其是刚度矩阵的奇异值提供了一种测量网络代数性质的方法<sup>[18]</sup>.

定义网络中边的刚度矩阵为

$$\mathbf{X}_{(G,P)} = \overline{\mathbf{M}}_{(G,P)} \overline{\mathbf{M}}_{(G,P)}^T \in R^{|\epsilon| \times |\epsilon|}, \quad (2)$$

其中行列式具有较大特征值的刚性图具有更好的代数刚度特性. 较好的刚度特性可以保证网络覆盖定位时具有较小的误差, 进而提高网络的稳定性.

最小刚性图的刚度矩阵特征值可以反映其结构特性, 图 2(a) 与图 2(b) 是依据 Henneberg 序列<sup>[4]</sup> 构建的两种不同结构的最小刚性图, 当点 B 趋近于点 A 时, 图 2(c) 中出现了可以自由移动的边 AC, 不再是刚性图, 而图 2(d) 仍然可以保持刚性, 可见右图具有较好的稳定性. 经过计算可以发现图 2(b) 的刚度矩阵特征值要大于图 2(a) 的刚度矩阵特征值, 在定位与通信链路结构方面有着更好的性能.

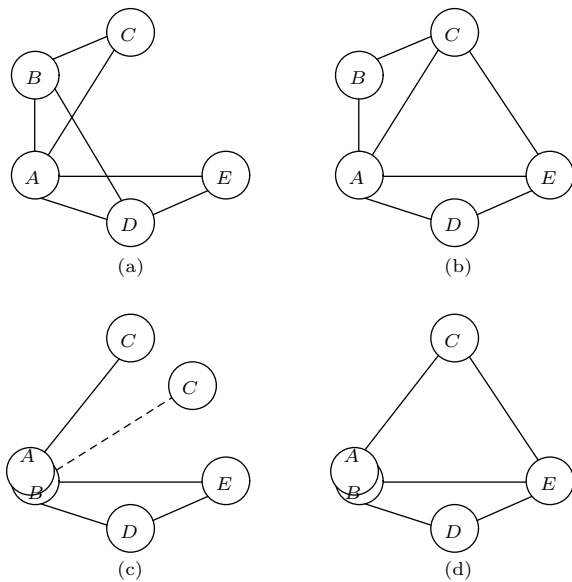


图 2 两种不同结构的最小刚性图

Fig. 2. Minimum graphs of two different structure.

### 3 基于最优刚性图的拓扑优化算法

无线传感器网络是由许多小而能量受限的传感器节点组成的, 优化通信链路、延长网络寿命一

直是网络拓扑研究的重要方向之一. 同时, 针对一些较复杂的环境, 如水下监测等, 还需要考虑网络链路通信结构的鲁棒性.

#### 3.1 算法构建

刚度矩阵具有较大特征值的最小刚性图具有较好的代数刚度特性. 同时, 通信链路加权较小的最小刚性图能较好地延长网络的寿命. 为保持最小刚性图具有较好的代数刚度特性, 就需要优化拓扑保持刚度矩阵具有较大的特征值. 矩阵的迹是矩阵的特征值之和, 因此保证刚度矩阵的迹较大, 即可满足刚性图拓扑链路具有较好的结构稳定性.

保持图是最小刚性图的条件, 使刚度矩阵迹值达到最大. 该过程可转化为一个最优化问题:

$$\begin{aligned} & \underset{\epsilon}{\text{maximize}} \quad \text{trace}(\overline{\mathbf{M}}_{(G,P)} \overline{\mathbf{M}}_{(G,P)}^T), \\ & \text{subject to} \quad \text{rank}(\overline{\mathbf{M}}_{(G,p)}) = 2n - 3. \end{aligned} \quad (3)$$

该最优化问题可以通过经典的贪婪算法求解(表 1), 即在保证刚度矩阵秩为  $2n - 3$  条件下, 每一步构建最小过程中找出使构成的拓扑链路图的迹最大的边, 加入到网络中.

表 1 贪婪算法  
Table 1. Greedy algorithm.

Greedy algorithm
1: 选取集合 $\epsilon$ 表示来构建最小刚性图的边, 并赋值为空集
2: $\bar{\epsilon} \leftarrow \{e \in \epsilon_c \setminus \epsilon\} \setminus \setminus$ 未被选择的边
3: while $\text{rank}(\overline{\mathbf{M}}_{(G,p)}) < 2n - 3$ do
4: $e' = \arg \max_{e \in \bar{\epsilon}} [f(\epsilon \cup \{e\}) - f(\epsilon)] \setminus \setminus$ 使刚度矩阵的迹最大化的边
5: $\epsilon \leftarrow \epsilon \cup \{e'\}$
6: $\bar{\epsilon} \leftarrow \{e \in \epsilon_c \setminus \epsilon\}$
7: end while
8: $\epsilon \leftarrow \epsilon$

算法中考虑到网络生命周期, 在构建最小刚性图过程中首先将边的长度按照升序排列, 再依次选择其中使刚度矩阵迹最大的边加入到刚度矩阵中, 即在保证网络刚性代数性能条件下进一步减小通信链路权值, 优化拓扑链路结构.

采用分布式算法可以减小网络构建的复杂度. 在构建刚性图网络拓扑中依据引理 3, 删除网络中所有不满足要求的边, 生成网络拓扑链路图.



**引理 3**<sup>[13]</sup>  $G_i(i = 1, 2, \dots, n)$  表述由顶点  $i$  及其所有邻接顶点组成的最小刚性图,  $G(V, E) = \bigcup_{i=1,2,\dots,n} G_i$ ,  $G_{\text{opt}} = (V, E_{\text{opt}})$  表示生成的整体最小刚性图, 则有如下结论:

- 1)  $e \notin E_{\text{opt}}$ , 如果对于两个顶点  $k, l \in G_i, G_j$ , 有  $e = (k, l) \in G_j$ , 但  $e \notin G_i$ ;
- 2) 删除满足条件 (1) 的所有边得到的图是最小刚性图  $G_{\text{opt}} = (V, E_{\text{opt}})$ .

依据上述引理, 我们提出一个分布式算法来控制网络链路, 得到链路拓扑结构, 该算法程序见表 2.

表 2 最小刚性图生成算法  
Table 2. MRGAFU algorithm.

MRGAFU algorithm
1: 任意活动节点 $i \in v$ : 初始化节点 $i$ 的集合 $ \bar{\varepsilon}_i $ 和集合 $ \bar{\varepsilon}_i' $ 为空
2: 节点 $i$ 以最大传输半径广播包含其节点 ID 和位置信息的 HELLO 消息
3: While 点 $i$ 收到来自节点 $u$ 的 HELLO_ACT 消息 do 节点 $i$ 将链路 $(i, u)$ 添加到集合 $ \bar{\varepsilon}_i $
4: end while
5: 计算节点 $i$ 与其邻居 $N_i$ 之间所有边的长度
6: 将这些边按照升序排列
7: 依据上述序列建立子图的刚度矩阵 $\tilde{M}_i$
8: 初始化 $M_i$ , 令 $M_i = \overline{M}_i(1)$
9: for $j = 1 :  \bar{\varepsilon}_i $
10: while $\text{rank}(M_i) \leq 2( N_i  + 1) - 3$
11: 应用贪婪算法, 依次比较使 $M_i$ 迹最大的 $\overline{M}_i(l, :)$ 作为新的 $\overline{M}_i(j + 1, :)$
12: $M_i = \begin{bmatrix} M_i \\ \overline{M}_i(j + 1, :) \end{bmatrix}$
13: if $M_i$ 是满秩
14: 将此行对应的边记录到集合 $ \bar{\varepsilon} $ 中
15: end
16: end
17: end
18: for $u = \{N, i\}$
19: for $v = \{N_i, i, u \neq v\}$
20: if $(u, v) \notin \bar{\varepsilon}'$
21: 删除所有在 $\bar{\varepsilon}'_q(q \in i \cup N_i)$ 中记录的 $(u, v)$
22: end
23: end
24: end

算法中综合考虑了链路权值及刚度矩阵迹的代数特性, 对网络进行拓扑优化, 同时采用分布式的方法也可以降低算法复杂度.

### 3.2 算法分析

本节针对算法的一些特性进行理论分析与证明.

**性质 1** 网络中各个节点间都是 2-连通的.

**证明** 根据本文算法, 各节点组成的拓扑图是一个最小刚性图, 而最小刚性图是属于刚性图的<sup>[17]</sup>, 由 2.2 节中刚性图的性质可知, 刚性图是连通的且每个顶点至少有两边邻接的边. 可知, 网络中节点间通信至少是 2-连通的. 证毕.

**性质 2** 定义节点度为能与该节点直接通信的邻居节点的数量, 则算法平均节点度收敛于 4.

**证明** MRGAFU 算法是通过删除  $G(V, E)$  中不属于最小刚性图的边得到的, 因而, 其必定是最小刚性图, 由引理 1 可知算法生成图中有  $2n - 3$  条边, 另外, 根据图形边数与节点度的关系易知节点度总和为边数的两倍, 从而平均节点度可表示为  $D = 2 \times (2n - 3)/n = 4 - 6/n$ , 这意味着图的平均节点度随着节点数量的增加逐渐趋近于 4. 因此, 此性质成立. 证毕.

### 4 仿真实验

本节采用 Matlab 软件进行仿真实验, 验证算法有效性. 将 MRGAFU 算法与最小刚性图拓扑 (minimal rigid graph, MRG) 算法<sup>[19]</sup> 和具有较好连通性的几何图自适应保真 (geographical adaptive fidelity, GAF) 算法<sup>[20]</sup> 进行仿真比较, 在  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$  区域内随机分布 36 个传感器节点得到的网络拓扑链路图如图 3—图 5 所示.

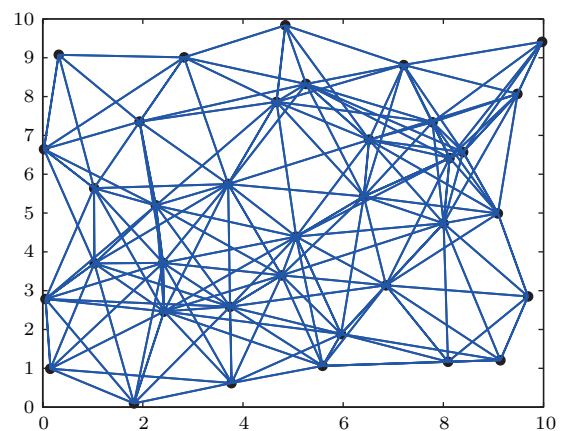


图 3 GAF 算法拓扑链路图

Fig. 3. Topological link graph of GAF.

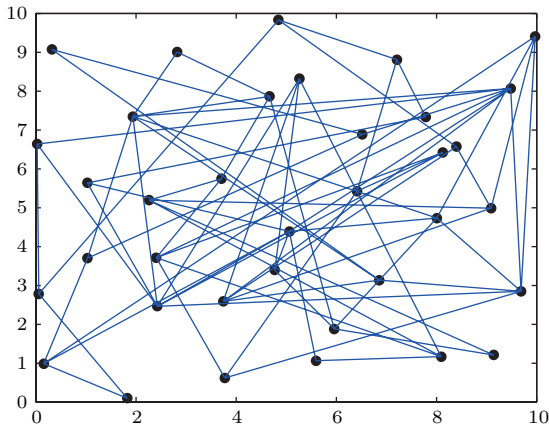


图4 MRG算法拓扑链路图

Fig. 4. Topological link graph of MRG.

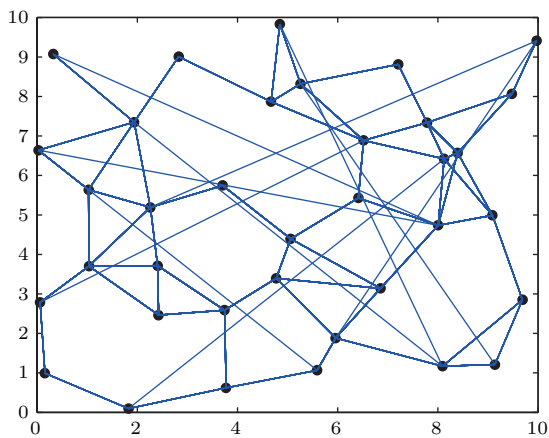


图5 MRGAFU算法拓扑链路图

Fig. 5. Topological link graph of MRGAFU.

比较图中链路可以发现,图3—图5中生成的拓扑链路中每个顶点至少有两条边与其相连,说明通信时可以保证GAF算法与基于最小刚性图的MRG和MRGAFU算法中每个传感器节点至少有两链路与其相连,具有较好的连通性,在复杂环境下抗干扰能力较强,同时有利于提高网络负载的均衡性.

在无线传感器网络中,过高的节点度易导致信道间的串扰与冲突,数据包需要多次重传,这必然造成一些不必要的能量耗散.图6比较了GAF算法与MRGAFU算法的网络平均节点度.

由图6可知,GAF算法在网络分布节点较多时,平均节点度会高于MRGAFU算法的结果,而MRGAFU算法的平均节点度趋近于4,这个特性减少了许多不确定因素,如节点密度对最终优化的拓扑的影响,使得由MRGAFU算法得到的拓扑有了一定的独立性和可预测性.同时,在实际应用中,

可预测的网络平均节点度为有限的网络资源的分配提供了一定的参考依据,一定程度上提高了资源的利用效率.

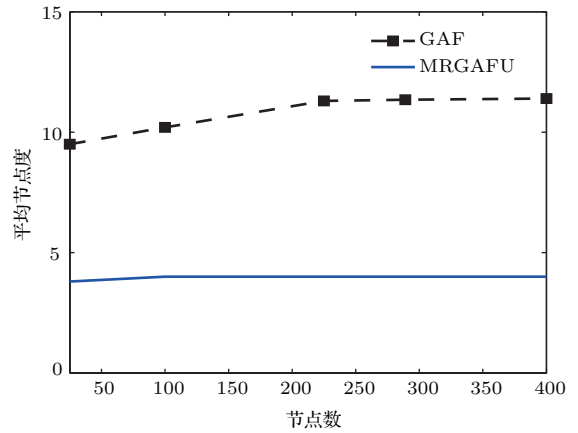


图6 拓扑后的网络平均节点度情况

Fig. 6. Network average node degree of the topology.

图7和图8统计了基于最小刚性图拓扑的MRG算法与MRGAFU算法下构建的最小刚性图中生成拓扑图的刚度矩阵的迹以及链路图的链路权值.由图7可知,相同环境下采用MRGAFU算法构建的最小刚性图具有较大的迹,表明算法生成的最小刚性图具有较好的刚度代数性能,有利于增强网络稳定性.同时由图8可知MRGAFU算法拓扑链路图权值较小,能较好地延长网络的生命周期.

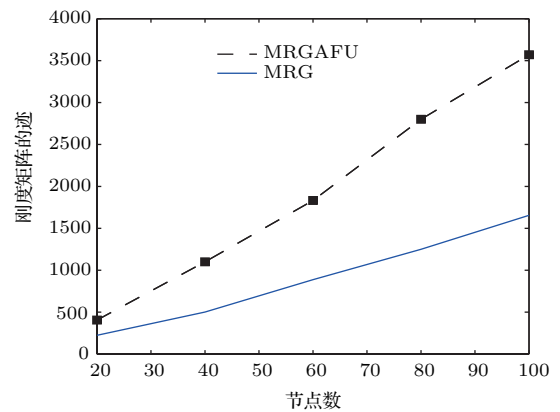


图7 刚度矩阵的迹

Fig. 7. Trace of rigidity matrix.

为较好地验证算法拓扑网络的通信与能耗情况,设置如下的随机场景:在 $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ 区域内随机布置36个传感器节点,仿真参考文献[8]中所给参数,传输初始能量为 $0.5\text{ J}$ , $E_{\text{elect}}$ 为 $50\text{ nJ}$ , $\epsilon_{\text{fs}}$

为  $10 \text{ pJ}\cdot\text{bit}\cdot\text{m}^{-2}$ , 而基站能量通过太阳能供给, 不影响网络生命周期, 可不考虑基站的能量消耗. 分别采用 XTC 算法与 MRGAFU 算法进行仿真实验. 网络通信链路如图 9 和图 10 所示.

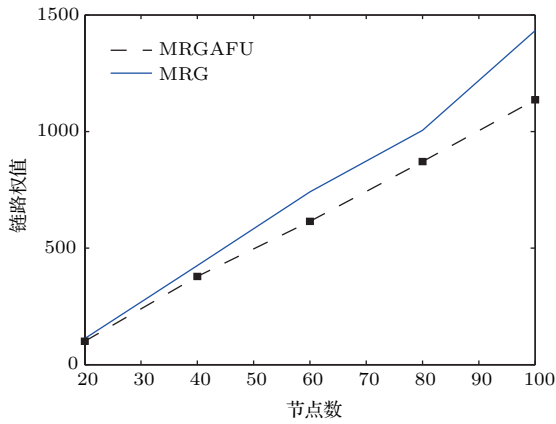


图 8 矩阵的链路权值

Fig. 8. The weight of link.

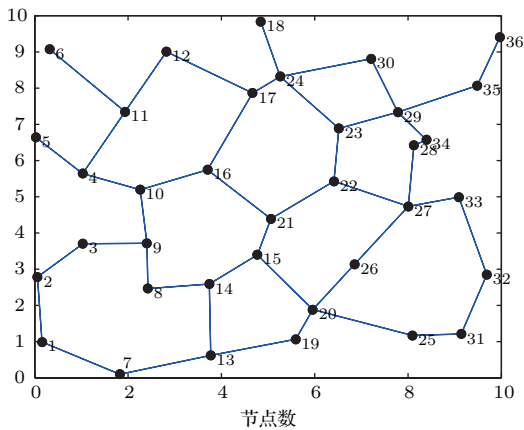


图 9 XTC 算法网络拓扑结构图

Fig. 9. The network topology structure of XTC.

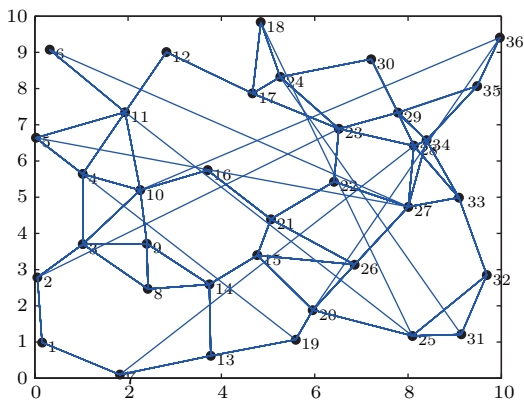


图 10 MRGAFU 算法网络拓扑结构图

Fig. 10. The network topology structure of MRGAFU.

由图 9 可以看出, 采用 XTC 算法拓扑优化后, 网络中 5, 6, 18, 35, 36 等节点都仅有一条链路与其相连, 而图 10 中 MRGAFU 算法每个节点至少要有两条链路相连, 具有 2-连通特性. 连通性不同, 会影响网络负载的均衡性. 计算网络中 1, 11, 27, 36 四个传感器节点能量随数据包发送个数的变化情况.

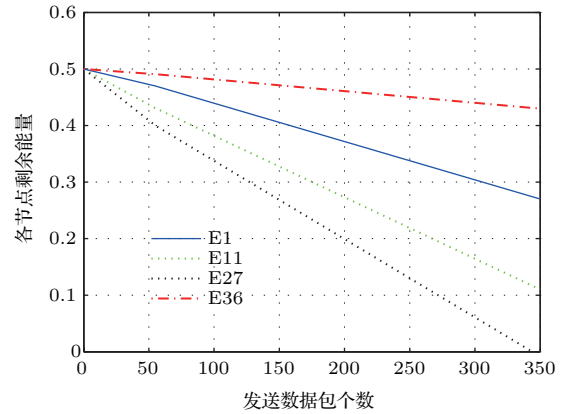


图 11 XTC 算法节点剩余能量

Fig. 11. Node residual energy of XTC.

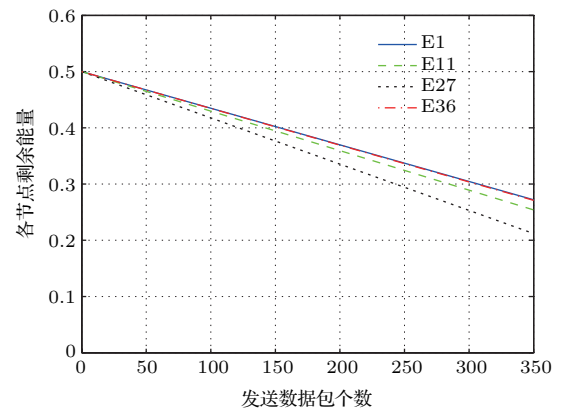


图 12 (网刊彩色)MRGAFU 算法节点剩余能量

Fig. 12. (color online) Node residual energy of MRGAFU.

由图 11 与图 12 比较可知, 相同场景下, 采用 MRGAFU 算法, 网络中各节点的能量消耗更加均衡, 有利于延长网络的生命周期.

记录随机场景下网络运行时随循环数增加网络中存活节点数的变化, 如图 13 所示. 由图 13 可知, 采用 MRGAFU 算法拓扑优化后, 随着网络的运行, 网络中开始出现传感器节点死亡现象的时间要晚于 XTC 算法的结果, 网络中因节点死亡而对网络整体性能开始出现影响的时间要更晚, 网络通信传输更加稳定. 同时由图中斜率比较可知, 采用 MRGAFU 算法后网络负载更加均衡.

对无线传感器网络,分簇是常见的拓扑结构场景,对于大规模分簇网络,直接将头节点信息传输给汇聚节点,会加速头节点能量消耗,如果采用本文算法对于簇头节点间通信进行优化,将有利于提高网络的负载均衡性.

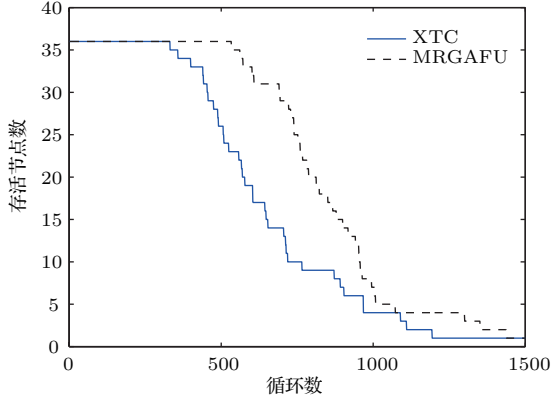


图 13 (网刊彩色) 随机场景下网络中的存活节点数  
Fig. 13. (color online) Survival number of nodes in a network.

分簇场景设置如下,在  $160\text{ m} \times 160\text{ m}$  范围内随机部署 120 个节点,仿真中假定无线传感器节点传输范围不限,传输初始能量为  $0.5\text{ J}$ ,  $E_{\text{elect}}$  为  $50\text{ nJ}$ ,  $\epsilon_{\text{fs}}$  为  $10\text{ pJ}\cdot\text{bit}\cdot\text{m}^{-2}$ ,  $\epsilon_{\text{mp}}$  为  $0.0013\text{ pJ}\cdot\text{bit}\cdot\text{m}^{-4}$ ,而基站能量通过太阳能供给,不影响网络生命周期,可不考虑基站的能量消耗. 图 14 和图 15 为经典低功耗自适应集簇分层型协议 (low energy adaptive clustering hierarchy, LEACH) 算法 [21] 与经过本文算法优化簇间通信算法 MRGAFU 的拓扑结构图,图中实心节点表示被选为簇头的头节点,空心节点表示簇内成员节点.

图 14 中, LEACH 算法在网络中选择簇头节点,负责聚合与传输网络中成员节点的信息,再将信息直接传递给汇聚节点,算法未对簇与簇之间的通信进行优化. 图 15 中,基于本文算法对簇头节点优化后,在拓扑图中簇头节点至少有两个邻居与其相连,表明簇间通信都是 2-连通的,当某条链路受到干扰而中断,不会影响簇间通信的正常进行,簇间通信更加稳定.

比较上述两种算法网络中存活节点数目随时间的变化情况,如图 16 所示.

比较两种算法我们发现采用本文算法优化簇间通信后,网络中出现节点死亡现象较晚,表明采用本文算法优化簇间通信有利于加强网络负载的均衡性,以延长网络的寿命.

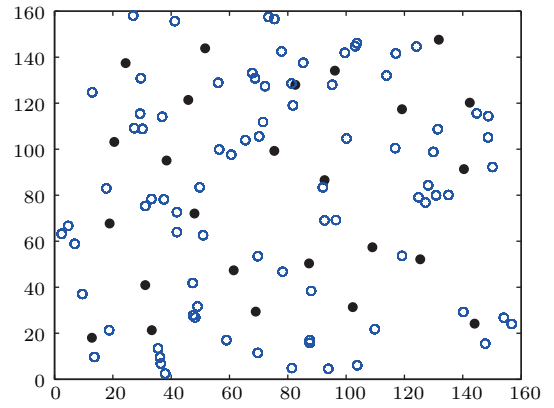


图 14 LEACH 算法拓扑结构图

Fig. 14. The network topology structure of LEACH.

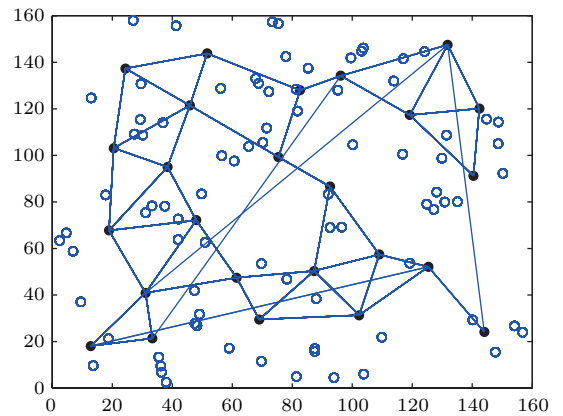


图 15 MRGAFU 算法拓扑结构图

Fig. 15. The network topology structure of MRGAFU.

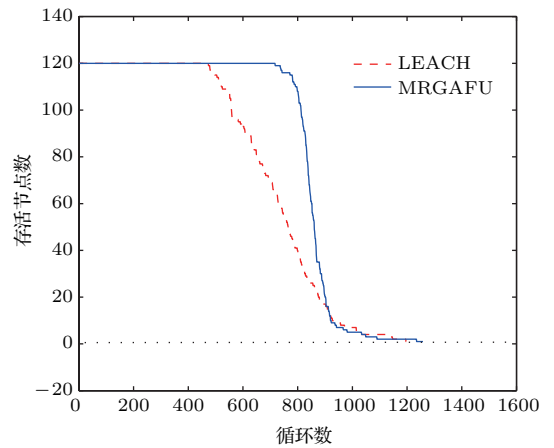


图 16 (网刊彩色) 分簇场景下网络中的存活节点数  
Fig. 16. (color online) Survival number of nodes in a network.

## 5 结 论

本文基于最小刚性图原理提出了一种新的无线传感器网络拓扑控制算法. 该算法综合考虑了



生成拓扑链路图中通信链路的权值与生成刚性图的刚度矩阵迹值,既保证了通信链路较短,有利于延长网络的生命周期,同时使生成的通信链路图结构更加稳定,具有较快的收敛速率,网络覆盖定位时具有较小的误差,使网络具有较好的鲁棒性.通过仿真对比验证,MRGAFU算法中通信链路都是2-连通的,生成的刚性图拓扑链路刚度矩阵具有较大的迹值,算法具有较好的连通性及刚度代数特性.

## 参考文献

- [1] El Emary I M M, Al-Gamdi A H 2014 *J. Appl. Med. Sci.* **3** 5
- [2] Li J, Wang F, Li X 2014 *J. Networks* **9** 244
- [3] Xu G, Shen W, Wang X 2014 *Sensors* **14** 16932
- [4] Luo X Y, Li S B, Guan X P 2009 *IEEE Intelligent Vehicles Symposium* Xi'an, China, June 6–9, 2009 p1198
- [5] Dhanapala D C, Jayasumana A P 2014 *IEEEACM Trans. Network* **22** 784
- [6] Bagci H, Korpeoglu I, Yazici A 2015 *Parallel and Distributed Systems* **26** 914
- [7] Wattenhofer R, Zollinger A 2004 *Proceedings of the 18th International Parallel and Distributed Processing Symposium* Santa Fe, USA, April 26–30, 2004 p216
- [8] Chen Y L 2013 *IEEE 7th International Conference on Complex, Intelligent, and Software Intensive Systems* Taichung, China, July 3–5, 2013 p335
- [9] Qin J, Fu W, Gao H 2016 *IEEE Trans. Cybernetics* **46** 1
- [10] Song J, Luo Q H, Peng X Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 128401 (in Chinese) [宋佳, 罗清华, 彭喜元 2014 物理学报 **63** 128401]
- [11] Hao X C, Liu W J, Xin M J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 080101 (in Chinese) [郝晓辰, 刘伟静, 辛敏洁 2015 物理学报 **64** 080101]
- [12] Fang B, Chen T F 2014 *Control Eng.* **21** 178 (in Chinese) [方斌, 陈特放 2014 控制工程 **21** 178]
- [13] Luo X Y, Yan Y L, Li S B 2013 *Computer Networks* **57** 1037
- [14] Shames I, Summers T 2014 *Sensor Array and Multi-channel Signal Processing Workshop (SAM)* A Coruna, Spain, June 22–25, 2014 p29
- [15] Zelazo D, Franchi A, Bühlhoff H H 2013 *Int. J. Robot. Res.* **34** 105
- [16] Anderson B D O, Shames I, Mao G 2010 *SIAM J. Discrete Mathematics* **24** 684
- [17] Shames I, Fidan B, Anderson B D O 2009 *Automatica* **45** 1058
- [18] Shames I, Summers T H 2015 *IEEE Trans. Network Sci. Eng.* **2** 84
- [19] Hendrickx J M, Anderson B, Blondel V D 2005 *44th IEEE Conference on European Control CDC-ECC'05* Seville, Spain, December 12–15, 2005 p2176
- [20] Chen Z J, Ouyang Y L 2012 *Computer Eng.* **38** 104
- [21] Heinzelman W R, Chandrakasan A, Balakrishnan H 2000 *Proceedings of the 33rd Hawaii International Conference on System Sciences* Maui, USA, January 4–7, 2000 p10

# Topology optimization algorithm for wireless networks based on the algebraic properties of minimum rigid graph\*

Luo Xiao-Yuan<sup>†</sup> Li Hao Ma Ju-Hai

(School of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

( Received 14 January 2016; revised manuscript received 23 July 2016 )

## Abstract

For wireless sensor networks, with energy constrained, topology optimization can reduce energy consumption and improve the structure of communication link. Based on the minimum rigid graph, a new topology optimization algorithm is presented in this paper, by considering the weights of communication links in graph and the generated algebraic properties of rigid graph. The proposed algorithm not only ensures the communication link is shorter which can prolong the network life cycle, but also keeps the graph structure more stable, which means that the network has good robustness. It is shown that communication link obtained by the proposed algorithm is shorter than that obtained by the related existing algorithms. As a result, the proposed algorithm has good network connectivity and structure stability. At the same time the trace of the generated rigid matrix is very big so that the proposed algorithm has excellent algebraic rigidity properties of a network.

**Keywords:** wireless sensor network, topology optimization, minimally rigid graph, algebra property

**PACS:** 02.10.Ox, 02.10.Yn, 02.10.-v

**DOI:** 10.7498/aps.65.240201

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61375105).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [xyluo@ysu.edu.cn](mailto:xyluo@ysu.edu.cn)