

柔性杆与凸轮斜碰撞特性分析

杨永锋 冯海波 陈虎 仵敏娟

Dynamical analysis of the flexible beam-cam oblique-impact system

Yang Yong-Feng Feng Hai-Bo Chen Hu Wu Min-Juan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 240502 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.240502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.240502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于人工蜂群算法的混沌信号盲提取

Blind chaotic signal extraction based on artificial bee colony algorithm

物理学报.2016, 65(23): 230501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.230501>

分数阶 Willis 环脑动脉瘤系统的混沌动力学分析与控制

Chaotic dynamics of the fractional Willis aneurysm system and its control

物理学报.2016, 65(23): 230502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.230502>

基于频域信息交换的随机共振研究

Stochastic resonance based on frequency information exchange

物理学报.2016, 65(22): 220501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.220501>

具有时滞的抑制性自突触诱发的神经放电的加周期分岔

Period-adding bifurcation of neural firings induced by inhibitory autapses with time-delay

物理学报.2016, 65(21): 210502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.210502>

基于事件触发采样控制的异构混沌系统主从同步

Event-triggered heterogeneous master-slave synchronization with sampled-data control

物理学报.2016, 65(20): 200501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.200501>

柔性杆与凸轮斜碰撞特性分析*

杨永锋^{1)†} 冯海波¹⁾ 陈虎¹⁾²⁾ 仵敏娟³⁾

1) (西北工业大学振动工程研究所, 西安 710072)

2) (中国航发商用航空发动机有限责任公司, 上海 200241)

3) (航天九院第 771 研究所, 西安 710065)

(2016 年 5 月 25 日收到; 2016 年 9 月 1 日收到修改稿)

在计入柔性杆横向变形及其二阶耦合量的条件下, 利用 Hamilton 最小作用原理建立柔性杆与凸轮斜碰撞系统的动力学方程, 提出了柔性杆与凸轮碰撞点的确定方法, 实现了柔性杆自由下落后的碰撞前、碰撞过程和碰撞后 3 个阶段的动力学行为仿真. 通过分析柔性杆的碰撞运动规律, 发现杆的柔性、大范围运动和碰撞三者间存在耦合, 碰撞后柔性杆的转角随时间波动变化, 转角波动的幅值随时间增大总趋势在减小, 但规律性较差.

关键词: 斜碰撞, Hamilton 原理, 柔性杆, 刚柔耦合

PACS: 05.45.-a, 45.80.+r, 45.50.Tn

DOI: 10.7498/aps.65.240502

1 引言

由于柔性体系统的广泛工程应用背景, 如航天器交会对接过程中发生的碰撞问题, 飞机起落架与地面的冲击问题^[1], 在交通事故中车辆与人体、侧墙和栏杆的碰撞等^[2,3], 柔性体系统的接触碰撞动力学问题是现阶段系统动力学领域的研究热点和难点之一^[4,5]. 要更好地解决柔性体系统的接触碰撞问题, 高精度的动力学建模是非常重要的^[6-8]. 近年来, 许多国内外学者在柔性体系统碰撞动力学的建模理论、仿真计算、接触碰撞试验等方面进行了大量的研究, 并取得了一系列的成果. 例如, 伍新等^[5]以一类三自由度含间隙双面碰撞振动系统为研究对象, 在不改变原系统平衡解结构的前提下, 考虑到在碰撞振动系统反控制过程中由 Poincaré 映射的隐式特点和传统的映射 Neimark-Sacker 分岔临界准则带来的困难, 通过对原系统施加线性反馈控制器并利用不直接依赖于特征值计算的 Neimark-Sacker 分岔显式临界准则

研究了此系统的分岔反控制问题. 和兴锁等^[6]建立了具有大范围运动和非线性变形的柔性梁有限元动力学模型, 该模型增加了新的表征纵向、横向、侧向弯曲以及扭转变形的耦合项, 同时包含了变形运动与大范围运动之间的相互耦合项, 使得计算更为精确. Ding 等^[7,8]研究了 Galerkin 方法计算具有非线性黏性阻尼的弹性梁动力学响应时的收敛性, 给出了相关收敛性确定方法. 但是由于柔性体系统碰撞过程的强非线性、高度耦合、数值计算困难等问题, 目前的研究还远未成熟, 能否对碰撞的过程进行正确处理是解决柔性体系统碰撞动力学问题的关键. 按照对于碰撞过程假设的不同, 可以将柔性体系统的碰撞动力学建模方法分为接触约束法、连续接触力法、冲量动量法等几种方法, 但都各有优势和相应的局限性^[9]. 对于柔性杆和凸轮的碰撞系统, 其接触点会随着凸轮的转动发生变化, 两者之间不仅在接触面法向存在一个单边约束, 而且在切向还有一个摩擦约束, 属于典型的斜碰撞问题. 相比正碰撞而言, 斜碰撞的瞬态特征更加复杂, 切

* 国家自然科学基金 (批准号: 11272257, 11672237) 和西北工业大学“翱翔新星”资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yyf@nwpu.edu.cn

向约束会导致接触面间的黏滞-微滑移(有时会反向)^[10]. 本文在计入柔性杆横向变形及其二阶耦合量的条件下, 利用Hamilton最小作用原理建立柔性杆与凸轮斜碰撞系统的动力学方程, 实现了柔性杆自由下落后的碰撞前、碰撞过程和碰撞后3个阶段的动力学行为仿真.

2 柔性杆与凸轮斜碰撞动力学建模

2.1 动力学模型

考虑在水平面内运动, 由中心刚体、正交各向同性材料构成的等截面柔性杆和凸轮组成刚柔耦合动力学系统, 如图1所示. 半径为 a 的中心刚体可以绕点 O 转动, θ 为其转角, 柔性杆与中心刚体在 o 点固结, 半径为 R 且圆心在 B 点的偏心圆轮绕旋转中心 C 以恒定转速 ω 顺时针旋转. 通过 O 点和 o 点分别建立固定坐标系 $O-XY$ 和旋转坐标系 $o-xy$, x 轴反向延长线过 O 点, y 轴沿 o 点的切线方向. 考虑柔性杆的回转运动, 将图1所示的刚柔耦合动力学系统分成两部分, 一部分为中心刚体, 另一部分为柔性杆. 中心刚体绕 O 点的转动惯量为 I_h ; 柔性杆的密度为 ρ , 截面积为 A , 长度为 L , 拉压刚度为 EA , 杆的抗弯刚度为 EI , 杆未变形时对转轴 O 的转动惯量为 J_{ob} .

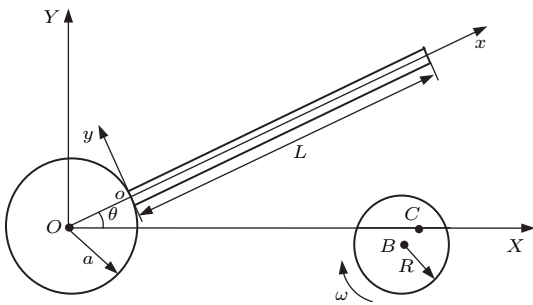


图1 柔性杆-凸轮斜碰撞系统模型
Fig. 1. Model of flexible beam-cam oblique-impact system.

2.2 系统动力学方程

设柔性杆上任意一点 Q_0 经变形运动后到达 Q 点, \mathbf{r} 为其变形矢量, u 和 v 为柔性杆轴向和横向位移的广义坐标, φ 为变形后杆中轴面的旋转角度, u_f 为由横向变形引起的轴向位移, x 为 Q 点到 o 的距离. 则整个刚柔系统的动能 T 由中心刚体动能和柔

性杆的动能两部分组成, 即为

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} dx + \frac{1}{2} I_h \dot{\theta}^2.$$

旋转坐标系和固定坐标系之间的转换关系为

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V}_r + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{r} = (\dot{u} + \dot{u}_f - v\dot{\theta})\mathbf{i}' + [\dot{v} + (x + u + u_f)\dot{\theta}]\mathbf{j}'.$$

则系统的动能表达式的第一部分为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} dx \\ &= \frac{1}{2} \rho A \int_0^L \left\{ \left[\left(\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u_f}{\partial t} \right) \cos \theta - \frac{\partial v}{\partial t} \sin \theta - (a + x + u_f) \sin \theta \cdot \dot{\theta} - v \cos \theta \cdot \dot{\theta} \right]^2 \right. \\ & \quad \left. + \left[\left(\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u_f}{\partial t} \right) \sin \theta + \frac{\partial v}{\partial t} \cos \theta + (a + x + u_f) \cos \theta \cdot \dot{\theta} - v \sin \theta \cdot \dot{\theta} \right]^2 \right\} dx. \end{aligned}$$

对轴向不伸长的Euler-Bernoulli梁模型, 如忽略轴向变形, 则由于横向变形引起的轴向位移 $u_f(x, t)$ 与 $v(x, t)$ 之间有如下关系式:

$$u_f(x, t) = -\frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right)^2 dx.$$

系统动能可写成:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \rho A \dot{\theta}^2 \int_0^L [(a + x + u_f)^2 + v^2] dx \\ & \quad + \frac{1}{2} \rho A \int_0^L (\dot{v}^2 + \dot{u}_f^2) dx \\ & \quad + \rho A \dot{\theta} \int_0^L [-v \dot{u}_f + \dot{v}(a + x + u_f)] dx \\ & \quad + \frac{1}{2} I_h \dot{\theta}^2. \end{aligned} \quad (1)$$

取 O 点为旋转运动柔性杆的零势能点, 那么柔性杆的势能可以表示为

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \int_v E \varepsilon_{xx}^2 dv \\ & \quad + \rho A g \int_0^L [(a + x) \sin \theta + v \cos \theta] dx \\ &= \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \\ & \quad + \rho A g \int_0^L [(a + x) \sin \theta + v \cos \theta] dx, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $I = \int_A y^2 dA$ 为杆截面惯性矩, ε_{xx} 为柔性杆在 x 方向的应变, g 为重力加速度. (2)式第一部分

是柔性杆的弹性变形势能, 第二部分是柔性杆的重力势能.

利用 Hamilton 最小作用原理来建立系统的动力学方程为

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta V + \delta W_f) dt = 0, \quad (3)$$

式中, δT 和 δV 分别为系统动能和势能变分; $\delta W_f = \tau \delta \theta$ 为外力做功变分.

将系统动能表达式 (1) 和势能表达式 (2) 代入 (3) 式得

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \delta V dt \\ = & \int_{t_1}^{t_2} \left[EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]_0^L dt \\ & - \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \delta v \right]_0^L dt \\ & + \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \delta v dx dt \\ & + \rho Ag \left(\int_0^L \int_{t_1}^{t_2} [(a+x) \cos \theta \delta \theta] dx dt \right) \\ & + \rho Ag \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} (\cos \theta \delta v - v \sin \theta \delta \theta) dx dt, \\ & \int_{t_1}^{t_2} \delta T dt \\ = & I_h \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \theta \Big|_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} I \delta \theta \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} dt \\ & + \int_0^L \rho A \dot{u}_f \delta u_f \Big|_{t_1}^{t_2} dx dt - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \ddot{u}_f \delta u_f dt dx \\ & + \int_0^L \rho A \dot{v} \delta v \Big|_{t_1}^{t_2} dx - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \ddot{v} \delta v dt dx \\ & + \int_0^L \rho A \dot{\theta} [v^2 + (a+x+u_f)^2] \delta \theta \Big|_{t_1}^{t_2} dx \\ & - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \ddot{\theta} [v^2 + (a+x+u_f)^2] \delta \theta dt dx \\ & - 2 \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \dot{\theta} [v \dot{v} + (a+x+u_f) \dot{u}_f] \delta \theta dt dx \\ & + \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \dot{\theta}^2 v \delta v dt dx \\ & + \int_0^L [-v \dot{u}_f + \dot{v}(a+x+u_f)] \delta \theta \Big|_{t_1}^{t_2} dx \\ & - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A [-v \ddot{u}_f + \ddot{v}(a+x+u_f)] \delta \theta dt dx \\ & - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \dot{\theta} \dot{u}_f \delta v dt dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \int_0^L \rho A \dot{\theta} (a+x+u_f) \delta v \Big|_{t_1}^{t_2} dx \\ & - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A [\dot{\theta} \dot{u}_f + \ddot{\theta} (a+x+u_f)] \delta v dt dx \\ & - \int_0^L \rho A v \dot{\theta} \delta u_f \Big|_{t_1}^{t_2} dx \\ & + \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A (v \ddot{\theta} + 2 \dot{v} \dot{\theta}) \delta u_f dt dx \\ & + \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} 2 \rho A \dot{\theta}^2 (a+x+u_f) \delta u_f dt dx. \end{aligned}$$

由于 δv 完全任意, 忽略关于 u_f 的高阶小量, 得到刚柔耦合系统的一次近似动力学方程:

$$\begin{aligned} & I_h \ddot{\theta} + \ddot{\theta} \rho A \int_0^L [(a+x)^2 + 2(a+x)u_f + v^2] dx \\ & + 2 \dot{\theta} \rho A \int_0^L [v \dot{v} + (a+x) \dot{u}_f] dx \\ & + \rho A \int_0^L (a+x) \ddot{v} dx \\ & - \rho Ag \int_0^L [(a+x) \cos \theta - v \sin \theta] dx = \tau, \\ & EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \rho A \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial v}{\partial x} \dot{\theta}^2 \left[a(l-x) + \frac{1}{2}(l^2-x^2) \right] \right\} \\ & - \rho Ag \cos \theta + \rho A [\ddot{v} + \ddot{\theta}(a+x) - \dot{\theta}^2 v] = 0, \quad (4) \end{aligned}$$

其中, $l = L \cos \theta$. 边界条件可由

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \left[EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \delta \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]_0^L dt \\ & - \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \delta v \right]_0^L dt = 0 \end{aligned}$$

得到

$$\begin{cases} v(0,t) = \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{(0,t)} = 0, \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \Big|_{(L,t)} = \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \Big|_{(L,t)} = 0. \end{cases}$$

3 斜碰撞分析

采用 Hertz 接触理论和非线性阻尼理论建立接触-碰撞模型, 从而对柔性杆和凸轮表面的碰撞进行分析.

3.1 刚性杆和柔性杆自由运动特性对比

设柔性杆的各个参数为: 长度 $L = 1 \text{ m}$, 横截面积 $A = 7.2968 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, 截面惯性矩 $I = 8.2189 \times 10^{-9} \text{ m}^4$, 密度 $\rho = 2.7667 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,

弹性模量 $E = 6.8952 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$. 模态截断数取 2, 仿真时间为 0.4 s, 杆从 $\pi/4$ 的角度自由下落, 仿真结果如图 2 所示. 可以发现, 随仿真时间的增大, 柔性杆转角变化幅度比刚性杆转角变化幅度小. 在重力作用下, 对柔性杆和刚性杆的绕转轴旋进行仿真, 经过 0.37 s 的时间后, 柔性杆的转角由 $\pi/4$ 变化到 0, 而刚性杆在 $t = 0.262 \text{ s}$ 时转角就变为零. 图 3 为柔性杆末端的横向振动, 其横向振动是由于弹性引起的抖动, 而刚性杆无此现象.

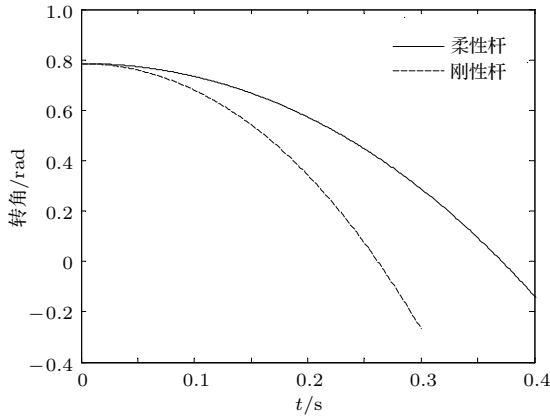


图 2 柔性杆自由旋转运动

Fig. 2. Free rotation motion of flexible beam.

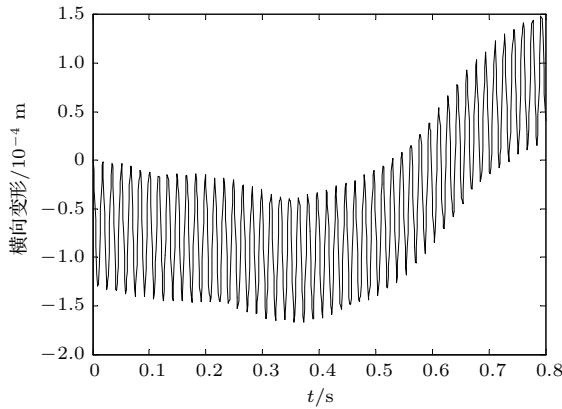


图 3 柔性杆末端的横向振动

Fig. 3. Transverse vibration at the free end of flexible beam.

3.2 斜碰撞时柔性杆的挠度曲线

当柔性杆与凸轮斜碰撞时, 柔性杆的形状由于受到自身重力的作用会发生变形. 随着凸轮的转动, 柔性杆与凸轮表面的接触点会发生变化, 这导致柔性杆挠度曲线的变化.

由结构力学得知: 若简支水平梁和斜支梁两者的水平跨度相同, 则弯矩相等, 斜梁的剪力等于

水平梁剪力沿斜梁轴线法向的投影. 使用等效转换, 根据同一微段上合力相等的原则, 可得柔性杆的弯矩为

$$M = \begin{cases} \frac{qlx}{\cos \theta} - \frac{ql^2x}{2l_1 \cos \theta} - \frac{qx^2}{2 \cos \theta} & (0 \leq x \leq l_1), \\ -\frac{q(l-x)^2}{2 \cos \theta} & (l_1 \leq x \leq l), \end{cases}$$

其中 l_1 为柔性杆与凸轮的碰撞点, $q = \frac{mg}{L}$, $l_1 = x \cos \theta$, $l_2 = (L - x) \cos \theta$. 由 $\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M}{EI}$ 得柔性杆的挠曲线方程为

$$\begin{aligned} EIw_1 &= \frac{qlx^3}{6 \cos \theta} - \frac{ql^2x^3}{12l_1 \cos \theta} - \frac{qx^4}{24 \cos \theta} \\ &\quad + C_1x + D_1, \\ EIw_2 &= -\frac{q(l-x)^4}{24 \cos \theta} + C_2x + D_2, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, w_1 为固定端到碰撞点的挠度, w_2 为碰撞点到自由端的挠度, 参数 C 和 D 可由边界条件得

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{ql_1^3}{24 \cos \theta} + \frac{ql^2l_1}{12 \cos \theta} - \frac{qll_1^2}{6 \cos \theta}, \\ C_2 &= -\frac{ql_2^2l_1}{6 \cos \theta} - \frac{ql_2^3}{6 \cos \theta}, \\ D_1 &= 0, \\ D_2 &= \frac{ql_1^2l_2^2}{6 \cos \theta} + \frac{ql_2^3l_1}{6 \cos \theta} + \frac{ql_2^4}{24 \cos \theta}. \end{aligned}$$

如图 4 所示, 由于柔性杆与凸轮表面接触点的改变, 使柔性杆的挠度曲线发生较大变化. 此外, 凸轮转速也会导致柔性杆挠度曲线改变. 这些因素将导致柔性杆与凸轮的接触点不易确定, 且在碰撞过程中碰撞点位置是一个变量.

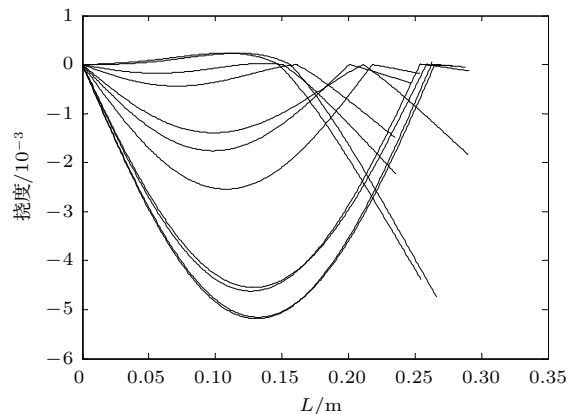


图 4 柔性杆在不同碰撞点时的挠度曲线

Fig. 4. Deflection curves of flexible beam at different collision points.

3.3 柔性杆与凸轮表面的分离条件

随着凸轮转速的增大,当杆与凸轮接触点上杆的加速度小于凸轮的加速度时,柔性杆将从凸轮表面逐渐分离.假设杆和凸轮分离时间极短,在这段时间中柔性杆的挠度变化为零.分离条件为

$$\Delta = \ddot{\theta} \sqrt{x^2 + n^2} - \frac{3xg \cos \theta}{2L}, \quad (6)$$

其中, $\Delta \geq 0$ 表示未分离, $\Delta < 0$ 表示分离; n 为柔性杆与凸轮接触点的横向变形.

3.4 碰撞点确定

柔性杆与凸轮碰撞时,由于杆上的每个点都具有时变性,杆与凸轮间的最小距离随时间变化,碰撞时确定柔性杆的变形存在困难.即使凸轮转速为零,由于碰撞过程中的能量损失,柔性杆碰撞时的速度不相同,柔性变形也不同,碰撞点也是时变的.如果凸轮转动,碰撞点确定就更加困难.为便于计算,本文提出试算法确定柔性杆和凸轮的碰撞点,具体方法如下.

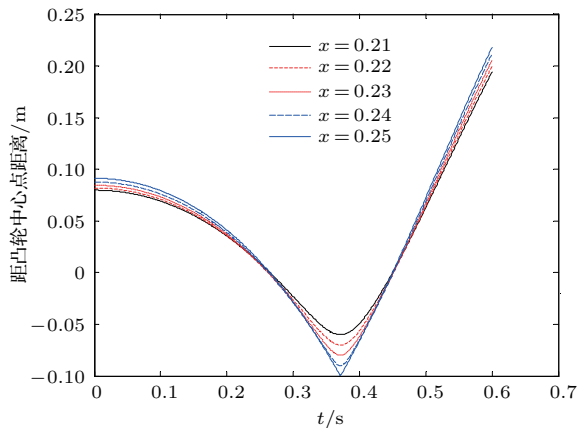


图5 (网刊彩色) 杆上点到凸轮表面最小距离
Fig. 5. (color online) The minimum distance between the points on the beam and the cam surface.

设凸轮旋转中心与柔性杆铰接点处于同一水平线,两者间的距离为 $D = 0.25$ m,凸轮半径为 $R = 0.1$ m,杆从 $\pi/4$ 的角度自由下落.当杆为刚性杆时,由几何关系 $x_1 = \sqrt{D^2 - R^2}$ 可求得杆上的碰撞点为 $x_1 = 0.229$ m.当柔性杆发生转动,柔性杆上的任意点到凸轮表面的最小距离为 $D' = \sqrt{(x' - D)^2 + y'^2} - R$,其中 x', y' 为此点的坐标,由于柔性杆的横向变形不会很大,参考刚性杆上的碰撞点,可以将柔性杆上的碰撞点范围缩小到

0.21—0.25 m间.当从0.21 m变化到0.25 m时,此点到凸轮的最小距离为零的时间点变化如图5所示.通过对图5进行局部细分,在 $x = 0.23$ m时最先到达零点,由此可确定0.23 m为柔性杆与凸轮的碰撞点.

4 碰撞动力学特性

图6(a)为柔性杆与凸轮碰撞过程中的角位移变化.从图6(a)可以看出,柔性杆的转角随时间波动变化.图6(b)和图6(c)中,柔性杆分别与转速为1 rad/s和5 rad/s的凸轮发生碰撞,转角波动的幅值随时间增大总趋势在减小.当柔性杆自由释放后,

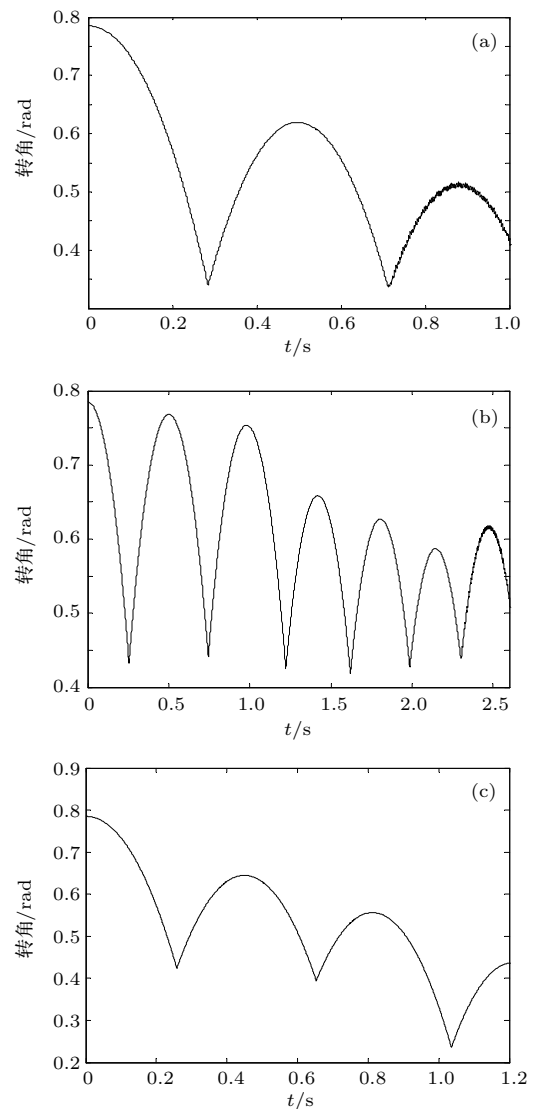


图6 柔性杆与不同转速凸轮碰撞 (a) $\omega = 0$; (b) $\omega = 1$ rad/s; (c) $\omega = 5$ rad/s
Fig. 6. The impact of flexible beam and cam with different rotating speed: (a) $\omega = 0$; (b) $\omega = 1$ rad/s; (c) $\omega = 5$ rad/s.

由于凸轮做匀速转动, 碰撞时杆的转角以及杆与凸轮的碰撞点是时变的, 且碰撞时凸轮的碰撞点与柔性杆的碰撞点速度方向会存在不一致的情形, 若方向不一致, 可能会导致柔性杆碰撞后弹起的幅值比碰撞前更大, 碰撞的规律性会变差.

5 结 论

本文对大范围运动柔性杆的动力学响应进行了分析, 实现了柔性杆自由下落后的碰撞前、碰撞过程和碰撞后3个阶段的动力学行为的分析. 结果表明:

1) 柔性杆与凸轮的碰撞不是瞬时完成的, 由于杆的柔性、大范围运动和碰撞三者间的相互耦合, 转角波动的幅值随时间增大总趋势在减小, 碰撞后柔性杆的转角随时间波动变化, 但波动幅值规律性较差;

2) 在柔性体的碰撞过程中, 碰撞点不是固定的, 在初始碰撞后, 再次进行碰撞时的碰撞点的计算将会很复杂, 本文提出一种试算方法确定碰

撞点.

参考文献

- [1] Pfeiffer F, Glocker C 2000 *PMM-J. Appl. Math. Mech.* **64** 773
- [2] Han Y, Yang J K, Koji M 2011 *Chin. J. Mech. Eng.* **24** 1045
- [3] Li H G, Cao Z Q, Lu H F, Shen Q S 2003 *Appl. Phys. Lett.* **83** 2757
- [4] Alzate R, di Bernardo M, Montanaro U, Santini S 2007 *Nonlinear Dyn.* **50** 409
- [5] Wu X, Wen G L, Xu H D, He L P 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 200504 (in Chinese) [伍新, 文桂林, 徐慧东, 何莉萍 2015 物理学报 **64** 200504]
- [6] He X S, Deng F Y, Wu G Y, Wang R 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 25 (in Chinese) [和兴锁, 邓峰岩, 吴根勇, 王睿 2010 物理学报 **59** 25]
- [7] Ding H, Chen L Q, Yang S P 2012 *J. Sound Vib.* **331** 2426
- [8] Ding H, Chen L Q 2010 *J. Sound Vib.* **329** 3484
- [9] Hua W J, Zhang D G 2007 *J. Mech. Eng.* **43** 222 (in Chinese) [华卫江, 章定国 2007 机械工程学报 **43** 222]
- [10] Shen Y N, Stronge W J 2011 *Eur. J. Mech. A: -Solid.* **30** 457

Dynamical analysis of the flexible beam-cam oblique-impact system*

Yang Yong-Feng^{1)†} Feng Hai-Bo¹⁾ Chen Hu¹⁾²⁾ Wu Min-Juan³⁾

1) (*Institute of Vibration Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

2) (*AECC Commercial Aircraft Engine CO., LTD., Shanghai 200241, China*)

3) (*No. 771 Institute of Aerospace Times Electronics Corporation, Xi'an 710065, China*)

(Received 25 May 2016; revised manuscript received 1 September 2016)

Abstract

A mechanical system is often modeled as a multi-body system with non-smoothness. Typical examples are the noises and vibrations produced in railway brakes, impact print hammers, or chattering of machine tools. These effects are due to the non-smooth characteristics such as clearance, impact, intermittent contact, dry friction, or a combination of these effects. In a non-smooth system, neither of the time evolutions of the displacements and the velocities are requested to be smooth. Beam-cam device is an important kind of impacting system which has a wide range of applications. The rotation of the cam at some constant speed provides a force to operate the beam. The most common example is the valve trains of internal combustion engines, where the rotation of the cam imparts the proper motion to the engine valves through the follower while a spring provides a restoring force necessary to maintain contact between the components. The impact on beam-cam is a typical oblique-impact. It has been observed that under variations of the cam rotational speed and other parameters, the follower can exhibit a complex behavior including bifurcations and chaos.

We study a rigid flexible coupling system, which moves in the horizontal plane, and is composed of the hub, the flexible beam and a cam with constant rotating speed. Considering the second-order coupling of axial displacement which is caused by the transverse deformation of the beam, the kinetic energy and the potential energy of the whole system are calculated. The governing equations of the flexible beam-cam oblique-impact system are derived from Hamilton theory, when taking into account the second-order coupling quantity of axial displacement caused by the transverse displacement of the beam. Hertz contact theory and nonlinear damping theories are used to establish the contact model. By the equivalent conversion method in structural mechanics, the deflection curve of flexible beam is calculated. The acceleration at the contact point of beam and cam is used to judge whether they are separate, or contacted, or impacting. Due to the flexibility of beam, the impact point of beam-cam always changes with time and speed. We propose a method, which is a trial calculation method, to determine the impact point of flexible beam-cam.

Simulation results show that there is transverse vibration at the free end of flexible beam. There is inter-coupling among the flexible of beam, the large range of motion, and the impact. After the impact, the rotation angle of the flexible beam changes with time and the angle amplitude mainly decreases with the increase of the time, but the regularity is poor.

Keywords: oblique-impact, Hamilton theory, flexible bar, rigid-flexible coupling

PACS: 05.45.-a, 45.80.+r, 45.50.Tn

DOI: 10.7498/aps.65.240502

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11272257, 11672237) and the Aoxiang New Star Program in Northwestern Polytechnical University, China.

† Corresponding author. E-mail: yyf@nwpu.edu.cn