

展向旋转平面库埃特湍流瞬时场的五分解方法

盖杰 刘泽宇 罗佳奇 蔡庆东 夏振华

Penta-decomposition of instantaneous field in spanwise-rotating turbulent plane Couette flow

Gai Jie Liu Ze-Yu Luo Jia-Qi Cai Qing-Dong Xia Zhen-Hua

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 244703 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.244703

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.244703>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高超临界雷诺数区间内二维圆柱绕流的实测研究

Field measurements on flow past a circular cylinder in transcritical Reynolds number regime

物理学报.2016, 65(21): 214701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.214701>

旋涡 Lamb 矢量与各向同性湍流的统计结构

Lamb vector in isotropic turbulence

物理学报.2015, 64(3): 034702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034702>

圆管潜射流生成偶极子涡特性实验

Experiments on vortex dipoles generated by a submerged round jet

物理学报.2013, 62(19): 194702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.194702>

展向旋转平面库埃特湍流瞬时场的五分解方法

Penta-decomposition of instantaneous field in spanwise-rotating turbulent plane Couette flow

物理学报.2016, 65(24): 244703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.244703>

展向旋转平面库埃特湍流瞬时场的五分解方法*

盖杰¹⁾ 刘泽宇¹⁾ 罗佳奇¹⁾³⁾ 蔡庆东^{1)2)†} 夏振华^{1)3)4)‡}

1) (北京大学工学院, 湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京 100871)

2) (北京大学工学院, 应用物理与技术研究中心, 北京 100871)

3) (北京大学工学院航空航天工程系, 北京 100871)

4) (浙江大学航空航天学院工程力学系, 杭州 310027)

(2016年6月16日收到; 2016年7月26日收到修改稿)

展向旋转平面库埃特湍流是旋转系统下壁湍流研究的经典问题, 并且此湍流问题中的大尺度涡卷 (roll cells) 结构也受到广泛关注. 本文采用五分解方法将存在二次流的瞬时场分解为五部分, 包括平均流场、二次流场的流向和横向部分以及剩余场的流向和横向部分. 通过五分解法, 可以掌握湍动能各分量在能量平衡和能量传递方面的重要机制. 研究表明: 二次流和剩余场的流向运动 (横向运动) 是通过二次流涡量与剩余场剪应力相关项进行能量传递, 二次流 (剩余场) 的流向运动和横向运动之间是通过旋转项进行能量传递; 此外, 剩余场的流向和横向运动之间还通过压力与应变率相关的再分配项进行能量传递; 对于剩余场流向部分, 在一定的旋转强度范围内, 通过二次流涡量与剩余场剪应力相关项从二次流流向部分获取的能量大于从平均流获取的能量, 说明二次流流向运动对剩余场流向运动有很大影响.

关键词: 展向旋转平面库埃特流, 五分解法, 能量传递

PACS: 47.27.-i, 47.32.Ef, 47.27.ek, 47.27.T-

DOI: 10.7498/aps.65.244703

1 引言

旋转系统下的湍流问题在地球物理学、天体物理学和旋转机械等方面都有广泛应用. 展向旋转平面库埃特流作为旋转系统下壁湍流的经典算例, 可用于旋转系统下不可压缩湍流的机理研究, 同时也可用于验证数值方法和校准湍流实验数据. 在过去的几十年中, 已对系统旋转对展向旋转平面库埃特湍流的影响进行了广泛研究^[1-12]. 由于系统旋转, 剪切湍流或者稳定或者失稳. 如果系统旋转的角速度方向与平均流涡量方向相反, 即反向旋转, 那么流动将不稳定. 相反地, 如果系统旋转的角速度方向与平均流涡量方向相同, 即同向旋转, 那么流动将稳定. 在旋转平面泊肃叶流中, 因为平均流涡量

在槽道中变号, 所以槽道的一部分区域流动稳定, 而另一部分区域流动不稳定. 然而, 对于展向旋转平面库埃特流, 流动在整个槽道中或者稳定或者不稳定. 当平均流涡量方向为负展向方向时, 如果系统角速度为正展向则流动不稳定, 如果系统角速度为负展向则流动稳定.

对于展向旋转平面库埃特流, 最特别的湍流特征是存在大尺度的流向涡卷 (roll cells) 结构. Tsukahara 等^[11] 对展向旋转平面库埃特流进行了系统的实验观察, 并对流动状态进行划分. 通过对 400 多个不同观测实验的流动显示结果, 他们绘制出划分不同流动状态界限的示意图, 其中包括 17 个不同的流动状态, 有存在和不存在大尺度 roll cells 结构的层流态和湍流态, 还有层流和湍流过渡的转换状态. 因为存在与 roll cells 有关的二次流,

* 国家自然科学基金 (批准号: 11521091, 11272013, 11302006) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: caiqd@pku.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: xiazh1006@gmail.com

所以使旋转平面库埃特流湍流问题变得更复杂.

为了研究大尺度 roll cells 结构所反映的物理问题, Lee 和 Kim^[13] 在无旋转平面库埃特流数值模拟中, 利用三分解法将瞬时场分解为三部分, 分别为单向平均流, 与大尺度 roll cells 结构相关的二次流, 还有剩余场. Papavassiliou 和 Hanratty^[14] 也应用三分解法研究了无旋转平面库埃特流中二次流的能量输运, 他们发现剩余场与二次流之间的能量传递机制与一般流动中单向的能量传递机制不同, 二次流影响剩余场并且调节雷诺应力, 从而使剩余场向二次流提供能量. 因此, 无旋转平面库埃特流中, 小尺度运动向大尺度运动供应能量, 这与一般的能量级串方式相反. Moser 和 Moin^[15] 将三分解法应用在弯曲槽道流中, Bech 和 Andersson^[2-4] 将该方法应用在展向旋转平面库埃特流的研究中. Bech 和 Andersson^[3] 进一步将二次流分解为流向部分和横向流部分, 这样就形成瞬时场的四分解法, 并且他们研究了湍动能各分量之间的能量传递. 因为二次流与流向位置变量无关, 所以在二次流方程中不存在压力与应变率相关的再分配项. 对于剩余场动能输运, 二次流流向部分通过二次流涡量与剩余场剪应力相关项将能量传递给剩余场, 并且这部分能量是剩余场基于平均流剪切的生成项的 25%. Bech 和 Andersson^[4] 研究四分解法中湍动能各分量的动能强度, 并发现二次流流向运动动能与湍动能的比值在弱旋转情形中达到饱和, 然而二次流横向运动动能随旋转数增加而增强. 他们将此行为归因为科氏力的影响, 因为科氏加速度使流向动量间接传入法向方向.

为进一步了解展向旋转平面库埃特流的二次流场和剩余场中流向部分和横向部分的特征变化, 我们提出五分解方法来分解瞬时场. 我们使用展向旋转平面库埃特流在不同旋转数下的直接数值模拟 (DNS) 结果来定量地研究各湍动能分量的变化

和它们之间能量的传递机制.

2 计算方法

图 1 是展向旋转平面库埃特流的几何示意图. 在本文中所使用的计算模型是下平面固定, 上平面以速度 $2U_w$ 运动, 上下平面之间距离为 $2h$, 系统沿展向方向以角速度 Ω_z 转动 (Ω_z 为常值). u, v 和 w (u_1, u_2 和 u_3) 分别代表流向 (x -), 法向 (y -) 和展向 (z -) 瞬时速度. 非惯性系下, 展向旋转平面库埃特流的动量方程和连续方程分别为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$
(1)

其中, p 是压力和离心力“势”之和; ν 是运动学黏性系数; ρ 是流体密度, 对于不可压缩流体可以假设密度为常数. 从控制方程 (1) 能得到两个重要的无量纲数, 分别为雷诺数 $Re_w = U_w h / \nu$ 和旋转数 $Ro = 2\Omega_z h / U_w$. 我们使用的 DNS 方法是 Kim 等^[16] 提出的计算方法, 利用伪谱法对控制方程进行离散求解; 流向和展向采用 Fourier 展开, 法向采用 Chebyshev 展开; 时间推进利用半隐式方法; 非线性项采用二阶 Adams-Bashforth 格式, 线性项采用二阶 Crank-Nicolson 格式, 并且利用 3/2 律来消除混淆误差. 流向和展向采用周期边界条件, 壁面法向采用无滑移边界条件.

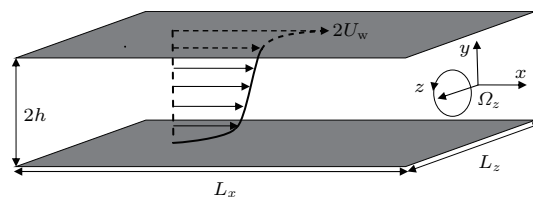


图 1 展向旋转平面库埃特流的几何示意图

Fig. 1. A schematic illustration of the spanwise-rotating plane Couette flow.

表 1 本文 DNS 中使用的旋转数 Ro 以及计算得到的壁面摩擦雷诺数 Re_τ

Table 1. Different rotation number Ro used in DNS and the wall-friction Reynolds number Re_τ obtained from the computational results.

Ro	0	0.005	0.01	0.02	0.04	0.05	0.07	0.1	0.15	0.2
Re_τ	82.2	83.5	84.4	87.7	98.7	100.5	103.7	106.0	107.7	106.2
Ro	0.25	0.28	0.32	0.36	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Re_τ	104.4	102.4	99.6	96.8	94.2	89.6	83.1	74.9	64.1	50.8

本文所有的数值模拟算例都使用相同的雷诺数 $Re_w = 1300$, 而且都采用相同的计算域 $L_x \times L_y \times L_z = 10\pi h \times 2h \times 4\pi h$ (L_x , L_y 和 L_z 分别是流向、法向和展向计算域长度), 还有相同的计算网格数 $N_x \times N_y \times N_z = 256 \times 70 \times 256$ (N_x , N_y 和 N_z 分别是流向、法向和展向的网格数目). 我们使用的计算域和网格数都与 Bech 和 Andersson [2-4,17] 的数值模拟计算参数相同. 我们对 20 个不同旋转数算例进行 DNS, 使用的旋转数值可见表 1. 壁面摩擦雷诺数的计算结果也在表 1 中给出, 壁面摩擦雷诺数的定义为 $Re_\tau = u_\tau h/\nu$, 其中壁面摩擦速度 $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ (τ_w 是壁面剪切力), 其他计算参数可参考盖杰等 [18,19] 的工作.

3 五分解方法及控制方程

瞬时场的三分解方法 [13-15] 可以将瞬时场分解为平均流场、二次流场和剩余场, 即

$$\begin{aligned} (u, v, w) &= (\langle u \rangle, 0, 0) + (u', v', w') \\ &= (\langle u \rangle, 0, 0) + (u^s, v^s, w^s) \\ &\quad + (u'', v'', w''), \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\langle u \rangle$ 是平均流的流向速度, 算子 $\langle \cdot \rangle$ 代表时间、流向和展向平均. 上标 s 代表二次流, 上标'' 代表剩余场. 二次流速度 (u^s, v^s, w^s) 是瞬时速度的时间和流向平均值与平均流速度之差. 二次流速度与流向无关, 它可以表现大尺度 roll cells 结构的平均特征. 二次流速度 (u^s, v^s, w^s) 与剩余场速度 (u'', v'', w'') 之和为脉动速度 (u', v', w') .

我们将三分解法中的二次流场和剩余场进一步分解为流向部分和横向部分, 即

$$\begin{aligned} (u, v, w) &= (\langle u \rangle, 0, 0) + (u^s, 0, 0) + (u'', 0, 0) \\ &\quad + (0, v^s, w^s) + (0, v'', w''), \end{aligned} \quad (3)$$

这就形成瞬时场的五分解方法. 利用五分解法可将瞬时场分为五部分, 包括平均流 $(\langle u \rangle, 0, 0)$ 、二次流流向部分 $(u^s, 0, 0)$ 和横向部分 $(0, v^s, w^s)$ 、剩余场流向部分 $(u'', 0, 0)$ 和横向部分 $(0, v'', w'')$. 基于瞬时速度场的五分解方法, 总动能 K 可被分解为

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} \langle u_i u_i \rangle \\ &= \frac{1}{2} \langle u \rangle^2 + \frac{1}{2} \langle u'' u'' \rangle + \frac{1}{2} \langle u^s u^s \rangle \\ &\quad + \frac{1}{2} \langle v'' v'' + w'' w'' \rangle + \frac{1}{2} \langle v^s v^s + w^s w^s \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 式中动能分别定义为剩余场流向部分动能 $k_u'' = \langle u'' u'' \rangle / 2$, 二次流流向部分动能 $k_u^s = \langle u^s u^s \rangle / 2$, 剩余场横向部分动能 $k_{vw}'' = \langle v'' v'' + w'' w'' \rangle / 2$ 和二次流横向部分动能 $k_{vw}^s = \langle v^s v^s + w^s w^s \rangle / 2$, 本文使用下标 u 和下标 vw 分别代表流向和横向分量. 湍动能 $k = \langle u'_i u'_i \rangle / 2$ 与它们的关系为

$$k = k_u'' + k_u^s + k_{vw}'' + k_{vw}^s. \quad (5)$$

剩余场流向部分动能 k_u'' 、二次流场流向部分动能 k_u^s 、剩余场横向部分动能 k_{vw}'' 和二次流场横向部分动能 k_{vw}^s 的输运方程 (假设密度为常数) 分别为

$$\begin{aligned} \frac{Dk_u''}{Dt} &= \underbrace{-\langle u'' v'' \rangle \frac{d\langle u \rangle}{dy}}_{P_u''} \underbrace{-v \left\langle \frac{\partial u''}{\partial x_k} \frac{\partial u''}{\partial x_k} \right\rangle}_{-\varepsilon_u''} \\ &\quad + \underbrace{\left\langle p'' \frac{\partial u''}{\partial x} \right\rangle}_{PR_u''} \underbrace{- \left\langle \overline{u'' u''} \frac{\partial u^s}{\partial x_k} \right\rangle}_{-Ts2_u} \\ &\quad + \underbrace{2\Omega_z \langle u'' v'' \rangle}_{-Rot_{vw}''} + \frac{d}{dy} \left[v \frac{dk_u''}{dy} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \langle u''^2 v'' \rangle - \frac{1}{2} \langle v^s \overline{u'' u''} \rangle \right], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dk_u^s}{Dt} &= \underbrace{-\langle u^s v^s \rangle \frac{d\langle u \rangle}{dy}}_{P_u^s} \underbrace{-v \left\langle \frac{\partial u^s}{\partial x_k} \frac{\partial u^s}{\partial x_k} \right\rangle}_{-\varepsilon_u^s} \\ &\quad + \underbrace{\left\langle \overline{u'' u''} \frac{\partial u^s}{\partial x_k} \right\rangle}_{Ts2_u} \\ &\quad + \underbrace{2\Omega_z \langle u^s v^s \rangle}_{-Rot_v^s} + \frac{d}{dy} \left[v \frac{dk_u^s}{dy} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \langle u^{s2} v^s \rangle - \frac{1}{2} \langle u^s \overline{u'' v''} \rangle \right], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dk_{vw}''}{Dt} &= \underbrace{-v \left\langle \frac{\partial v''}{\partial x_k} \frac{\partial v''}{\partial x_k} + \frac{\partial w''}{\partial x_k} \frac{\partial w''}{\partial x_k} \right\rangle}_{-\varepsilon_{vw}''} \\ &\quad - \underbrace{\left\langle \overline{v'' u''} \frac{\partial v^s}{\partial x_k} + \overline{w'' u''} \frac{\partial w^s}{\partial x_k} \right\rangle}_{-Ts2_{vw}} \\ &\quad - \underbrace{\left\langle p'' \frac{\partial u''}{\partial x} \right\rangle}_{-PR_u''} \underbrace{- 2\Omega_z \langle u'' v'' \rangle}_{Rot_{vw}''} \\ &\quad + \frac{d}{dy} \left[v \frac{dk_{vw}''}{dy} - \langle p'' v'' \rangle \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \langle (v''^2 + w''^2) v'' \rangle \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{Dk_{vw}^s}{Dt} = & -v \left\langle \frac{\partial v^s}{\partial x_k} \frac{\partial v^s}{\partial x_k} + \frac{\partial w^s}{\partial x_k} \frac{\partial w^s}{\partial x_k} \right\rangle - \frac{1}{2} \langle v^s \overline{v''v''} + v^s \overline{w''w''} \rangle, \quad (8) \\
 & + \underbrace{\left\langle \overline{v''u''} \frac{\partial v^s}{\partial x_k} + \overline{w''u''} \frac{\partial w^s}{\partial x_k} \right\rangle}_{Ts2_{vw}} \\
 & - \underbrace{2\Omega_z \langle u^s v^s \rangle}_{Rot_{vw}^s} \\
 & + \frac{d}{dy} \left[v \frac{dk_{vw}^s}{dy} - \langle p^s v^s \rangle \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \langle (v^{s2} + w^{s2}) v^s \rangle \right. \\
 & \left. - \langle v^s \overline{v''v''} + w^s \overline{v''w''} \rangle \right]. \quad (9)
 \end{aligned}$$

以上方程的等号右端项都有明确的物理意义，它们分别是与平均流剪切相关的生成项 (P_u'' 和 P_u^s)，黏性耗散项 ($-\varepsilon_u''$, $-\varepsilon_u^s$, $-\varepsilon_{vw}''$ 和 $-\varepsilon_{vw}^s$)、压力与应变率相关的再分配项 (PR_u'') 以及二次流涡量和剩余场剪应力相关项 ($Ts2_u$ 和 $Ts2_{vw}$)，与旋转相关的生成项 Rot_{vw}'' 和 Rot_{vw}^s ，最后的中括号内所有项都是扩散项，包括与速度相关的湍流扩散项、黏性扩散项和关于二次流速度和剩余场剪应力相关项的扩散项。

4 能量传递机制

为了解动能随旋转数变化的总体效应，本文给出湍动能的体平均值 $[k]$ 和它的四个分量的体平均值 ($[k_u^s]$, $[k_u'']$, $[k_{vw}^s]$ 和 $[k_{vw}'']$) 随旋转数 Ro 变化的规律 (其中算子 $[\cdot]$ 代表体平均，即流向、展向、法向平均值)，可见图 2。当 $0 \leq Ro \leq 0.25$ 时， $[k]$ 随 Ro 的增加而增加；而当 $0.25 < Ro \leq 0.9$ 时， $[k]$ 随 Ro 的增加而减小。这说明当旋转数小于 0.25 时系统旋转增大将增强湍动能，但是当旋转数大于 0.25 时系统旋转增大将减弱湍动能。二次流横向部分 $[k_{vw}^s]$ 代表与大尺度 roll cells 结构有关的动能。随旋转数的增加， $[k_{vw}^s]$ 与 $[k]$ 的变化同步， $[k_{vw}^s]$ 的最大值也出现在旋转数 $Ro = 0.25$ 的情形，这表明系统旋转增加也会使大尺度 roll cells 结构先增强而后减弱。 $[k_u^s]$ 随旋转数变化也是先增加后减小，但是它的最大值出现在旋转数为 0.04 的情

形，这个旋转数比 $[k_{vw}^s]$ 最大值出现的旋转数要小。当旋转数大于 0.15，剩余场横向部分 $[k_{vw}'']$ 对剩余场动能的贡献要大于剩余场流向部分 $[k_u'']$ 的贡献，并且此时剩余场流向部分 $[k_u'']$ 随旋转数增加的变化幅度很小。随旋转数增加，占主导地位的湍动能分量也发生变化：剩余场流向部分 $[k_u'']$ 在 $0 \leq Ro \leq 0.01$ 范围内占主导地位；二次流流向部分 $[k_u^s]$ 在 $0.02 \leq Ro \leq 0.05$ 范围内占主导地位；二次流横向部分 $[k_{vw}^s]$ 在 $0.07 \leq Ro \leq 0.36$ 范围内占主导地位；剩余场横向部分 $[k_{vw}'']$ 在 $0.4 \leq Ro \leq 0.9$ 范围内占主导地位。

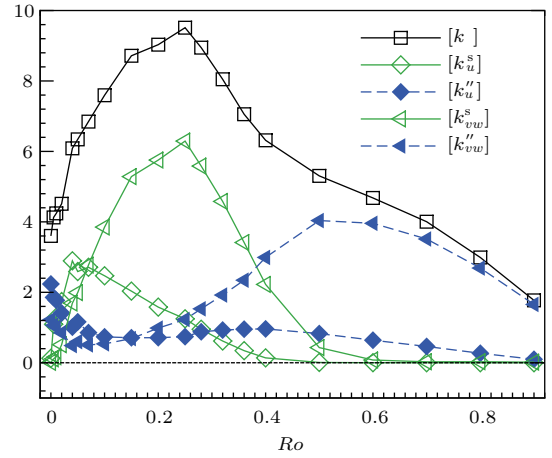


图 2 (网刊彩色) 五分解法中湍动能及其各分量随旋转数 Ro 的变化，所有的计算量都以无旋转情形 $Ro = 0$ 中的摩擦速度 u_τ^2 无量纲化

Fig. 2. (color online) Volume-averaged turbulent kinetic energy and its corresponding shares as a function of Ro . All quantities are scaled with u_τ^2 at $Ro = 0$.

根据湍动能各分量的输运方程 (6)–(9)，总结出能量传递关系示意图，见图 3。从图 3 可知，五分解法中湍动能各分量之间的能量传递机制：

- 1) 通过平均流剪切，能量从平均流只传入二次流流向运动 k_u^s 和剩余场流向运动 k_u'' ，也就是说，从平均流输入的能量只传递给流向部分；
- 2) 二次流和剩余场的流向运动 (横向运动) 之间是通过二次流涡量与剩余场剪应力相关项 $Ts2_u(Ts2_{vw})$ 进行能量传递；
- 3) 二次流 (剩余场) 的流向运动和横向运动之间是通过旋转项 $Rot_{vw}^s(Rot_{vw}'')$ 进行能量传递，此外， k_u'' 和 k_{vw}'' 之间的能量传递还有压力与应变率相关的再分配项 PR_u'' 的作用。

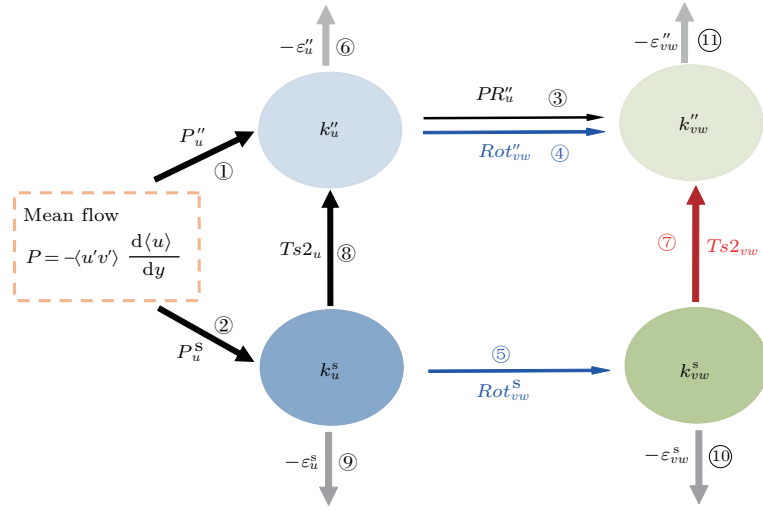


图3 五分解法中湍动能各分量之间的能量传递示意图

Fig. 3. Schematic of the transfer among different shares of the turbulent kinetic energy in the penta-decomposition.

为了研究五分解法中湍动能各分量能量平衡随旋转变化的总体效应, 本文给出湍动能各“分量”输运方程的体平均非零值随旋转数的变化. (6)–(9) 式中所有扩散项经过体平均运算后都变得非常小, 可以忽略不计. 因此, 经过体平均后, 五分解法中湍动能分量 k_u'' , k_u^s , k_{vw}'' 和 k_{vw}^s 输运方程的平衡关系为

$$\begin{aligned}
 [P_u''] + [PR_u''] + [-Ts2_u] + [-Rot_{vw}'] + [-\varepsilon_u''] &\approx 0, \\
 [P_u^s] + [Ts2_u] + [-Rot_{vw}^s] + [-\varepsilon_u^s] &\approx 0, \\
 [-PR_u''] + [-Ts2_{vw}] + [Rot_{vw}'] + [-\varepsilon_{vw}'] &\approx 0, \\
 [Ts2_{vw}] + [Rot_{vw}^s] + [-\varepsilon_{vw}^s] &\approx 0.
 \end{aligned} \tag{10}$$

众所周知, 通过平均流剪切传入脉动场的生成项 $P = -\langle u'v' \rangle d\langle u \rangle / dy$ 是湍动能的直接能量源. 在湍动能各分量输运中生成项 P 被分为两部分, 一部分通过 P_u^s 被传入二次流流向部分 k_u^s , 而另一部分通过 P_u'' 被传入剩余场流向部分 k_u'' . 对于二次流流向部分动能 k_u^s , 从平均流传入的能量 P_u^s 的一部分被黏性耗散掉 ($-\varepsilon_u^s$), 而其余部分则通过 $Ts2_u$ 和 Rot_{vw}^s 将能量分别传递给剩余场流向部分 k_{vw}'' 和二次流横向部分 k_{vw}^s , 并且成为它们的能量源. 各项的体平均值随旋转数 Ro 的变化规律在图 4 (a) 中给出. 从图 4 (a) 可知, 从平均流传入二次流流向运动的能量 P_u^s 在 $Ro \leq 0.15$ 时随旋转数 Ro 的增加而增大, 之后随旋转数的增加而减小. 当 $Ro \leq 0.15$ 时, 从 k_u^s 传递给 k_{vw}'' 的能量大于从 k_u^s 传递给 k_{vw}^s 的能量 ($|[Ts2_u]| > |[Rot_{vw}^s]|$), 当 $Ro > 0.15$ 时反之 ($|[Ts2_u]| < |[Rot_{vw}^s]|$).

对于剩余场流向部分动能 k_u'' , 从图 3 可以知道, 能量源项不仅有从平均流获取能量的源项 P_u'' , 还有从二次流流向部分获取能量的源项 $-Ts2_u$. 这些传入的能量一部分被黏性耗散掉 $-\varepsilon_u''$, 而其余部分则通过旋转项 Rot_{vw}'' 和再分配项 PR_u'' 传送给剩余场横向流部分 k_{vw}'' . 各项的体平均值随旋转数 Ro 的变化在图 4 (b) 中给出. 从图 4 (b) 可知, 二次流流向部分传入的能量 $[-Ts2_u]$ 在 $0.02 \leq Ro \leq 0.25$ 时是主要的能量源, 它超过从平均流摄取的能量 $[P_u'']$. 这说明二次流流向部分对剩余场流向部分的能量平衡起重要作用. 注意到 $[PR_u'']$ 在 $Ro \approx 0.32$ 附近改变符号, 这意味着 $Ro \leq 0.32$ 时, 能量通过 PR_u'' 从 k_u'' 传入 k_{vw}'' , 但是之后 $[PR_u'']$ 却成为剩余场流向部分 k_u'' 的能量源. 从图 2 可知, 对于旋转数大于 0.15 的情形, 剩余场横向运动动能大于剩余场流向运动动能, 并且它们的差值会增加. 因此, 为了维持流向运动, 横向运动会向流向运动输入能量.

对于二次流横向运动 k_{vw}^s (与大尺度 roll cells 结构有关), 没有直接从平均流获取能量. 惟一能量源是通过旋转相关项从二次流流向运动获取能量, 所以旋转项 Rot_{vw}^s 是二次流流向运动 k_u^s 和横向运动 k_{vw}^s 之间惟一的内部能量传递机制. 从二次流流向运动获取能量的大部分因为黏性 $-\varepsilon_{vw}^s$ 作用而耗散掉, 一小部分通过 $Ts2_{vw}$ 被传递到剩余场横向部分 k_{vw}'' . 从图 4 (c) 知道, 当 $Ro \leq 0.25$ 时, 系统旋转将增强旋转项 $[Rot_{vw}^s]$, 而之后强旋转将使 $[Rot_{vw}^s]$ 减小.

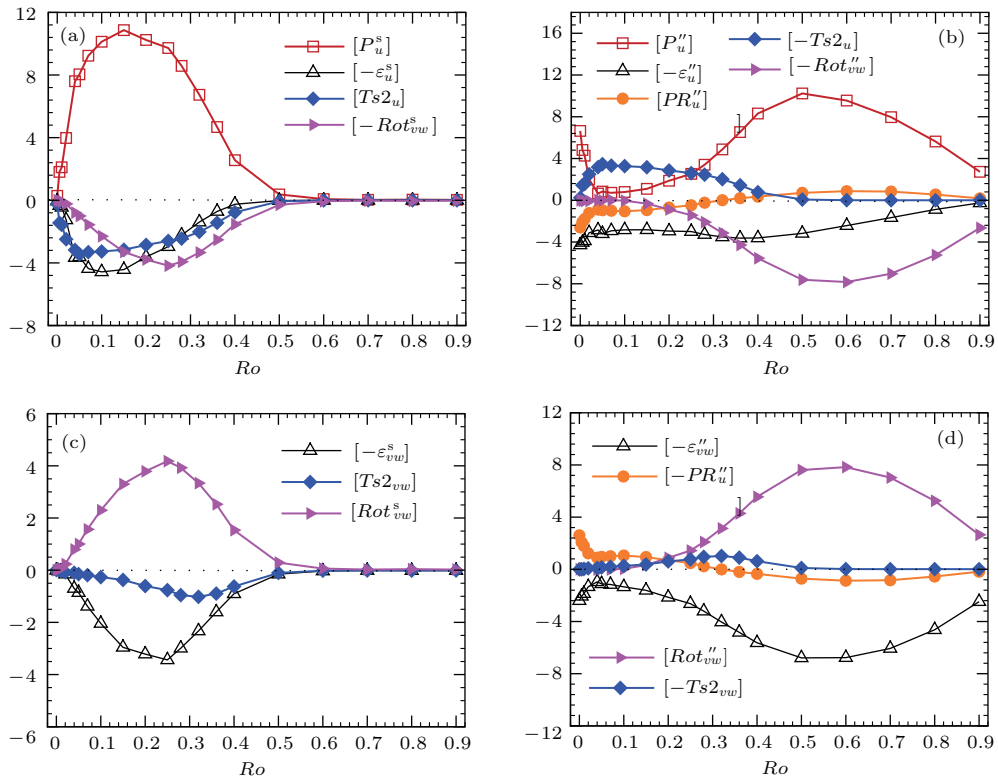


图4 (网刊彩色) 五分解法中湍动能各分量输运方程的体平均平衡 (a) k_u^s ; (b) k_u'' ; (c) k_{vw}^s ; (d) k_{vw}'' ; 所有项都是以无旋转情形的 u_r^3/h 无量纲化

Fig. 4. (color online) Wall-normal averaged balances for each share of the turbulent kinetic energy in the penta-decomposition approach: (a) k_u^s ; (b) k_u'' ; (c) k_{vw}^s ; (d) k_{vw}'' . All quantities are normalized by u_r^3/h at $Ro = 0$.

对于剩余场横向部分 k_{vw}'' , 它的能量源由三部分组成: 有从剩余场流向部分传入的能量 $-PR_u'', Rot_{vw}''$, 还有从二次流横向部分传入的能量 $Ts2_{vw}$. 所有传入的能量都被黏性耗散掉 $(-\varepsilon_{vw}'')$. 从图 4(d) 可知, 当 $Ro \leq 0.15$ 时 $[-PR_u'']$ 占主导地位, 但是 Rot_{vw}'' 随旋转数的增加而逐渐增加, 所以当 $Ro \geq 0.2$ 时, $[Rot_{vw}'']$ 成为主要能量源(图 4(d)). 从二次流横向部分传入的能量 $[-Ts2_{vw}]$ 很少.

5 结 论

对于存在二次流(大尺度 roll cells 结构)的湍流问题, 瞬时场可被分为五部分, 包括平均流、二次流流向部分和横向部分以及剩余场的流向和横向部分. 五分解方法可以给出二次流和剩余场的流向部分和横向部分之间的能量平衡和传递. 同时, 五分解法也可以揭示与 roll cells 结构相关的二次流横向运动在平均流和剩余场之间所起的关联作用.

通过五分解法, 将湍动能分为四个分量, 包括

二次流场和剩余场的流向部分动能和横向部分动能. 随旋转数增加, 占主导地位的湍动能分量发生变化, $0 \leq Ro \leq 0.01$ 范围内是剩余场流向部分 $[k_u'']$ 占主导地位, $0.02 \leq Ro \leq 0.05$ 范围内是二次流流向部分 $[k_u^s]$ 占主导地位, $0.07 \leq Ro \leq 0.36$ 范围内是二次流横向部分 $[k_{vw}^s]$ 占主导地位, $0.4 \leq Ro \leq 0.9$ 范围内是剩余场横向部分 $[k_{vw}'']$ 占主导地位.

五分解方法可以给出二次流和剩余场的流向部分和横向部分之间的能量平衡和传递机制. 通过五分解法中湍动能各分量之间的能量传递示意图, 我们清楚地知道, 二次流和剩余场的流向运动(横向运动)是通过二次流涡量与剩余场剪应力相关项 $Ts2_u(Ts2_{vw})$ 进行能量传递, 二次流(剩余场)的流向运动和横向运动之间是通过旋转项 $Rot_{vw}^s(Rot_{vw}'')$ 进行能量传递. 二次流涡量与剩余场剪应力相关项 $Ts2_u$ 和 $Ts2_{vw}$ 对于能量平衡起重要作用. 对于剩余场流向部分, 当 $0.02 \leq Ro \leq 0.25$ 时, 通过 $Ts2_u$ 从二次流流向部分获取的能量大于从平均流获取的能量.

参考文献

- [1] Tillmark N, Alfredsson P H 1996 *Proceedings of the Sixth European Turbulence Conference* Lausanne, Switzerland, July 2–5, 1996 p391
- [2] Bech K H, Andersson H I 1996 *Proceedings of the Sixth European Turbulence Conference* Lausanne, Switzerland, July 2–5, 1996 p91
- [3] Bech K H, Andersson H I 1996 *J. Fluid Mech.* **317** 195
- [4] Bech K H, Andersson H I 1997 *J. Fluid Mech.* **347** 289
- [5] Nagata M 1998 *J. Fluid Mech.* **358** 357
- [6] Nagata M, Kawahara G 2004 *Proceedings of the Tenth European Turbulence Conference* Trondheim Norway, June 29–July 2, 2004 p391
- [7] Alfredsson P H, Tillmark N 2004 *IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition and Finite Amplitude Solutions* Bristol, UK, August 9–11, 2004 p173
- [8] Barri M, Andersson H I 2007 *Proceedings of the 11th EUROMECH European Turbulence Conference* Porto, Portugal, June 25–28, 2007 p100
- [9] Hiwatashi K, Alfredsson P H, Tillmark N, Nagata M 2007 *Phys. Fluids* **19** 048103
- [10] Barri M, Andersson H I 2010 *Commun. Comput. Phys.* **7** 683
- [11] Tsukahara T, Tillmark N, Alfredsson P H 2010 *J. Fluid Mech.* **648** 5
- [12] Tsukahara T 2011 *J. Phys.: Conf. Ser.* **318** 022024
- [13] Lee M J, Kim J 1991 *8th Symposium on Turbulent Shear Flows* Munich, Germany, September 9–11, 1991 p531
- [14] Papavassiliou D V, Hanratty T J 1997 *Int. J. Heat and Fluid Flow* **18** 55
- [15] Moser R D, Moin P 1987 *J. Fluid Mech.* **175** 479
- [16] Kim J, Moin P, Moser R 1987 *J. Fluid Mech.* **177** 133
- [17] Bech K H, Andersson H I 1994 *First ERCOFTAC Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation* Guildford, UK, March 28–30 1994 p13
- [18] Gai J, Xia Z H, Cai Q D, Chen S Y 2016 *Phys. Rev. Fluid* **1** 054401
- [19] Cai Q D, Gai J, Sun Z L, Xia Z H 2016 *Int. J. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **17** 305

Penta-decomposition of instantaneous field in spanwise-rotating turbulent plane Couette flow^{*}

Gai Jie¹⁾ Liu Ze-Yu¹⁾ Luo Jia-Qi¹⁾³⁾ Cai Qing-Dong^{1)2)†} Xia Zhen-Hua^{1)3)4)‡}

1) (State Key Laboratory for Turbulent and Complex Systems, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

2) (Center for Applied Physics and Technology, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

3) (Department of Aeronautics and Astronautics, College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China)

4) (Department of Engineering Mechanics, School of Aeronautics and Astronautics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

(Received 16 June 2016; revised manuscript received 26 July 2016)

Abstract

Spanwise-rotating turbulent plane Couette flow (RPCF) is one of the fundamental prototypes for wall-bounded turbulent flows in rotating reference frames. In this turbulent problem, there are large-scale roll cells which are widely studied. In this paper, a penta-decomposition method is proposed to separate the instantaneous velocity and the total kinetic energy into five parts, i.e., a mean part, a streamwise part and a cross-flow part of the secondary flow, and a streamwise part and a cross-flow part of the residual field. The transport equations for the last four shares, which contribute the total turbulent kinetic energy, are derived. According to these transport equations, the mechanisms of energy transfer among different fractions of turbulent kinetic energy can be revealed clearly. Our objective is to explore the energy balance and transfer among different fractions of the turbulent kinetic energy in RPCF based on a series of direct numerical simulation databases at a Reynolds number $Re_w = U_w h / \nu = 1300$ (here, U_w is half of the wall velocity difference, and h is the channel half-width) and rotation number $Ro = 2\Omega_z h / U_w$ (Ω_z is the constant angular velocity in the spanwise direction) in a range of $0 \leq Ro \leq 0.9$. The results show that the energy is transferred between the streamwise part/cross-flow part of secondary flows and the residual field through the correlation between the vorticity of secondary flows and the shear stress of residual field. The rotation term acts as a bridge to transfer the energy between the streamwise part and the cross-flow part of either the secondary flows or the residual field. Moreover, pressure-strain redistribution term also plays an important role in the energy transfer between streamwise part and cross-flow part in residual field. For the streamwise part of residual field, in certain rotate rates, the energy obtained from the streamwise part of secondary flows by the correlation between the vorticity of secondary flows and the shear stress of residual field is larger than that obtained from mean flow through mean shear, implying that the streamwise motions of secondary flows have a significant influence on the streamwise motions of residual field.

Keywords: spanwise-rotating turbulent plane Couette flow, penta-decomposition approach, energy transfer

PACS: 47.27.-i, 47.32.Ef, 47.27.ek, 47.27.T-

DOI: 10.7498/aps.65.244703

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11521091, 11272013, 11302006).

† Corresponding author. E-mail: caiqd@pku.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: xiazh1006@gmail.com