

基于贝叶斯压缩感知的周跳探测与修复方法

李慧 赵琳 李亮

Cycle slip detection and repair based on Bayesian compressive sensing

Li Hui Zhao Lin Li Liang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 249101 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.249101

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.249101>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种基于势博弈的无线传感器网络拓扑控制算法

[A potential game based topology control algorithm for wireless sensor networks](#)

物理学报.2016, 65(2): 028401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.028401>

一种自适应前向均衡与判决均衡组合结构及变步长改进算法

[The novel feed forward and decision feedback equalizer structures and improved variable step algorithm](#)

物理学报.2015, 64(23): 238402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.238402>

二进制信号的混沌压缩测量与重构

[Chaotic compressive measurement and reconstruction of binary signals](#)

物理学报.2015, 64(19): 198401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.198401>

认知无线网络中基于抢占式排队论的频谱切换模型

[Spectrum handoff model based on preemptive queuing theory in cognitive radio networks](#)

物理学报.2015, 64(10): 108403 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.108403>

无线携能通信系统中基于能量获取比例公平的波束成形设计

[Beamforming design based on energy harvesting proportional fairness in a simultaneous wireless information and power transfer system](#)

物理学报.2015, 64(2): 028402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.028402>

基于贝叶斯压缩感知的周跳探测与修复方法*

李慧† 赵琳 李亮

(哈尔滨工程大学自动化学院, 哈尔滨 150001)

(2016年5月23日收到; 2016年8月23日收到修改稿)

针对观测噪声对周跳探测与修复性能的影响, 提出了一种新的利用贝叶斯压缩感知技术进行周跳探测与修复的方法. 在历元间-站间载波相位双差观测模型的基础上, 通过挖掘周跳信号的稀疏特性, 获取感知矩阵, 推导并建立稀疏周跳探测模型, 利用稀疏贝叶斯学习中的相关向量机原理, 结合周跳相关数据的先验信息, 基于主动相关决策理论, 进行回归估计获得周跳预测值的分布, 进而实现周跳的探测与修复. 实验表明, 新方法在仅利用单频或双频载波相位观测量的情况下能有效探测并修复周跳, 性能优于正交匹配追踪法及 l_1 范数法.

关键词: 周跳探测与修复, 压缩感知, 稀疏贝叶斯, 相关向量机

PACS: 91.10.Fc, 84.40.Ua, 07.50.Qx, 07.05.Kf

DOI: 10.7498/aps.65.249101

1 引言

全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)高精度定位依赖于整周模糊度解算的效率. 周跳是发生在整周模糊度的跳变, 主要是由卫星失锁、信号中断、低信噪比、接收机高动态性等因素引起, 是不可预测的^[1]. 在传统的多历元累积解算方法中^[2], 周跳的存在严重影响了整周模糊度解算的实时性、可靠性与连续性, 正确高效的周跳探测与修复方法是可靠连续地解算模糊度的必要手段, 也是高精度GNSS数据处理中的一个关键问题.

观测量误差的存在严重影响了周跳的探测与修复. 20世纪80年代以来, 周跳的探测与修复发展了若干方法, 以不同的处理方式应对观测量误差带来的周跳探测修复性能的影响. 几何无关组合周跳探测法消掉了对流层、卫星轨道、钟差等误差, 但因波长较短且利用码观测量而对码和载波相位噪声比较敏感^[3]; 非几何无关组合周跳探测法, 不受码观测量噪声影响, 抗载波相位噪声干扰强于几何

无关组合法, 但是其性能受对流层、卫星轨道、钟差等误差影响. 文献^[4—6]仅利用双频载波相位建立几何无关线性组合, 通过检测电离层残差法探测周跳, 但该方法存在多值性, 且很难探测到一些特别的周跳组合, 需要与其他方法联合, 且电离层残差受电离层活跃程度、数据采样率的影响, 并不稳定. 文献^[7]联合电离层总电子含量变化速率及Melbourne-Wübbena宽巷双频线性组合探测和修复周跳, 此方法建立在短时间内电离层总电子含量变化速率不会超出预设门限; 文献^[8]利用载波相位双差观测模型消掉部分观测误差, 借助惯性导航系统进行周跳探测与修复; 随着GNSS三频数据的出现, 文献^[9—12]利用三频数据组合得到长波长、低噪声的新观测量, 降低电离层误差的影响, 以提高周跳探测的精度. 文献^[13]中将压缩感知引入到周跳探测中, 对基于 l_0 范数、 l_1 范数及正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法的周跳探测进行了初步研究; 文献^[14]中, 利用奇异值分解进行单频周跳探测与修复, 通过奇异值分解, 缓解了随机误差和测量噪声的对周跳探测的影响.

* 国家自然科学基金(批准号: 61273081)、国家自然科学基金青年基金(批准号: 61304235, 61401114)、中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: HEUCFD1431)和国家留学基金资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lihuiheu@hotmail.com

压缩感知技术是一种结合稀疏分解及最优化方法进行信号重构的信号获取理论, 由 Donoho^[15], Candes 等^[16] 提出, Duarte 等^[17], Foucart 等^[18] 做了进一步整理和研究. 本文在压缩感知的框架下, 针对观测噪声的问题, 提出了一种新的周跳探测与修复的方法, 利用贝叶斯压缩感知 (Bayesian compressive sensing, BCS) 技术对周跳进行探测与修复, 在压缩感知框架下, 通过对载波相位双差模型的观测矩阵进行矩阵分解及双差模型矩阵变换, 消去与周跳无关的位置以及钟差等未知项, 建立稀疏周跳模型, 利用稀疏贝叶斯学习中的相关向量机原理, 基于主动相关决策理论, 进行回归估计获得周跳稀疏解预测值的分布, 实现周跳的探测与修复, 该方法充分利用数据的先验信息, 周跳探测修复性能优于单纯的压缩感知算法. 本文采用实际实验数据, 从单频及双频两种情况验证了利用 BCS 法进行周跳探测修复的准确性及有效性, 并与 l_1 范数及 OMP 算法的周跳探测修复性能进行了比较. 本文从稀疏信号处理的角度, 为周跳探测与修复提供了一种新的思路与方法.

2 载波相位双差稀疏周跳探测模型

2.1 载波相位双差方程

对于单个接收机, t 时刻载波相位 Li 频率上的观测方程:

$$\begin{aligned} & \lambda_{Li} \Phi_{Li}(t) \\ &= \rho(t) - \lambda_{Li} N_{Li} - I_{Li}(t) + T(t) \\ & \quad + S(t) + c\tau_r(t) - c\tau_s(t) + e_{Li}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\rho(t) = \sqrt{(x^s - x)^2 + (y^s - y)^2 + (z^s - z)^2}$ 为测站与卫星间的距离; N_{Li} 为整周模糊度; $I_{Li}(t)$ 和 $T(t)$ 分别为 t 时刻的电离层和对流层误差; $S(t)$ 为卫星轨道误差; $c\tau_r(t)$ 和 $c\tau_s(t)$ 分别为接收机钟差及卫星钟差; $e_{Li}(t)$ 代表观测噪声.

对于非线性项 $\rho(t)$, 设 $x = x_0 + \Delta x$, $y = y_0 + \Delta y$, $z = z_0 + \Delta z$, 将 $\rho(t)$ 在 (x_0, y_0, z_0) 点进行线性化^[19]:

$$\rho(t) = \rho_0 + k^s \Delta x + l^s \Delta y + m^s \Delta z, \quad (2)$$

其中, $\rho_0 = \sqrt{(x^s - x_0)^2 + (y^s - y_0)^2 + (z^s - z_0)^2}$, $k^s = -(x^s - x_0)/\rho_0$, $l^s = -(y^s - y_0)/\rho_0$, $m^s = -(z^s - z_0)/\rho_0$.

将 (1) 式按 (2) 式线性展开后, 进行历元间差分, 为了保证解算的实时性, 利用当前历元与前一历元差分:

$$\begin{aligned} \lambda_{Li} \Delta \Phi &= \lambda_{Li} \Phi_{Li}(t) - \lambda_{Li} \Phi_{Li}(t-1) \\ &= \Delta \rho + (G_t - G_{t-1}) b_{t-1} + G_t \Delta b_t \\ & \quad - \lambda_{Li} \Delta N - \Delta I_{Li} + \Delta T + \Delta S \\ & \quad + c \Delta \tau_r - c \Delta \tau_s + \Delta e_{Li}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $G = [k, l, m]$, $\Delta \rho = \rho_0(t) - \rho_0(t-1)$, $X = [x, y, z]^T$, $b_{t-1} = (X_{t-1} - X_{t-2})$, $\Delta b_t = (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2})$.

考虑短基线情况, 忽略电离层误差及对流层误差, 将 (3) 式与基站载波相位观测测量进行站间差分:

$$\begin{aligned} & \lambda_{Li} \Delta \Phi_u - \lambda_{Li} \Delta \Phi_r \\ &= \Delta \rho - \Delta \rho_b + (G_t - G_{t-1}) b_{t-1} + G_t \Delta b_t \\ & \quad - \lambda_{Li} \nabla \Delta N + c \nabla \Delta \tau_r + \nabla \Delta e_{Li}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\Delta \rho_b = \rho_b(t) - \rho_b(t-1)$, $\nabla \Delta N$ 为历元间-站间整周模糊度跳变, $\nabla \Delta \tau_r$ 为接收机历元间-站间钟差变化量, $\nabla \Delta e_{Li}$ 为噪声.

结合 (4) 式考虑 Li 频率上 m 颗观测卫星:

$$B = Ab + \delta + \nabla \Delta e_{Li} \quad (5)$$

其中 $B \in R^{m \times 1}$, 且 $B = \Delta \Phi_u - \Delta \Phi_r - \lambda_{Li}^{-1} \Delta \rho + \lambda_{Li}^{-1} \Delta \rho_b - \lambda_{Li}^{-1} (G_t - G_{t-1}) b_{t-1}$, $A \in R^{m \times n}$, $A = [\lambda_{Li}^{-1} e, \lambda_{Li}^{-1} G_t]$, $b = [c \nabla \Delta \tau_r, \Delta b_t]$, $\delta = \nabla \Delta N$ 为历元间-基站间整周模糊度跳变. (5) 式为载波相位观测测量历元间站间双差模型. 载波相位观测测量经过历元间、站间差分基本消除了电离层、对流层等误差, 双差模型的残余误差用 $\nabla \Delta e_{Li}$ 表示.

2.2 稀疏周跳探测模型

对于 2.1 节中建立的载波相位观测测量双差方程, 考虑单频情况, Li 频率上观测到 m 颗可视卫星, 则 (5) 式中方程数为 m , 而未知数个数为 $m+4$, 未知数中除了历元间-站间整周模糊度跳变, 还包括接收机三维位置历元间-站间变化量以及接收机历元间-站间钟差变化量这两部分未知量. 对于双频情况, 为了区分双频探测周跳时出现的双频模糊度问题, 独立考虑两频率的观测测量及整周模糊度跳变, 若 $L1, L2$ 频率上各观测到 m 颗可视卫星, 则 (5) 式中方程数为 $2m$, 此时未知数个数为 $2m+4$. 因此, 单频及双频情况下的载波相位双差观测方程

组均为欠定方程, 无法直接求出周跳. 考虑周跳是整周模糊度的跳变, 周跳的产生从一定程度上可以看作是稀疏的^[13], 可利用周跳信号的这种稀疏的特性, 从欠定方程中求得周跳发生的位置及周跳的大小.

(5) 式中系数矩阵 \mathbf{A} 表示为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda_{Li}^{-1} & \lambda_{Li}^{-1}k_{1,t} & \lambda_{Li}^{-1}l_{1,t} & \lambda_{Li}^{-1}m_{1,t} \\ \lambda_{Li}^{-1} & \lambda_{Li}^{-1}k_{2,t} & \lambda_{Li}^{-1}l_{2,t} & \lambda_{Li}^{-1}m_{2,t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda_{Li}^{-1} & \lambda_{Li}^{-1}k_{m,t} & \lambda_{Li}^{-1}l_{m,t} & \lambda_{Li}^{-1}m_{m,t} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 矩阵 \mathbf{A} 的列线性无关, 为列满秩矩阵, 因此 \mathbf{A} 可以分解为 $\mathbf{A} = \mathbf{QR}$ ^[13,20], 其中 $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_m] \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为正规正交阵, 其列形成 $\text{Col}\mathbf{A}$ 的一个标准正交基, \mathbf{R} 是一个上三角可逆矩阵且在对角线上的元素为正数, 为了得到系数 \mathbf{A} 的消去矩阵, 进一步分解正规正交阵 \mathbf{Q} , 得到矩阵 \mathbf{F} , 使得矩阵中 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 的列向量为矩阵 \mathbf{F} 的零空间, 因此满足 $\mathbf{FA} = 0$, 由于并不关注接收机三维位置历元间-站间变化量及接收机历元间-站间钟差变化量, 结合 (5) 式的载波相位双差观测方程

$$\mathbf{FB} = \mathbf{FAb} + \mathbf{F}\delta + \mathbf{F}\nabla\Delta\mathbf{e}_{Li}, \quad (7)$$

简写为

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}\delta + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (8)$$

其中 $\mathbf{C} = \mathbf{FB}$, $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{s \times 1}$, $\delta = \nabla\Delta\mathbf{N}$ 为历元间-基站间整周模糊度跳变, 由于周跳可以看作是稀疏的, 因此 δ 亦为稀疏的, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为噪声.

对于 (8) 式, 由于 δ 本身为稀疏的, 因此稀疏变换矩阵为单位阵, \mathbf{F} 为 $s \times m$ 维矩阵, 称为感知矩阵, (8) 式中方程个数小于未知数的个数, 为欠定方程, 方程无确定解, 无法重构信号, 但是因为 δ 具有 K 稀疏特性 ($K < S$), 此时若 \mathbf{F} 满足有限等距性质 (restricted isometric property, RIP), 保证原空间到稀疏空间的一一映射关系, δ 就可以被准确重构^[21,22], RIP 刻画的是一个矩阵和标准正交阵的相似程度, 而矩阵 \mathbf{F} 是由矩阵 \mathbf{A} 进行 \mathbf{QR} 分解后的 \mathbf{Q} 矩阵的列得到的, 是矩阵 \mathbf{A} 的标准正交基, 满足 RIP. 通过上面的推导及分析, (8) 式即为基于载波相位双差观测模型所构建的稀疏周跳压缩感知探测模型.

3 基于 BCS 探测并修复周跳

周跳的探测修复过程通过 BCS 算法重构信号实现, 其核心问题便是如何在 K 稀疏的条件下通过 S 维观测量向量 \mathbf{C} 精确重建或者逼近整周模糊度跳变 δ , 即根据 (8) 式求解 δ .

(9) 式最优化 l_0 范数可以高概率恢复整周模糊度跳变 δ , 但求解最优 l_0 范数是一个 NP 完全问题, 文献^[23] 提出利用 l_1 范数重构算法对 l_0 范数重构算法进行逼近, 如 (10) 式:

$$\hat{\delta} = \arg \min \|\delta\|_0, \quad \text{s.t.} \|\mathbf{C} - \mathbf{F}\delta\|_2^2 \leq \chi^2, \quad (9)$$

$$\hat{\delta} = \arg \min \|\delta\|_1, \quad \text{s.t.} \|\mathbf{C} - \mathbf{F}\delta\|_2^2 \leq \chi^2, \quad (10)$$

其中 χ 为噪声的 l_2 边界, (10) 式中的寻优问题亦可转化为一带约束的二次规划的问题^[24],

$$\hat{\delta} = \arg \min \left\{ \|\mathbf{C} - \mathbf{F}\delta\|_2^2 + \eta \|\delta\|_1 \right\}, \quad (11)$$

其中 η 为优化质量平衡参数, (11) 式可用 OMP 算法等贪婪算法求解, 详细解算参考文献^[13, 25].

考虑压缩测量中的噪声时, 贪婪追踪下的信号重构算法重构性能比较差, 目前能够处理有噪声压缩感知的重构算法中, 经验证比较有效的是 l_1 范数法和 BCS 法.

(8) 式中的噪声项 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 主要是指载波相位观测量经双差后的残余误差以及多颗卫星同时发生周跳时的相互间干扰. 由于稀疏周跳信号的稀疏度是未知的, 噪声的处理方法直接影响到周跳卫星数的准确估计, 尤其在几颗卫星同时发生周跳的情况. 从贝叶斯方法角度^[26], 假设具有 K 稀疏的整周模糊度跳变 δ 可以分解为 δ_s 和 δ_e . $\delta_s \in \mathbf{R}^N$ 中的 $N - K$ 个元素为 δ 中 $N - K$ 个值最大的元素, 剩余元素为 0, $\delta_e \in \mathbf{R}^N$ 中的 K 个元素为 δ 中 K 个值最小的元素, 剩余元素为 0, 则 $\delta = \delta_s + \delta_e$, 进而有

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}(\delta_s + \delta_e) = \mathbf{F}\delta_s + \mathbf{F}\delta_e = \mathbf{F}\delta_s + \boldsymbol{\varepsilon}_e. \quad (12)$$

根据中心极限定理, $\boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbf{F}\delta_e$ 无限近似为高斯白噪声, 再考虑载波相位观测量双差残余噪声 $\boldsymbol{\varepsilon}_m$, 假设 $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_m$ 是均值为 0, 方差为 σ^2 的高斯噪声, 引入高斯模型:

$$p(\mathbf{C}|\delta, \sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-K/2} \exp(-1/2\sigma^2 \|\mathbf{C} - \mathbf{F}\delta\|^2), \quad (13)$$

(13) 式为在压缩感知框架下, 周跳的高斯似然函数表达式.

考虑噪声问题, 不能直接使用最大似然估计, 应首先确定稀疏周跳服从的先验分布, 如果假设稀疏周跳服从一种带参数的拉普拉斯先验分布, 即

$$p(\boldsymbol{\delta}|\lambda) = (\lambda/2)^N \exp\left(-\lambda \sum_{i=1}^N |\delta_i|\right). \quad (14)$$

(14) 式虽然有良好的稀疏性, 但无法与高斯似然函数共轭, 因此无法得到周跳的闭合解. 为了能够得到周跳的闭合解, 利用稀疏贝叶斯学习中的相关向量机 (relevance vector machine, RVM) [27] 采用标准贝叶斯先验分布假设, 可以充分利用超参数的多层结构来代替带参数的拉普拉斯先验分布. 对周跳 $\boldsymbol{\delta}$ 及噪声方差 σ^2 进行后验估计, RVM 最大化后验概率求解 $\boldsymbol{\delta}$.

按稀疏贝叶斯学习中的 RVM 原理, 对整周模糊度跳变 $\boldsymbol{\delta}$ 中的每一个元素赋均值为 0 的高斯先验, 并对高斯概率密度函数的方差赋以 Gamma 先

验分布, 合理选取其共轭密度函数的相关参数, 保证周跳信号的稀疏特性, 按同样的方法处理周跳探测与估计过程中的噪声.

令 α_0 为高斯噪声方差的倒数 $\alpha_0 = 1/\sigma^2$, 将周跳值的重构转化为超参数 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 α_0 的重构:

$$L(\boldsymbol{\alpha}, \alpha_0) = \log p(\mathbf{C}|\boldsymbol{\alpha}, \alpha_0) = -1/2(K \log 2\pi + \log \mathbf{D} + \mathbf{y}^t \mathbf{D}^{-1} \mathbf{y}), \quad (15)$$

其中 $\mathbf{D} = \sigma^2 \mathbf{I} + \boldsymbol{\Phi} \mathbf{A}^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T$, $\mathbf{A} = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$. 通过对超参数的边缘似然函数最大化, 来获取 $\boldsymbol{\delta}$ 的最优解.

利用 BCS 技术进行周跳探测与估计的具体流程如图 1 所示. 首先根据初始化条件选择候选基函数, 然后根据稀疏因子和质量因子更新基函数和超参数及测量误差方差, 求解超参数的边缘最大似然函数, 不断迭代求解, 直至收敛, 得到整周模糊度跳变 $\boldsymbol{\delta}$.

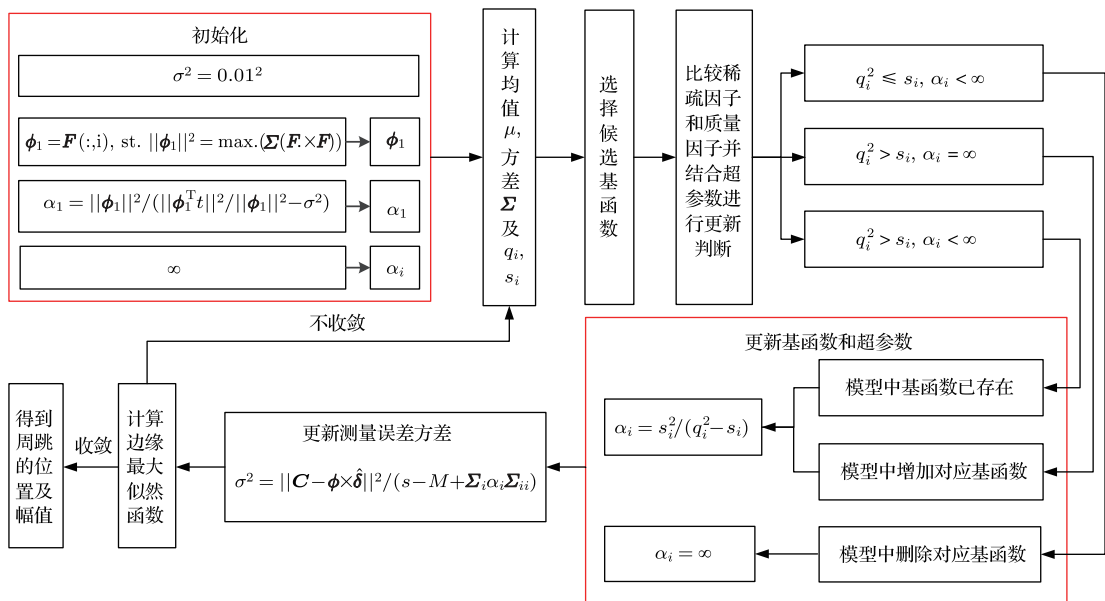


图 1 基于 BCS 探测修复周跳流程图

Fig. 1. Cycle slips detection and repair based on BCS.

4 实验结果与分析

为了验证基于 BCS 周跳探测修复方法的可行性和有效性, 利用实际数据在单频和双频两种情况下对其性能进行了考察. 本实验所采用的数据为 2013 年 6 月 17 日在澳大利亚 Curtin 大学利用两台 TRIMBLE NETR9 接收机采集的一组数据, 接

收机采样率为 30 s, 接收机间基线长度可以忽略. 选择一个小时长的观测数据, 即 120 个历元的数据, 此阶段可视全球定位系统卫星为 8 颗, 没有发生周跳, 所有卫星都提供双频观测量. 人为向用户接收机载波相位观测量加入周跳, 每四个历元随机抽取一个历元加入幅度为 1—5 周的周跳, 对于加入周跳的历元, 其周跳的卫星号在可视卫星中随机产生. 本文采用周跳探测修复误差和概率作为算法性

衡量标准. 其中周跳探测修复误差 E_{rr} 利用 l_2 范数定义,

$$E_{rr} = \|\hat{\delta} - \delta\|_2, \quad (16)$$

其中, $\hat{\delta}$ 为估计出的周跳, 以周为单位, δ 为人为加入的周跳.

周跳探测修复正确概率

$$P = \frac{N_{\text{detected}}}{N_{\text{gen_total}}}, \quad (17)$$

其中 N_{detected} 为正确探测并修复周跳的历元数, $N_{\text{gen_total}}$ 为所有产生周跳的历元数.

图2和图3均为仅利用单频载波相位观测量情况下的周跳探测, 图2(a)和图3(a)分别为历元中8颗可视卫星中的1颗及2颗卫星随机发生周跳的状况, 图2(b)和图3(b)为对应的利用 l_1 范数重构、OMP 重构以及BCS 重构的误差曲线图, 其中OMP 重构算法的终止判决门限为置信度0.95的 T 分布的值.

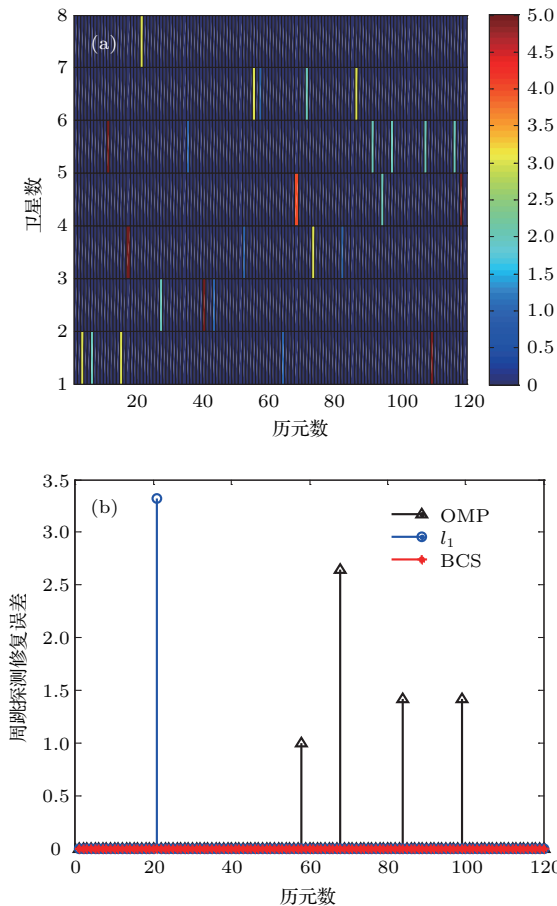


图2 (网刊彩色) 单频1卫星周跳情况 (a) 随机产生的周跳; (b) 周跳探测修复误差

Fig. 2. (color online) Cycle slips of 1 satellites in single frequency case: (a) Values of cycle slips; (b) the error of cycle slip detection and repair.

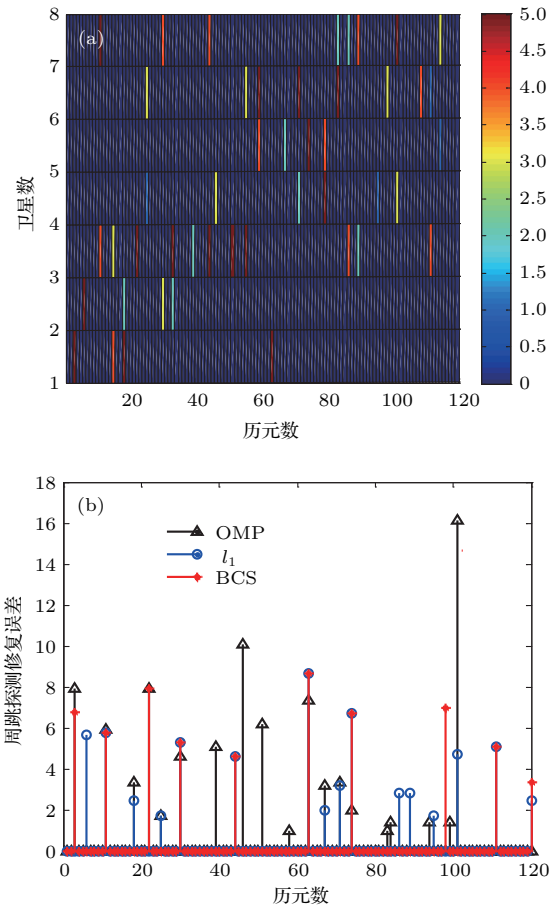


图3 (网刊彩色) 单频2卫星周跳情况 (a) 随机产生的周跳; (b) 周跳探测修复误差

Fig. 3. (color online) Cycle slips of 2 satellites in single frequency case: (a) Values of cycle slips; (b) the error of cycle slip detection and repair.

重复以上在单频情况随机产生周跳共50次, 总计6000个历元, 其中1500个历元发生了周跳, 统计单频情况下周跳探测误差及准确探测的概率结果列于表1.

表1 单频情况下观测量周跳探测误差统计

Table 1. The error and probability of cycle slip detection and repair in single frequency case.

周跳卫星数	探测统计	l_1 范数重构	OMP 重构	BCS 重构
1 卫星周跳	E_{rr} 均值	0.079	0.499	0
	P	90.1%	83.4%	100%
2 卫星周跳	E_{rr} 均值	0.518	3.81	0.287
	P	46.9%	45.8%	78.9%

从图2、图3及表1中统计的结果可以看出: 在利用单频载波相位进行周跳探测修复时, 如果在8颗可视卫星中有且仅有1颗卫星发生周跳, 即观测量冗余度为7时, BCS 方法的周跳探测效果最好

能达到100%, l_1 范数法次之, OMP 法最差; 当发生周跳的卫星增加到2颗卫星时, 压缩测量噪声增加, 载波相位观测量冗余度降低至6, 此时三种方法的探测修复效果都不好, 根据统计结果BCS方法准确修复率为78.9%, 而 l_1 范数法与 OMP 算法不足50%.

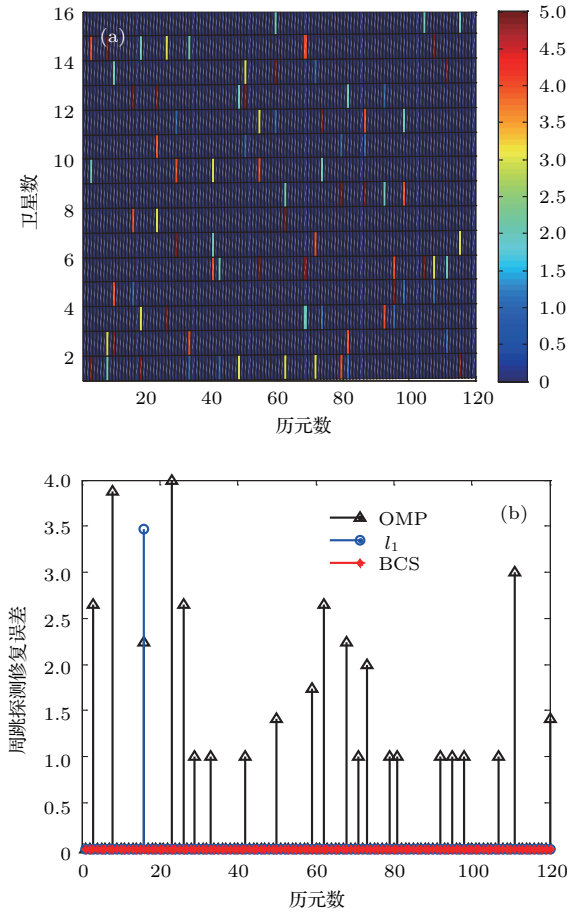


图4 (网刊彩色) 双频3卫星周跳情况 (a) 随机产生的周跳; (b) 周跳探测修复误差
Fig. 4. (color online) Cycle slips of 3 satellites in dual-frequency case: (a) Values of cycle slips; (b) the error of cycle slip detection and repair.

对于双频而言, 观测量数据变为原来的两倍, 在仅有1颗卫星发生周跳时, 利用 l_1 范数算法、OMP 算法以及 BCS 算法三种方法均能100%准确探测出周跳, 在有2颗卫星发生周跳时, 利用 l_1 范数算法、BCS 算法探测周跳准确率依然很高, 只有 OMP 算法探测准确率略有下降, 故下面重点给出有3颗及4颗卫星发生周跳的情况. 图4(a)和图5(a)分别为历元中8颗可视卫星中的3颗及4颗卫星随机发生周跳的状况, 图4(b)和图5(b)为对应的利用 l_1 范数算法、OMP 算法以及 BCS 算法的误差曲线图, 其中前1—8颗卫星代表频率 L_1 上

的可视卫星, 9—16颗卫星代表频率 L_2 上的可视卫星.

重复以上在双频情况随机产生周跳共50次, 总计6000个历元, 其中1500个历元发生了周跳, 统计双频情况下周跳探测误差及准确探测的概率结果见表2.

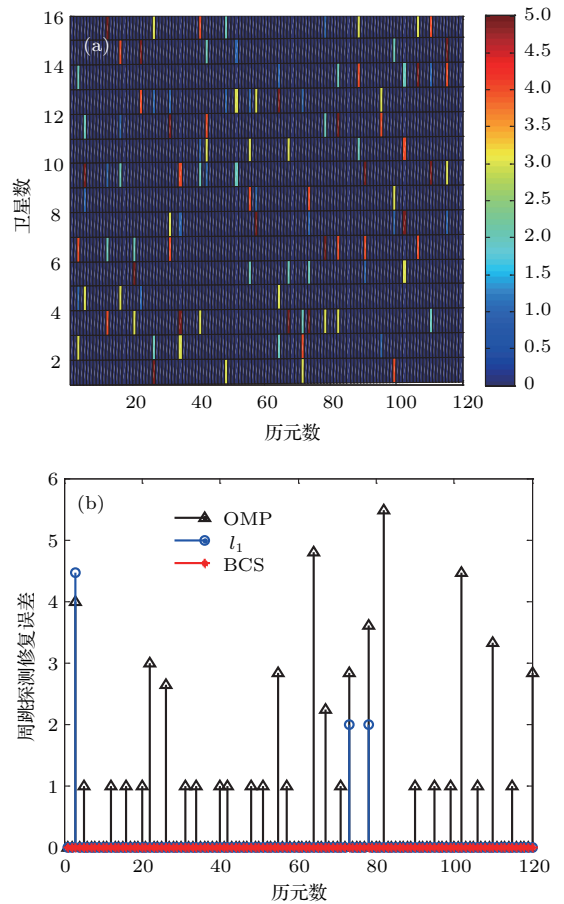


图5 (网刊彩色) 双频4卫星周跳情况 (a) 随机产生的周跳; (b) 周跳探测修复误差
Fig. 5. (color online) Cycle slips of 4 satellites in dual-frequency case: (a) Values of cycle slips; (b) the error of cycle slip detection and repair.

表2 双频情况下周跳探测误差统计

Table 2. The error and probability of cycle slip detection and repair in dual-frequency case.

周跳卫星数	探测统计	l_1 范数算法	OMP 算法	BCS 算法
1 卫星周跳	E_{rr} 均值	0	0	0
	P	100%	100%	100%
2 卫星周跳	E_{rr} 均值	0.005	0.087	0.005
	P	99.3%	81.0%	99.6%
3 卫星周跳	E_{rr} 均值	0.047	0.343	0.022
	P	94.6%	29.3%	98.8%
4 卫星周跳	E_{rr} 均值	0.169	0.633	0.063
	P	81.4%	1.27%	97.6%

从图4、图5及表2中的统计结果可以看出: 在利用双频数据进行周跳检测时, 如果在8颗可视卫星中有且仅有1颗卫星发生周跳, 三种方法均能完全准确探测并修复周跳; 当有2颗卫星同时发生周跳时, 压缩测量噪声增加, 观测量冗余度降低到14, OMP算法探测效果开始下降, 而BCS方法与 l_1 范数法的准确探测周跳概率达99%以上; 当有3颗及4卫星发生周跳时, OMP算法性能迅速下降至失效, l_1 范数法探测效果也开始下降, 但BCS方法性能依然良好. 对比单频和双频的效果, 对于利用固定置信度为0.95下的 T 分布值作为终止判决门限的OMP算法, 在冗余度大于6、且只有1颗卫星周跳的情况下, 性能相对较好, 而当同时有多颗卫星周跳时, 噪声变大, 算法性能迅速下降; l_1 范数法的性能要好于OMP算法; BCS方法无论利用单频还是双频数据, 是三种方法中性能最好的一种方法.

5 结 论

本文提出了一种基于BCS的周跳探测与修复方法, 该方法在BCS知理论框架下, 以历元间-站间载波相位双差模型为基础, 挖掘周跳信号的稀疏特性, 建立稀疏周跳探测模型, 通过具有概率性预测的相关向量机对周跳进行预测, 在仅利用载波相位观测量的情况下, 实现了周跳的探测与修复. 单频数据情况下, 当载波相位观测量冗余度足够时, 可以有效探测并修复周跳; 双频数据情况下, 独立处理各个频率上的周跳变化量, 无需再额外增加辅助观测量便能区分双频探测时的周跳双频模糊度问题, 即使同历元同卫星中的两个频率同时发生周跳, 也能准确探测并修复. 实验验证了基于BCS的周跳探测修复方法的有效性, 单频及双频两种情况下, 其性能都优于OMP算法及 l_1 范数算法. 该方法高效利用载波相位观测量信息, 为单频及双频接收机的小周跳探测与修复提供了一种新的思路. 值得注意的是, 本文未考虑多系统卫星信号, 如果考虑多系统信号, 则可视卫星数量增加, 观测量的冗余度也相应增加, 这样有利于对更多颗卫星同时发生周跳的情况进行探测与修复.

参考文献

- [1] Cai C S, Liu Z Z, Xia P F, Dai W J 2013 *GPS Solutions* **17** 247
- [2] Parkins A 2011 *GPS Solutions* **15** 391
- [3] Ji S Y, Wang Z J, Chen W, Weng D J, Xu Y, Fan S J, Huang B H, Sun G Y, Wang H Q, He Y W 2014 *Survey Rev.* **46** 104
- [4] Xu G C 2007 *GPS: Theory, Algorithms and Applications* (Vol. 2) (Berlin: Springer Science & Business Media) p167
- [5] Dai Z, Knedlik S, Loffeld O 2008 *Proceedings of 5th Workshop on Positioning, Navigation and Communication* Hannover, Germany, March 27–27, 2008 p37
- [6] Dai Z 2012 *GPS Solutions* **16** 267
- [7] Liu Z Z 2011 *J. Geodesy.* **85** 171
- [8] Henkel P, Oku N 2015 *International Association of Geodesy Symposia* **142** 291
- [9] De Lacy M C, Reguzzoni M, Sansò F 2012 *GPS Solutions* **16** 353
- [10] Zhao Q L, Sun B Z, Dai Z Q, Hu Z G, Shi C, Liu J N 2015 *GPS Solutions* **19** 381
- [11] Yao Y F, Gao J X, Wang J, Hu H, Li Z K 2016 *Survey Rev.* **48** 367
- [12] Sun B Q, Ou J K, Sheng C Z, Liu J H 2010 *Geomat. Inform. Sci. Wuhan Univ.* **10** 1157 (in Chinese) [孙保琪, 欧吉坤, 盛传贞, 刘吉华 2010 武汉大学学报 **10** 1157]
- [13] Rapoport L 2014 *ION GNSS2014* Tampa, USA, September 8–12, 2014 p2602
- [14] Gao Y, Huang G Y, Zhang X H, Xu H W, Zhang L Q 2015 *The 27th Chinese Control and Decision Conference* Qingdao, China, May 23–25, 2015 p3627
- [15] Donoho D L 2006 *IEEE Trans. Inform. Theory* **52** 1289
- [16] Candès E J, Romberg J K, Tao T 2006 *Commun. Pure and Appl. Math.* **59** 1207
- [17] Duarte M F, Baraniuk R G 2013 *Appl. Comput. Harmon. Anal.* **35** 111
- [18] Foucart S, Rauhut H 2013 *A Mathematical Introduction to Compressive Sensing* (Vol. 1) (New York: Springer) p61
- [19] Leick A, Rapoport L, Tatarnikov D J 2015 *GPS Satellite Surveying* (Vol. 4) (New Jersey: John Wiley & Sons) p681
- [20] Sharma A, Paliwal K K, Imoto S, Miyano S 2013 *Int. J. Mach. Learn. Cyb.* **4** 679
- [21] Kang R Z, Tian P W, Yu H Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 200701 (in Chinese) [康荣宗, 田鹏武, 于宏毅 2014 物理学报 **63** 200701]
- [22] Candès E J, Romberg J, Tao T 2006 *IEEE Trans. Inform. Theory* **52** 489
- [23] Candès E J 2008 *Comptes Rendus Mathématique* **346** 589
- [24] Wen F Q, Zhang G, Fen D 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 070201 (in Chinese) [文方青, 张弓, 贲德 2015 物理学报 **64** 070201]
- [25] Tropp J A, Gilbert A C 2007 *IEEE Trans. Inform. Theory* **53** 4655
- [26] Ji S H, Xue Y, Carin L 2008 *IEEE Trans. Signal Process.* **56** 2346
- [27] Wipf D P, Rao B D 2004 *IEEE Trans. Signal Process.* **52** 2153

Cycle slip detection and repair based on Bayesian compressive sensing*

Li Hui[†] Zhao Lin Li Liang

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Received 23 May 2016; revised manuscript received 23 August 2016)

Abstract

The presence of cycle slips corrupts the carrier phase measurement which is critical for high precision global navigation satellite system static or kinematic positioning. The process of cycle slips is comprised of detecting the slips, estimating its exact integer and making a repair. In this paper, a novel approach to cycle slip detection and repair based on Bayesian compressive sensing is proposed, in order to reduce the noise effects on the performances of cycle slip detection and repair. Unlike traditional cycle slip detection and repair methods, we exploit the sparse property of the cycle slip signal, aiming to obtain the perception matrix and establish the sparse cycle slip detection model. Then in order to estimate and repair the value of cycle slips, the residuals of carrier phase double difference and the interference noise between multiple satellites, when more than one satellite has cycle slips, are taken into consideration, which is used as prior information to obtain the likelihood expression for cycle slip signal. Finally, we use the prior information about signals based on relevance vector machine principle derived from sparse Bayesian learning to predict cycle slip distribution and then estimate the value of cycle slips. The novel approach is tested with the actual collection of satellite data in the experiment. It is shown that the novel approach proposed in this paper can effectively estimate cycle slips and achieve better performance than orthogonal matching pursuit and l_1 norm based algorithm when the redundancy of carrier phase is large enough. In the case of single frequency carrier phase observation, when redundancy is not less than 7, the novel approach can completely detect and repair cycle slips; in the case of dual-frequency carrier phase observation, when cycle slips happen in four of the eight satellites, 97.6% probability of accuracy is accomplished by the new approach.

Keywords: cycle slip detection and repair, compressive sensing, sparse Bayesian learning, relevance vector machine

PACS: 91.10.Fc, 84.40.Ua, 07.50.Qx, 07.05.Kf

DOI: 10.7498/aps.65.249101

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61273081), the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61304235, 61401114), the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. HEUCFD1431), and the Foundation of China Scholarship Council.

[†] Corresponding author. E-mail: lihuiheu@hotmail.com