

一个二次多项式混沌系统的均匀化及其熵分析

臧鸿雁 柴宏玉

Homogenization and entropy analysis of a quadratic polynomial chaotic system

Zang Hong-Yan Chai Hong-Yu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 030504 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.030504

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.030504>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I3>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

室内直达与非直达环境无线传播综合信道建模

Indoor wireless propagation under line of sight and no line of sight comprehensive channel modeling

物理学报.2015, 64(17): 170505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.170505>

三维空间域多普勒功率谱及其多天线系统性能

Doppler power spectrum density and multi-antenna system performance in three-dimensional environment

物理学报.2014, 63(24): 240507 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240507>

基于改进的统计信道模型与多天线系统性能分析

Geometrical statistical channel model and performance investigation for multi-antenna systems in wireless communications

物理学报.2014, 63(14): 140506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.140506>

双信道偏振复用保密通信系统的完全混沌同步的操控性研究

Manipulation of the complete chaos synchronization in dual-channel encryption system based on polarization-division-multiplexing

物理学报.2014, 63(7): 070504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.070504>

基于扩展混沌映射的认证密钥协商协议

An authenticated key agreement protocol based on extended chaotic maps

物理学报.2014, 63(5): 050507 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.050507>

一个二次多项式混沌系统的均匀化及其熵分析*

臧鸿雁† 柴宏玉

(北京科技大学数理学院, 北京 100083)

(2015年8月15日收到; 2015年11月13日收到修改稿)

利用已有理论给出了一个二次多项式混沌系统, 证明了该系统与 Tent 映射拓扑共轭, 给出了该混沌系统的概率密度函数; 并根据此概率密度函数, 得到了轨道均匀分布的反三角函数映射; 对均匀化前后的混沌系统在不同参数下产生序列的信息熵、Kolmogorov 熵、离散熵的特性进行了分析, 结果显示均匀化后产生的混沌序列混沌程度不改变且具有更好的均匀性.

关键词: 混沌系统, 信息熵, Kolmogorov 熵, 离散熵

PACS: 05.45.Vx, 05.45.Gg

DOI: 10.7498/aps.65.030504

1 引言

混沌是非线性动力学系统所特有的一种运动形式, 是确定性系统产生的内在随机性. 1975年, Li-York 发表了著名的“周期三蕴含混沌”^[1]一文, 混沌一词首次被引用. 近年来, 有关混沌理论及其应用得到了更多学者的关注^[2,3].

虽然混沌系统是长期不可预测的确定性系统, 但由于其满足遍历性和混合性, 具有各态历经的特性, 这为用概率统计的方法对混沌系统长期的统计特征进行刻画和描述奠定了基础. 因此可以借助概率论方法对混沌系统长期的统计特征进行刻画描述, 即用混沌映射的概率密度来描述. 目前, 只有 Tent 映射、Logistic^[4]映射和 Chebyshev 映射等几个简单的混沌映射的概率密度是已知的. 文献^[5]给出了 Logistic 映射与 Tent 映射的拓扑共轭关系以及 Chebyshev 映射与 Tent 映射的拓扑共轭关系, 并由此推出了 Logistic 映射和 Chebyshev 映射的概率密度. Tent 映射在均匀性方面达到要求. 产生均匀性、随机性良好的混沌序列是一个很重要的课题. 目前, 把混沌序列变换成均匀分布随机序列有很多方法^[6,7]. 文献^[6]针对 Logistic 混沌映射, 设计了一个变换函数, 使得变换后的系统在 $(0, 1)$ 区间上

服从均匀分布. 本文基于文献^[8]构造了一个二次多项式混沌系统, 并针对该系统设计了相应的变换函数, 得到了均匀分布的混沌系统. 为验证均匀化方法的有效性, 可以利用统计直方图、信息熵等指标对均匀化后的序列进行检测. 2007年, Kocarev 等^[9,10]提出了有限集合上的离散混沌的概念, 并在此基础上提出了有限集合上的离散熵^[11]的概念, 以度量有限集合上的离散混沌的混乱程度. 这对离散混沌的研究有了进一步的推动.

本文利用文献^[8]提出的一般二次多项式映射存在 3-周期点的充要条件给出了一个满足定理条件的混沌系统, 并证明了该系统与 Tent 映射拓扑共轭, 进一步给出了该系统的概率密度, 在此概率密度的基础上对该系统进行了均匀化; 最后对均匀化前后的混沌序列分析了信息熵、Kolmogorov 熵、离散熵的特性.

2 一个二次多项式混沌系统及其概率密度求解

文献^[8]通过对实系数多项式在复数域上的分解, 提出了一般非线性多项式的 3-周期点的等价命题. 利用这一等价命题, 借助多项式的完全判别系

* 国家自然科学基金 (批准号 61170037) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhylixiang@sina.com

统, 提出了一般二次多项式3-周期点存在性的充要条件, 表述为如下引理.

引理 1^[8] 二次多项式 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 有实的3-周期点的充要条件是

$$b^2 - 4ac - 2b \geq 7.$$

本文基于引理 1, 取 $a = -1.5, b = 2.8, c = 0.96$ 满足引理 1 的条件, 得到如下混沌系统

$$f(x) = -1.5x^2 + 2.8x + 0.96, x \in \left[-\frac{2}{5}, \frac{34}{15}\right]. \quad (1)$$

以下我们可以证明混沌系统 (1) 与 Tent 映射是拓扑共轲的.

定义 1^[4] 设有线段 I 的映射:

$$x_{n+1} = f(x_n), x \in I$$

和线段 J 的映射:

$$y_{n+1} = g(y_n), y \in J.$$

而线段 I 和 J 可以借助一个连续、可逆的函数 h 互相变换, 即

$$y = h(x), x = h^{-1}(y), x \in I, y \in J.$$

这时若映射 $f(x)$ 和 $g(y)$ 的关系如下:

$$g(y) = h(f(h^{-1}(y))), f(x) = h^{-1}(g(h^{-1}(x))),$$

则称映射 $f(x)$ 和 $g(y)$ 互为拓扑共轲.

定理 1 二次多项式 $f(x) = -1.5x^2 + 2.8x + 0.96, x \in [-2/5, 34/15]$ 与 Tent 映射是拓扑共轲的.

证明 Tent 映射

$$g(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 2 - 2x, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1. \end{cases}$$

令

$$h(x) = -\frac{4}{3} \cos \pi x + \frac{14}{15}, x \in [0, 1],$$

显然有函数 $h(x)$ 是连续且可逆的.

基于定义 1, 一方面,

$$\begin{aligned} h(g(x)) &= \begin{cases} -\frac{4}{3} \cos 2\pi x + \frac{14}{15}, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ -\frac{4}{3} \cos \pi(2 - 2x) + \frac{14}{15}, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases} \\ &= -\frac{4}{3} \cos 2\pi x + \frac{14}{15} \\ &= h(2x). \end{aligned}$$

另一方面,

$$f(h(x)) = -\frac{3}{2}h^2(x) + \frac{14}{5}h(x) + \frac{24}{25}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{3}{2} \left(h(x) - \frac{14}{15} \right)^2 + \frac{34}{15} \\ &= -\frac{3}{2} \left(-\frac{4}{3} \cos \pi x \right)^2 + \frac{34}{15} \\ &= -\frac{4}{3} \cos 2\pi x + \frac{14}{15} \\ &= h(2x), \end{aligned}$$

所以有 $h(g(x)) = f(h(x))$, 即 $f(x)$ 与 $g(x)$ 关于 $h(x)$ 是拓扑共轲的, 并与 Tent 映射具有相同的 Lyapunov 指数, 均为 $\ln 2$.

本文将给出的混沌系统记为

$$x(n+1) = ax^2(n) + bx(n) + c, \quad (2)$$

其中,

$$a = -1.5, b = 2.8, c = 0.96.$$

当 $b = 2.8, c = 0.96$ 时, 混沌系统 (2) 随参数 a 变化的分岔图如图 1(a) 所示; 当 $a = -1.5, c = 0.96$ 时, 混沌系统 (2) 随参数 b 变化的分岔图如图 1(b) 所示; 当 $a = -1.5, b = 2.8$ 时, 混沌系统 (2) 随参数 c 变化的分岔图如图 1(c) 所示.

以下给出 (1) 式定义的混沌系统的概率密度.

引理 2^[4] 如果映射 $f(x)$ 和 $g(x)$ 关于 $h(x)$ 拓扑共轲, $\rho_g(x)$ 是映射 $g(x)$ 的概率密度函数, 那么映射 $f(x)$ 的概率密度函数

$$\rho_f(x) = \rho_g(h^{-1}(x)) \left| \frac{dh^{-1}(x)}{dx} \right|.$$

定理 2 二次多项式 $f(x) = -1.5x^2 + 2.8x + 0.96, x \in [-2/5, 34/15]$ 的概率密度为

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{68 + 140x - 75x^2}}, & x \in \left[-\frac{2}{5}, \frac{34}{15}\right], \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

证明 已知 Tent 映射的概率密度函数为

$$\rho_T(x) = 1, x \in (0, 1).$$

又由定理 1 可知 $f(x) = -1.5x^2 + 2.8x + 0.96$ 与 Tent 映射拓扑共轲, 根据引理 2 则有

$$h^{-1}(x) = \frac{1}{\pi} \arccos \left(-\frac{3}{4} \left(x - \frac{14}{15} \right) \right),$$

$$\rho_f(x) = \rho_T(h^{-1}(x)) \left| \frac{dh^{-1}(x)}{dx} \right|$$

$$= 1 \times \left| \frac{d \left(\frac{1}{\pi} \arccos \left(-\frac{3}{4} \left(x - \frac{14}{15} \right) \right) \right)}{dx} \right|$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{68 + 140x - 75x^2}}.$$

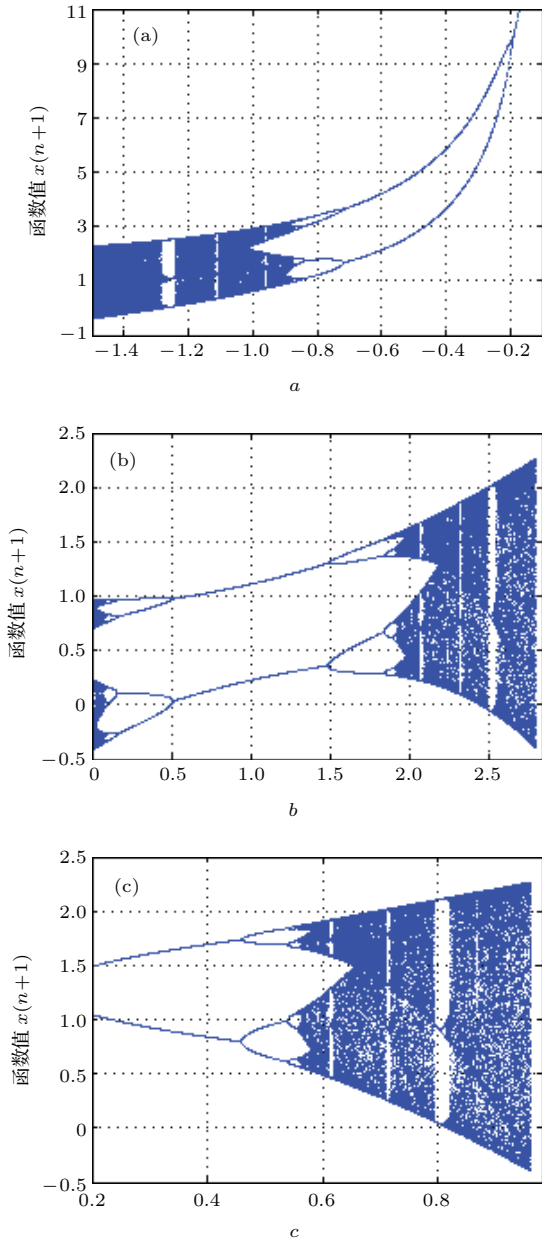


图1 (a) 系统(2)的参数a的分岔图; (b) 系统(2)的参数b的分岔图; (c) 系统(2)的参数c的分岔图

Fig. 1. (a) The bifurcation diagram of parameter a in system (2); (b) the bifurcation diagram of parameter b in system (2); (c) the bifurcation diagram of parameter c in system (2).

综上得证函数

$$\rho_f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{68 + 140x - 75x^2}}$$

是系统 $f(x) = -1.5x^2 + 2.8x + 0.96$ 的概率密度函数.

由定理2证明得到(1)式的概率密度函数可知, 系统(1)式产生的序列不是均匀分布的, 统计特性较明显. 下面将(1)式产生的非均匀分布随机变量转化为均匀分布的随机变量.

3 二次多项式混沌系统的均匀化

定理3 设随机变量 X 的概率密度

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{68 + 140x - 75x^2}}, & -\frac{2}{5} \leq x \leq \frac{34}{15}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

则随机变量

$$Z = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{3}{4}X - \frac{7}{10}\right) \quad (3)$$

是服从区间 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上的均匀分布的随机变量.

证明 随机变量 Z 的分布函数

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= P(Z \leq z) \\ &= P\left(\frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{3}{4}X - \frac{7}{10}\right) \leq z\right) \\ &= P\left(\frac{3}{4}X - \frac{7}{10} \leq \sin \pi z\right) \\ &= P\left(X \leq \frac{4}{3} \sin \pi z + \frac{14}{15}\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\frac{4}{3} \sin \pi z + \frac{14}{15}} \rho_X(x) dx. \end{aligned}$$

对等式两边求导, 得到随机变量 Z 的概率密度

$$\begin{aligned} \rho_Z(z) &= \begin{cases} \frac{5\sqrt{3}}{\pi} \frac{\frac{4\pi}{3} \cos \pi z}{\sqrt{68 + 140\left(\frac{4}{3} \sin \pi z + \frac{14}{15}\right) - 75\left(\frac{4}{3} \sin \pi z + \frac{14}{15}\right)^2}}, & -\frac{2}{5} \leq \frac{4}{3} \sin \pi z + \frac{14}{15} \leq \frac{34}{15} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ &= \begin{cases} \sqrt{\cos^2 \pi z} \sec \pi z, & -1 \leq \sin \pi z \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} \leq z \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \end{aligned}$$

由上式可知随机变量 $Z = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{3}{4}X - \frac{7}{10}\right)$ 服从区间 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上的均匀分布.

由以上证明可知, 在文中给定的特定区间内, 均匀分布的随机变量 Z 与随机变量 X 满足一一对应关系, 因为 X 是混沌系统, 从而 Z 必是混沌系统.

4 均匀化后的混沌系统的性能分析

下面对混沌系统 (1) 式进行直方图统计、信息熵分析、离散熵分析, 以验证混沌系统的均匀性. 先介绍文中涉及的几个熵的定义.

4.1 几种熵的定义

定义 2 信息熵 设 $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 是一种信息源, P 为 S 上的一个概率分布, 记 x_i 的概率为 p_i . 信源的信息熵记为 $H(S)$, 则

$$H(S) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i.$$

当信源概率分布为等概率分布时, 信息熵能取到最大值为 $\log_2(n)$ 比特, 这就是最大熵原理.

定义 3 [12] Kolmogorov 熵 一个 n 维动力系统, 将它的相空间分割为一个个边长为 ε 的 n 维立方体盒子, 对于状态空间的一个吸引子和一条落在吸引域中的轨道, 取时间间隔为一个很小量 τ , 令 $P(i_0, i_1, \dots, i_d)$ 表示起始时刻系统轨道在第 i_0 格子中, $t = 1$ 时在第 i_1 个格子中, $\dots, t = d$ 时在第 i_d 个格子中的联合概率, 则 Kolmogorov 熵 (K 熵) 定义为

$$K = - \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{1}{d\tau} \sum_{i_0, i_1, \dots, i_d} P(i_0, i_1, \dots, i_d) \times \ln P(i_0, i_1, \dots, i_d).$$

从信息论角度来看, Kolmogorov 熵用于混沌程度的整体度量. K 的数值是判断运动性质的重要指标: 对于规则运动 $K = 0$; 对于纯随机运动 $K = \infty$; 对一维映射, K 的取值恰好是正的 Lyapunov 指数 [4].

定义 4 [11] 离散熵 设 $S = \{s_0, s_1, \dots, s_{L-1}\}$ 是序集关系为 “ $<$ ” 的有限集合, $F : S \rightarrow S$ 是一个双射, σ_n 表示所有 $\{0, 1, \dots, n-1\}$ 的排列, $\pi \equiv [\pi(0), \pi(1), \dots, \pi(n-1)] \in \sigma_n$, 其中 $2 \leq n \leq L$. 令

$$Q_\pi(n) = \{s \in S : F^{\pi(0)}(s) < \dots < F^{\pi(n-1)}(s)\}, \quad (4)$$

$$q_\pi(n) = \frac{|Q_\pi(n)|}{\sum_{\tau \in \sigma_n} |Q_\tau(n)|}.$$

对确定的 $n, n \geq 2$, 映射 F 的离散熵

$$H_\delta^{(n)}(F) = - \frac{1}{n-1} \sum_{\pi \in \sigma_n} q_\pi(n) \log q_\pi(n). \quad (5)$$

$H_\delta^{(n)}(F)$ 描述了映射 F 的每相邻 $n (2 \leq n \leq \max_{s \in S} \{Per(s)\})$ 长元素的混乱程度, 其中 $Per(s)$ 为集合 S 的周期. 当选取元素长度大于 $\max_{s \in S} \{Per(s)\}$, 映射 F 的离散熵为 0.

为更准确地综合描述所有序列的混乱程度, 文献 [11] 进一步给出映射 F 离散熵的定义:

$$h_\delta(F) = \frac{1}{n_{\max} - 1} \sum_{n=2}^{n_{\max}} H_\delta^{(n)}(F), \quad (6)$$

其中 $n_{\max} = \max \{n : H_\delta^{(n)}(F) \neq 0\}$.

4.2 混沌系统性能检测

下面主要从均匀性、混沌性等方面对均匀化后混沌系统产生的序列进行分析, 并与均匀化前的混沌系统进行对比.

4.2.1 统计直方图分析

图 2(a) 为均匀化前混沌系统生成的序列的统计直方图, 图 2(b) 为均匀化后反三角函数生成的序列的统计直方图. 由图可看出, 经过处理后的混沌序列具有较好的均匀性.

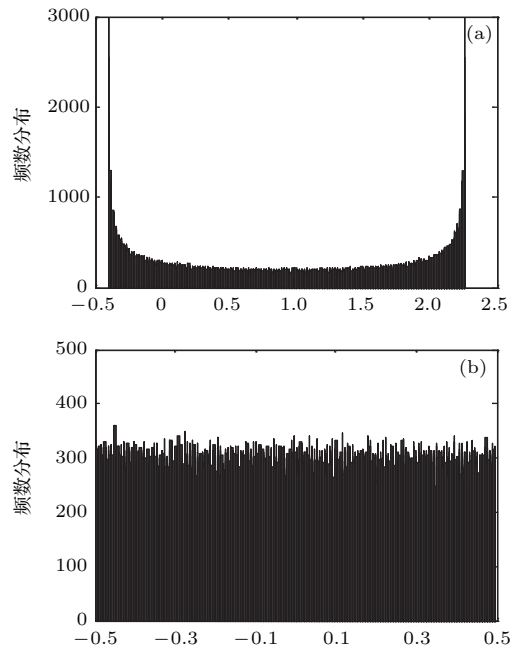


图 2 统计直方图 (a) 均匀化前序列; (b) 均匀化后序列
Fig. 2. Histogram: (a) Histogram of the sequence before uniformity; (b) histogram of the sequence after uniformity.

4.2.2 信息熵分析

香农提出信息熵的概念, 用于表征信源的不确定性程度. 本文用信息熵度量均匀化后系统(3)式产生的序列的不确定性程度. 设定离散混沌序列长度为 N , 将(1)和(3)式迭代得到的离散混沌序列 $z(n)$, 依据其取值范围等分成 M 个区间, 统计落在每个区间内的离散序列值的个数, 记为 $n_i (i = 1, 2, \dots, M)$, 则每个区间的统计概率 $p_i = \frac{n_i}{N}$, 有 $\sum_{i=1}^M p_i = 1$. 根据最大信息熵原理, 信息熵最大值为 $-\sum_{i=1}^M \frac{1}{M} \log_2 \frac{1}{M} = \log_2 M$ (通信系统中 M 表示信源符号数, 这里是统计区间个数). 下面选定 $N = 500000$ 长序列, 对不同的 M 值测试均

匀化前后信息熵与最大熵, 比较结果列于表 1.

表 1 系统均匀化前后的信息熵与最大熵比较
Table 1. Information entropy and maximum entropy of the before and after uniformity.

(N, M)	均匀化前 信息熵	均匀化后 信息熵	最大 信息熵
(500000, 100)	2.9592	6.6438	6.6439
(500000, 300)	3.5779	8.2285	8.2288
(500000, 500)	3.8666	8.9652	8.9658

由表 1 的结果可知, 对于不同的统计区间数 M , 均匀化后的序列较均匀化前序列的信息熵更接近于最大熵, 表明序列均匀化处理的有效性, 得到了比较满意的结果.

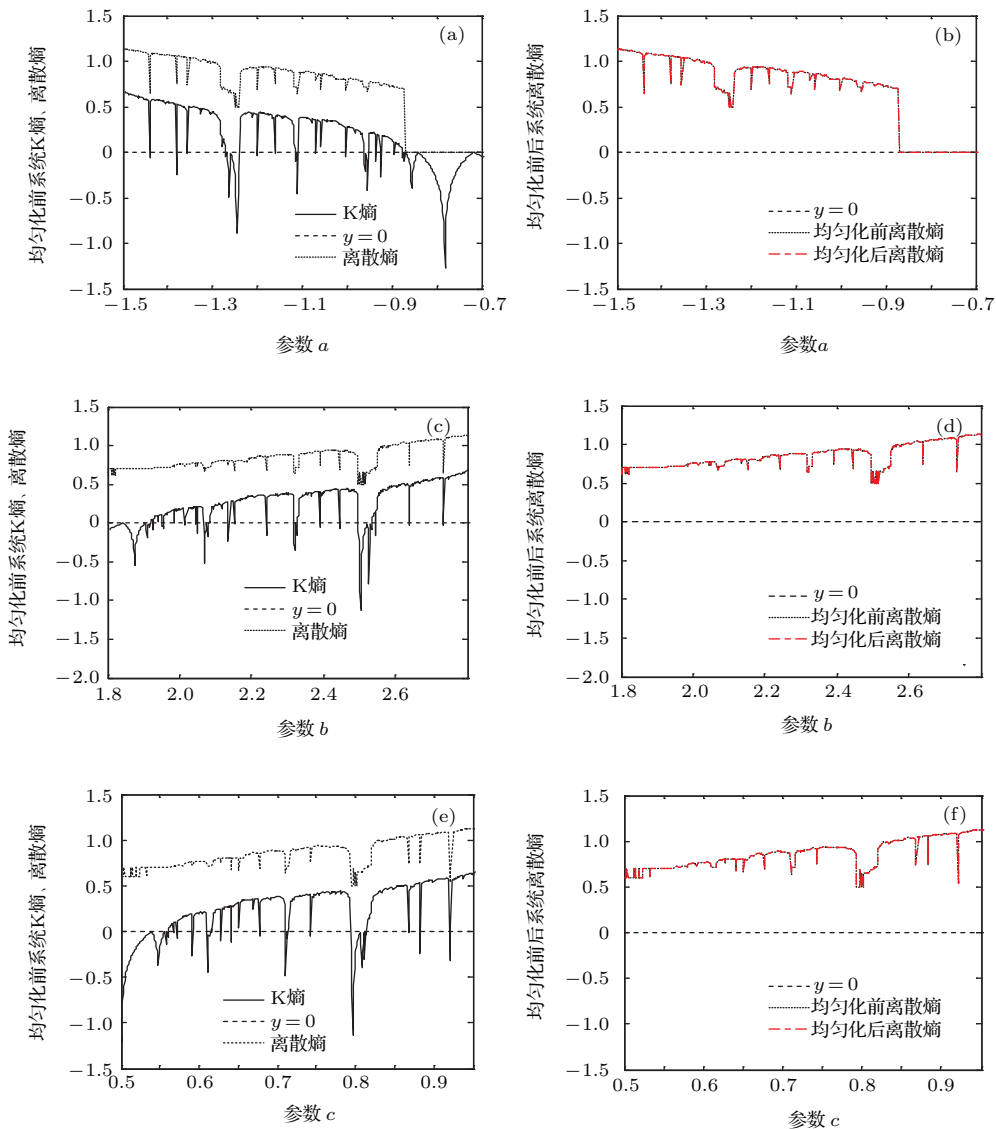


图 3 (a), (c), (e) 均匀化前系统的 K 熵与离散熵; (b), (d), (f) 均匀化前后系统的离散熵
Fig. 3. (a), (c), (e) K entropy and discrete entropy before uniformity; (b), (d), (f) discrete entropy of the before and after uniformity.

4.2.3 离散熵和K熵

2007年Kocarev^[10]等提出离散熵(DE)的概念,用于混沌程度的识别.离散熵 $h_\delta(F)$ 考虑了相邻 $n(n \geq 2)$ 长序列的每一种排列,共 $n!$ 种.本文选取前面几种 $2 \leq L \leq 8$ 特殊情况,在不同的参数下,对原系统和均匀化后的系统进行模拟,并与K熵对比.

选定参数为 $a \in [-1.5, 0.1]$,均匀化后的系统为

$$\begin{cases} x(n+1) = ax^2(n) + 2.8x(n) + 0.96, \\ z(n+1) = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(-\frac{a}{2}x(n) - \frac{7}{10}\right). \end{cases}$$

模拟均匀化前系统的K熵(即正的Lyapunov指数)、离散熵、均匀化后系统的离散熵,结果如图3(a)和图3(b)所示;类似地,分别选定参数 $b \in [1.5, 2.8]$, $c \in [0, 0.96]$ 进行模拟,结果分别如图3(c)—(f).

从图3(a), (c), (e)模拟结果可以看出,均匀化前系统的离散熵模拟结果近似为K熵固定常量的偏移,某种程度上表明离散熵可识别系统的混沌程度;图3(b), (d), (f)显示均匀化前后系统的离散熵完全相同,也表明均匀化后的系统的均匀性得到了很大改善的同时保持了原系统的混沌特性.

5 结 论

本文基于已有理论,给出了一个二次多项式混沌系统,并给出了该系统的概率密度,将该混沌系统进行了均匀化.从信息熵、K熵与离散熵角度对均匀化后的系统进行了理论分析和数值模拟.理论分析结果显示均匀化后系统产生的序列,信息熵极接近理论极限值;离散熵保持不变,保持了原混沌系统的混沌特性;数值仿真模拟表明离散熵近似为

以固定常量偏移后的Kolmogorov熵.这也表明本文均匀化方法的有效性,并且均匀化后的混沌系统保持了原混沌的混沌性质不变.

参考文献

- [1] Li T Y, York J A 1975 *Am. Math. Mon.* **82** 481
- [2] Yu W P, Zhao B 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 120502 (in Chinese) [于万波, 赵斌 2014 物理学报 **63** 120502]
- [3] Yu W P 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 120501 (in Chinese) [于万波 2014 物理学报 **63** 120501]
- [4] Hao B L 2013 *Starting with Parabola: An Introduction to Chaotic Dynamics (No.2)* (Beijing: Peking University Press) pp114–118 (in Chinese) [郝柏林 2013 从抛物线谈起: 混沌动力学引论 (北京: 北京大学出版社) 第114—118页]
- [5] He Z Y, Li K, Yang L X 1999 *J. Electron. Inf. Technol.* **5** 646 (in Chinese) [何振亚, 李克, 杨绿溪 1999 电子与信息学报 **5** 646]
- [6] Cao G H, Hu K, Tong W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110508 (in Chinese) [曹光辉, 胡凯, 佟维 2011 物理学报 **60** 110508]
- [7] Li P Y, Shi J X, Guo J L, Chen X, Yang H J 2015 *Acta Electr. Sin.* **43** 753 (in Chinese) [李佩玥, 石俊霞, 郭嘉亮, 陈雪, 杨怀江 2015 电子学报 **43** 753]
- [8] Zhou H L, Song E B 2009 *J. Sichuan Univ.* **46** 561 (in Chinese) [周海玲, 宋恩彬 2009 四川大学学报 **46** 561]
- [9] Kocarev L, Szczepanski J, Amigo J M, Tomovski I 2006 *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regular Papers* **53** 1300
- [10] Amigo J M, Kocarev L, Szczepanski J 2007 *Phys. Lett. A* **366** 211
- [11] Amigo J M, Kocarev L, Tomovski I 2007 *Physica D* **228** 77
- [12] Liao X F, Xiao D, Chen Y, Xiang T 2009 *The Theory and Application of Chaos Cryptography* (Beijing: Science Press) pp9–10 (in Chinese) [廖晓峰, 肖迪, 陈勇, 向涛 2009 混沌密码学原理及其应用 (北京: 科学出版社) 第9—10页]

Homogenization and entropy analysis of a quadratic polynomial chaotic system*

Zang Hong-Yan[†] Chai Hong-Yu

(*Mathematics and Physics School, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China*)

(Received 15 August 2015; revised manuscript received 13 November 2015)

Abstract

In this paper, firstly we construct a quadratic chaotic system and prove that it is a topological conjugate system of Tent map. Secondly, having analyzed the probability density function of the system, we propose an anti-trigonometric function map. Additionally, the performances of the quadratic chaotic system such as information entropy, Kolmogorov entropy and discrete entropy are tested for both the original systems and the homogenized systems with different parameters. Numerical simulations show that the information entropy of the uniformly distributed sequence is close to the theoretical limit and the discrete entropy remains unchanged. This result shows that the homogenization method is effective. In conclusion, the chaotic sequence after homogenization not only inherits the diverse properties of the original sequence, but also exhibits better uniformity.

Keywords: chaos system, information entropy, Kolmogorov entropy, discrete entropy

PACS: 05.45.Vx, 05.45.Gg

DOI: [10.7498/aps.65.030504](https://doi.org/10.7498/aps.65.030504)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61170037)

[†] Corresponding author. E-mail: zhylixiang@sina.com