

三维绝热简正波-抛物方程理论及应用

秦继兴 Katsnelson Boris 彭朝晖 李整林 张仁和 骆文于

Three-dimensional adiabatic mode parabolic equation method and its applications

Qin Ji-Xing Katsnelson Boris Peng Zhao-Hui Li Zheng-Lin Zhang Ren-He Luo Wen-Yu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 034301 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.034301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.034301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I3>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于频带分解和距离加权的单矢量水听器浅海被动测距方法研究

Source ranging based on frequency band decomposition and distance weighting using a single acoustic vector sensor in shallow water

物理学报.2015, 64(15): 154303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154303>

一种基于  $\beta$ -warping 变换算子的被动声源距离估计方法

A passive source ranging method using the waveguide-invariant-warping operator

物理学报.2015, 64(7): 074301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.074301>

水平变化波导中的简正波耦合与能量转移

Mode coupling and energy transfer in a range-dependent waveguide

物理学报.2014, 63(21): 214302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.214302>

浅海内波影响下的波导不变量变化特性分析

Time-varying characteristics of the waveguide invariant under internal wave condition in the shallow water area

物理学报.2014, 63(19): 194303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194303>

水平变化浅海声波导中模态特征频率与声源距离被动估计

Modal characteristic frequency in a range-dependent shallow-water waveguide and its application to passive source range estimation

物理学报.2014, 63(4): 044303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.044303>

# 三维绝热简正波-抛物方程理论及应用\*

秦继兴<sup>1)†</sup> Katsnelson Boris<sup>2)</sup> 彭朝晖<sup>1)</sup> 李整林<sup>1)3)</sup>  
张仁和<sup>1)</sup> 骆文于<sup>1)</sup>

1) (中国科学院声学研究所, 声场声信息国家重点实验室, 北京 100190)

2) (Department of Marine Geosciences, School of Marine Sciences, University of Haifa, Haifa 31905)

3) (中国科学院声学研究所, 南海研究站, 海口 570105)

(2015年7月18日收到; 2015年10月20日收到修改稿)

复杂海域通常存在环境参数的水平变化, 这会导致声波在传播过程中发生水平折射, 呈现出三维效应. 利用绝热简正波-抛物方程理论进行三维声场建模, 在垂直方向上使用标准简正波模型 KRAKEN 求解本征值和本征函数, 水平方向上使用宽角抛物方程模型 RAM 求解简正波幅度. 该模型物理意义清晰, 计算效率高, 但由于忽略了各号简正波之间的耦合, 只适用于环境参数水平变化缓慢的问题. 使用该模型分析了内波环境和大陆架楔形波导中的声波水平折射现象, 结果表明, 声波的水平折射将水平平面分为不同区域, 每个区域内的声场结构明显不同. 此外, 声强在水平平面内的分布与声源频率和简正波号数有关, 这种依赖关系是导致声信号频谱变化、波形畸变以及声场时空扰动的主要原因.

**关键词:** 三维声传播, 绝热简正波-抛物方程, 内波, 大陆架斜坡

**PACS:** 43.30.Bp, 43.30.Dr, 43.30.Re

**DOI:** 10.7498/aps.65.034301

## 1 引言

声场计算模型的研究是从20世纪60年代开始的, 先后出现了很多方法, 但早期的大部分模型计算能力有限, 只能处理水平不变问题. 近年来, 非均匀海洋环境中的声传播问题一直是水声学研究的热点问题之一, 很多学者对此进行了大量的研究. 目前求解非均匀海洋环境中声传播问题的方法主要有: 抛物方程法<sup>[1,2]</sup>, 简正波方法<sup>[3-8]</sup>, 波数积分法<sup>[9,10]</sup>, 有限差分与有限元方法<sup>[11-13]</sup>, 射线法<sup>[14,15]</sup>, 以及一些混合算法等<sup>[16,17]</sup>. 这些算法都有各自的优缺点和适用范围, 针对不同的问题应选择不同的方法.

上述声场计算模型中, 大部分只能处理二维声传播问题, 不考虑海洋环境随方位角的变化. 实际海洋环境中存在着非常复杂的海底地形、底质以及

声速剖面的三维变化, 声波在传播过程中往往会发生水平折射, 呈现出三维效应. 这些复杂的声传播问题使用二维声场模型不能求解, 必须采用三维声场计算方法. 最初出现了  $N \times 2D$  算法, 使用二维模型来近似处理三维问题<sup>[18]</sup>. 该方法具有很高的计算效率, 但只能处理环境参数横向变化较弱的问题, 否则会出现很大误差, 不能精确求解三维声场. 随后, 陆续出现了一些三维声场计算模型. 有限差分法和有限元方法可以精确求得三维声场解<sup>[19]</sup>, 但计算量大, 对计算条件要求较高. 耦合简正波方法计算精度高, 但计算速度非常慢, 主要用于检验其他算法<sup>[20-22]</sup>. 基于抛物方程理论的 FOR3D 模型可处理一般的三维声传播问题, 其采用差分方法求解微分算子, 比较适合计算低频、浅海三维问题<sup>[23]</sup>. 朴胜春<sup>[24]</sup>对 FOR3D 模型的海底边界条件进行了改进, 使得计算精度更高. 抛物方程法与耦合简正波方法相比, 只考虑了声波的前向传播, 当

\* 国家自然科学基金(批准号: 11434012, 41561144006, 11174312)和海洋公益性行业科研专项经费(批准号: 201405032)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: qjx@mail.ioa.ac.cn

所处理问题的反向散射较强时计算精度较低。基于射线理论的HARPO模型适用于高频问题, 低频时计算精度较低<sup>[25]</sup>。针对各种方法的优缺点, 又出现了一些混合算法, 如绝热简正波-抛物方程方法<sup>[26]</sup>, 耦合简正波-抛物方程方法等<sup>[27]</sup>。另外一类模型使用傅里叶变换技术将一系列二维问题的声场解合成三维声场, 该方法计算速度较快, 但只能处理二维变化波导中的三维声传播问题, 也被称为2.5维问题<sup>[28-30]</sup>。总之, 人们在水下三维声场建模方面进行了大量的研究, 并取得了诸多成果, 但对于复杂的海洋环境, 目前还没有精确、快速的有效算法。

与二维声场计算模型相比, 三维模型在分析声场时计算量巨大。Katsnelson等<sup>[31,32]</sup>提出了一种三维声场建模方法, 垂直方向上使用简正波方法求解本征值和本征函数, 水平方向上使用抛物方程方法求解对应模式的系数。该方法忽略了各号简正波之间的耦合, 只适用于环境参数变化缓慢的问题。其优点是计算效率很高, 而且物理意义清晰。本文在此方法的基础上, 应用二维简正波模型KRAKEN<sup>[33]</sup>和二维抛物方程模型RAM<sup>[34]</sup>联合计算三维声场解。KRAKEN是标准简正波模型, 可用来精确求解本地本征值和本征函数, RAM作为宽角抛物方程模型, 求解模式系数时可以保证近场的精度。此外, 使用本三维模型分析了内波环境和大陆架楔形波导中的声波水平折射现象。

本文接下来的内容共分4部分: 首先给出三维声场建模理论; 其次是三维模型在内波环境中的应用; 然后使用该模型分析大陆架楔形波导中的声传播问题; 最后是讨论和总结。

## 2 三维声场建模理论

考虑声学参数在水平平面内缓慢变化的三维海洋波导, 海深用 $H(\mathbf{r})$ 表示, 其中水平位置向量 $\mathbf{r} = (x, y)$ , 声速剖面用 $c(\mathbf{r}, z)$ 表示, 密度剖面用 $\rho(\mathbf{r}, z)$ 表示。声源置于 $\mathbf{r} = (x_s, y_s)$ ,  $z = z_s$ 处, 发射一个频谱为 $S(\omega)$ 的信号 $f(t)$ 。时域声压满足的齐次波动方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} p(\mathbf{r}, z, t) - c^2(\mathbf{r}, z) \Delta p(\mathbf{r}, z, t) = 0, \quad (1)$$

其中拉普拉斯算子 $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ 。此外, 声压还需满足海面、海底的边界条件以及声源条件。

频域声压满足三维Helmholtz方程(省略角频

率 $\omega$ ),

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2(\mathbf{r}, z) \right] P(\mathbf{r}, z) = 0, \quad (2)$$

其中 $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ ,  $k(\mathbf{r}, z) = \omega/c(\mathbf{r}, z)$ 。将声压表示成各号简正波相加的形式,

$$P(\mathbf{r}, z) = \sum_l a_l(\mathbf{r}) \Psi_l(\mathbf{r}, z), \quad (3)$$

其中 $a_l(\mathbf{r})$ 代表简正波幅度,  $\Psi_l(\mathbf{r}, z)$ 为Sturm-Liouville问题的本征函数, 满足下列方程和边界条件:

$$\frac{\partial^2 \Psi_l(\mathbf{r}, z)}{\partial z^2} + [k^2(\mathbf{r}, z) - q_l^2(\mathbf{r})] \Psi_l(\mathbf{r}, z) = 0, \quad (4)$$

$$\Psi_l(\mathbf{r}, z)|_{z=0} = 0, \quad (5)$$

$$\left[ \Psi_l(\mathbf{r}, z) + g(q_l(\mathbf{r})) \frac{\partial \Psi_l(\mathbf{r}, z)}{\partial z} \right]_{z=H(\mathbf{r})} = 0. \quad (6)$$

上面的公式中,  $q_l(\mathbf{r})$ 为本征值,  $g(q_l(\mathbf{r}))$ 由海底参数确定。本文使用标准简正波模型KRAKEN<sup>[33]</sup>计算得到 $\Psi_l(\mathbf{r}, z)$ 和 $q_l(\mathbf{r})$ 。将(3)式代入(2)式, 并应用本征函数的性质, 可以得到

$$\begin{aligned} & \nabla^2 a_l(\mathbf{r}) + q_l^2(\mathbf{r}) a_l(\mathbf{r}) \\ & = \sum_m [B_{lm}(\mathbf{r}) \nabla a_m(\mathbf{r}) + D_{lm}(\mathbf{r}) a_m(\mathbf{r})], \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $B_{lm}(\mathbf{r})$ 和 $D_{lm}(\mathbf{r})$ 为耦合系数。

当波导中环境参数水平变化缓慢时, (7)式等号右侧部分的值很小, 可以将其忽略, 认为各号简正波之间是绝热的<sup>[3,5,35]</sup>。绝热近似的适用条件为<sup>[35]</sup>

$$\left| \frac{2S_{lm} \sqrt{q_l q_m}}{q_l^2 - q_m^2} \right| \ll 1, \quad (8)$$

其中,

$$S_{lm} = \int \Psi_l(\mathbf{r}, z) \nabla \Psi_m(\mathbf{r}, z) dz. \quad (9)$$

(7)式的绝热近似表达式为

$$\nabla^2 a_l(\mathbf{r}) + q_l^2(\mathbf{r}) a_l(\mathbf{r}) = 0. \quad (10)$$

(10)式的形式是一个二维Helmholtz方程, 它描述第 $l$ 号简正波幅度在水平平面内的分布。可以使用多种方法求解该二维Helmholtz方程, 文献<sup>[31]</sup>使用抛物方程法求解, 将简正波幅度 $a_l(\mathbf{r})$ 写为如下形式:

$$a_l(\mathbf{r}) = A_l(\mathbf{r}) \exp(iq_l^0 y), \quad (11)$$

其中 $q_l^0$ 为参考值,  $A_l(\mathbf{r})$ 是 $y$ 方向缓慢变化的函数。将 $a_l(\mathbf{r})$ 代入到(10)式, 可以得到关于 $A_l(\mathbf{r})$ 的抛物

方程:

$$2iq_l^0 \frac{\partial A_l(\mathbf{r})}{\partial y} + \frac{\partial^2 A_l(\mathbf{r})}{\partial x^2} + [q_l^2(\mathbf{r}) - (q_l^0)^2] A_l(\mathbf{r}) = 0. \quad (12)$$

上式使用分裂步进傅里叶 (SSF) 算法求解.

本文使用宽角抛物方程模型 RAM<sup>[34,36]</sup> 中的分裂步进 Padé 近似算法直接求解 (10) 式. 分解 (10) 式中的算子, 得到前向传播方程:

$$\frac{\partial a_l}{\partial y} = iq_l^0 (1 + X)^{1/2} a_l, \quad (13)$$

其中,

$$X = (q_l^0)^{-2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + q_l^2 - (q_l^0)^2 \right). \quad (14)$$

方程 (13) 的解为

$$a_l(x, y + \Delta y) = \exp \left[ iq_l^0 \Delta y (1 + X)^{1/2} \right] a_l(x, y). \quad (15)$$

使用  $n$  项有理函数近似指数函数, 得到

$$a_l(x, y + \Delta y) = \exp(iq_l^0 \Delta y) \prod_{j=1}^n \frac{1 + \alpha_{j,n} X}{1 + \beta_{j,n} X} a_l(x, y), \quad (16)$$

式中的复系数  $\alpha_{j,n}$  和  $\beta_{j,n}$  控制有理函数的精度和稳定性. 使用自初始条件提供初始场<sup>[37]</sup>, 这是一个基于抛物方程法的精确、高效方法.

(1) 式中的时域声压可以通过傅里叶变换写成如下形式:

$$p(\mathbf{r}, z, t) = 2 \int_0^\infty S(\omega) P(\mathbf{r}, z, \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (17)$$

将 (3) 式代入 (17) 式, 可得

$$p(\mathbf{r}, z, t) = 2 \int_0^\infty S(\omega) \sum_l a_l(\mathbf{r}, \omega) \Psi_l(\mathbf{r}, z, \omega) \times e^{-i\omega t} d\omega. \quad (18)$$

在分析脉冲传播问题时, 如果发射信号的频率范围足够窄, 在该频带内可以忽略本征函数随频率的变化. 将本征函数从 (18) 式中提出, 取声源谱的中心频率  $\omega_0$ , 那么时域声压的形式变为

$$p(\mathbf{r}, z, t) = 2 \sum_l \Psi_l(\mathbf{r}, z, \omega_0) \times \int_0^\infty S(\omega) a_l(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega = \sum_l \Psi_l(\mathbf{r}, z, \omega_0) p_l(\mathbf{r}, t). \quad (19)$$

上式中  $p_l(\mathbf{r}, t)$  可以认为是第  $l$  号简正波在水平平面内的脉冲幅度,

$$p_l(\mathbf{r}, t) = 2 \int_0^\infty S(\omega) a_l(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (20)$$

### 3 内波问题

在浅海区域, 非线性孤立子内波会导致环境参数的非平稳各向异性, 因此会对声信号的传播产生很大影响. 水平平面内声场的时空变化将导致很多三维声学效应, 这里使用第 2 节中的理论对其进行分析.

#### 3.1 内波模型

孤立子内波可以由等密度面描述为空间和时间的函数, 一个常用的近似方法是将密度表面值用一阶重力模式和包络函数的乘积形式表示:

$$\zeta(\mathbf{r}, z, T) = \Phi(z) \zeta_s(\mathbf{r}, T), \quad (21)$$

其中  $\Phi(z)$  为归一化的一阶重力模式,  $[\Phi(z)]_{\max} = 1$ ;  $\zeta_s(\mathbf{r}, T)$  为内波的包络函数, 即在  $\Phi(z)$  取最大值深度等密度面的位移. 用大写字母  $T$  表示“慢时”, 描述孤立子内波的移动. 与之对应, 用“快时”  $t$  描述声脉冲的到达. 假设孤立子内波的波阵面为平面, 平行于  $y$  轴, 以速度  $V$  在  $x$  轴方向移动, 即

$$\zeta_s(\mathbf{r}, T) = \zeta_s(\mathbf{r}_R, T + (x - x_R)/V). \quad (22)$$

这里  $\mathbf{r}_R = (x_R, y_R)$ , 是接收器在水平平面内的坐标. 另外, 假设内波的形状短时间内不发生变化, 记为  $\zeta_s(x, T)$ . 本文分析的内波是两个 Korteweg-de Vries (KdV) 孤立子内波叠加的形式,

$$\zeta_s(x, T) = \frac{A_1}{\cosh^2[(x - x_0 + VT)/\Lambda]} + \frac{A_2}{\cosh^2[(x - x_0 - x_{12} + VT)/\Lambda]}, \quad (23)$$

其中,  $V = 1.0$  m/s,  $A_1 = 25$  m,  $A_2 = 8$  m, 两个孤立子内波的峰值间距  $x_{12} = 600$  m,  $\Lambda = 150$  m. 另外,  $x_0 = 2354$  m, 对应  $T = 0$  时刻声源到内波第一个峰值的距离.

本文用下式描述孤立子内波引起的声速剖面变化:

$$c[z + \zeta(x, z, T)] = c_0(z), \quad (24)$$

其中  $c$  为内波扰动后海水中的声速剖面,  $c_0$  为无内波时的声速剖面,

$$c_0(z) = \begin{cases} c_2, & 0 \leq z \leq z_2, \\ c_2 + \varepsilon(z - z_2), & z_2 < z < z_1, \\ c_1, & z_1 \leq z \leq H, \end{cases} \quad (25)$$

其中,  $c_1 = 1498 \text{ m/s}$ ,  $c_2 = 1544 \text{ m/s}$ ,  $z_1 = 22 \text{ m}$ ,  $z_2 = 14 \text{ m}$ , 海深  $H = 80 \text{ m}$ . 此外  $\varepsilon = (c_1 - c_2)/(z_1 - z_2)$ , 为温跃层中的声速梯度. 波导中的一阶重力模式如图 1(a) 所示, 图 1(b) 给出了无内波时的声速剖面  $c_0$  以及  $\zeta_s(x, T)$  取第一个峰值时由 (24) 式计算得到的声速剖面.

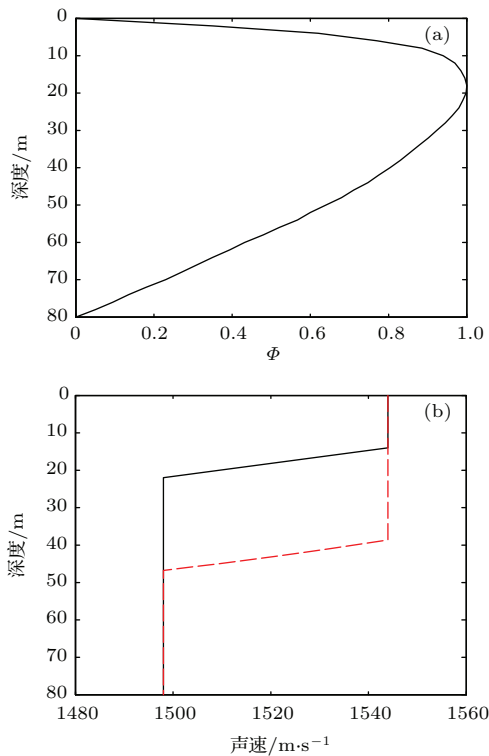


图1 一阶重力模式 (a) 和海水中的声速剖面 (b). 在 (b) 中, 黑色实线为无内波时的声速剖面, 红色虚线为  $\zeta_s(x, T)$  取第一个峰值时 (约 25 m) 的声速剖面

Fig. 1. First gravity mode (a) and sound speed profile (SSP) in water (b). In (b), the solid line in black corresponds to SSP in absence of internal wave, and the dashed line in red corresponds to SSP at the maximum  $\zeta_s(x, T)$  value (about 25 m).

### 3.2 水平平面内的声强分布

考虑内波移动过程中声场在水平平面内干涉结构的变化, 该现象在实际的海洋环境中可以通过水平接收阵观测到. 本节用模式幅度的对数形式表示声场结果, 即  $20 \lg |a_l(\mathbf{r}, \omega)|$ , 这里将其称作声强. 当声源频率为 100 Hz, 考虑第 3 号模式, 图 2 给出

了内波在三个不同位置 (具体位置在每组图的左侧给出, 不同位置对应不同的时间  $T$ ) 时声场在水平平面内的分布. 在每个子图中, 声场分布分为不同的区域, 呈现出不同的结构: 未受内波影响正常的声场干涉结构; 由于内波影响形成的多路径干涉结构; 声场会聚区及影区. 随着内波位置的改变, 水平平面内的声场结构会发生变化. 在图 2(c) 中, 声源恰好处于内波两个峰值之间, 此时可以看到声强明显的会聚现象. 对于特定的接收位置, 不同时刻接收的信号能量会发生明显的变化, 每组图的右侧给出了水平阵接收到的声强值, 可以看出不同时刻相差很大.

### 3.3 声传播随频率和模态的变化

分析声传播随频率和模态的变化是一个重要课题. 影响水平平面内声场分布的参数是折射率, 该参数由本征值  $q_l(\mathbf{r}, \omega)$  决定. 针对 3.1 节的内波问题, 首先分析本征值与声源频率和模态的依赖关系. 图 3 给出了前 4 号模式在内波幅度取最大值 (约为 25 m) 时  $q_l/q_l^0$  随频率的变化, 其中参考值  $q_l^0$  为无内波时的本征值. 可以看出, 频率变化对不同号模式的影响不同, 对第 1 号模式的影响很小.

在  $T = 20 \text{ min}$  时刻, 图 4 给出了不同频率、不同模式下声强在水平平面内的分布. 可以看出, 随着频率的增加, 对于第 2 号模式, 内波对声传播的影响逐渐减小, 而对于第 4 号模式, 内波对声传播的影响逐渐增大, 这个现象与图 3 给出的结果一致. 在某固定接收点 (比如点 B), 不同频率下的声强是不同的, 这会导致接收到的宽频信号形状发生改变.

考虑发射信号  $f(t)$  在传播过程中的变化, 频谱  $S(\omega)$  为

$$S(\omega) = \begin{cases} 1, & 150 \text{ Hz} \leq \omega/2\pi \leq 250 \text{ Hz}, \\ 0, & \text{其他频率}. \end{cases} \quad (26)$$

在水平平面内的固定接收点, 对于某号模式, 首先计算不同频率下的幅度  $a_l(\mathbf{r}, \omega)$ , 然后通过傅里叶变换 ((20) 式) 计算脉冲幅度  $p_l(\mathbf{r}, t)$ . 图 5 给出了三个接收点 (与图 4 中的点对应) 的脉冲信号幅度. 可以看出, 在固定的接收点, 不同模式下的信号形状差异很大, 比如在接收点 A 模式 2 和模式 4 的信号形状. 另一方面, 对于同一个模式, 不同接收点的信号也不同.

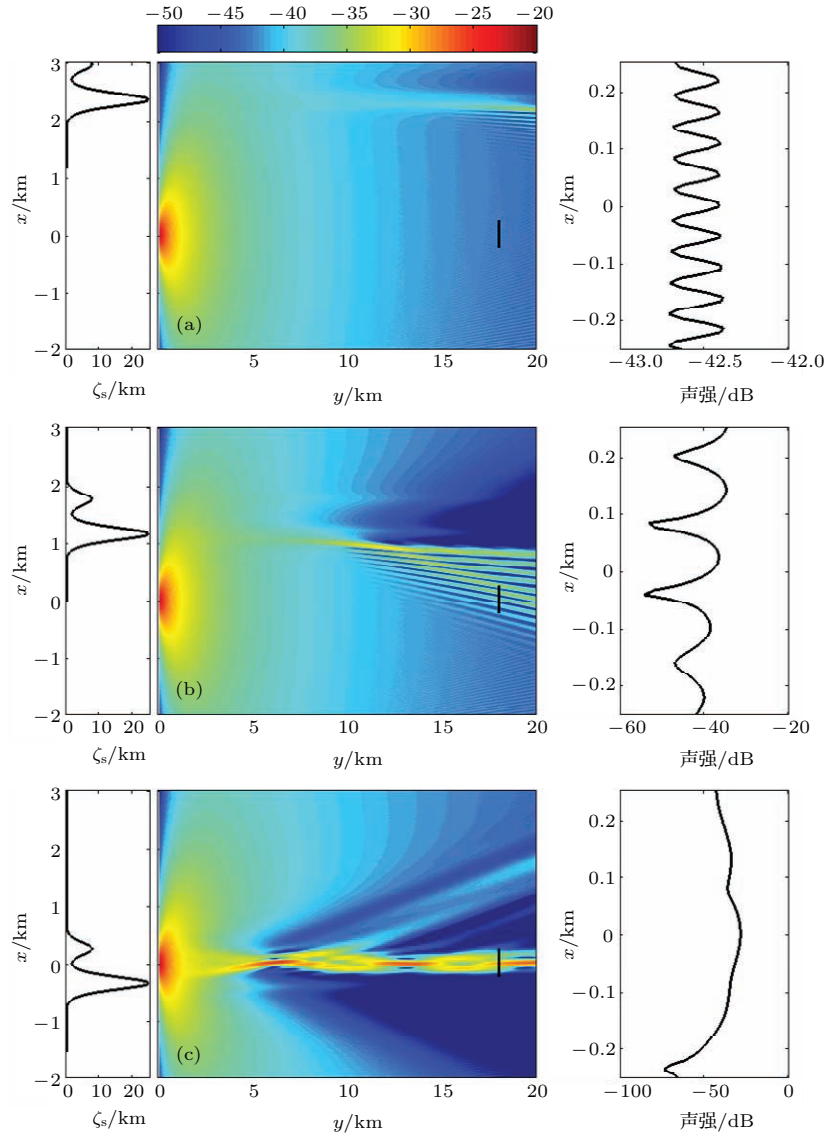


图2 存在内波时水平平面内的声强分布 (声源频率 100 Hz, 第 3 号简正波) (a)  $T = 0$  min; (b)  $T = 20$  min; (c)  $T = 45$  min; 在每个子图中, 内波位置在左侧给出, 水平阵在中间用黑色实线标出, 水平阵接收的声强在右侧给出  
 Fig. 2. Rearrangement of intensity in the horizontal plane in presence of internal waves (IWs). The three groups of results are all for mode 3 and a frequency of 100 Hz. (a)  $T = 0$  min; (b)  $T = 20$  min; (c)  $T = 45$  min. The positions of the IW packet with respect to the acoustic track are shown at the left, and the results of intensity on horizontal line array (HLA) are given at the right. The HLA is indicated by a thick black line.

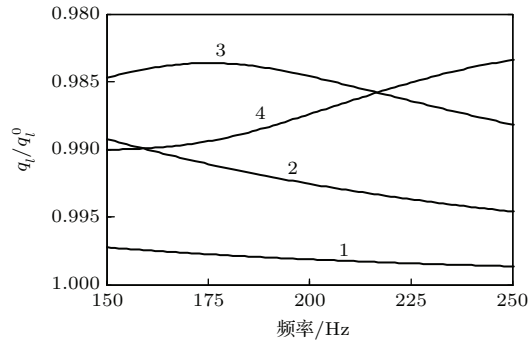


图3 前 4 号模式在内波幅度取最大值 (约为 25 m) 时  $q_l/q_l^0$  随频率的变化 (模式号数在图中标出)  
 Fig. 3. Frequency dependence of  $q_l/q_l^0$  at maximum IW amplitude (about 25 m) calculated for the first four lowest modes. Mode numbers are indicated in the figure.

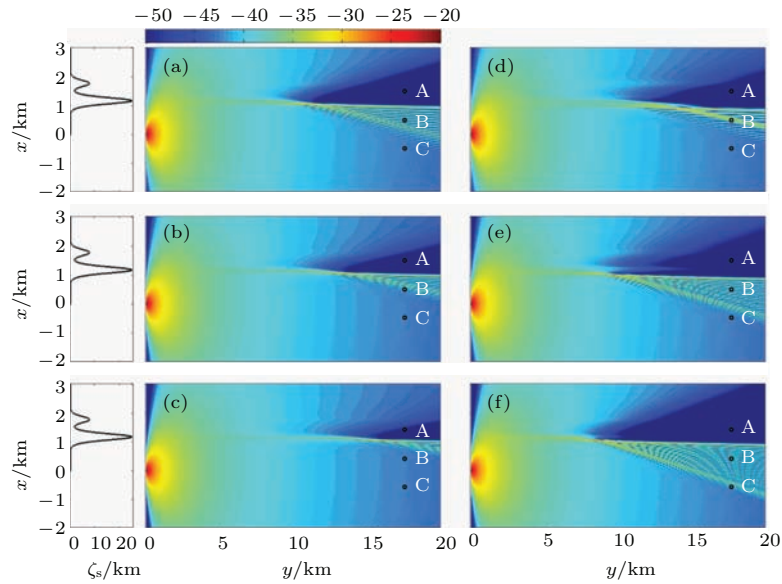


图4 模式2和模式4在水平平面内声强随频率的变化(内波位置在图左侧给出) (a)模式2, 频率为150 Hz; (b)模式2, 频率为200 Hz; (c)模式2, 频率为250 Hz; (d)模式4, 频率为150 Hz; (e)模式4, 频率为200 Hz; (f)模式4, 频率为250 Hz

Fig. 4. Frequency dependent intensity calculated for the modes 2 and 4. The positions of the IW packet with respect to the acoustic track are shown at the left. (a) Mode 2, 150 Hz; (b) mode 2, 200 Hz; (c) mode 2, 250 Hz; (d) mode 4, 150 Hz; (e) mode 4, 200 Hz; (f) mode 4, 250 Hz.

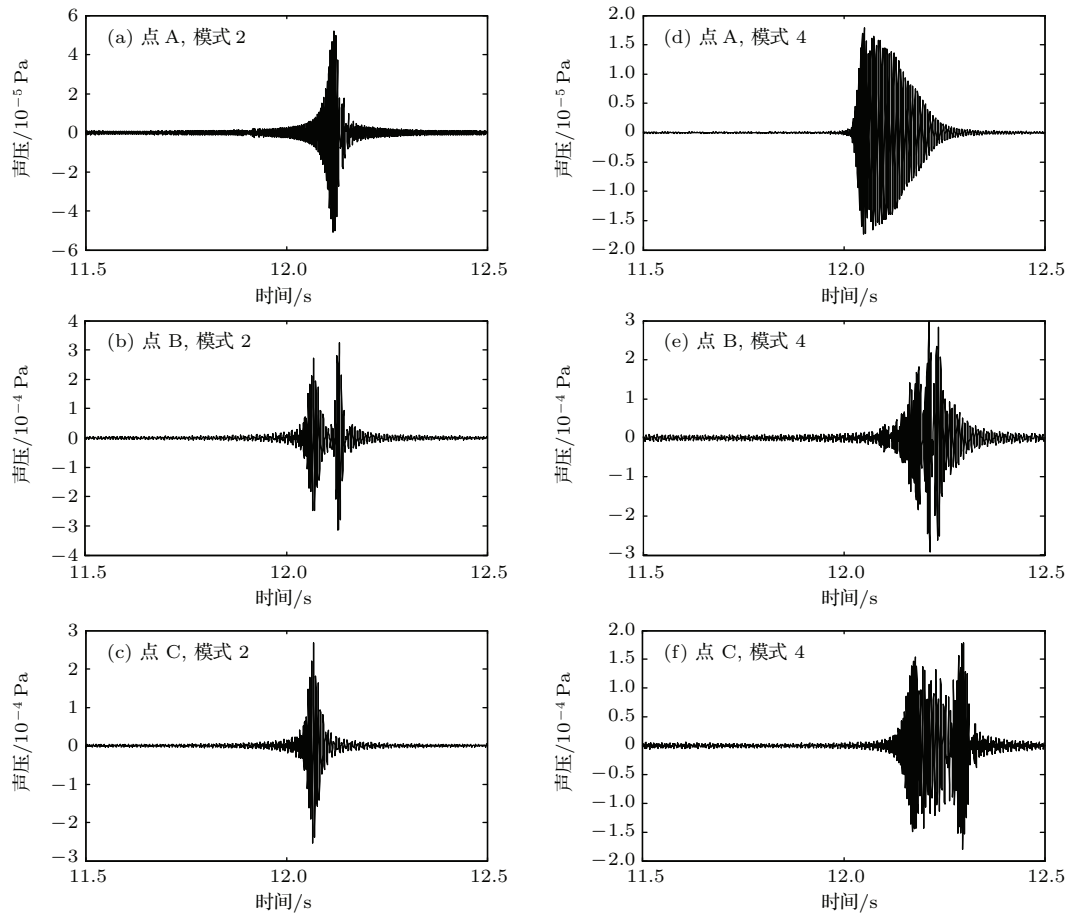


图5 模式2和模式4在接收点A, B, C的脉冲信号幅度(模式和接收点标号在图中给出)

Fig. 5. Received pulses at points A, B, and C for the modes 2 and 4. Mode numbers and receiver points are indicated in each panel.

### 4 大陆架楔形问题

在海洋中,大陆架海域无论对于科学研究还是实际问题都十分重要,包括声学问题的研究.海洋声学研究中,为了简化问题,经常将大陆架海域假设为楔形区域进行分析.考虑一个典型的大陆坡模型,如图6所示,假设声传播区域为楔形波导,楔形顶点(即海岸线)与 $y$ 轴平行, $x$ 轴表示与海岸线的距离,指向深海方向, $z$ 轴方向垂直向下.海深线性变化: $H(x) = \varepsilon x$ ,其中 $\varepsilon$ 的值为 $7.5 \times 10^{-3}$ .假设声速剖面水平不变(但会被海深截断).海底声速 $1700 \text{ m/s}$ ,密度为 $1.75 \text{ g/cm}^3$ ,不考虑海底吸收.声源位置坐标为: $x_s = 10 \text{ km}$ , $y_s = 0 \text{ km}$ , $z_s = H(x_s) = 75 \text{ m}$ .

在不同的频率和模式下,图7给出了声强在水平平面内的分布,其中图7(a)和图7(d)是同一幅图,为了便于比较给出了两次,该图与文献[38]中的射线结构非常相近.如果用射线理论,可以将平面内的声场分为不同区域:影区、多路径区域(扇

区)、单路径区域.从图7可以看出,声强分布与垂直模式的号数和频率有关.声强与频率和模式的依赖关系会导致信号的频谱变化以及声场的时空扰动.

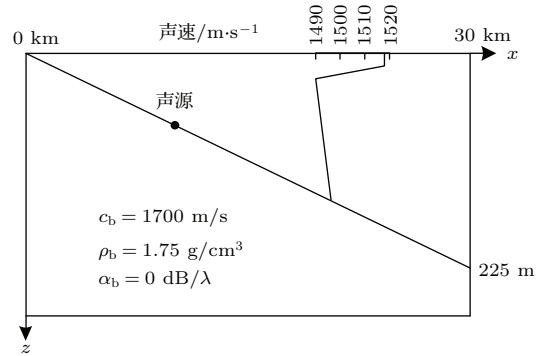


图6 大陆架楔形问题模型 计算中的环境参数在图中给出,声源置于海底表面,水平坐标 $x_s = 10 \text{ km}$ , $y_s = 0 \text{ km}$ ,垂直坐标 $z_s = 75 \text{ m}$   
Fig. 6. Model of wedge for calculations of the sound field. Environmental parameters are included in the figure. The source is located at the bottom at the point determined by the horizontal coordinates  $x_s = 10 \text{ km}$ ,  $y_s = 0 \text{ km}$  and the vertical coordinate  $z_s = 75 \text{ m}$ .

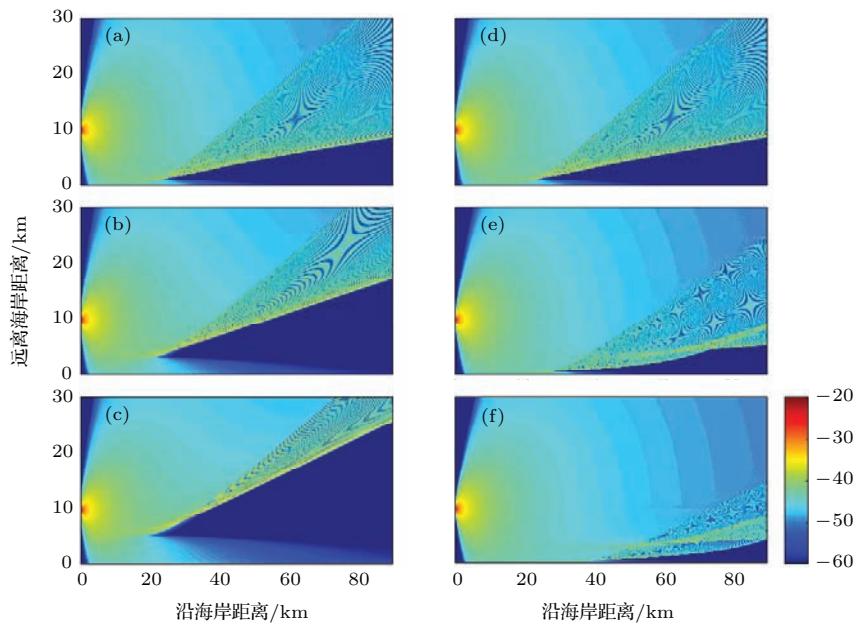


图7 大陆架楔形问题在不同模式和声源频率下水平平面内的声强分布 (a) 频率 $100 \text{ Hz}$ ,模式1; (b) 频率 $100 \text{ Hz}$ ,模式2; (c) 频率 $100 \text{ Hz}$ ,模式3; (d) 频率 $100 \text{ Hz}$ ,模式1; (e) 频率 $300 \text{ Hz}$ ,模式1; (f) 频率 $500 \text{ Hz}$ ,模式1  
Fig. 7. Intensity in the horizontal plane for the wedge problem for different mode numbers and source frequencies: (a)  $100 \text{ Hz}$ , mode 1; (b)  $100 \text{ Hz}$ , mode 2; (c)  $100 \text{ Hz}$ , mode 3; (d)  $100 \text{ Hz}$ , mode 1; (e)  $300 \text{ Hz}$ , mode 1; (f)  $500 \text{ Hz}$ , mode 1.

### 5 讨论与总结

海洋中环境参数在水平方向(直角坐标系的 $x-y$ 平面内)的变化会导致声波在传播过程中发生

水平折射,呈现出三维效应.为了分析复杂海洋环境中的三维声传播问题,本文利用绝热简正波-抛物方程理论进行声场建模,在垂直方向上使用标准简正波模型KRAKEN求解本地本征值和本征函



数, 水平方向上使用宽角抛物方程模型RAM求解关于简正波幅度的二维Helmholtz方程, 进而求得三维声场解. 该方法计算效率高, 物理意义清晰, 可以用来分析各种三维效应, 但由于忽略了不同号简正波之间的耦合, 因此只适用于环境参数变化缓慢的问题.

使用该模型分析了内波环境和大陆架楔形波导中的三维声传播问题, 分别由声速剖面 and 海底地形的变化引起了声波水平折射现象. 对于每个问题, 声波的折射将水平平面分为不同区域, 每个区域内的声场结构明显不同. 声强在水平平面内的分布与声源频率和简正波号数有关, 这种依赖关系是导致声信号频谱变化、波形畸变以及声场时空扰动的主要原因.

由于空间尺度较大, 现有的三维声场计算模型处理深海环境中的声传播问题十分困难, 尤其当声源频率较高时. 本文提出的模型可以用于解决该类问题, 如深海斜坡和海底山等环境中的声传播问题. 由于使用了绝热近似, 处理环境参数水平变化剧烈的问题计算精度会有一定程度的下降, 但是对于发现和分析水平折射效应具有重要的应用价值.

## 参考文献

- [1] Tappert F D 1977 *Wave Propagation and Underwater Acoustics* (New York: Springer) p224
- [2] Collis J M, Siegmann W L, Jensen F B Zampolli M, Küsel E T, Collins M D 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **123** 51
- [3] Pierce A D 1965 *J. Acoust. Soc. Am.* **37** 19
- [4] Evans R B 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **74** 188
- [5] Zhang R H, Liu H, He Y, Akulichev V A 1994 *Acta Acust.* **19** 408 (in Chinese) [张仁和, 刘红, 何怡, Akulichev V A 1994 声学学报 **19** 408]
- [6] Yang C M, Luo W Y, Zhang R H, Qin J X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 094302 (in Chinese) [杨春梅, 骆文于, 张仁和, 秦继兴 2013 物理学报 **62** 094302]
- [7] Godin O A 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 159
- [8] Athanassoulis G A, Belibassakis K A, Mitsoudis D A, Kampanis N A, Dougalis V A 2008 *J. Comput. Acoust.* **16** 83
- [9] Schmidt H, Glattetre J 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **78** 2105
- [10] Collins M D, Schmidt H, Siegmann W L 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 1964
- [11] Stephen R A 1988 *Rev. Geophys.* **26** 445
- [12] Thompson L L 2006 *J. Acoust. Soc. Am.* **119** 1315
- [13] Zampolli M, Tesei A, Jensen F B Malm N, Blottman III J B 2007 *J. Acoust. Soc. Am.* **122** 1472
- [14] Cornyn J J 1973 *GRASS: A Digital-Computer Ray-tracing and Transmission-Loss-Prediction System* (Washington, DC: Naval Research Laboratory) Technical Report 7621
- [15] Porter M B, Buckner H P 1987 *J. Acoust. Soc. Am.* **82** 1349
- [16] Felsen L B 1981 *J. Acoust. Soc. Am.* **69** 352
- [17] Abawi A T, Kuperman W A, Collins M D 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **102** 233
- [18] Perkins J S, Baer R N 1982 *J. Acoust. Soc. Am.* **72** 515
- [19] Marfurt K J 1984 *Geophysics* **49** 533
- [20] Baer R N 1981 *J. Acoust. Soc. Am.* **69** 70
- [21] Chiu C S, Ehret L L 1990 *Computational Acoustics II: Ocean-Acoustic Models and Supercomputing* (Amsterdam: Elsevier) p182
- [22] Luo W Y, Schmidt H 2009 *J. Acoust. Soc. Am.* **125** 52
- [23] Lee D, Botsea G, Siegmann W L 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 3192
- [24] Piao S C 1999 *Ph. D. Dissertation* (Harbin: Harbin Engineering University) (in Chinese) [朴胜春 1999 博士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工程大学)]
- [25] Jones R M, Riley J P, Georges T M 1986 *HARPO: A Versatile Three-dimensional Hamiltonian Ray-tracing Program for Acoustic Waves in an Ocean with Irregular Bottom* (Boulder, Colorado: Environmental Research Laboratories) Technical Report
- [26] Collins M D 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **94** 2269
- [27] Peng Z H, Zhang R H 2005 *Acta Acust.* **30** 97 (in Chinese) [彭朝晖, 张仁和 2005 声学学报 **30** 97]
- [28] Fawcett J A, Dawson T W 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **88** 1913
- [29] Orris G J, Collins M D 1994 *J. Acoust. Soc. Am.* **96** 1725
- [30] Qin J X, Luo W Y, Zhang R H, Yang C M 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 114301
- [31] Katsnelson B G, Pereselkov S A 2000 *Acoust. Phys.* **46** 684
- [32] Katsnelson B G, Lynch J, Tshoidze A V 2007 *Acoust. Phys.* **53** 611
- [33] Porter M B 1991 *The KRAKEN Normal Mode Program* (La Spezia: SACLANT Undersea Research Centre) Technical Report SM-245
- [34] Collins M D *User's Guide for RAM Versions 1.0 and 1.0p.* (Washington, DC: Naval Research Laboratory)
- [35] Brekhovskikh L M, Lysanov Yu P 2003 *Fundamentals of Ocean Acoustics* (3rd Ed.) (New York: Springer-Verlag) pp149-158
- [36] Collins M D 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **93** 1736
- [37] Collins M D 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **92** 2069
- [38] Katsnelson B G, Malykhin A Yu 2012 *Acoust. Phys.* **58** 301

# Three-dimensional adiabatic mode parabolic equation method and its applications\*

Qin Ji-Xing<sup>1)†</sup> Katsnelson Boris<sup>2)</sup> Peng Zhao-Hui<sup>1)</sup> Li Zheng-Lin<sup>1)3)</sup>  
Zhang Ren-He<sup>1)</sup> Luo Wen-Yu<sup>1)</sup>

1) (State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

2) (Department of Marine Geosciences, School of Marine Sciences, University of Haifa, Haifa 31905, Israel)

3) (Haikou Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Haikou 570105, China)

( Received 18 July 2015; revised manuscript received 20 October 2015 )

## Abstract

Complex zone of the ocean is often characterized by horizontal variations of environmental parameters (bathymetry, sound speed profile, bottom properties etc.), initiating redistribution of the sound field in horizontal plane, which is the so-called three-dimensional (3D) effect. Based on the adiabatic mode parabolic equation method, modeling of 3D effects is carried out, in which the eigenvalues and eigenfunctions are calculated by the standard normal mode model KRAKEN, and the amplitude corresponding to each mode is computed by the wide-angle parabolic equation model RAM. The present 3D model is very efficient and can give clear physical meaning, but it can be only applied to a waveguide whose properties vary gradually with horizontal range due to the adiabatic assumption between different modes. This model is then used to analyze the horizontal refraction caused by internal waves and by a coastal wedge. The numerical results show that there are several areas in the horizontal plane, corresponding to different structures of intensity distributions. Moreover, the redistribution of the sound field in horizontal plane depends on source frequency and mode number. Frequency and modal dependences lead to variations of spectrum, distortion of signal with some spectrum, and spatiotemporal fluctuations of the sound field.

**Keywords:** three-dimensional sound propagation, adiabatic mode parabolic equation, internal waves, coastal slope

**PACS:** 43.30.Bp, 43.30.Dr, 43.30.Re

**DOI:** [10.7498/aps.65.034301](https://doi.org/10.7498/aps.65.034301)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11434012, 41561144006, 11174312), and the Public Science and Technology Research Funds Projects of Ocean, China (Grant No. 201405032).

† Corresponding author. E-mail: [qjx@mail.ioa.ac.cn](mailto:qjx@mail.ioa.ac.cn)