

二次电子分布函数对绝缘壁面稳态鞘层特性的影响

卿绍伟 李梅 李梦杰 周芮 王磊

Effect of wall secondary electron distribution function on the characteristics of stable sheath near a dielectric wall

Qing Shao-Wei Li Mei Li Meng-Jie Zhou Rui Wang Lei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 035202 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.035202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.035202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I3>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

激波风洞设施中的等离子体包覆目标电磁散射实验研究

[Backscattering measurements of plasma coated target in high-enthalpy wind tunnel](#)

物理学报.2015, 64(20): 205205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.205205>

霍尔推进器壁面材料二次电子发射及鞘层特性

[Characteristics of wall materials secondary electron emission and sheath in Hall thruster](#)

物理学报.2014, 63(8): 085204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.085204>

电子温度对霍尔推进器等离子体鞘层特性的影响

[Effect of electron temperature on the characteristics of plasma sheath in Hall thruster](#)

物理学报.2013, 62(20): 205205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.205205>

电子温度各向异性对霍尔推力器中等离子体与壁面相互作用的影响

[Effect of electron temperature anisotropy on plasma-wall interaction in Hall thruster](#)

物理学报.2012, 61(20): 205202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.205202>

等离子体浸没离子注入非导电聚合物的适应性及栅网诱导效应的研究

[The study on adaptability and effect of mesh-inducing for plasma immersion ion implantation on non-conductor polymer](#)

物理学报.2012, 61(15): 155206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.155206>

二次电子分布函数对绝缘壁面稳态鞘层特性的影响*

卿绍伟[†] 李梅 李梦杰 周芮 王磊

(重庆大学, 动力工程学院, 重庆 400044)

(2015年9月4日收到; 2015年10月17日收到修改稿)

由于缺乏详细的理论计算和实验结果, 在研究绝缘壁面稳态流体鞘层特性时, 通常假设壁面出射的总二次电子服从单能分布 (≥ 0)、半 Maxwellian 分布等. 在单能电子轰击壁面的详细二次电子发射模型基础上, 采用 Monte Carlo 方法统计发现: 当入射电子服从 Maxwellian 分布时, 绝缘壁面发射的总二次电子服从三温 Maxwellian 分布. 进而, 采用一维稳态流体鞘层模型进行对比研究, 结果表明: 二次电子分布函数对鞘边离子能量、壁面电势、电势及电子/离子密度分布等均具有明显影响; 总二次电子服从三温 Maxwellian 分布时, 临界空间电荷饱和鞘层无解, 表明随着壁面总二次电子发射系数的增加, 鞘层直接从经典鞘层结构过渡到反鞘层结构.

关键词: 鞘层, 二次电子分布函数, Monte Carlo 模拟

PACS: 52.40.Kh, 52.65.Pp

DOI: 10.7498/aps.65.035202

1 引言

等离子体与壁面相互作用会在近壁附近形成一个空间带电的非均匀区域(即鞘层). 鞘层是连接等离子体与壁面的纽带, 鞘层特性在很大程度上决定了等离子体与壁面相互作用的强弱, 进而对等离子体及壁面产生显著影响^[1-6]. 为此, 研究者围绕各种因素如等离子体区的非麦克斯韦电子分布函数^[7,8]、等离子体区电子温度各向异性^[9]、等离子体区多组分子离子及带电尘埃^[10,11]、壁面二次电子发射系数^[12,13]等, 对鞘层特性的影响做了大量研究工作.

大量实验研究表明, 单能电子轰击壁面时二次电子呈现双峰分布^[14-16]. 然而, 对于入射电子满足各向同性 Maxwellian 分布的情形, 目前尚无关于壁面总二次电子分布函数的实验和理论计算结果. 因此, 在研究稳态流体或动理学鞘层特性时,

人们通常假设绝缘壁面出射的总二次电子服从单能分布^[12,17] (≥ 0)、半 Maxwellian 分布^[9,18-20]等. 壁面发射电子的半 Maxwellian 分布假设适用于壁面热电子发射^[21], 而对于壁面二次电子发射则显然不适用. 针对这一现状, 本文首先采用 Monte Carlo 方法并结合详细的二次电子发射模型, 经统计拟合, 发现当入射电子服从 Maxwellian 分布时垂直于壁面方向上绝缘壁面的总二次电子分布函数服从三温 Maxwellian 分布; 然后, 通过建立一维稳态流体鞘层模型, 探讨了二次电子分布函数对绝缘壁面鞘层特性的影响.

文章的结构安排如下: 第2节采用 Monte Carlo 方法并结合详细的二次电子发射模型, 详细探讨了入射电子服从 Maxwellian 分布时, 绝缘壁面发射的总二次电子分布函数, 给出了二次电子服从三温 Maxwellian 分布的径向一维稳态流体鞘层模型; 第3节比较了不同二次电子分布函数, 如能量为零、半 Maxwellian 分布和三温 Maxwellian 分

* 中央高校基本科研业务费(批准号: CDJZR13140013, 3132014328)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: qshaowei@cqu.edu.cn

布对稳态鞘层特性的影响. 第4节为结论.

2 理论模型

假设一无限大的平整绝缘壁面置于 $x = 0$ 处, 在半空间 $x > 0$ 充满了等离子体, 鞘层边界位于 $x = L$ 处, 等离子体电子服从温度为 T_e 的各向同性 Maxwellian 分布. 显然, 对于经典鞘层 (即电势在指向壁面的方向上单调递减), 壁面处入射电子仍然服从温度为 T_e 的 Maxwellian 分布. 本文首先基于单能电子轰击壁面的详细二次电子发射概率模型, 采用 Monte Carlo 方法得到了入射电子满足半 Maxwellian 分布时壁面的总二次电子分布函数; 然后, 建立了总二次电子服从三温 Maxwellian 分布的一维流体鞘层理论模型.

2.1 绝缘壁面的总二次电子分布函数

2.1.1 单能电子轰击壁面的详细二次电子发射概率模型

已有实验研究表明, 单能电子束轰击壁面引起的出射电子速度分布十分复杂并呈现双峰形貌^[14]. Furman 和 Pivi^[15] 从实验现象出发, 全面考虑二次电子发射事件, 建立了详细的二次电子发射系数及其能谱的概率模型. 下面就该模型做简要介绍.

当能量为 ε_P , 入射角为 θ_0 (入射方向和壁面法向的夹角) 的电子轰击壁面时, 可能发生如下几种事件:

1) 弹性反射

弹性反射系数为

$$\begin{aligned} \gamma_e(\varepsilon_P, \theta_0) = & [P_{1,e}(\infty) + [\gamma_0 - P_{1,e}(\infty)] \\ & \times \exp(-(\varepsilon_P/W)^b/b)] \\ & \times [1 + e_1(1 - \cos^{e_2} \theta_0)]; \end{aligned} \quad (1)$$

弹性反射电子的能谱分布函数为

$$\begin{aligned} f_{1,e}(\varepsilon, \theta_0) = & \gamma_e(\varepsilon_P, \theta_0) \frac{2 \exp(-(\varepsilon - \varepsilon_P)^2/2\delta_e^2)}{\sqrt{2\pi}\delta_e \operatorname{erf}(\varepsilon_P/\sqrt{2}\delta_e)}, \\ & 0 < \varepsilon < \varepsilon_P, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $P_{1,e}(\infty)$ 为入射电子能量无穷大时的弹性反射事件概率, ε 为壁面出射电子的能量, erf 为误差函数.

2) 非弹性反射

非弹性反射系数为

$$\begin{aligned} \gamma_r(\varepsilon_P, \theta_0) = & P_{1,r}(\infty)[1 - \exp(-(\varepsilon_P/\varepsilon_r)^r)] \\ & \times [1 + r_1(1 - \cos^{r_2} \theta_0)], \end{aligned} \quad (3)$$

非弹性反射电子的能谱分布函数为

$$\begin{aligned} f_{1,r}(\varepsilon, \theta_0) = & \gamma_r(\varepsilon_P, \theta_0) \frac{(q+1)\varepsilon^q}{\varepsilon_P^{q+1}}, \\ & 0 < \varepsilon < \varepsilon_P, \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $P_{1,r}(\infty)$ 为入射电子能量无穷大时的非弹性反射系数.

3) 真二次电子发射

真二次电子发射系数为

$$\begin{aligned} \gamma_{ts}(\varepsilon_P, \theta_0) = & \begin{cases} 0, & \varepsilon_P < \varepsilon_0, \\ \hat{\gamma}_{ts} \frac{s(\varepsilon_P - \varepsilon_0)}{(\varepsilon_{\max}[1 + t_3(1 - \cos^{t_4} \theta_0)])^s}, & \varepsilon_P \geq \varepsilon_0, \end{cases} \\ & \left\{ s-1 + \left\{ \frac{\varepsilon_P - \varepsilon_0}{\varepsilon_{\max}[1 + t_3(1 - \cos^{t_4} \theta_0)]} \right\}^s \right. \\ & \left. \times [1 + t_1(1 - \cos^{t_2} \theta_0)], \quad \varepsilon_P \geq \varepsilon_0, \right. \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\hat{\gamma}_{ts}$ 为最大的真二次电子发射系数, ε_{\max} 为相应的入射电子能量, ε_0 为材料的表面结合能.

发射 n 个真二次电子的能谱分布函数为

$$\begin{aligned} f_{n,ts}(\varepsilon, \theta_0) = & \begin{cases} P_{n,ts}(\varepsilon_P) \frac{(\varepsilon/\mu_n)^{d_n-1} e^{-\varepsilon/\mu_n}}{\mu_n P(d_n, \varepsilon_P/\mu_n)}, & \varepsilon < \varepsilon_P, \\ 0, & \varepsilon \geq \varepsilon_P, \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 10$, $P_{n,ts}$ 为发射 n 个真二次电子的概率, 显然

$$\sum_{n=0}^{10} P_{n,ts} = 1, \quad \gamma_{ts} = \sum_{n=1}^{10} n P_{n,ts}.$$

$$P(z, x) = \frac{1}{g(z)} \int_0^x dt t^{z-1} e^{-t}$$

为归一化的补 gamma 函数, $g(z)$ 为 gamma 函数.

设 P_n 为生成 n 个二次电子事件的概率, $\gamma_e =$

$$P_{1,e}, \gamma_r = P_{1,r}, \text{ 则 } \sum_{n=0}^{10} P_n = 1, \text{ 且 } P_0 = 1 - \sum_{n=1}^{10} P_n =$$

$$1 - P_{1,e} - P_{1,r} - \sum_{n=1}^{10} P_{n,ts} = P_{0,ts} - \gamma_e - \gamma_r, \text{ 必须满}$$

足 $P_0 \geq 0, P_1 = P_{1,e} + P_{1,r} + P_{1,ts} = P_{1,ts} + \gamma_e + \gamma_r$, 必须满足 $P_1 \leq 1, P_n = P_{n,ts}, n \geq 2$.

为了确保 $P_0 \geq 0$, $P_1 \leq 1$, 可令 $\gamma'_{ts} = \frac{\gamma_{ts}}{1 - \gamma_e - \gamma_r}$, 且 $\gamma'_{ts} = \sum_{n=1}^{10} n P'_{n,ts}$, $\sum_{n=0}^{10} P'_{n,ts} = 1$. 由 $\gamma_{ts} = \sum_{n=1}^{10} n P_{n,ts}$, 可设 $P_{n,ts} = (1 - \gamma_e - \gamma_r) P'_{n,ts}$, $n \geq 1$, 从而得到各种事件的概率为

$$\begin{aligned} P_0 &= (1 - \gamma_e - \gamma_r) P'_{0,ts}, \\ P_1 &= (1 - \gamma_e - \gamma_r) P'_{1,ts} + \gamma_e + \gamma_r, \\ P_n &= (1 - \gamma_e - \gamma_r) P'_{n,ts}, \quad n \geq 2. \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $P'_{n,ts}$ 满足二项式分布

$$P'_{n,ts} = \binom{10}{n} \left(\frac{\gamma'_{ts}}{10}\right)^n \left(1 - \frac{\gamma'_{ts}}{10}\right)^{10-n}, \quad 0 \leq n \leq 10. \quad (8)$$

参考文献 [16], 可以得到氮化硼陶瓷绝缘壁面二次电子发射模型的相关参数, 见表 1. 单能电子垂直入射条件下, 氮化硼陶瓷壁面二次电子发射系数 $\gamma_{ts}(\varepsilon_P, 0)$, $\gamma_e(\varepsilon_P, 0)$, $\gamma_r(\varepsilon_P, 0)$ 和 $\gamma_{total} = \gamma_{ts} + \gamma_e + \gamma_r$ 如图 1 所示.

表 1 对于氮化硼陶瓷绝缘壁面, 上述二次电子发射模型的主要参数 [16]

Table 1. Main fitting parameters of the above secondary electron emission model for Boron Nitride ceramics [16].

弹性反射事件	非弹性反射事件	真二次电子发射事件
$P_{1,e}(\infty) = 0.028$	$P_{1,r}(\infty) = 0.276$	$\varepsilon_0 = 7, \hat{\gamma}_{ts} = 2.6, \varepsilon_{max} = 600, s = 1.54,$
$\gamma_0 = 0.45, W = 60.86$	$\varepsilon_r = 22,$	$t_1 = 0.66, t_2 = 0.8, t_3 = 0.7, t_4 = 1$
$\delta_e = 2, b = 1$	$r = 1, q = 0.5$	$d = [2.5, 3.3, 2.5, 2.5, 2.8, 1.3, 1.5, 1.5, 1.5, 1.5]$
$e_1 = 0.26, e_2 = 2$	$r_1 = 0.26, r_2 = 2$	$\mu = [1.5, 1.75, 1, 3.75, 8.5, 11.5, 2.5, 3, 2.5, 3]$

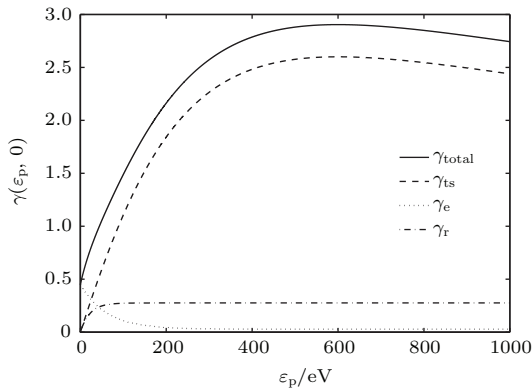


图 1 单能电子垂直入射时, 二次电子发射系数 $\gamma_{ts}(\varepsilon_P, 0)$, $\gamma_e(\varepsilon_P, 0)$, $\gamma_r(\varepsilon_P, 0)$ 和 $\gamma_{total} = \gamma_{ts} + \gamma_e + \gamma_r$ 随入射电子能量的变化

Fig. 1. Secondary electron emission coefficients such as $\gamma_{ts}(\varepsilon_P, 0)$, $\gamma_e(\varepsilon_P, 0)$, $\gamma_r(\varepsilon_P, 0)$ and $\gamma_{total} = \gamma_{ts} + \gamma_e + \gamma_r$ versus incident electron energy ε_P , for the case that $\theta_0 = 0$.

2.1.2 二次电子发射的 Monte Carlo 模拟

这里考虑入射电子服从温度为 T_e 的 Maxwellian 分布, 首先要获得入射电子初始的参数, 即平行于壁面方向的两个速度 V_{z1}, V_{z2} 由半 Maxwellian 速度分布随机抽取得到, 垂直于壁面方向的速度 V_x 由该方向的通量概率密度函数

$$F_0(V_x) = \frac{m_e}{T_e} \exp\left(-\frac{m_e V_x^2}{2T_e}\right) V_x,$$

$V_x \leq 0$ 随机抽取得到. 进而可以得到入射电子能量 ε_P 及入射角 θ_0 .

二次电子发射模型具体的 Monte Carlo 模拟步骤, 参考文献 [15] 如下:

- 1) 根据 (1), (3), (5) 式分别计算 $\gamma_e(\varepsilon_P, \theta_0)$, $\gamma_r(\varepsilon_P, \theta_0)$ 和 $\gamma_{ts}(\varepsilon_P, \theta_0)$;
- 2) 根据 (7), (8), 计算 $P_n, n = 0, 1, 2, 3, \dots, 10$;
- 3) 根据概率分布 $\{P_n\}$ 及随机概率, 得到整数 $n \in [0, 10]$, 即二次电子发射事件;
- 4) 假如 $n = 0$, 则壁面不发射二次电子;
- 5) 假如 $n = 1$, 产生的电子能量 $\varepsilon \in [0, \varepsilon_P]$, 其概率密度为 $f_{1,e}(\varepsilon) + f_{1,r}(\varepsilon) + f_{1,ts}(\varepsilon)$;
- 6) 假如 $n \geq 2$, 产生的电子能量 $\varepsilon_k \in [0, \varepsilon_P], k = 1, \dots, n$, 其概率密度 $f_{n,ts}(\varepsilon)$, 满足 $\sum_{k=1}^n \varepsilon_k \leq \varepsilon_P$;
- 7) 产生 n 个独立的发射角 $\theta_k \in [0, \pi/2]$, 其概率密度为 $\cos \theta$, 从而得到出射电子在 x 方向的速度; 产生 n 个独立的方位角 $\vartheta_k \in [0, 2\pi]$, 其概率密度是均匀分布, 从而得到二次电子在平行于壁面两个方向的速度.

重复上述步骤, 最终可统计得到总二次电子分布函数.

2.1.3 计算结果

对于单能电子入射的情形, 如图 2 所示, 二次电子的能量分布和速度分布呈现出典型的双峰形貌.

然而, 对于Maxwellian分布等离子体电子入射的情形, 统计得到 $T_e = 5$ eV, 20 eV时壁面发射的 x 方向总二次电子分布函数 $f_0(V_0)$ 如图3所示, 可以看出, 分布形貌服从三温Maxwellian分布, 即

$$f_0(V_0) = \sum_{j=1}^3 \left[\alpha_j \cdot 4\pi \left(\frac{m_e}{2\pi T_{sej}} \right)^{1.5} e^{-\frac{m_e V_0^2}{2T_{sej}}} V_0^2 \right],$$

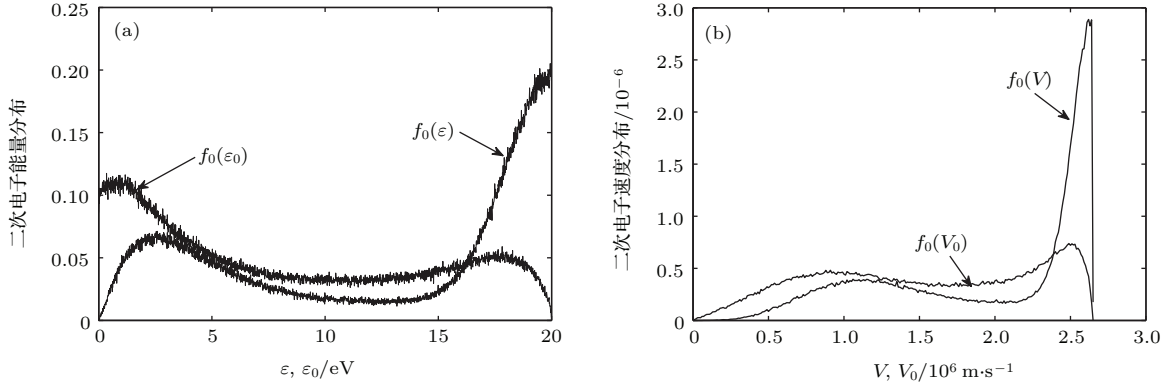


图2 单能电子垂直入射时, $\varepsilon_P = 20$ eV, $\theta_0 = 0$, (a) 壁面二次电子总能量分布 $f_0(\varepsilon)$ 和 x 方向能量分布 $f_0(\varepsilon_0)$, (b) 壁面二次电子总速度分布 $f_0(V)$ 和 x 方向速度分布 $f_0(V_0)$

Fig. 2. (a) The total energy distribution $f_0(\varepsilon)$ and the energy distribution in x direction $f_0(\varepsilon_0)$ of emitted electrons, (b) the total velocity distribution $f_0(V)$ and the velocity distribution in x direction $f_0(V_0)$ of emitted electrons, when incident electron energy $\varepsilon_P = 20$ eV and incident angle $\theta_0 = 0$.

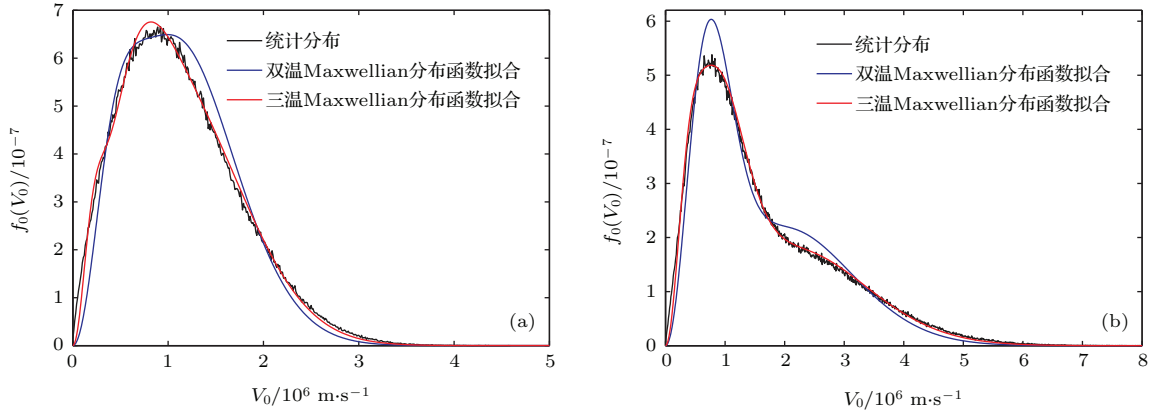


图3 (网刊彩色) 入射电子服从温度为 T_e 的Maxwellian分布时, 壁面发射的 x 方向总二次电子速度分布 (a) $T_e = 5$ eV; (b) $T_e = 20$ eV

Fig. 3. (color online) The total velocity distribution of emitted electrons in x direction, when the incident electrons obey Maxwellian distribution: (a) $T_e = 5$ eV; (b) $T_e = 20$ eV.

2.2 总二次电子服从三温Maxwellian分布的一维流体鞘层理论模型

鞘层中的静电场满足Poisson方程:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = 4\pi e(n_{ep} + n_{ew} - n_i), \quad \phi(L) = 0, \quad (10)$$

式中, n_{ep} 为鞘层中来自等离子体的电子密度(m^{-3}); n_{ew} 为壁面出射电子的密度(m^{-3}); n_i 为鞘层中离子密度, 假设离子为单组分, +1价离子.

$$V_0 \geq 0, \quad \sum_{j=1}^3 \alpha_j = 1. \quad (9)$$

当 $T_e = 5$ eV时, $\alpha_1 = 0.0495$, $\alpha_2 = 0.2605$, $\alpha_3 = 0.69$, $T_{se1} = 0.1361$, $T_{se2} = 1.127$, $T_{se3} = 4.043$; 当 $T_e = 20$ eV时, $\alpha_1 = 0.0902$, $\alpha_2 = 0.4421$, $\alpha_3 = 0.4677$, $T_{se1} = 0.436$, $T_{se2} = 2.046$, $T_{se3} = 13.96$.

取 $n_0 \equiv n_i(x \geq L)$ 在等离子体中均匀且满足电中性.

$$n_0 = n_i(x \geq L) = n_{ep}(x \geq L) + n_{ew}(x \geq L).$$

根据前面的假设, 等离子体中的电子满足各向同性Maxwellian分布. 则 n_{ep} 满足Boltzmann分布

$$\begin{aligned} n_{ep} &= n_{ep}(\infty) \exp(e\phi/T_e) \\ &= [n_0 - n_{ew}(\infty)] \exp(e\phi/T_e). \end{aligned}$$

设离子质量为 m_i , 假定等离子体区离子温度很低 ($T_i \approx 0$), 鞘层边界处离子能量为 E , 离子进入鞘层后, 自由地打到壁面上, 则离子在鞘层中的速度 v_i 可以通过能量守恒方程 $m_i v_i^2/2 + e\phi = m_i v_{i0}^2/2 = E$ 得到, 将 v_i 代入到连续性方程 $n_i v_i = n_{i0} v_{i0}$ 可以得到

$$n_i = n_{i0} \left(\frac{E}{E - e\phi} \right)^{1/2} = n_0 \left(\frac{E}{E - e\phi} \right)^{1/2}.$$

这里只考虑经典鞘层, 则由壁面电流为0, 即

$$N \int_0^\infty V_0 f_0(V_0) dV_0 = \frac{\Gamma}{1 - \Gamma} n_{i0} v_{i0},$$

可得壁面处 ($x = 0$) 的二次电子密度

$$N = n_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma}{1 - \Gamma} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \sqrt{E} / \sum_{j=1}^3 \alpha_j \sqrt{T_{sej}},$$

其中, 壁面总二次电子发射系数 $\Gamma =$ 二次电子通量与入射电子通量之比.

由出射电子在垂直方向上的能量守恒方程 $m_e V_x^2/2 - e\phi = m_e V_0^2/2 - e\phi_0$, 以及关系式^[22] $f_x(V_x) = f_0(V_0)$, 可得

$$\begin{aligned} n_{ew} &= \int_{\sqrt{\frac{2e(\phi - \phi_0)}{m_e}}}^\infty f_x(V_x) dV_x \\ &= \int_{\sqrt{\frac{2e(\phi - \phi_0)}{m_e}}}^\infty f_0 \left(\sqrt{V_x^2 - \frac{2e(\phi - \phi_0)}{m_e}} \right) dV_x \\ &= N \sum_{j=1}^3 \alpha_j \cdot \left[2 \sqrt{\frac{e(\phi - \phi_0)}{\pi T_{sej}}} + \left(1 - \frac{2e(\phi - \phi_0)}{T_{sej}} \right) \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(\frac{e(\phi - \phi_0)}{T_{sej}} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{e(\phi - \phi_0)}{T_{sej}}} \right) \right]. \end{aligned}$$

其中补误差函数 $\operatorname{erfc}(y)$ 定义为

$$\operatorname{erfc}(y) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-t^2} dt.$$

为简化方程, 引入下列无量纲量:

$$\begin{aligned} \hat{\phi} &= \frac{e\phi}{T_e}, \quad \hat{E} = \frac{E}{T_e}, \quad \xi = \frac{x}{\lambda_D}, \\ \hat{L} &= \frac{L}{\lambda_D}, \quad \frac{T_{sej}}{T_e} = \beta_j, \quad j = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

其中 $\lambda_D = [T_e/(4\pi e^2 n_0)]^{1/2}$, 则方程(10)可表示为

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \hat{\phi}}{d\xi^2} &= \left(1 - B\hat{E} \right) \exp(\hat{\phi}) - \left(1 - \frac{\hat{\phi}}{\hat{E}} \right)^{-1/2} \\ &\quad + A\hat{E} \sum_{j=1}^3 \alpha_j \left[2 \sqrt{\frac{\hat{\phi} - \hat{\phi}_0}{\pi \beta_j}} + \left(1 - \frac{2(\hat{\phi} - \hat{\phi}_0)}{\beta_j} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\left. \times \exp \left(\frac{\hat{\phi} - \hat{\phi}_0}{\beta_j} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\hat{\phi} - \hat{\phi}_0}{\beta_j}} \right) \right],$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma}{1 - \Gamma} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}, \\ B &= A \sum_{j=1}^3 \alpha_j \left[2 \sqrt{-\frac{\hat{\phi}_0}{\pi \beta_j}} + \left(1 + \frac{2\hat{\phi}_0}{\beta_j} \right) \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(\frac{-\hat{\phi}_0}{\beta_j} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{-\hat{\phi}_0}{\beta_j}} \right) \right], \\ \hat{E} &= \sqrt{\hat{E}} / \sum_{j=1}^3 \alpha_j \sqrt{\beta_j}. \end{aligned}$$

将上式乘以 $d\hat{\phi}/d\xi$ 后从 \hat{L} 到 ξ 积分得到关于 $(d\hat{\phi}/d\xi)^2$ 的表达式:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \left(\frac{d\hat{\phi}}{d\xi} \right)^2 \\ &= 2\hat{E} \left[\left(1 - \frac{\hat{\phi}}{\hat{E}} \right)^{1/2} - 1 \right] + \left(1 - B\hat{E} \right) \left(\exp(\hat{\phi}) - 1 \right) \\ &\quad + A\hat{E} \sum_{j=1}^3 \alpha_j \left[(3\beta_j - 2(\hat{\phi} - \hat{\phi}_0)) \right. \\ &\quad \times \exp \left(\frac{\hat{\phi} - \hat{\phi}_0}{\beta_j} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\hat{\phi} - \hat{\phi}_0}{\beta_j}} \right) \\ &\quad - (3\beta_j + 2\hat{\phi}_0) \exp \left(\frac{-\hat{\phi}_0}{\beta_j} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{-\hat{\phi}_0}{\beta_j}} \right) \\ &\quad \left. + \frac{6\sqrt{\beta_j}}{\sqrt{\pi}} \left(\sqrt{\hat{\phi} - \hat{\phi}_0} - \sqrt{-\hat{\phi}_0} \right) \right]. \end{aligned}$$

可根据稳态鞘层的两个基本条件获得确定 \hat{E} 和 $\hat{\phi}_0$ 的两个方程. 由壁面总电流为零得到

$$\begin{aligned} &\left(1 - B\hat{E} \right) \exp(\hat{\phi}_0) \\ &= \sqrt{m_e/m_i} \left(4\pi\hat{E} \right)^{1/2} / (1 - \Gamma). \end{aligned} \quad (11)$$

由鞘层边界上满足电中性条件, 即当 $x \rightarrow L$ 时, $n_i \geq n_{ep} + n_{ew}$ 且 $\hat{\phi} \rightarrow 0$, 则

$$\begin{aligned} \hat{E} &= \frac{1}{2} + \frac{B\hat{E}^{3/2}}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j \sqrt{\beta_j}} - \frac{A\hat{E}^{3/2}}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j \sqrt{\beta_j}} \\ &\quad \times \sum_{j=1}^3 \frac{\alpha_j}{\beta_j} \left[-2 \sqrt{\frac{\hat{\phi}_0}{-\pi \beta_j}} - \left(1 - \frac{2\hat{\phi}_0}{\beta_j} \right) \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(\frac{-\hat{\phi}_0}{\beta_j} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{-\hat{\phi}_0}{\beta_j}} \right) \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

当 Γ 一定时, 联立 (11) 和 (12) 式, 可以得到 \hat{E} 和 $\hat{\phi}_0$ 的精确解. 进而, 结合 Poisson 方程可求解鞘层电势、电子和离子密度沿 x 方向的分布.

当 $\Gamma = \Gamma_c$ 时, 鞘层处于临界空间电荷饱和状态, 壁面电场为零 (即 $d\hat{\phi}/d\xi|_{\xi=0} = 0$), 结合方程 (11) 和 (12) 可得到临界空间电荷饱和鞘层的特征参数 \hat{E}_c , $\hat{\phi}_{0c}$ 和 Γ_c .

3 计算结果与分析

下面, 比较三种总二次电子分布函数条件下的绝缘壁面鞘层特性, 即 1) 出射电子能量为零的单能分布 [12]; 2) 总二次电子服从温度为 T_{se} 的半 Maxwellian 分布 [9], $T_{se} = 0.05T_e$; 3) 图 3 (a) 所示的三温 Maxwellian 分布. 计算中统一为 +1 价的氩等离子体.

3.1 总二次电子分布函数对鞘层特征参数的影响

当总二次电子满足能量为 0 的单能分布 [12] 时, 可以计算其临界空间电荷饱和鞘层参数 $\Gamma_c = 0.9849$, $\hat{E}_c = 0.5815$, $\hat{\phi}_{0c} = -1.1021$; 当总二次电子满足半 Maxwellian 分布时 [9], 可以计算其临界空间电荷饱和鞘层参数, $\Gamma_c = 0.9859$, $\hat{E}_c = 0.6147$, $\hat{\phi}_{0c} = -0.7882$. 结合图 4 可知, 当总二次电子发射系数较小时 ($\Gamma < 0.9$), 单能分布和半 Maxwellian 分布条件下的壁面电势 $\hat{\phi}_0$ 、鞘边离子能量 \hat{E} 基本一致; 当 $\Gamma > 0.9$ 时, 半 Maxwellian 分布条件下的壁面电势 $\hat{\phi}_0$ 、鞘边离子能量 \hat{E} 均略大于单能分布的对应值.

然而, 当总二次电子满足三温 Maxwellian 分布时, 如图 4 所示, 三温 Maxwellian 分布条件下, 壁面电势 $\hat{\phi}_0$ 和鞘边离子能量 \hat{E} 明显大于以上两种分布的对应值. 并且, 临界空间电荷饱和鞘层无解, 且只有当 $\Gamma \leq 0.797$ 时, 2.2 节的经典鞘层模型才有解. 这意味着, 当 $\Gamma > 0.797$ 时, 鞘层转变为反鞘层结构. 这是因为, 根据已有文献, 稳态鞘层结构有两种转变方式: 1) 随着 Γ 的增加, 依次呈现出经典鞘层、临界空间电荷饱和鞘层、空间电荷饱和鞘层结构 [9,12]; 2) 随着 Γ 的增加, 依次呈现出经典鞘层、反鞘层、空间电荷饱和鞘层结构 [22]. 与经典鞘层结

构相反, 反鞘层结构的电势在指向壁面方向单调增加. 目前, 尚无反鞘层结构的严格解析解模型, 而文献 [20] 只是得到了反鞘层结构的“半”解析解, 因为等离子体鞘层边界的离子能量是人为地按照经典鞘层结构下的 Bohm 条件 ($E = T_e/2$) 给定的.

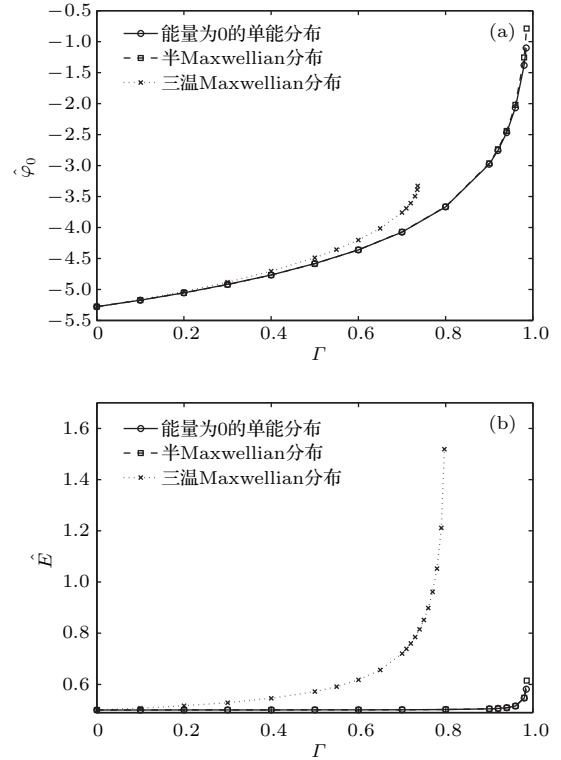


图 4 不同二次电子发射系数条件下的鞘层参数 (a) 壁面电势 $\hat{\phi}_0$; (b) 鞘边离子能量 \hat{E}
 Fig. 4. The relation between static sheath parameters and total secondary electron emission coefficient Γ : (a) Wall potential $\hat{\phi}_0$; (b) ion energy at plasma-sheath interface \hat{E} .

3.2 总二次电子分布函数对鞘层电势、密度分布的影响

对于总二次电子满足能量为 0 的单能分布的情形, 因当 $\Gamma > 0$ 时壁面处出射电子密度为无穷大 [12], 这里不讨论其电势、离子和电子密度的分布. 下面只讨论总二次电子服从半 Maxwellian 分布和三温 Maxwellian 分布的情形. 如图 5 所示, 三温 Maxwellian 分布条件下, 鞘层电势、离子密度、电子密度均明显大于半 Maxwellian 分布的对应值; 并且, 三温 Maxwellian 分布条件下近壁区净电荷密度明显大于半 Maxwellian 分布的对应值, 但是鞘层厚度基本相同.

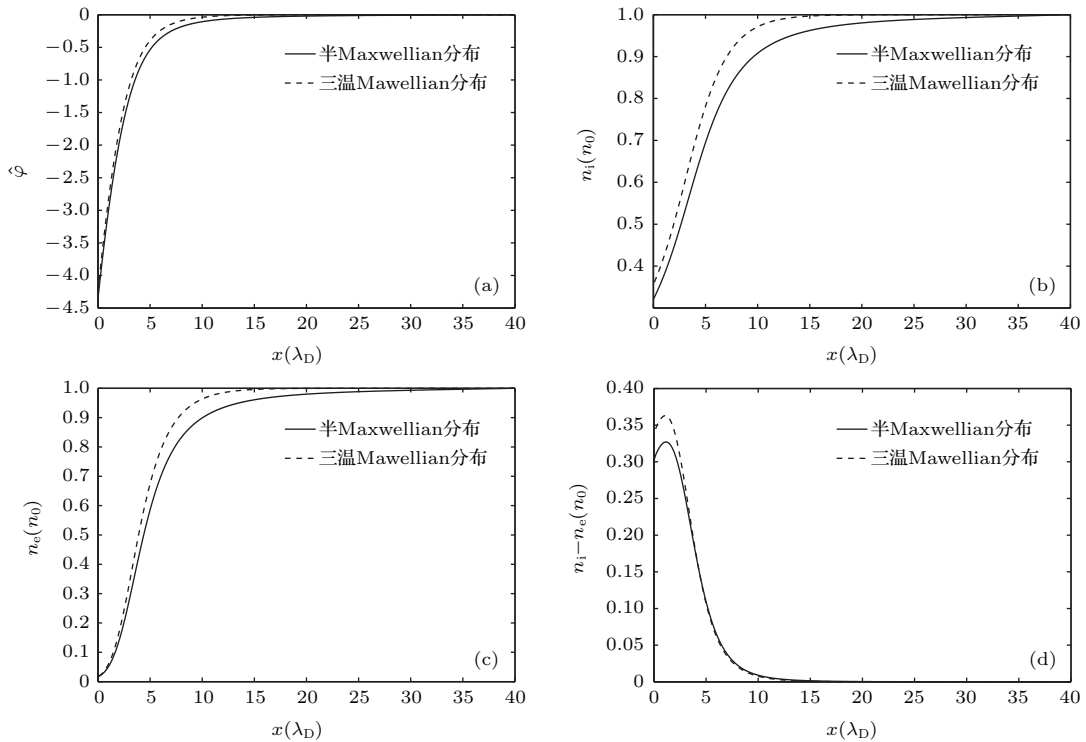


图5 壁面总二次电子发射系数 $\Gamma = 0.6$ 时, (a) 鞘层电势 ϕ 的分布, (b) 离子密度 n_i 的分布, (c) 电子密度 n_e 的分布, (d) 净电荷密度 $n_i - n_e$ 分布

Fig. 5. The spatial distributions of (a) potential ϕ (b) ion density n_i , (c) electron density n_e and (d) net charge density $n_i - n_e$, when the total secondary electron emission coefficient $\Gamma = 0.6$.

4 结 论

本文采用 Monte Carlo 方法统计了 Maxwellian 分布电子轰击壁面的总二次电子发射速度分布特性, 结果表明绝缘壁面发射的总二次电子在垂直于壁面方向上服从三温 Maxwellian 分布. 在此基础上, 采用一维稳态流体鞘层模型进行对比研究, 结果表明总二次电子分布函数对鞘层离子能量、壁面电势、电势及电子/离子密度分布、近壁区净电荷密度均具有明显影响; 总二次电子服从三温 Maxwellian 分布时临界空间电荷饱和和鞘层无解, 结合鞘层结构的两种转变方式^[9,12,22]可知, 随着壁面总二次电子发射系数的增加, 鞘层直接从经典鞘层结构过渡到反鞘层结构.

参考文献

[1] Raitses Y, Staack D, Keidar M, Fisch N J 2005 *Phys. Plasmas* **12** 057104
 [2] Mazouffre S, Echegut P, Dudeck M 2007 *Plasma Sources Sci. Technol.* **16** 13
 [3] Raitses Y, Ashkenazy J, Appelbaum G 1997 *25th International Electric Propulsion Conference* (Cleveland,

OH: Electric Rocket Propulsion Society) Paper No. IEPC 97-056
 [4] Ahedo E, Gallardo J M, Martinez-Sanchez M 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3397
 [5] Takamura S, Ohno N, Ye M Y, Kuwabara T 2004 *Contrib. Plasma Phys.* **44** 126
 [6] Campanell M D, Wang H, Kaganovich I D, Khrabrov A V 2015 *Plasma Sources Sci. Technol.* **24** 034010
 [7] Qing S W, Yu D R, Wang X G, Duan P 2011 *J. Propul. Technol.* **32** 813
 [8] Qing S W, Li H, Wang X G, Song M J, Yu D R 2012 *EPL* **100** 35002
 [9] Qing S W, E P, Duan P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 055202 (in Chinese) [卿绍伟, 鄂鹏, 段萍 2013 物理学报 **62** 055202]
 [10] Zhao X Y, Liu J Y, Duan P, Ni Z X 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 045205 (in Chinese) [赵晓云, 刘金远, 段萍, 倪致祥 2011 物理学报 **60** 045205]
 [11] Liu J Y, Chen L, Wang F, Wang N, Duan P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8692 (in Chinese) [刘金远, 陈龙, 王丰, 王南, 段萍 2010 物理学报 **59** 8692]
 [12] Hobbs G D, Wesson J A 1967 *Plasma Phys.* **9** 85
 [13] Xue Z H, Zhao X Y, Wang F, Liu J Y, Liu Y, Gong Y 2009 *Plasma Sci. Technol.* **11** 57
 [14] Morozov A I, Savelyev V V 2001 *Reviews of Plasma Physics* (Volume 21) (New York: New York Consultants Bureau) p241
 [15] Furman M A, Pivi M T F 2002 *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5** 124404

- [16] Taccogna F, Longo S, Capitelli M 2005 *Phys. Plasmas* **12** 093506
- [17] Ordonez C A 1992 *Phys. Fluids B* **4** 778
- [18] Schwager L A 1993 *Phys. Fluids B* **5** 631
- [19] Langendorf S, Walker M 2015 *Phys. Plasmas* **22** 033515
- [20] Rizopoulou N, Robinson A P L, Coppins M, Bacharis M 2014 *Phys. Plasmas* **21** 103507
- [21] Herring C, Nichols M H 1949 *Rev. Mod. Phys.* **21** 185
- [22] Morozov A I, Savelyev V V 2004 *Plasma Phys. Rep.* **30** 299

Effect of wall secondary electron distribution function on the characteristics of stable sheath near a dielectric wall*

Qing Shao-Wei[†] Li Mei Li Meng-Jie Zhou Rui Wang Lei

(Institute of Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

(Received 4 September 2015; revised manuscript received 17 October 2015)

Abstract

It is widely known that the energy distribution of secondary electrons induced by a single-energy electron beam presents typical bimodal configuration. However, the total velocity distribution of secondary electrons induced by a Maxwellian plasma electron group has not been revealed clearly, due to the lack of detailed theoretical calculation and calculation and experiment result. Therefore, researchers usually function satisfies single-energy distribution (≥ 0), half-Maxwellian distribution and so on, in order to study the characteristics of stable fluid sheath near a dielectric wall. For this reason, using the Monte Carlo method to simulate the wall secondary electron emission events based on a detailed probabilistic model of secondary electron emission induced by single-energy incident electron beam, we found that, when the incident electron follows an isotropic Maxwellian distribution, the total perpendicular-to-wall velocity distribution of the secondary electrons emitted from dielectric wall follows a three-temperature Maxwellian distribution. In the simulation, the incident angle of the plasma electrons and the emergence angle of the secondary electrons are considered, so the Monte Carlo method can discriminate whether the secondary electron velocity is perpendicular to or parallel to the wall surface. Then, a one-dimensional stable fluid sheath model is established under the wall boundary condition that the secondary electrons obey the three-temperature Maxwellian distribution; and some contrastive studies are made in order to reveal the effect of wall total secondary electron distribution functions such as single-energy distribution, half-Maxwellian distribution, and three-temperature Maxwellian distribution with the sheath characteristics. It is found that the total secondary electron distribution function can significantly influence the ion energy at the sheath interface, the wall surface potential, the potential and electron/ion-density distributions, and so on. Both the ion energy at sheath interface and the wall surface potential increase monotonously with the increase of wall total secondary electron emission coefficient. But the values of three-temperature Maxwellian distribution differ much from that of half-Maxwellian distribution and single-energy distribution. When the total secondary electron follows a three-temperature Maxwellian distribution, the critical space charge saturated sheath has no solution, indicating that with the increase of the wall total secondary electron emission coefficient, the sheath will directly transit from the classic sheath structure to the anti-sheath one. In the future work, a kinetic, static sheath model will be developed in order to study the characteristics of anti-sheath and space charge saturated sheath near a dielectric wall

Keywords: sheath, secondary electron distribution function, Monte Carlo simulation

PACS: 52.40.Kh, 52.65.Pp

DOI: 10.7498/aps.65.035202

* Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant Nos. CDJZR13140013, 3132014328).

† Corresponding author. E-mail: qshaowei@cqu.edu.cn