

低信噪比下的二维联合线性布雷格曼迭代快速超分辨成像算法

李少东 陈文峰 杨军 马晓岩

A fast two dimensional joint linearized bregman iteration algorithm for super-resolution inverse synthetic aperture radar imaging at low signal-to-noise ratios

Li Shao-Dong Chen Wen-Feng Yang Jun Ma Xiao-Yan

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 038401 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.038401

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.038401>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I3>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于扩展信源熵值的穿墙成像雷达墙体强杂波抑制

[A method of wall clutter removal for through-wall radar based on entropy of expanded antenna source](#)

物理学报.2015, 64(19): 198402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.198402>

基于哈达玛积扩展子空间的到达时间和波达方向联合估计

[Joint for time of arrival and direction of arrival estimation algorithm based on the subspace of extended hadamard product](#)

物理学报.2015, 64(7): 078403 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.078403>

基于海面散射模型的全极化合成孔径雷达海洋环境探测关键技术参数设计仿真研究

[Simulation study on the design of key technical parameters in marine environment sounding with fully polarimetric synthetic aperture radar based on ocean surface scattering model](#)

物理学报.2014, 63(21): 218401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.218401>

基于子带补偿的弹载聚束 SAR 成像算法

[An imaging algorithm for missile-borne spotlight SAR based on subband compensation](#)

物理学报.2014, 63(19): 198404 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.198404>

合成孔径雷达反演海面风场变分模型分析

[Analysis on the variational model of synthetic aperture radar sea surface wind retrieval](#)

物理学报.2014, 63(14): 148401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.148401>

低信噪比下的二维联合线性布雷格曼迭代快速超分辨率成像算法*

李少东 陈文峰 杨军[†] 马晓岩

(空军预警学院三系, 武汉 430019)

(2015年9月16日收到; 2015年10月19日收到修改稿)

针对实际逆合成孔径雷达 (ISAR) 成像时带宽有限、方位孔径稀疏的小角度回波数据条件下, 常规算法的成像分辨率不高等问题, 基于压缩感知理论, 提出了一种低信噪比条件下的二维联合布雷格曼迭代快速 ISAR 超分辨率成像算法. 首先, 将雷达回波构建为距离频域-方位多普勒域的二维稀疏表示模型, 在此基础上, 将二维超分辨率成像问题转换为二维联合压缩感知的稀疏重构问题; 其次, 为了避免重构时向量化操作带来的复杂度, 提出了二维联合布雷格曼迭代算法, 为实现快速重构, 将加权残量迭代、估计停滞步长与感知矩阵条件数优化三种加快收敛速度的思想相结合, 既利用了布雷格曼迭代在低信噪比条件下的重构能力又能保证快速成像. 最后仿真实验结果表明在欠采样和低信噪比条件下本文算法能够缩短成像时间, 且具备更好的噪声鲁棒性.

关键词: 逆合成孔径雷达, 压缩感知, 线性布雷格曼迭代, 超分辨

PACS: 84.40.Xb, 84.40.Ua, 07.07.Df

DOI: 10.7498/aps.65.038401

1 引言

逆合成孔径雷达 (inverse synthetic aperture radar, ISAR) 作为一种主动式信息获取系统, 采集的回波包含更加丰富的目标信息, 可为目标分类、识别等任务提供更可靠的依据和支撑, 因此众多学者开展了对 ISAR 的研究^[1]. ISAR 距离维分辨率主要依赖于雷达发射带宽, 雷达发射信号带宽越大, 对模数转换器 (analog-to-digital converter, ADC) 的需求越高, 数据量将激增, 导致雷达数据存储、处理负担很大; 同时, 现代 ISAR 不仅要求对目标进行成像, 还要执行搜索、跟踪等任务. 通常 ISAR 的多种工作模式是分时进行的, 在利用窄带信号进行搜索和跟踪时, 宽带成像模式停止, 这使得目标的方位维合成孔径采样变得不连续和稀疏; 对于非合作目标而言, 机动飞行会造成部分有效转

动分量难以正确测量 (需要人为舍弃). 因此在实际应用中, 如何在带宽一定、方位孔径稀疏的小角度回波数据条件下, 实现距离、方位向的快速超分辨率成像具有重要意义.

就物理意义而言, ISAR 成像的本质就是利用目标回波和场景的“先验信息”来高分辨反演场景的反射率函数. 目前研究 ISAR 超分辨率成像的思路主要分为两大类: 一是现代谱估计方法, 如 MUSIC^[2]、RELAX 算法等^[3], 这一类算法针对的是均匀采样信号提出的, 因此对稀疏回波处理之前往往需要先进行复杂的插值运算, 性能和稳定性有所下降; 第二类方法是基于稀疏表示或压缩感知 (compressive sensing) 理论^[4-6]的 ISAR 成像方法. 该类方法基于目标回波的稀疏物理特征, 能够在回波随机缺损条件下依然高概率获得重构场景图像, 同时兼具超分辨率性能, 因此众多学者展开了这方面的研究. 而目前利用稀疏信息的 ISAR 成像思路也

* 国家自然科学基金 (批准号: 61179014) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: yangjem@126.com

主要有两种: 一是距离、方位解耦的 ISAR 成像, 即单独考虑距离向和方位向的稀疏性, 采取先距离后方位处理的思想^[7,8], 这种处理的优势是可以实现快速的二维 ISAR 成像, 但是由于人为割裂了距离方位的耦合信息, 会造成成像性能下降; 二是距离方位耦合 ISAR 成像, 即对距离维和方位维数据同时处理, 联合实现距离维和方位维的超分辨^[9,10]. 距离方位耦合 ISAR 成像可抽象为二维的联合信号重构问题, 对此问题的求解主要集中于以下几种思路: 一是向量化处理, 这种处理方式仅适用于小场景图像, 当场景比较大时, 信号处理和优化都是十分耗时的^[11]; 二是将二维的联合信号重构转换为逐行或逐列重构, 经组合后获得最终的成像结果, 这种处理不可避免地存在大量的冗余计算, 十分耗时; 三是分段处理^[12], 通过数据分段, 将高维信号划分为许多的子段信号, 分别重构后再合成最终的结果, 但是这种处理方式会存在一定的成像质量损失; 四是采用联合稀疏重构算法进行重构, 如 2D-SL0^[10]、2D-FISTA^[13] 等算法, 但是这些算法在信噪比较低的条件下误差较大.

为实现在带宽一定、方位孔径稀疏的小角度回波数据条件的 ISAR 快速超分辨成像, 本文提出了一种基于二维联合线性布雷格曼迭代 (two dimensional jointly linearized Bregman iteration, 2D-JLBI) 的快速 ISAR 超分辨成像. 首先, 构建距离频域-方位多普勒域的二维稀疏表示模型, 在此基础上, 将二维超分辨成像问题转换为 2D 联合压缩感知的稀疏重构问题; 其次, 为了避免向量化操作带来的复杂度, 提出了二维联合布雷格曼迭代算法, 为实现快速重构, 将加权残量迭代、估计停滞步长与感知矩阵条件数优化三种加快收敛速度的思想相结合, 既能利用 LBI 在低信噪比条件下的重构能力, 又能保证快速成像. 因此, 可将本文的算法应用于极化成像^[10]、近场成像^[13]、图像处理 (图像本身就是二维结构) 等领域, 具有较大的应用前景.

2 ISAR 回波的二维联合稀疏表示模型

首先给出 ISAR 回波的二维联合稀疏表示模型. 本文重点考虑二维联合成像问题, 因此假设平动补偿已完成, 目标为转台成像模型. 关于回波二维稀疏条件下的平动补偿方法可参考文献^[14].

假设雷达发射线性调频 (linear frequency modulation, LFM) 信号, 目标上的某点 P 到雷达的距离为 R_i , 其时延为 $2R_i/c$, 则回波可表示为

$$s_r(t_f, t_m) = \text{rect} \left(\frac{t_f - 2R_i/c}{T_p} \right) \exp \left[j2\pi f_c \left(t - \frac{2R_i}{c} \right) + j\pi k_r \left(t_f - \frac{2R_i}{c} \right)^2 \right], \quad (1)$$

其中 t_f 表示快时间, 用一时间固定, 而频率、调频率相同的 LFM 信号作为参考信号, 用它和回波做差频处理. 设参考距离为 R_{ref} , 令 $R_\Delta = R_i - R_{\text{ref}}$, 则散射点 P 的差频输出为^[15]

$$s_{\text{if}}(t_f, t_m) = \sigma \text{rect} \left(\frac{t_f - 2R_i/c}{T_p} \right) \exp \left(-j4\pi f_c \frac{R_\Delta}{c} \right) \times \exp \left(-\frac{j4\pi k_r R_\Delta}{c} \left(t_f - \frac{2R_{\text{ref}}}{c} \right) \right) \times \exp \left(\frac{j4\pi k_r R_\Delta^2}{c^2} \right). \quad (2)$$

令相位 $\Phi(t_f) = -4\pi f_c \frac{R_\Delta}{c} \left(t_f - \frac{2R_{\text{ref}}}{c} \right) + \frac{4\pi k_r R_\Delta^2}{c^2}$, 对快时间求导, 有

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt_f} \Phi(t_f) = -\frac{2k_r R_\Delta}{c}. \quad (3)$$

由 (3) 式可知距离频率 f_i 与 R_Δ 成正比. 假设在相干处理时间 T_a 内, 目标相对雷达的转角为 $\theta(t_m)$, 其中 $t_m = mT$ ($0 \leq t_m \leq T_a, m = 0, 1, 2, \dots$) 为慢时间, T 为脉冲重复周期. 小角度观测条件下, 可认为目标匀速旋转, 假设转速为 ω , 那么转角为 $\Delta\theta(t_m) = \omega \cdot t_m$, 假设某散射点 P 在目标坐标系中的坐标为 (x, y) , 转过 $\Delta\theta(t_m)$ 的角度到 P' 点, 若选目标坐标系原点到雷达的距离为参考距离, 那么有

$$R_\Delta = y \cdot \cos \Delta\theta(t_m) + x \cdot \sin \Delta\theta(t_m) \approx y + x\omega t_m. \quad (4)$$

假设共有 K 个散射点, 将 f_i 以及 R_Δ 的表达式代入到 (2) 式, 那么差频回波可表示为

$$s_{\text{if}}(t_f, t_m) = \sum_{i=1}^{K_1} \sum_{j=1}^{K_2} \tilde{\sigma}_{ij} \exp \left(-j4\pi \frac{x_j \omega t_m}{\lambda} \right) \times \exp (j2\pi t_f f_i), \quad (5)$$

其中

$$\tilde{\sigma}_i = \sigma_i \exp \left(-\frac{j8\pi k_r R_\Delta R_{\text{ref}}}{c} \right) \exp \left(\frac{j4\pi k_r R_\Delta^2}{c^2} \right)$$

$$\times \exp\left(-j4\pi f_c \frac{y_i}{c}\right)$$

表示位于第 (i, j) 个位置散射点的复幅度. 下面依据 (5) 式构建回波二维联合稀疏表示模型.

假设 dechirp 之后的采样率为 f_s ($f_s \geq 2k_r R_{\text{target}}/c$, R_{target} 为目标的最大长度), 那么快时间序列可表示为 $\mathbf{t}_n = [-2/N : 2/N]^T / f_s$, 其中 N 为快时间采样点数. 由 (5) 式可知, 每一个散射点都对应一个距离频率 f_i , 如果对距离频率划分网格, 即令距离频率分辨率为 Δf , 那么距离频率序列可表示为 $\mathbf{F}_r = [-M/2 : M/2] \times f_s/M$, 其中 $M = f_s/\Delta f$ 为划分的频率网格点数. 令 $\Psi_r = \exp(j2\pi t_n F_r)$ 表示距离稀疏基字典, 其维度为 $N \times M$. 令 $\Psi_a = \exp(-j2\pi t'_n \mathbf{f}_d)$ 为方位稀疏基字典, 其中 t'_n 为方位慢时间序列, 假设共接收 N_a 个脉冲, \mathbf{f}_d 为方位多普勒序列, 其维度为 $1 \times Q$, 那么 Ψ_a 维度为 $Q \times N_a$. 那么回波的矩阵形式为

$$\mathbf{S} = \Psi_r \mathbf{X} \Psi_a + \mathbf{E}', \quad (6)$$

其中 \mathbf{X} 为目标等效强散射点矩阵, 满足稀疏性. 由 (6) 式的构造过程可知, 回波的二维联合稀疏表示模型与雷达系统的观测模型相匹配, 因此更加符合回波实际. 同时可以看出 \mathbf{X} 在双字典下稀疏, 传统的求解 (6) 式的思路是将其向量化处理后, 采取优化的思想进行求解, 但是这种处理方法复杂度很高.

为进一步降低重构的维度, 本文采取二维压缩感知理论对回波矩阵 \mathbf{S} 进行降维感知:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{D}_r \mathbf{S} \mathbf{D}_a \\ &= \mathbf{D}_r \Psi_r \mathbf{X} \Psi_a \mathbf{D}_a + \mathbf{D}_r \mathbf{E}' \mathbf{D}_a \\ &= \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B} + \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{D}_r \in C^{N_1 \times N}$ ($N_1 < N$), $\mathbf{D}_a \in C^{N_a \times N_2}$ ($N_2 < N_a$) 分别为距离和方位向量测矩阵. 文献 [16] 指出, 性能良好的量测矩阵不但可以保证高概率重构, 还能提高重构速度, 因此可选择文献 [16] 的混合 hadamard 矩阵作为量测矩阵. 这里需要注意的是本文为简化分析直接使用了两个量测矩阵进行的压缩采样, 而在实际应用时, 可以直接从模拟端进行二维降采样, 具体方法可参考文献 [17].

至此, 将 ISAR 成像问题等价转换为 (7) 式的压缩感知模型, 如何高效地从 (7) 式中求解出 \mathbf{X} 则是下一步需要考虑的重点.

3 2D-JLBI ISAR 成像算法

3.1 2D-JLBI 算法

不失一般性, 考虑复数条件下的重构. 求解 (7) 式对应的优化问题为

$$\min \|\mathbf{X}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{Y} - \mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B}\|_F^2 \leq \Sigma^2, \quad (8)$$

其中, $\|\mathbf{X}\|_1$ 定义为 $\|\mathbf{X}\|_1 = \left(\sum_{q=1}^{N_a} \sum_{d=1}^N |\mathbf{X}_{qd}| \right)$. 为避免 (8) 式的向量化处理以及实现快速重构的需求, 本文以 LBI 算法为核心, 提出 2D-JLBI 算法, 用以求解 (8) 式, 进而快速获得 ISAR 图像, 具体分析如下. 复数噪声条件下, 可将 (8) 式等价转换为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}} &= \arg \min_{\mathbf{X} \in C^{Q \times D}} \frac{1}{2} \text{tr}[(\mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B} - \mathbf{Y})^H (\mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B} - \mathbf{Y})] \\ &\quad + \mu \|\mathbf{X}\|_1, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 μ 为正则化参数, 控制估计精度与行稀疏性之间的平衡. 为求解 (9) 式, 用 Bregman 距离代替 $\|\mathbf{X}\|_1$, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{X} \in C^{Q \times D}} D_J^{p^k}(\mathbf{X}, \mathbf{X}^k) \\ &\quad + \frac{1}{2} \text{tr}((\mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B} - \mathbf{Y})^H (\mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{B} - \mathbf{Y})). \end{aligned} \quad (10)$$

为便于理解和分析, 本文首先给出求解 (10) 式的 2D-JLBI 算法最终迭代格式, 然后再进行推导. 求解 (10) 式的最终迭代格式可表示为

$$\begin{cases} \text{res}^k = \mathbf{Y}^k - \mathbf{A} \mathbf{X}^k \mathbf{B}, \\ \mathbf{V}^{k+1} = \mathbf{V}^k + \mathbf{A}^+ \text{res}^k \mathbf{B}^+, \\ \mathbf{X}^{k+1} = \delta \text{csoft}_\mu(\mathbf{V}^{k+1}), \\ \mathbf{Y}^{k+1} = \mathbf{Y} + \gamma \text{res}^k, \end{cases} \quad (11)$$

其中, \mathbf{X}^{k+1} 为每次迭代得到的结果; \mathbf{V}^{k+1} , $\tilde{\mathbf{V}}^{k+1}$ 为中间变量; $\mathbf{X}^0 = \mathbf{V}^0 = \mathbf{0}$; α_k 为正值序列; $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^H (\mathbf{A} \mathbf{A}^H)^{-1}$; $\mathbf{B}^+ = (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H$; $\text{csoft}_\mu(\bullet)$ 为复矩阵条件的软阈值算子, 下面进行详细的理论推导.

Bregman 迭代本质是“残量回代”, 因此本文采取残量回代的基本模型进行推导. 即求解 (10) 式可等价求解下式 [18]:

$$\begin{cases} \mathbf{X}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{Q \times D}} D_J^{P^k}(\mathbf{X}, \mathbf{X}^k) \\ \quad + \frac{1}{2} \|\mathbf{AXB} - \mathbf{Y}^k\|_F^2, \\ R^{k+1} = \mathbf{Y}^k - \mathbf{AX}^{k+1}\mathbf{B}, \\ \mathbf{Y}^{k+1} = \mathbf{Y} + R^{k+1}. \end{cases} \quad (12)$$

由(12)式可以看出,正是由于Bregman具备的残量回代特征,使得在迭代时不会对稀疏值分量进行“惩罚”,导致停滞现象^[19].如果能够控制回代残量的权值,对每次回代的残差施加“惩罚”,那么将会加快收敛速度.即将(12)式变为

$$\begin{cases} \mathbf{X}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{Q \times D}} D_J^{P^k}(\mathbf{X}, \mathbf{X}^k) \\ \quad + \frac{1}{2} \|\mathbf{AXB} - \mathbf{Y}^k\|_F^2, \\ R^{k+1} = \mathbf{Y}^k - \mathbf{AX}^{k+1}\mathbf{B}, \\ \mathbf{Y}^{k+1} = \mathbf{Y} + \gamma R^{k+1}, \end{cases} \quad (13)$$

其中 γ 为残量回代权系数.下面分析求解(13)式的方法,重点是求解最小化的问题.

令 $\mathbf{H}(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \text{tr}((\mathbf{AXB} - \mathbf{Y})^H(\mathbf{AXB} - \mathbf{Y}))$,对 $\mathbf{H}(\mathbf{X})$ 进行线性化,即在 \mathbf{X}^k 处泰勒展开,需要注意的是此时是对复数的处理,因此需要共轭转置:

$$\begin{aligned} & \mathbf{X}^{k+1} \\ &= \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{Q \times D}} D_J^{P^k}(\mathbf{X}, \mathbf{X}^k) + \mathbf{H}(\mathbf{X}_k) \\ & \quad + \langle \nabla[\mathbf{H}(\mathbf{X})], \mathbf{X} - \mathbf{X}^k \rangle \\ & \quad + \frac{1}{2} \langle \nabla^2[\mathbf{H}(\mathbf{X})], \|\mathbf{X} - \mathbf{X}^k\|_F^2 \rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

而

$$\begin{cases} \nabla[\mathbf{H}(\mathbf{X})] \\ \partial \left\{ \frac{1}{2} \text{tr}((\mathbf{AXB} - \mathbf{Y})^H(\mathbf{AXB} - \mathbf{Y})) \right\} \\ \quad = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}} \\ = \mathbf{A}^H(\mathbf{AXB} - \mathbf{Y})\mathbf{B}^H, \\ \nabla^2[\mathbf{H}(\mathbf{X})] \approx \frac{1}{\delta} \mathbf{I}. \end{cases} \quad (15)$$

将(15)式代入(14)式配方后忽略常数项,可得到

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{Q \times D}} D_J^{P^k}(\mathbf{X}, \mathbf{X}^k) \\ & \quad + \frac{1}{2\delta} \|\mathbf{X} - (\mathbf{X}^k - \delta \mathbf{A}^H(\mathbf{AX}^k - \mathbf{Y})\mathbf{B}^H)\|_F^2. \end{aligned} \quad (16)$$

令 $F(\mathbf{X}) = D_J^{P^k}(\mathbf{X}, \mathbf{X}^k) + \frac{1}{2\delta} \|\mathbf{X} - (\mathbf{X}^k - \delta \mathbf{A}^H(\mathbf{AX}^k - \mathbf{Y})\mathbf{B}^H)\|_F^2$,根据平稳点的次微分条件,有 $\mathbf{0} \in \partial F(\mathbf{X})$,则

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \partial J(\mathbf{X}) - \mathbf{P}^k + \frac{1}{\delta}(\mathbf{X} - (\mathbf{X}^k \\ & \quad - \delta \mathbf{A}^H(\mathbf{AX}^k - \mathbf{Y})\mathbf{B}^H)), \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $\frac{\partial [D_J^P(\mathbf{X}, \mathbf{X}^k)]}{\partial \mathbf{X}} = \partial J(\mathbf{X}) - \mathbf{P}^k$.当 $\mathbf{X} = \mathbf{X}^{k+1}$ 时, $\mathbf{P}^{k+1} \in \partial J(\mathbf{X}^{k+1})$,代入到(17)式有

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{k+1} &= \mathbf{P}^k - \frac{1}{\delta}(\mathbf{X}^{k+1} - \mathbf{X}^k) \\ & \quad - \mathbf{A}^H(\mathbf{AX}^k - \mathbf{Y})\mathbf{B}^H. \end{aligned} \quad (18)$$

对(18)式的 \mathbf{P}^k 使用递推公式有

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{k+1} &= \sum_{j=0}^k \mathbf{A}^H(\mathbf{Y} - \mathbf{AX}^j\mathbf{B})\mathbf{B}^H \\ & \quad - \frac{1}{\delta} \mathbf{X}^{k+1}. \end{aligned} \quad (19)$$

令 $\mathbf{V}^k = \sum_{j=0}^k \mathbf{A}^H(\mathbf{Y} - \mathbf{AX}^j\mathbf{B})\mathbf{B}^H$,那么可直接得到 \mathbf{V}^{k+1} :

$$\mathbf{V}^{k+1} = \mathbf{V}^k + \mathbf{A}^H(\mathbf{Y} - \mathbf{AX}^{k+1}\mathbf{B})\mathbf{B}^H. \quad (20)$$

将 \mathbf{V}^k 的计算公式代入到(19)式,可得到

$$\mathbf{X}^{k+1} = \delta(\mathbf{V}^k - \mathbf{P}^{k+1}). \quad (21)$$

当 $J(\mathbf{X}) = \mu \|\mathbf{X}\|_1$ 时,(21)式是可分离求和函数,因此用软阈值法可得到 $\mathbf{X}^{k+1} = \delta \text{csoft}_\mu(\mathbf{V}^k)$,其中

$$\begin{aligned} & \text{csoft}_{\mu\lambda}(\mathbf{V}) \\ &= \frac{\max\{|V_{ij}| - \mu\lambda, 0\}}{\max\{|V_{ij}| - \mu\lambda, 0\} + \mu\lambda} V_{ij} \\ &= \begin{cases} \frac{V_{ij}}{|V_{ij}|} (|V_{ij}| - \mu\lambda), & |V_{ij}| > \mu\lambda, \\ 0, & |V_{ij}| \leq \mu\lambda. \end{cases} \end{aligned} \quad (22)$$

可见,此时的阈值已从一维向量的线阈值变换为二维的平面阈值.平面阈值比原始的线阈值具有更好的压制噪声效果,因为平面阈值考虑到了全局数据,而线阈值仅考虑到一系列的数据,成像实验将验证这一结论.

至此可得到求解 (13) 式的基本迭代格式为

$$\begin{cases} \mathbf{V}^{k+1} = \mathbf{V}^k + \mathbf{A}^H (\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}^k\mathbf{B}) \mathbf{B}^H, \\ \mathbf{X}^{k+1} = \delta_{\text{csoft}}_{\mu}(\mathbf{V}^{k+1}), \\ \mathbf{R}^{k+1} = \mathbf{Y}^k - \mathbf{A}\mathbf{X}^{k+1}\mathbf{B}, \\ \mathbf{Y}^{k+1} = \mathbf{Y} + \gamma\mathbf{R}^{k+1}. \end{cases} \quad (23)$$

(23) 式即为 2D-JLBI 算法的基本迭代格式. 下一步需要考虑的问题就是如何快速实现收敛. Osher 等 [19] 发现 LBI 存在停滞现象, 关于停滞现象产生的原因可参考文献 [19], 这里不予赘述. 由于 2D-JLBI 算法沿用了 LBI 的迭代格式, 不可避免地会存在停滞现象, 造成迭代次数的大幅增加. 下面分析如何进一步减少迭代次数.

为突破 LBI 的停滞现象, 减少迭代次数, 众多学者提出了加快收敛的方法, 如估计停滞步长 [19]、采用最优一阶方法 [20] 来求解 (16) 式等思路. 但是这些方法只适用于对一维向量问题求解. 为加快数据为矩阵时的收敛速度, 文献 [21] 提出矩阵数据条件下的快速复数线性 Bregman 迭代算法, 采用了停滞步长与感知矩阵优化相结合的方式减少迭代次数, 但是该算法求解的模型是 (23) 式中 $\mathbf{B} = \mathbf{I}$ 的特例. 本文为减少求解 (23) 式的迭代次数, 所用策略是在引入权重参数 γ 的基础上, 进一步采取 “kicking” 技术与感知矩阵条件数优化相结合的思想来加快收敛速度. 下面进行详细分析.

首先, 针对 (23) 式的停滞现象, 采用 “kicking” 技术估计迭代停滞步长, 具体思想与文献 [21] 相同, 本文不再赘述.

其次, 对感知矩阵而言, 其条件数越小, 则 LBI 收敛越快. 因此在重构前, 可首先对感知矩阵优化, 得到 \mathbf{V}^k 新的迭代格式. 由于本文重构的是 2D 模型, 因此需要对感知矩阵 \mathbf{A} , \mathbf{B} 同时优化. 对 $\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}$, 分别左乘和右乘 $(\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1/2}$ 和 $(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1/2}$, 有

$$\begin{aligned} & (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1/2}\mathbf{Y}(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1/2} \\ &= (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1/2}\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1/2}. \end{aligned} \quad (24)$$

令 $\mathbf{Y}^1 = (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1/2}\mathbf{Y}(\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1/2}$, $\mathbf{A}^1 = (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1/2}\mathbf{A}$, $\mathbf{B}^1 = (\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1/2}$, 则 (24) 式变为 $\mathbf{Y}^1 = \mathbf{A}^1\mathbf{X}\mathbf{B}^1$, (23) 式中求解 \mathbf{V}^{k+1} 将变为

$$\mathbf{V}^{k+1} = \mathbf{V}^k + (\mathbf{A}^1)^H (\mathbf{A}^1\mathbf{X}\mathbf{B}^1 - \mathbf{Y}^1) (\mathbf{B}^1)^H. \quad (25)$$

将 \mathbf{Y}^1 , \mathbf{A}^1 和 \mathbf{B}^1 的计算公式代入 (25) 式并化简可得到

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{k+1} &= \mathbf{V}^k + \mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1} (\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B} - \mathbf{Y}) \\ &\quad \times (\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^H. \end{aligned} \quad (26)$$

令 $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1}$, $\mathbf{B}^+ = (\mathbf{B}^H\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^H$, 那么有

$$\mathbf{V}^{k+1} = \mathbf{V}^k + \mathbf{A}^+ (\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B} - \mathbf{Y}) \mathbf{B}^+. \quad (27)$$

可见, 2D 模型下, 是对两个感知矩阵同时优化, 换句话说, 双感知矩阵优化的模式可使得迭代次数进一步减少.

在使用了上述三种减少迭代次数的策略之后, 可以使得新算法迭代次数大大减少. 分析 Bregman 迭代的具体流程时可以发现, Bregman 迭代的实质是将 “残差回代”, 因此在每一次回代时通过 “kicking” 技术来估计停滞步长, 通过权值因子 γ 来控制回代时残差与量测值的权重, 将本次迭代得到的估计值从量测中剔除, 感知矩阵条件数的优化又进一步提高了每次迭代的收敛速度, 三者的结合使得迭代次数大大减少. 至此便完成了 (11) 式的推导.

3.2 2D-JLBI 算法参数选择

首先分析 δ 的取值, 由 (15) 式可知 $\delta \approx 1/\nabla^2 [\mathbf{H}(\mathbf{X})]$, 文献 [22] 指出, 对于单量测向量模型 $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$ 当对感知矩阵条件数优化之后, δ 取值范围是 (0, 1) 时可保证线性 Bregman 迭代算法收敛. 本文由于同样进行了感知矩阵优化, 因此 δ 取值范围依然是 (0, 1) 即可保证 2D-JLBI 算法收敛.

其次分析 μ 的选择. 参数 μ 的选择一般依赖于不同的数据和应用. 而文献 [23] 指出 μ 趋近于无穷时才收敛, 因此 μ 的值应相对较大, 一般选择 μ 为 1—10 倍的 $\|\mathbf{A}^+\mathbf{Y}\|_{\infty}$ 比较合适.

4 性能分析

4.1 计算复杂度分析

本文算法运算量主要集中于 (11) 式的迭代. 下面通过计算量来分析算法的运算速度, 以一次加法或乘法为计算量单位. 为说明 2D-JLBI 算法的优势, 计算其复杂度.

2D-JLBI 算法的计算量主要来自于 (11) 式的迭代, 计算 (11) 式一次迭代的计算量主

要集中于 $\mathbf{AX}^k\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{A}^+res^k\mathbf{B}^+$, 其他的都为简单加法, 可忽略. 而计算一次 $\mathbf{AX}^k\mathbf{B}$ 的计算量为 $(2M-1)N_1Q + (2Q-1)N_1N_2$; 由于 \mathbf{A}^+ , \mathbf{B}^+ 可在循环之前计算, 因此 $\mathbf{A}^+res^k\mathbf{B}^+$ 的计算量为 $(2N_1-1)MN_2 + (2N_2-1)MQ$. 假设经 L 次迭代后收敛, 则总的计算量约为 $C_{2D-ULBI} = O(2LMN_1Q + 2LQN_1N_2 + 2LMN_1N_2 + 2LMN_2Q)$. 而不对 LBI 加速的计算公式为 (23) 式, 其每次迭代的计算量也主要集中于 $\mathbf{AX}^k\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{A}^Hres^k\mathbf{B}^H$ 的计算, 假设迭代次数为 L_1 , 那么有 $C_{2D-LBI} = O(2L_1MN_1Q + 2L_1QN_1N_2 + 2L_1MN_1N_2 + 2L_1MN_2Q)$, 可见 2D-JLBI 算法的主要计算量优势在于迭代次数 L 上. 下面具体分析加速前后的迭代次数的变化情况. 假设原始信号的稀疏度为 K , 那么经 LBI 算法估计的迭代次数约为 $L_1 = l_1 + l_2 + \dots + l_K$ (每估计一个稀疏值都需要进行迭代). 而 2D-JLBI 算法对迭代次数的减少体现在三个方面, 首先采用 kicking 技术, 通过寻找停滞步长, 有 $L_2 = l_1/s_1 + l_2/s_2 + \dots + l_K/s_K$, 因此 $L_2 < L_1$; 其次由于感知矩阵条件数优化以及权重因子 γ 控制回代时残差与量测值的权重, 将本次迭代得到的估计值从量测中剔除的双重作用, 将使得最终的迭代次数 $L < L_2$, 因此经过三种加快收敛的措施将使得 $L < L_2 < L_1$, 最终实现快速的 ISAR 成像. 与文献 [9] 相比, 本文算法优势在于无须进行向量化和复杂的矩阵求逆运算, 因此计算量小.

4.2 算法抗噪能力分析

LBI 的一个很大优势是抗噪能力强, 由于在 ISAR 回波信号中不可避免地会存在噪声, 下面从理论上分析 2D-JLBI 算法的抗噪能力.

噪声条件下, $\mathbf{Y} = \mathbf{AXB} + \mathbf{E}$, 其中 \mathbf{X} 为真实的无噪稀疏信号. 为说明抗噪性能, 令第 k 次迭代时的数据矩阵为 \mathbf{Y}^k , 那么多向量条件下有

$$\mathbf{Y}^k = \mathbf{Y}^{k-1} + \mathbf{Y} - \mathbf{AX}^{k-1}\mathbf{B}. \quad (28)$$

初始条件选取 $\bar{\mathbf{Y}}^0 = \mathbf{0}$, $\mathbf{X}^0 = \mathbf{0}$. 可将含噪量测 $\bar{\mathbf{Y}}^k$ 分解为两部分:

$$\mathbf{Y}^k = \mathbf{A}\bar{\mathbf{X}}^k\mathbf{B} + \mathbf{AG}^k\mathbf{B}, \quad (29)$$

其中 $\bar{\mathbf{X}}^k$ 为原始纯净信号 \mathbf{X} 的一部分, 原因是收缩算子 $T_\mu(\cdot)$ 的置零收缩过程可保证式中 \mathbf{X}^k 的小信

号分量(噪声成分)为 0, 使得 \mathbf{X}^k 是过平滑的. 而 \mathbf{G}^k 则包含两部分信息: 一是原始纯净信号 \mathbf{X} 中未恢复的信号 $\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}^k$; 二是噪声分量 \mathbf{E} . 为便于理解, 对迭代的过程进行详细描述如下.

当 $k = 1$ 时, $\bar{\mathbf{Y}}^1 = \mathbf{A}(\mathbf{X}^1 + \mathbf{G}^1)\mathbf{B}$, 那么残差 $\mathbf{AG}^1\mathbf{B} = \mathbf{Y} - \mathbf{A}\bar{\mathbf{X}}^1\mathbf{B} = \mathbf{A}(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}^1)\mathbf{B} + \mathbf{E}$. 显然需要从 \mathbf{G}^1 中恢复 $\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}^1$ (未重构的稀疏分量), 则在下一次迭代时将 \mathbf{AG}^1 回代入 (28) 式, 因此有

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^2 &= \mathbf{Y}^1 + \mathbf{Y} - \mathbf{AX}^1\mathbf{B} \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{X}^1 + \mathbf{G}^1)\mathbf{B} + \mathbf{AG}^1 \\ &= \mathbf{AX}^1\mathbf{B} + 2\mathbf{A}(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}^1)\mathbf{B} + 2\mathbf{E}. \end{aligned} \quad (30)$$

\mathbf{Y}^2 和 \mathbf{Y}^1 相比, 未恢复信号 $\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}^1$ 和噪声分量都变为两倍, 表明此时的输入信噪比并没有发生变化. 此后可基于 \mathbf{Y}^2 采取软阈值收缩的方法求解 $\bar{\mathbf{X}}^2$. 这个求解过程表明 $\bar{\mathbf{Y}}^2$ 的信号成分不仅可以保证 $\bar{\mathbf{X}}^2$ 完全继承 $\bar{\mathbf{X}}^1$, 而且进一步重构了未恢复信号 $\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}^1$ 的部分信息, 同时软阈值函数的阈值作用可保证噪声分量无法突破阈值门限进而无法影响重构. 那么经过 L 次迭代后, 有

$$\mathbf{Y}^L = \mathbf{LAXB} - \mathbf{LE} + \sum_{l=1}^{L-1} \mathbf{AX}^l\mathbf{B}. \text{ 同样地, } \mathbf{Y}^L \text{ 可}$$

保留前 $L-1$ 次迭代所得到的重构信号, 且不受噪声影响; 而由于噪声随着迭代次数的积累, 在最后的几次迭代中不可避免地混入个别噪声信号, 但是通过选择最佳的软阈值 μ , 可保证 $\|\mathbf{Y} - \mathbf{AX}^L\mathbf{B}\|$ 逼近于 $\|\mathbf{Y} - \mathbf{AXB}\|$. 若已知噪声 \mathbf{E} 方差 Σ^2 , 则可以利用下式作为噪声条件下的停止准则:

$$\|\mathbf{Y} - \mathbf{AX}^k\mathbf{B}\| > \|\mathbf{Y} - \mathbf{AXB}\| = \Sigma^2. \quad (31)$$

上述分析是以残量迭代模型进行的, 当权系数 γ 存在时, 并不影响中间步骤, 因此 2D-JLBI 算法依然具备良好的抗噪能力.

5 仿真与分析

本文仿真的噪声统一为高斯白噪声, 首先确定噪声的添加方式. $P = \|\mathbf{Y}\|_F^2/(MN)$ 为无噪声时回波的平均功率, 假设信噪比为 SNR, 那么由 SNR 的计算公式可得到噪声方差为 $\sigma^2 = P \times 10^{-\text{SNR}/10}$. 由此计算方式可以看出, 本文是计算无噪条件所有回波的能量作为 P , 因此信噪比将比通常的计算方法低一些, 将在仿真中进行验证.

本文采取图像熵^[21]和目标背景比(target-to-background ratio, TBR)^[24]作为量化评价成像质量的指标,下面进行仿真验证.

仿真1 2D-JLBI算法迭代次数仿真

本仿真主要用于2D-JLBI算法是否可保证迭代次数的减少. 仿真条件设置: 取稀疏信号 \mathbf{X} 的维度 256×128 , 稀疏值的幅度服从高斯分布, 稀疏值的个数为25个. 行量测矩阵 \mathbf{A} 为 200×256 的高斯随机矩阵, 列量测矩阵 \mathbf{B} 为 128×100 的高斯随机矩阵. 停止准则为 $\|\mathbf{Y} - \mathbf{AXB}\|_F / \|\mathbf{Y}\|_F \leq 10^{-5}$. 图1为权值系数为0时相对重构误差与迭代次数的关系. 由图1可以看出, 与不采取任何加快收敛速度手段的2D-LBI算法相比, 2D-JLBI算法采用估计迭代步长与优化感知矩阵条件数相结合的方式使得迭代次数大幅减少, 体现了加快收敛速度方法的优势; 图2则反映了不同权值系数时迭代次数与误差的关系, 从中可以看出, 随着残量回代权值 γ 的增加, 迭代次数将进一步减少. 图1和图2的结果验证了2D-JLBI算法采用三种加快收敛策略的优势.

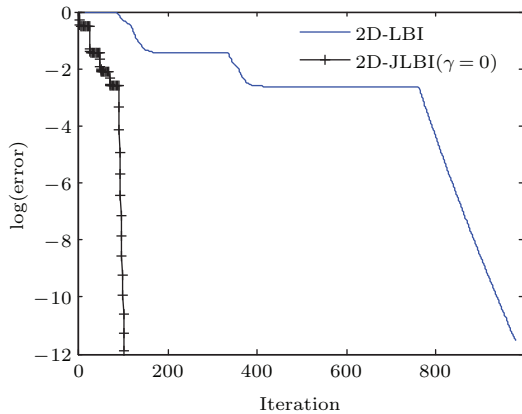


图1 相对重构误差与迭代次数的关系
Fig. 1. The relation between relative reconstruction error and the number of iterations.

仿真2 正则化参数对算法性能的影响

本仿真主要验证正则化参数对2D-JLBI算法性能的影响. 由于文献^[22]证明了在感知矩阵条件数优化的前提下当 $0 < \delta < 1$ 时可保证收敛, 因此本文固定参数 $\delta = 0.9$, 分析 μ 不同时对算法性能的影响. 分别给出 $\gamma = 0$ 和 $\gamma = 0.5$ 迭代次数与重构误差的关系, 如图3所示. 从图3可以看出, 当 μ 过小时, 2D-JLBI算法的收敛十分缓慢, 达到停止条件所需要的迭代次数最多, 这表明在选择 μ 时不能过小(μ 过小导致收敛缓慢甚至无法收敛); 随

着 μ 的增大, 算法的收敛速度加快, 但是 μ 越大, 达到收敛的迭代次数也相应增加. 此仿真表明, 在选择参数 μ 时既不能过大又不能过小, 一般选择 $\|\mathbf{A}^+\mathbf{YB}^+\|_\infty \leq \mu \leq 10\|\mathbf{A}^+\mathbf{YB}^+\|_\infty$.

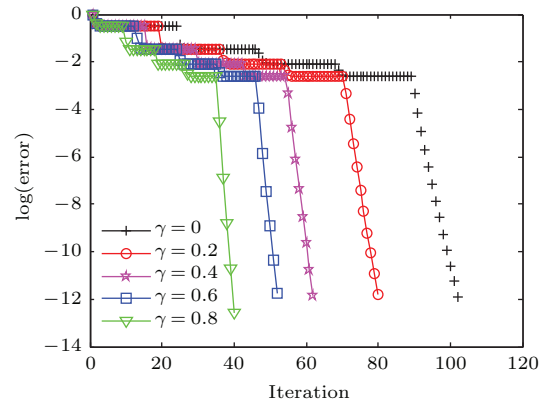


图2 (网刊彩色) 权值系数与迭代次数的关系
Fig. 2. (color online) The relationship between the weight coefficient and the number of iterations.

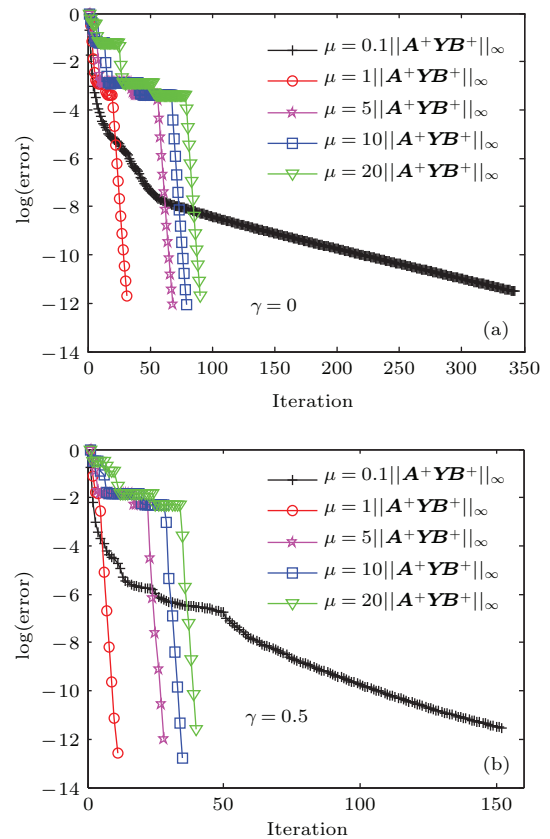


图3 (网刊彩色) 迭代次数与重构误差的关系
Fig. 3. (color online) The relationship between relative reconstruction error and the number of iterations.

仿真3 超分辨率能力验证

为验证2D-JLBI算法的ISAR超分辨成像性能, 对34点飞机模型进行成像仿真. 仿真参数设

置如下: 雷达发射 LFM 信号, 载频为 10 GHz, 发射脉冲时宽 10 μ s, 信号带宽为 100 MHz, 脉冲重复频率为 400 Hz. 假设飞机做转台运动, 转动角速度为 0.004π , 观测距离门参考位置 50000 m, 雷达共接收 128 个脉冲. 图 4 为目标的散射点模型, 图 5 和图 6 分别为 RD 算法和本文算法得到的 ISAR 成像结果. 从图 5 与图 6 的对比可以看出, 传统的 RD 算法在小角度条件下成像分辨率低, 已无法分辨机身位置的散射点; 而本文算法则具备距离方位的二维超分辨能力, 仿真验证了本文算法的有效性.

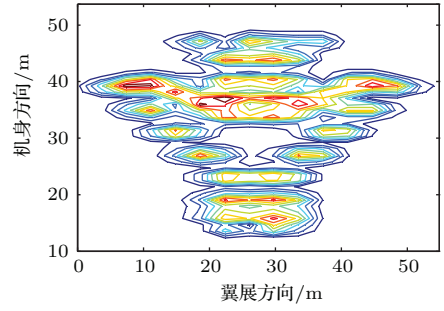


图 5 (网刊彩色) RD 算法 ISAR 图像

Fig. 5. (color online) The ISAR image based on RD algorithm.

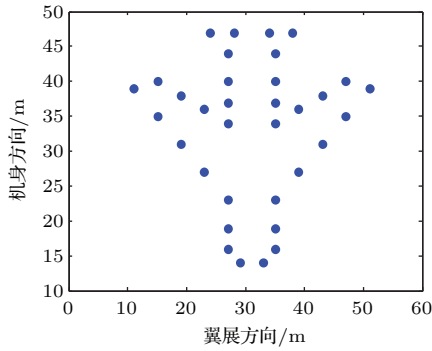


图 4 目标模型

Fig. 4. The target model.

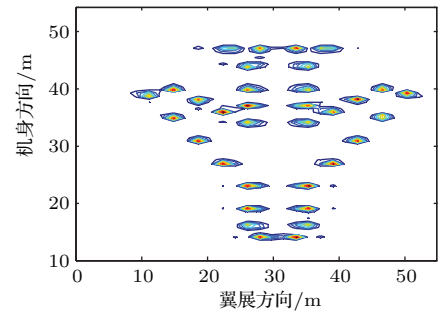


图 6 (网刊彩色) 本文算法 ISAR 图像

Fig. 6. (color online) The ISAR image based on the proposed algorithm.

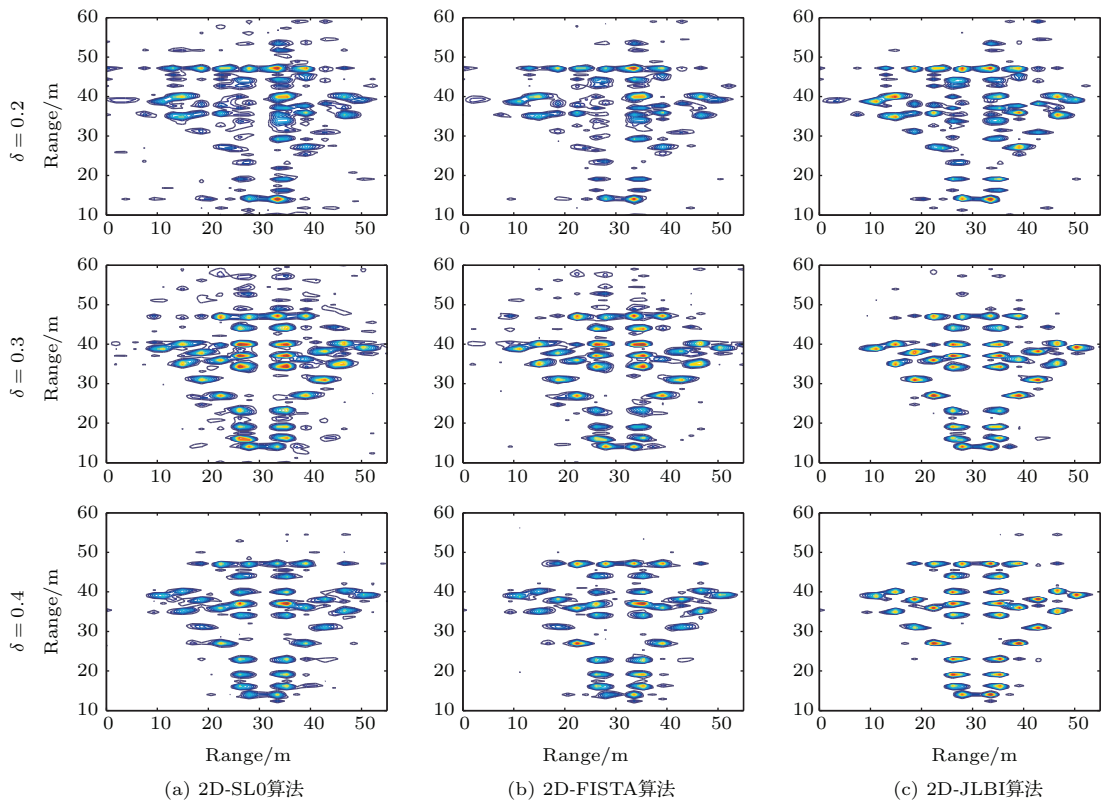


图 7 (网刊彩色) 不同采样率条件下的成像结果比较

Fig. 7. (color online) Comparison of imaging results with different sampling rate.

仿真4 不同采样率条件下的ISAR成像效果比较

为进一步验证本文算法的性能,进行不同采样率条件下的成像效果比较,首先对采样率进行定义.由于构建的是2D模型,因此假设距离向采样率为 $\delta_r = N_1/N$,方位采样率为 $\delta_a = N_2/N_a$,为便于仿真,本文取 $\delta = \delta_r = \delta_a$,为简化分析,假设量测矩阵为高斯矩阵.图7为不同采样率条件下2D-SL0^[10],2D-FISTA^[13]和本文算法得到的ISAR结果.由图7可以看出,2D-SL0和2D-FISTA算法在采样率较低的条件得到的ISAR图像虚假散射点较多,成像结果也出现了一定的模糊,而本文算法则在低采样率条件下依然具备良好的成像效果.为定量分析采样率对成像质量的影响,图8和图9分别给出了不同采样率条件下的TBR和熵值曲线.从中可以看出,相同条件下本文算法具有更高的TBR,更小的熵值,表明了本文算法得到的ISAR

成像质量最高.

仿真5 不同信噪比条件下ISAR成像效果比较

仿真条件设置与仿真3相同.图10和图11为不同信噪比条件下的TBR和熵值曲线,图12(a)–(c)为2D-SL0算法、2D-FISTA算法和本文算法在不同信噪比条件下得到的ISAR成像结果.为定量对比图像质量,从图中可以看出,随着信噪比的降低,2D-SL0算法和2D-FISTA受信噪比影响严重,低信噪比时出现了大量虚假散射点,而本文提出的算法在低信噪比条件下依然可保证良好的聚焦性能,虚假重焦点最少,具有最小的图像熵值和最大的TBR,这是由于本文算法使用的平面阈值考虑到了全局数据,因而对噪声具有更好的压制效果,仿真验证了本文算法在低信噪比条件下的重构能力.

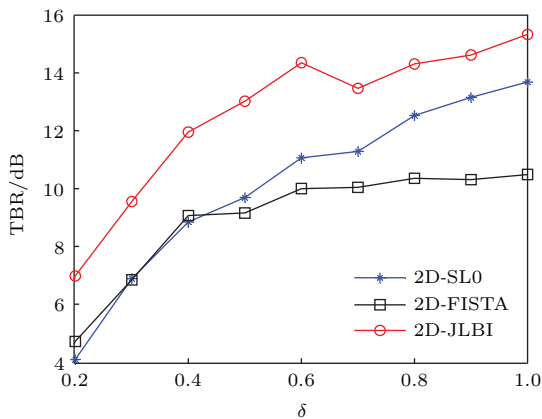


图8 TBR比较

Fig. 8. Comparison of TBR.

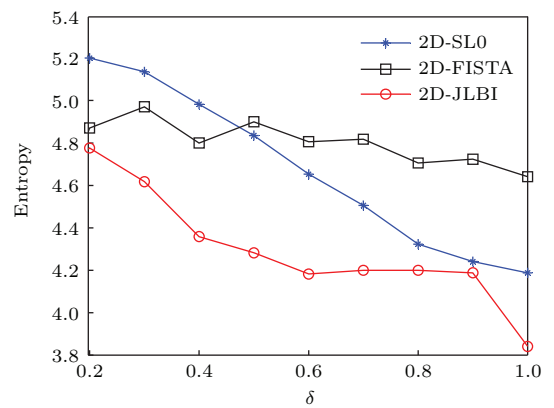


图9 熵值比较

Fig. 9. Comparison of entropy.

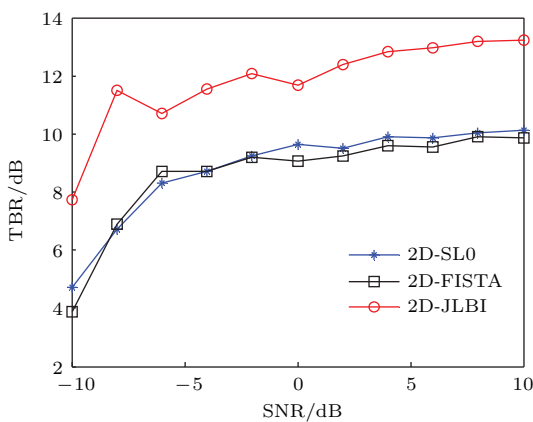


图10 TBR比较

Fig. 10. Comparison of TBR.

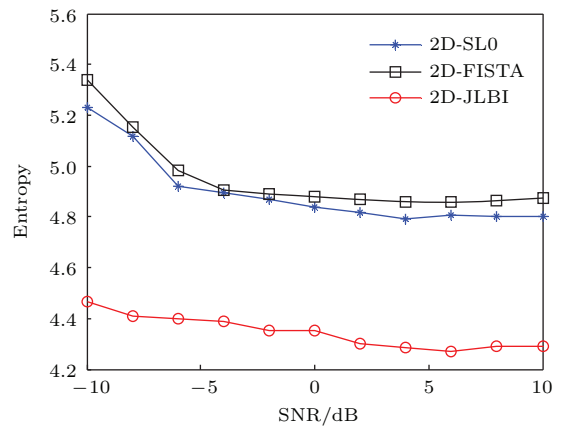


图11 熵值比较

Fig. 11. Comparison of entropy.

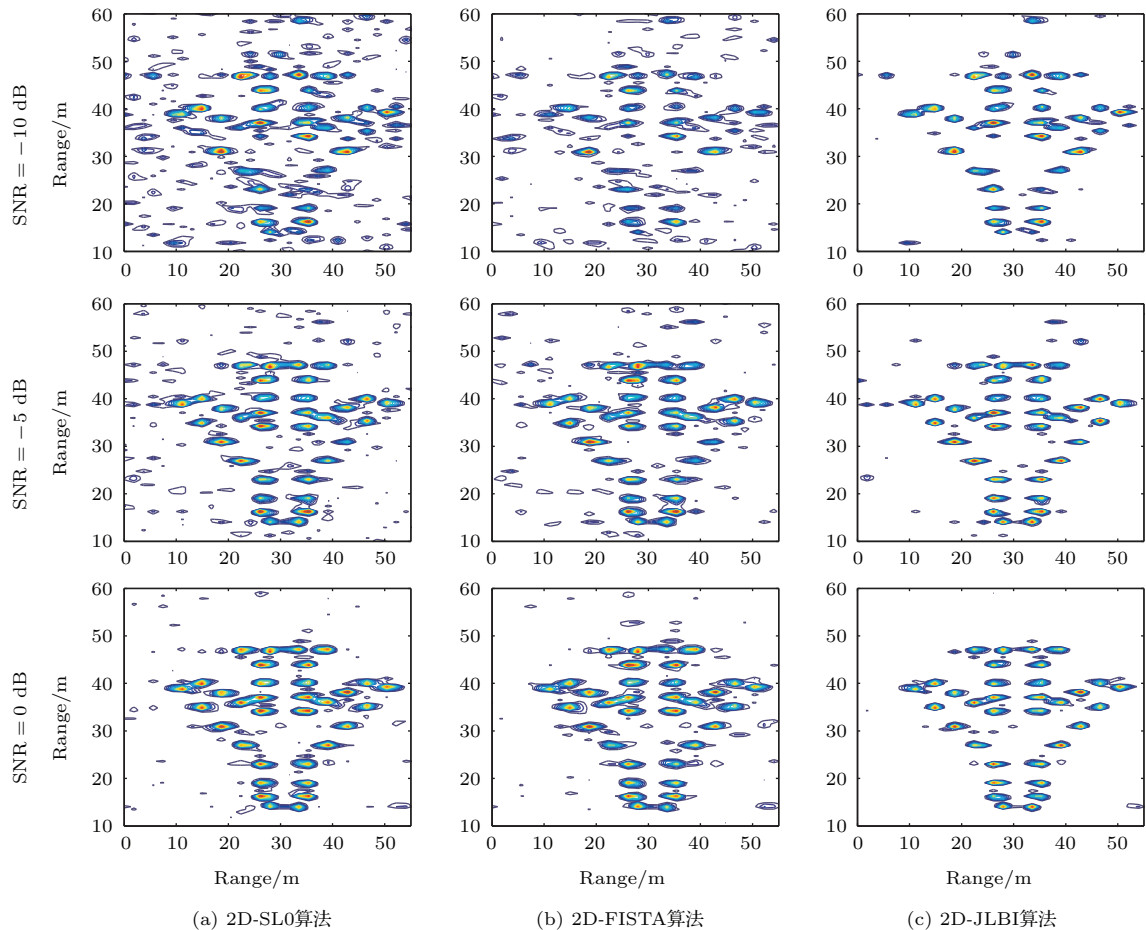


图 12 (网刊彩色) 不同信噪比条件下的成像结果比较

Fig. 12. (color online) Comparison of imaging results with different SNR.

6 结 论

本文针对带宽有限、方位孔径稀疏的小角度回波数据的高分辨成像问题,提出了一种低信噪比条件下的二维联合布雷格曼迭代快速ISAR超分辨成像算法.本文方法主要优势体现在三个方面:1)将雷达回波构建为距离频域-方位多普勒域的二维稀疏表示模型能够保留回波的距离方位耦合信息,利于成像分辨率的提高;2)2D-JLBI算法重构时无须向量化操作,因此可避免向量化后带来的大矩阵处理困难问题;3)采用加权残量迭代、估计停滞步长与感知矩阵条件数优化三种加快收敛速度的思想相结合的思路,既利用了布雷格曼迭代在低信噪比条件下的重构能力又能保证快速成像.但是本文在进行模型构建时假设目标平稳飞行且平动补偿已经完成,如何同时实现复杂运动目标的平动补偿与高分辨成像则是下一步研究的重点.

参考文献

- [1] Guo B F, Shang C X, Wang J L, Gao M G, Fu X J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 238406 (in Chinese) [郭宝锋, 尚朝轩, 王俊岭, 高梅国, 傅雄军 2014 物理学报 **63** 238406]
- [2] Yan R 2010 *M. S. Dissertation* (Xi'an: Xidian University) (in Chinese) [闫蓉 2010 硕士学位论文 (西安: 西安电子科技大学)]
- [3] Bi Z, Li J, Liu Z S 1999 *Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **35** 267
- [4] Chen M S, Wang S W, Ma T, Wu X L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 170301 (in Chinese) [陈明生, 王时文, 马韬, 吴先良 2014 物理学报 **63** 170301]
- [5] Chai S R, Guo L X 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 060301 (in Chinese) [柴水荣, 郭立新 2015 物理学报 **64** 060301]
- [6] Sun Y L, Tao J X 2014 *Chin. Phys. B* **23** 078703
- [7] Li S D, Chen W F, Yang J, Ma X Y 2015 *J. Electron.* **43** 708 (in Chinese) [李少东, 陈文峰, 杨军, 马晓岩 2015 电子学报 **43** 708]
- [8] Chen Y C, Zhang Q, Chen X P, Luo Y, Gu F F 2014 *J. Electron. Inform. Technol.* **36** 2987 (in Chinese) [陈一畅, 张群, 陈校平, 罗迎, 顾福飞 2014 电子与信息学报 **36** 2987]
- [9] Wu M, Xing M D, Zhang L 2014 *J. Electron. Inform. Technol.* **36** 187 (in Chinese) [吴敏, 邢孟道, 张磊 2014 电子与信息学报 **36** 187]

- [10] Qiu W, Zhao H Z, Zhou J X, Fu Q 2014 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **52** 6119
- [11] Wen R, Li G, Wang X Q, Xia X G 2014 *Sci. China: Inf. Sci.* **57** 022315
- [12] Yang J G 2013 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [杨俊刚 2013 博士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [13] Li S Y, Zhao G Q, Li H M, Ren B L 2015 *IEEE Trans. Ant. Prop.* **63** 828
- [14] Yu X, Zhu D Y, Zhang J D, Jiang R 2014 *J. Electron.* **42** 542 (in Chinese) [俞翔, 朱岱寅, 张劲东, 蒋锐 2014 电子学报 **42** 542]
- [15] Bao Z, Xing M D, Wang T 2006 *Radar Imaging Technique* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p24 (in Chinese) [保铮, 邢孟道, 王彤 2006 雷达成像技术 (北京: 电子工业出版社) 第 24 页]
- [16] Serge L S 2012 *IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems* **2** 35
- [17] Liu J H 2012 *Ph. D. Dissertation* (Chang Sha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [刘记红 2013 博士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [18] Zhang H 2009 *M. S. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [张慧 2009 硕士学位论文 (长沙: 国防科技大学)]
- [19] Osher S, Mao Y, Dong B, Yin W 2011 arXiv:1104.0262
- [20] Huang B, Ma S Q, Donald G 2013 *J. Sci. Comput.* **54** 428
- [21] Li S D, Chen W F, Yang J, Ma X Y 2015 *Sci. China: Inf. Sci.* **45** 1179 (in Chinese) [李少东, 陈文峰, 杨军, 马晓岩 2015 中国科学信息科学 **45** 1179]
- [22] Cai J F, Osher S, Shen Z 2009 *SIAM J. Imag. Sci.* **2** 226
- [23] Stephen J W, Robert D N, Mário A T F 2009 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **57** 2479
- [24] Zhang L 2012 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Xidian University) (in Chinese) [张磊 2012 博士学位论文 (西安: 西安电子科技大学)]

A fast two dimensional joint linearized bregman iteration algorithm for super-resolution inverse synthetic aperture radar imaging at low signal-to-noise ratios*

Li Shao-Dong Chen Wen-Feng Yang Jun[†] Ma Xiao-Yan

(No. Three Department, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

(Received 16 September 2015; revised manuscript received 19 October 2015)

Abstract

In practical inverse synthetic aperture radar (ISAR), the traditional imaging algorithms have low range and low cross-range resolutions while the echoes have limited bandwidth and sparse azimuth aperture in small coherent processing interval. To obtain super-resolution ISAR imaging at low signal-to-noise (SNR) ratios, this paper puts forward a novel fast two-dimensional joint linearized Bregman iteration (2D-JLBI) algorithm based on compressive sensing theory. Firstly, the radar echoes are established as a two-dimensional joint sparse representation model in the range frequency-azimuth Doppler domain. Consequently, the original two-dimensional super resolution imaging problem is converted into a two-dimensional jointly compressive reconstruction problem. Secondly, to avoid the reconstruction complexity from the vectorization of the echoes, the two-dimensional joint linearized Bregman iterative algorithm is proposed. Meanwhile, three strategies, namely the weighted residual iteration, estimation of the stagnation step, and optimizing the condition numbers of sensing matrices, are combined to improve the convergence speed. Both the ISAR imaging ability at low SNR and its speed are improved obviously. Finally, simulation experiments show that the proposed algorithm can shorten the imaging time and have better noise robustness under the condition of sub-Nyquist sampling rate and low SNR.

Keywords: inverse synthetic aperture radar, compressive sensing, linearized Bregman iteration, super resolution

PACS: 84.40.Xb, 84.40.Ua, 07.07.Df

DOI: [10.7498/aps.65.038401](https://doi.org/10.7498/aps.65.038401)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61179014).

[†] Corresponding author. E-mail: yangjem@126.com