

自调整平滑区间粒子滤波平滑算法

杨伟明 赵美蓉

Auto-adjust lag particle filter smoothing algorithm for non-linear state estimation

Yang Wei-Ming Zhao Mei-Rong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 040502 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.040502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.040502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

小管径气液两相流空隙率波传播的多尺度相关性

Multi-scale cross-correlation characteristics of void fraction wave propagation for gas-liquid two-phase flows in small diameter pipe

物理学报.2016, 65(1): 010501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.010501>

基于参数切换算法的混沌系统吸引子近似及其电路设计

Approximations of chaotic attractors and its circuit design based on the parameter switching algorithm

物理学报.2015, 64(20): 200508 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.200508>

语音信号序列的 Volterra 预测模型

Volterra prediction model for speech signal series

物理学报.2015, 64(20): 200507 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.200507>

基于改进教学优化算法的 Hermite 正交基神经网络混沌时间序列预测

Hermite orthogonal basis neural network based on improved teaching-learning-based optimization algorithm for chaotic time series prediction

物理学报.2015, 64(20): 200506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.200506>

基于时频差的正交容积卡尔曼滤波跟踪算法

A tracking algorithm based on orthogonal cubature Kalman filter with TDOA and FDOA

物理学报.2015, 64(15): 150502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.150502>

自调整平滑区间粒子滤波平滑算法*

杨伟明¹⁾²⁾ 赵美蓉^{1)†}

1)(天津大学, 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

2)(天津科技大学电子信息与自动化学院, 天津 300222)

(2015年10月10日收到; 2015年11月24日收到修改稿)

针对非线性系统的状态估计问题, 提出了一种自调整平滑区间粒子滤波平滑算法. 该算法的显著特点是根据采样粒子观测值与系统状态观测值之间的偏差动态修正滤波平滑区间的长度, 有效抑制了传统的粒子滤波平滑算法中因区间长度固定可能造成粒子权重重新赋值带来误差增大的问题. 该算法的原理是依据粒子滤波器的工作机理, 把系统状态信息和热槽组成一个抽象的整体, 将粒子滤波平滑过程类比为观测信息和热槽交互的统计力学系统. 在无新的观测信息时, 整个系统遵循热力学第二定律, 即无论从任何初始状态出发, 整个力学系统的熵是非减的; 而当出现新的观测信息时, 粒子滤波器像麦克斯韦妖从新的观测信息中抽取能量传送给热槽, 使整个抽象系统的熵减少, 根据系统熵的递变规律变化对滤波平滑区间的长度加以动态修正, 优化粒子的权重赋值, 进而提高系统状态的估计精度. 利用 Matlab 进行了仿真分析, 验证了该算法的有效性.

关键词: 非线性状态估计, 自调整平滑区间, 粒子滤波平滑算法

PACS: 05.45.Tp, 02.50.Fz, 02.60.Gf

DOI: 10.7498/aps.65.040502

1 引言

粒子滤波算法是运用序贯蒙特卡罗方法实现非线性系统状态的贝叶斯估计^[1-3], 是当前非线性系统状态估计的主流算法, 被广泛地应用到无线电侦测^[4]、混合信号分离与参数估计^[5]、目标跟踪^[6]等领域. 粒子滤波的基本原理是使用到当前时刻 t 接收到的所有观测数据估计 t 时刻的系统状态, 而当前常采用的是具有平滑处理的粒子滤波方法, 其特点使用截止到 $t+L$ ($L>0$)时刻所有的观测数据来估计 t 时刻的系统状态, 因而显著提高了粒子滤波的估计精度.

目前粒子滤波平滑算法得到了国内外许多学者的重视, 文献^[7]从理论上提出了一种滤波平滑算法, 但很容易证明当 $t \ll T$ 时, 该方法的滤波平滑密度 $p(x_t|y_{1:T})$ 估计误差较大. 在此基础上, 文献^[8, 9]相继提出了改进的滤波平滑算法, 即在粒

子滤波后增加一个粒子集权重重新赋值的步骤, 用重新赋值后的粒子集近似表示系统的后验概率分布, 该算法的缺陷是在一些特定的状态空间模型中, x_t 的状态仅依赖于先前时刻的状态 x_{t-1} , 估计性能有所下降. 文献^[10, 11]提出一种简单易行的平滑算法, 即在算法中使用一个固定长度 L 的区间进行平滑处理, 该方法存在的问题是: 任意时刻 t , 系统都存在一个长度为 Δ 的最优平滑区间, 当 $L < \Delta$ 时, $p(x_{1:t}|y_{1:\min(n+L, T)})$ 误差较大, 而当 $L > \Delta$ 时, 粒子退化现象比较严重.

本文提出了一种新的自调整平滑区间粒子滤波平滑算法, 依据粒子滤波器的工作机理, 把系统状态信息和热槽组成一个抽象的整体, 将粒子滤波平滑过程类比为观测信息和热槽交互的统计力学系统^[12-15]. 根据系统熵^[16]的递变规律变化对滤波平滑区间的长度加以动态修正, 优化粒子的权重赋值, 进而可以提高非线性系统状态的估计精度.

* 国家自然科学基金青年科学基金(批准号: 61304246)和天津市高等学校科技发展基金计划(批准号: 20130707)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: meirongzhao@tju.edu.cn

2 非线性问题描述与粒子滤波

2.1 非线性滤波问题的描述

状态空间模型是一个在各个学科领域中广泛使用的时间序列模型, 如统计学、目标跟踪、工程力学等领域^[17,18]. 一般将状态空间模型定义为两个随机过程 $\{X_t|t \geq 0\}, \{Y_t|t \geq 0\}$:

$$\begin{aligned} X_0 &\sim \mu(x_0), X_t|(X_{0:t-1} = x_{0:t-1}) \\ &\sim x_t = f_t(x_{t-1}, V_{t-1}) + V_t, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} Y_t|(X_{0:t} = x_{0:t}, Y_{0:t-1} = y_{0:t-1}) \\ \sim y_t = g_t(y_t|x_t) + W_t, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\mu(x_0)$ 为 X_0 的初始概率密度, x_t 表示系统在 t 时刻的状态, y_t 表示 t 时刻的观测向量, f_t 表示系统的状态转移函数, g_t 表示系统的测量函数, V_t, W_t 分别表示系统 t 时刻的过程噪声及观测噪声.

根据非线性问题的描述, 使用一个两阶段的递归过程估计系统状态的后验概率密度. 首先, t 时刻的后验概率密度通过转移函数传递到 $t+1$ 时刻的预测概率密度:

$$f(x_{t+1}|y_{1:t}) = \int f(x_{t+1}|x_t) dF(x_t|y_{1:t}). \quad (3)$$

然后, 通过贝叶斯公式得到 $t+1$ 时刻的后验概率密度:

$$f(x_{t+1}|y_{1:t+1}) = \frac{f(y_{t+1}|x_{t+1})f(x_{t+1}|y_{1:t})}{f(y_{t+1}|y_{1:t})}, \quad (4)$$

其中

$$f(y_{t+1}|y_{1:t}) = \int f(y_{t+1}|x_{t+1})f(x_{t+1}|y_{1:t}) dx_{t+1}.$$

2.2 粒子滤波算法的基本原理

粒子滤波^[19-22]算法采用一组从建议分布中采样带有权值的样本(或称粒子) $\{x_t^1, x_t^2, \dots, x_t^M\}$ 、权值 $\{w_t^i, i = 1, 2, \dots, M\}$, 且满足 $\sum_{i=1}^M w_t^i = 1$ 的集合, M 为粒子数. 根据这一支持样本(粒子)集近似表示系统的后验概率密度 $f(x_t|y_{1:t})$. 文献^[23, 24]证明了粒子滤波方法的收敛属性, 即当 $M \rightarrow \infty$ 时, $p(x_t|y_{1:t}) \approx \sum_{i=1}^M w_t^i \delta_{x_t^i}(x_t)$. 通过使用支持样本集合, 用(5)式计

算 $t+1$ 时刻的预测密度((3)式), 用(6)式计算 $t+1$ 时刻的后验概率密度((4)式).

$$\hat{f}(x_{t+1}|y_{1:t}) = \sum_{i=1}^M f(x_{t+1}|x_t^i)w_t^i, \quad (5)$$

$$\hat{f}(x_{t+1}|y_{1:t+1}) \propto f(y_{t+1}|x_{t+1}) \sum_{i=1}^M f(x_{t+1}|x_t^i)w_t^i. \quad (6)$$

2.3 粒子滤波平滑算法分析

Forward filtering-backward smoothing(FFBS)算法^[8]基于反向递归公式 $p(x_t|x_{t+1}, y_{1:t})$ 序列地改变 t 时刻粒子的权值, 计算 t 时刻的边缘平滑概率密度, two-filter (TF) smoothing^[9]基于前向滤波反向平滑公式计算系统的边缘分布 $p(x_t|y_{1:T})$, 该算法不仅序列地改变 t 时刻粒子的权值, 而且在 t 时刻进行重采样. 梁军^[11]提出计算粒子的观测路径与系统状态的观测值路径的相关性, 利用线性相关性修正粒子的权值的平滑算法 PE₁₋₄. Kitagawa^[7]提出 fixed-lag (FL) smoothing, 认为当 $T > t + \Delta$ 时采集到的观测数据对 t 时刻状态估计的贡献为 0, 也就是当 Δ 足够大时有 $p(x_{1:t}|y_{1:t}) \approx p(x_{1:t}|y_{1:\min(t+\Delta, T)})$, 该算法容易实现, 但最大的困难是无法自动确定 Δ 的长度.

通过对以上粒子滤波平滑算法的分析可知, 当目标的真实分布与 $p(x_t|y_{1:t})$ 近似时, FFBS 算法中 t 越接近 T , $p(x_t|y_{1:T})$ 越接近目标的真实分布; 同理, 在 TF 算法中, 当信息滤波 $\hat{p}(x_t|y_{t:T})$ 越接近目标分布时, t 越小, 粒子滤波平滑算法效果越好; 在 FL smoothing 和 PE₁₋₄ 算法中, 选择合理长度的平滑区间 L 来估计系统的状态能够提高算法的估计精度.

3 自调整平滑区间粒子滤波平滑算法

新的粒子滤波平滑算法源于对理想滤波平滑算法和离散随机过程非线性滤波信息论特性的研究. 文献^[13, 14]研究了非线性滤波与马尔科夫过程的熵特性的关联, 定义了信息提供 $S(t) := I(X; (Y_s, s \in [0, t]))$ 、信息存储 $C(t) := I((X_s, s \in [t, T]); (Y_s, s \in [0, t]))$ 与信息耗散 $D(t) := S(t) - C(t)$. 这种关联把粒子滤波过程类比为观测信息和热槽交互的统计力学系统.

在该物理类比中, 由系统状态信息和热槽构成一个抽象系统, 从任何初始状态出发, 整个系统遵循热力学第二定律, 整个系统的熵非减. 但是, 随着观测信息的提供, 粒子滤波器像麦克斯韦妖从观测信息中抽取能量传送给热槽, 从而使整个抽象系统的熵减少.

粒子滤波器 Z_t 存储了用于系统当前状态和未来状态估计的信息. 根据上述分析, 随着时间进行, 信息流从观测过程流入滤波器, 然后耗散. 即在时刻 t , $S(t)$ 提供了用于估计 t 时刻系统状态的信息量, 存储了用于估计 $t + L (L > 0)$ 时刻的信息量 $C(t)$. 随着 L 增大, $S(t)$ 不变, $D(t)$ 增大, $C(t)$ 逐渐减小. 当 $C(t)$ 减小到 0 时, 用 $0 - t + L (L > 0)$ 所有的观测信息估计时刻 t 的系统状态, 从而优化 t 时刻粒子集权重重新赋值.

$MSE_{x_t} = \sum_{i=1}^M (x_t^i - x_t)^2 \cdot W_t(i)$ 表示 t 时刻系统状态采样粒子的偏差, 其中 $\{x_t^i, i = 1, 2, \dots, M\}$, $W_t(i)$ 分别表示 t 时刻采样粒子和权值, x_t 表示 t 时刻系统真实状态值, 偏差越小粒子群的分布越逼近 $p(x_t|y_{1:t})$. 由于 x_t 未知, 使用采样粒子的观测值与系统状态观测值之间的偏差 $MSE_{y_t} = \sum (y_t^i - y(t))^2 \cdot W(i)$ 进行度量. 文献 [25] 表明贝叶斯状态估计可以采用如下加权自助法实现: 假设样本 $\{x_t^*(i)\}_{i=1}^M$ 是从一个概率密度函数 $G(x)$ 中抽样得到, 而欲求的概率密度与 $G(x)$ 成比例关系, 则当样本数 $M \rightarrow \infty$ 时, 由 $G(x)$ 抽样组成的概率分布趋近于这个欲求的概率密度分布, 在观测过程方差较小时使用 MSE_{y_t} 替代 MSE_{x_t} 显然是可行的. 在时刻 t , 随着 $t + L (L > 0)$ 增大, $MSE_{y_{t+L}}$ 首先减小然后增大, 该算法通过斜率改变动态的计算粒子滤波平滑区间长度 L . 从而得到

$$p(x_t|y_{1:t+L}) = \frac{p(x_t|y_{1:t-1})p(y_{t:t+L}|x_t)}{p(y_{t:t+L}|y_{1:t-1})}, \quad (7)$$

其中, $p(x_t|y_{1:t-1})$ 为 t 时刻的先验概率密度; $p(y_{t:t+L}|x_t)$ 为似然函数, 通过反向信息滤波序列近似得到

$$\begin{aligned} & p(y_{t:t+L}|x_t) \\ &= g(y_t|x_t) \int f(x_{t+1}|x_t)p(y_{t+1:t+L}|x_{t+1})dx_{t+1}, \\ & t < L. \end{aligned} \quad (8)$$

综合 (7), (8) 式, 计算系统状态的估计值为

$$p(x_t|y_{1:t+L})$$

$$\begin{aligned} &= p(x_t|y_{1:t}) \int \frac{f(x_{t+1}|x_t)}{p(x_{t+1}|y_{1:t})} p(x_{t+1}|y_{1:t+L}) dx_{t+1}, \\ & t < L. \end{aligned}$$

4 算法性能仿真

4.1 系统仿真模型描述

采用 (9) 式一维单变量非线性经济增长数学模型进行仿真实验, 该仿真模型已在许多文献中 [9,26] 多次使用, 具有高度的非线性. 且其似然函数 $p(y_t|x_t)$ (观测方程 (10)) 具有双峰特性, 当 $y_t > 0$ 时, 似然函数为双峰; 当 $y_t < 0$ 时, 似然函数为单峰. 似然函数的这种双峰特性使得待解决的非线性问题变得更加复杂, 同时为仿真实验提供了多样性.

$$x_t = \frac{x_{t-1}}{2} + \frac{25x_{t-1}}{1+x_{t-1}^2} + 8 \cos(1.2t) + u_{t-1}, \quad (9)$$

$$y_t = \frac{x_t^2}{20} + v_t, \quad (10)$$

其中, x_t 为系统在 t 时刻的状态, y_t 为 x_t 的观测值, u_{t-1} 与 v_t 分别为概率密度已知的系统噪声和观测噪声, 且分别与 x_t, y_t 独立. 同文献 [26] 一样, 我们采用初始粒子数 $N = 100$, 采用如下误差均方根值 (root mean squared error, RMSE) 反映非线性系统的估计精度:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{sys. \ tf} \sum_{t=1}^{sys. \ tf} (x_t - \hat{x}_t)^2}.$$

其中, x_t 表示系统 t 时刻真实状态值, \hat{x}_t 表示系统状态估计值, $sys. \ tf$ 表示一次仿真运行时间步数, 在该仿真中, 设置 $sys. \ tf = 100$. 采用不同强度的高斯噪声作为系统噪声和观测噪声计算 RMSE 最大值、最小值、均值和方差, 以对比 FFBS, TF 和 FL smoothing 算法的估计精度. 对于 FL smoothing 算法, 文献 [27] 中建议选取 $L = 20 - 50$, 在该仿真中我们选取 $L = 20$.

4.2 仿真结果分析

按照上述思路, 首先选取 $u_{t-1} \sim N(0, 1)$, $v_t \sim N(0, 1)$, 系统初始状态 $x_0 = 0.1$ 进行仿真. 图 1 显示了方程 (9) 的仿真数据曲线, 图 2—图 5 分别显示了算法 FFBS, TF, FL, DLS 应用系统观测方程 (10) 对系统仿真数据生成的观测数据进行粒

子滤波的仿真结果, 其中DLS代表本文提出的自调整平滑区间粒子滤波平滑算法.

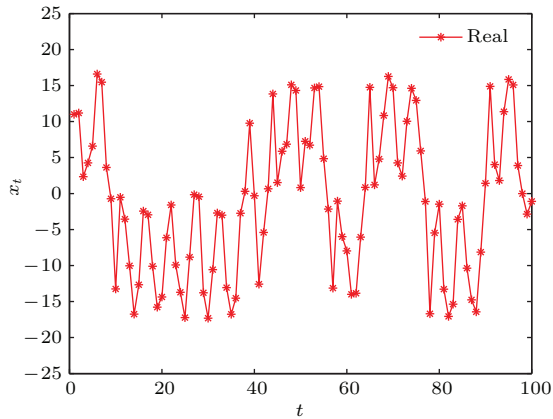


图1 方程(9)的100点实现

Fig. 1. 100 point realization for Eq. (9).

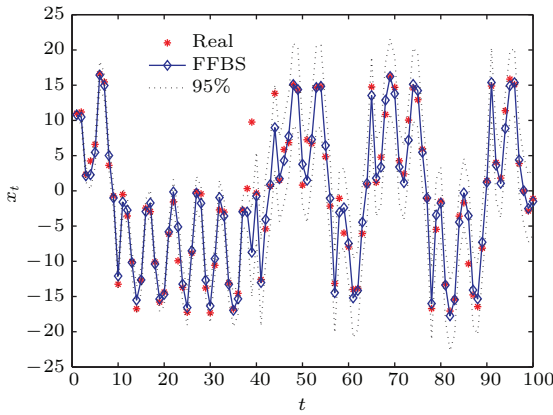


图2 (网刊彩色) FFBS 后验概率状态估计

Fig. 2. (color online) FFBS estimation of posterior mean.

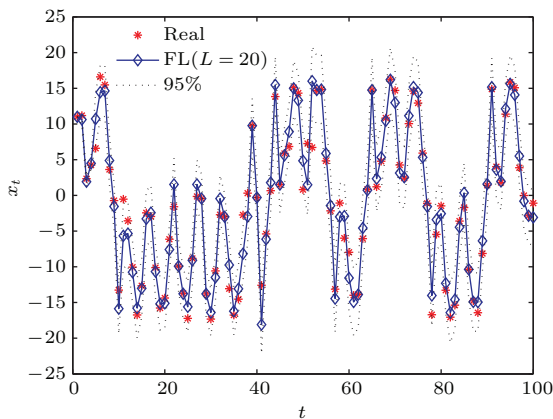


图3 (网刊彩色) FL 后验概率状态估计

Fig. 3. (color online) FL estimation of posterior mean.

图2—图5中真实的系统状态用(*)表示, 应用FFBS, FL, TF, DLS算法滤波得到的系统状态

估计用(\diamond)表示, 图中虚线区间表示95%的置信区间(为了表示方便, 采用2.5%到97.5%之间的区域作为95%的置信区间). 从图中可以观察到FFBS, FL, TF, DLS大约分别有97%, 99%, 98%, 99%的真实状态点落在置信区间. 在以上四种算法中, 虽然都有较高比率的真实状态点落在置信区间中, 但DLS算法较其余三种平滑算法的状态估计值与真实状态值的偏差较小, 且可以观察到FFBS算法的置信区间较大、DLS算法的置信区间最小, 说明DLS算法的方差最小, 算法最优越. 在多次仿真实验中均出现上述的实验仿真结果, 显然在这种非线性仿真模型中DLS算法优于其他三种粒子滤波平滑算法.

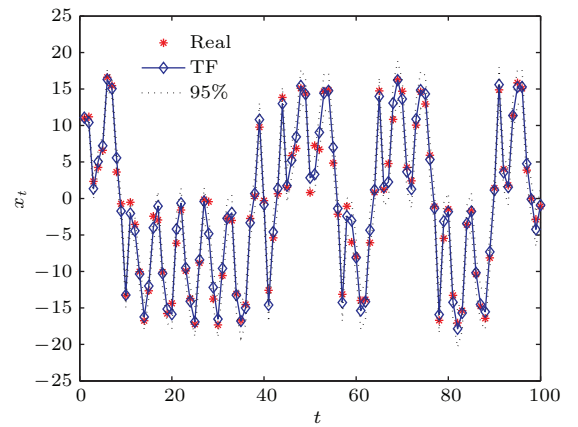


图4 (网刊彩色) TF 后验概率状态估计

Fig. 4. (color online) TF estimation of posterior mean.

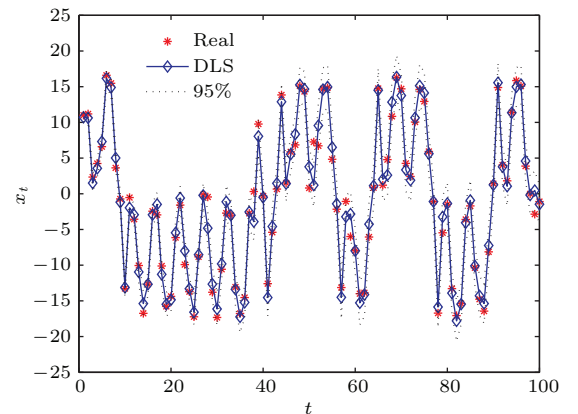


图5 (网刊彩色) DLS 后验概率状态估计

Fig. 5. (color online) DLS estimation of posterior mean.

为进一步说明DLS算法, 在相同仿真条件下, 分别使用FFBS, TF, FL算法进行了100次仿真, 求其RMSE的最大值、最小值、均值和RMSE方差,

图6显示了RMSE仿真结果, 相应的RMSE最大值、最小值、均值和RMSE方差显示在表1中.

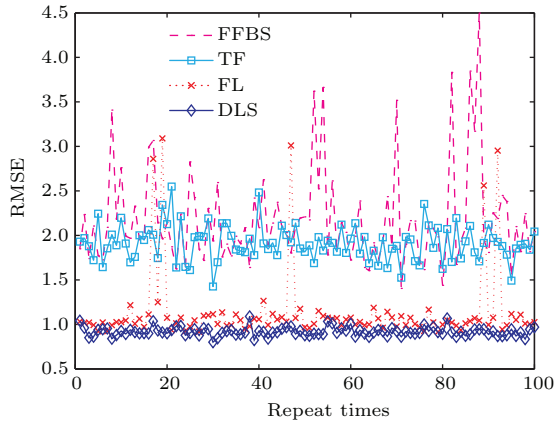


图6 (网刊彩色) FFBS, TF, FL, DLS 算法的 RMSE

Fig. 6. (color online) RMSE of FFBS, TF, FL, DLS.

表1 FFBS, TF, FL 与 DLS 算法 RMSE 最大值、最小值、均值及方差 ($u = 1, v = 1$)

Table 1. RMSE max, min, mean and variance of FFBS, TF, FL and DLS ($u = 1, v = 1$).

	FFBS	TF	FL($L = 20$)	DLS
Max	4.4979	2.5482	3.0893	1.0890
Mean	2.1780	1.9128	1.1307	0.9183
Min	1.4045	1.4254	0.9152	0.8006
方差	0.5525	0.1991	0.4127	0.0507

注: 表1中的数据越小表明算法越优越.

从图6可见, DLS算法的RMSE最大值、最小值、均值均小于FFBS, FL, TF算法, 所以在估计精度上明显优于其他三种算法. 由表1中数据可见, DLS算法的RMSE均值下降为FFBS, FL, TF算法的约18%—57%, RMSE方差也小于其余三种算法.

为了增强实验的充分性, 选取系统噪声服从正态分布 $u_{t-1} \sim N(0, 10)$, 观测噪声服从正态分布 $v_t \sim N(0, 10)$. 在相同仿真条件下仿真100次, 计算RMSE最大值、均值、最小值、方差, 图7显示了实验仿真结果, 相应的RMSE最大值、最小值、均值和RMSE方差显示在表2中.

从图7观察到当系统噪声和观测噪声增大时, 四种算法的RMSE最大值、最小值及均值均增大, 粒子滤波平滑算法的估计性能下降, 但DLS算法依然在估计精度上明显优于FFBS, FL, TF算法.

由表2中数据可见, DLS算法的RMSE均值下降为FFBS, FL, TF算法RMSE均值的约16%—44%, RMSE方差小于FL, TF算法的RMSE方差.

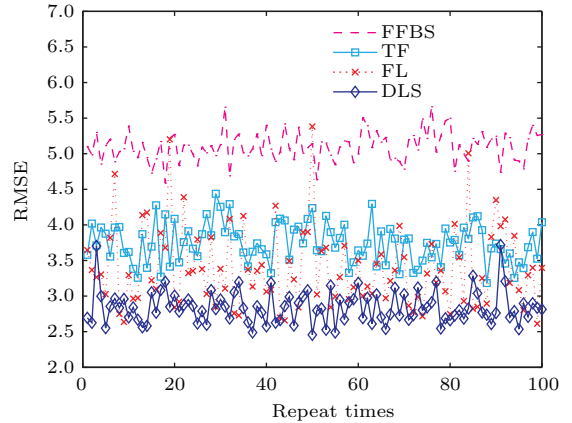


图7 (网刊彩色) FFBS, TF, FL, DLS 算法的 RMSE ($u = 10, v = 10$)

Fig. 7. (color online) RMSE of FFBS, TF, FL and DLS ($u = 10, v = 10$).

表2 FFBS, TF, FL 与 DLS 算法 RMSE 最大值、最小值、均值及方差 ($u = 10, v = 10$)

Table 2. RMSE max, min, mean and variance of FFBS, TF, FL and DLS ($u = 10, v = 10$).

	FFBS	TF	FL ($L = 20$)	DLS
Max	5.6594	4.4375	5.3818	3.7173
Mean	5.1000	3.7461	3.3885	2.8428
Min	4.5880	3.1839	2.6134	2.4561
方差	0.2104	0.2765	0.5560	0.2290

注: 表2中的数据越小表明算法越优越.

DLS算法在观测噪声增大时状态估计性能下降, 分析原因由DLS算法原理可知, 该算法的估计性能依赖于系统状态观测值的精度, 较大的观测噪声使系统状态观测值的精度下降, 从而导致该算法的滤波性能下降.

图8显示了上述四种算法计算用时比较. 仿真环境: Inter(R) Core™i5-3470@3.20 GHz, MatlabR2014b. 在相同的仿真环境下, 仿真100次显示, DLS算法用时小于FFBS, TF, 与FL算法用时相当. 且在FFBS, TF滤波算法中, 如果求 t 时刻的估计值, 那么必须执行算法从 T 到 t 计算 $T - t$ 次才能够得到. 而在DLS中估计 t 时刻状态时, 无需从 T 时刻进行遍历, 所以当用并行计算方法实现DLS时, 算法用时会进一步降低.

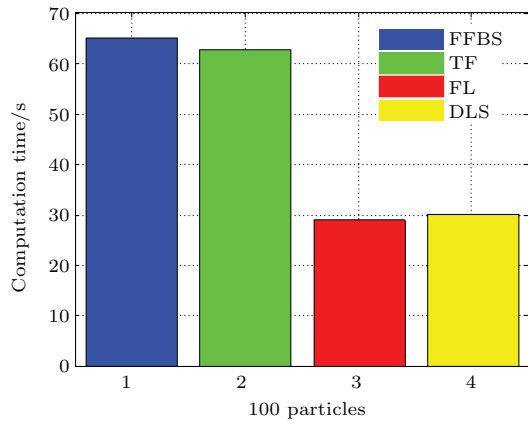


图8 (网刊彩色) FFBS, TF, FL, DLS 时间比较

Fig. 8. (color online) Performance comparison of FFBS, TF, FL, DLS filter computation time.

5 结 论

本文通过把系统状态信息和热槽组成一个抽象的整体, 将粒子滤波平滑过程类比为由观测信息和热槽进行交互的统计力学系统. 在粒子滤波/重采样的基础上, 提出了一种新的自调整平滑区间粒子滤波平滑算法. 该算法应用采样粒子的观测值与系统状态观测值之间的偏差, 动态计算滤波平滑区间的长度, 优化了粒子权值的重新赋值、提高了非线性系统的状态估计精度. 仿真结果表明, 与FFBS, TF smoothing, FL smoothing算法相比较, 本文提出的算法在计算精度上大大高于现有的粒子滤波平滑算法, 仿真结果验证了该算法的有效性.

参考文献

- [1] Cappé O, Godsill S J, Moulines E 2007 *P. IEEE* **95** 899
- [2] Liu X, Gao Q, Li X L 2014 *Chin. Phys. B* **23** 010202
- [3] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M 1993 *IEEE Proc. F* **140** 107
- [4] Zhu H, Zhang S N, Zhao H C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 058401 (in Chinese) [朱航, 张淑宁, 赵惠昌 2014 物理学报 **63** 058401]
- [5] Zhang S N, Zhao H C, Xiong G, Guo C Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 158401 (in Chinese) [张淑宁, 赵惠昌, 熊刚, 郭长勇 2014 物理学报 **63** 158401]
- [6] Gning A, Ristic B, Mihaylova L 2012 *IEEE T. Signal Proc.* **60** 2138
- [7] Kitagawa G 1996 *J. Comput. Graph. Statist.* **5** 415
- [8] Doucet A, Godsill S J, Andrieu C 2000 *Stat. Comput.* **10** 197
- [9] Briers M, Doucet A, Maskell S 2010 *Ann. I. Stat. Math.* **62** 61
- [10] Doucet A, Freitas N D, Gordon N 2001 *Sequential Monte Carlo Methods in Practice* (New York: Springer-Verlag) pp177–195
- [11] Liang J 2009 *Ph. D. Dissertation* (Harbin: Harbin Institute of Technology) (in Chinese) [梁军 2009 博士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工业大学)]
- [12] Mitter S K, Newton N J 2003 *SIAM J. Control Optim.* **42** 1813
- [13] Newton N J 2006 *SIAM J. Control Optim.* **45** 998
- [14] Newton N J 2007 *SIAM J. Control Optim.* **46** 1637
- [15] Zhang D Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3152 (in Chinese) [张佃中 2007 物理学报 **56** 3152]
- [16] Tomita Y, Omatu S, Sodea T 1980 *Inform. Sci.* **22** 201
- [17] Djuric P M, Kotecha J H, Zhang J Q, Huang Y F, Ghirmai T, Bugallo M F, Miguez J 2003 *IEEE Signal Proc. Mag.* **20** 19
- [18] Wang F S, Lu M Y, Zhao Q J, Yuan Z J 2014 *Chin. J. Comput.* **37** 16 (in Chinese) [王法胜, 鲁明羽, 赵清杰, 袁泽剑 2014 计算机学报 **37** 16]
- [19] Andrieu C, Doucet A, Holenstein R 2010 *J. R. Stat. Soc. B* **72** 269
- [20] Du Z C, Tang B, Li K 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 999 (in Chinese) [杜正聪, 唐斌, 李可 2006 物理学报 **55** 999]
- [21] Pitt M K, Shephard N 1999 *J. Am. Stat. Assoc.* **94** 590
- [22] Li T C, Bolic M, Djuric P M 2015 *IEEE Signal Proc. Mag.* **32** 70
- [23] Bérard J, Moral P D, Doucet A 2014 *Electron. J. Probab.* **19** 1
- [24] Hu X L, Schon T B, Ljung L 2011 *IEEE T. Signal Proc.* **59** 3424
- [25] Simth A F M, Gelfand A E 1992 *Am. Stat.* **46** 84
- [26] Kotecha J H, Djurić P A 2003 *IEEE T. Signal Proc.* **51** 2602
- [27] Doucet A, Johansen A M 2009 *Oxford Handbook of Non-linear Filter* (Cambridge: Cambridge University Press) pp32–34

Auto-adjust lag particle filter smoothing algorithm for non-linear state estimation*

Yang Wei-Ming¹⁾²⁾ Zhao Mei-Rong^{1)†}

1) (State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

2) (College of Electronic Information and Automation, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China)

(Received 10 October 2015; revised manuscript received 24 November 2015)

Abstract

A novel particle filter smoothing algorithm for non-linear state estimation is proposed. The key point of this algorithm is that the length of the interval of the particle filter smoothing can be dynamically computed by the difference between the particle and the signal observations, which effectively suppress the phenomenon of increasing error of the system state estimation caused by the particles' weight redistribution when using the fixed smoothing interval method. By considering the signal and the heat bath as an abstract universe based on the particle filter/resampling, a physical analogy is made between the particle filter and the abstract universe, which obeys the second law of thermodynamics. That is to say, when there is no new observation, no matter where the initial state is from, the entropy of the whole system will increase. However, with the coming of the observations this law can be violated. The particle filter behaves like a Maxwellian demon in this physical analogy, returning energy to the heat bath which thus causes entropy to decrease. This is possible due to the steady supply of new information. Then the length of the smoothing interval can be dynamically corrected based on the change of the entropy, so the weight assignments of the particles is optimized, and the performance of the particle filter can be improved. The estimation accuracy of the approach which is verified by simulations is better than the traditional smoothing methods with an affordable computation burden.

Keywords: non-linear state estimation, auto-adjust lag, particle filter smoothing

PACS: 05.45.Tp, 02.50.Fz, 02.60.Gf

DOI: 10.7498/aps.65.040502

* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61304246) and the Tianjin City High School Science & Technology Fund Planning Project, China (Grant No. 20130707).

† Corresponding author. E-mail: meirongzhao@tju.edu.cn