# 物理学报 Acta Physica Sinica



## 超声场下刚性界面附近溃灭空化气泡的速度分析

郭策 祝锡晶 王建青 叶林征

Velocity analysis for collapsing cavitation bubble near a rigid wall under an ultrasound field

Guo Ce Zhu Xi-Jing Wang Jian-Qing Ye Lin-Zheng

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 65, 044304 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.044304 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044304 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I4

## 您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

## 基于温度梯度分布的宽频带声聚焦效应

Broadband acoustic focusing effect based on temperature gradient distribution 物理学报.2016, 65(4): 044303 http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.044303

## 基于自适应加权约束最小二乘法的麦克风阵列稳健频率不变波束形成算法

Adaptive weighted constrained least squares algorithm based microphone array robustness beamforming algorithm 伽理总报 2015 64(17): 174202 http://dx/doi.org/10.7408/ppp.64.174202

物理学报.2015, 64(17): 174303 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.174303

## 强磁场对水中气泡运动的影响

Effect of magnetic field on single-bubble in water 物理学报.2015, 64(12): 124301 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124301

## 声单向操控研究进展

Recent advances in acoustic one-way manipulation 物理学报.2015, 64(9): 094305 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094305

脉冲微波辐射场空间分布的热声成像研究

Pulsed microwave energy spatial distribution imaging by means of thermoacoustic tomography 物理学报.2015, 64(1): 014301 http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.014301

## 超声场下刚性界面附近溃灭空化气泡的速度分析<sup>\*</sup>

郭策 祝锡晶 王建青 叶林征

(中北大学机械与动力工程学院,太原 030051)

(2015年9月11日收到; 2015年10月31日收到修改稿)

为了揭示刚性界面附近气泡空化参数与微射流的相互关系,从两气泡控制方程出发,利用镜像原理,建立 了考虑刚性壁面作用的空化泡动力学模型.数值对比了刚性界面与自由界面下气泡的运动特性,并分析了气 泡初始半径、气泡到固壁面的距离、声压幅值和超声频率对气泡溃灭的影响.在此基础上,建立了气泡溃灭速 度和微射流的相互关系.结果表明:刚性界面对气泡振动主要起到抑制作用;气泡溃灭的剧烈程度随气泡初 始半径和超声频率的增加而降低,随着气泡到固壁面距离的增加而增加;声压幅值存在最优值,固壁面附近的 气泡在该最优值下气泡溃灭最为剧烈;通过研究气泡溃灭速度和微射流的关系发现,调节气泡溃灭速度可以 达到间接控制微射流的目的.

关键词:超声场,空化泡,刚性界面,微射流 PACS: 43.35.+d, 47.55.dd, 47.55.dp

## 1引言

固壁面附近气泡的空化行为对于探讨超声 空化的工业应用具有重要的现实意义. 1966年, Benjamin和Ellis<sup>[1]</sup>首次试验发现,当固壁面附近 气泡上下壁面受力不均匀时可能导致一束高速 微射流穿过气泡撞击在固壁面上. Brujan和Matsumoto<sup>[2]</sup>利用高速摄影技术对水中固壁面气泡释 放的微射流进行了试验测量,结果表明:频率为 3.24 MHz的超声波可使最大半径为150 μm的气 泡产生80—130 m/s的微射流. Brujan等<sup>[3]</sup>通过 捕捉固壁面附近半径为68 μm的气泡发现,其产生 的微射流冲击强度可达(1.3±0.3) GPa. 然而,并 不是固壁面附近所有的气泡都能产生高速的微射 流, Vignoli等<sup>[4]</sup>通过研究发现只有当气泡溃灭速 度高于甚至远远高于声波在液体中的传播速度时, 高速的微射流才会出现.

超声场下空化泡的微射流效应在超声医学、超 声化学、超声清洗等<sup>[5,6]</sup>领域应用广泛.近年来,固 壁面附近空化、空蚀的研究在超声振动加工界也备

#### **DOI:** 10.7498/aps.65.044304

受重视<sup>[7,8]</sup>. 超声空化产生的振荡及溃灭气泡不但 可以对加工环境进行清洗, 固壁面附近空化泡溃灭 释放的高速微射流更会对壁面材料造成塑性变形, 甚至脆性断裂. 然而, 由于固壁面附近溃灭气泡与 微射流的关系复杂, 至今仍有许多规律没有揭示.

空化泡的振动及溃灭机理取决于气泡的运动 方程.国内外不少学者对超声场下的气泡运动方 程进行了研究,较为著名的如Rayleigh-Plesset方 程<sup>[9]</sup>,Gilmore方程<sup>[10]</sup>,Keller-Miksis方程<sup>[11]</sup>等. 这些模型虽可对空化泡的动力学规律进行合理 探讨,然而普遍没有考虑固壁面作用.忽略固壁面 作用在分析自由流场内气泡运动时,固然可以起到 简化计算的作用,但由于实际液体中总是存在颗粒 杂质以及不同类型的壁面,故空化的理论模型与气 泡的实际运动差异较大.2009年,Doinikov等<sup>[12]</sup> 在研究包膜微气泡在血管中的运动时,推导出了考 虑气泡壁厚的固壁面附近气泡模型,得到了超声造 影剂方面的广泛应用<sup>[13,14]</sup>.王成会<sup>[15]</sup>通过研究超 声场下固壁面附近气泡的共振频率及振动位移发 现,固壁面能够降低气泡的共振频率并增加气泡的

\* 国家自然科学基金(批准号: 50975265, 51275490)和山西省自然科学基金(批准号: 2013011024-5)资助的课题.

© 2016 中国物理学会 Chinese Physical Society

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: guoce1027@163.com

运动阻尼.

为了深入理解固壁面附近空化泡的运动及溃 灭特性,从理论上探讨微射流的预测与控制策略, 本文从超声场下气泡的控制方程入手,通过考虑固 壁面作用,建立固壁面附近气泡的运动方程,并对 气泡溃灭的影响因素及其与微射流的相互关系进 行了详细分析.

2 理论模型

## 2.1 超声场下刚性界面附近气泡的动力学 模型

超声场传播过程中遇到刚性界面如平面、圆柱 面或球面时,都会导致超声波发生偏折. 假设超声 波在刚性界面上只发生全发射,讨论无限远刚性界 面附近气泡的振动情况. 为了便于揭示刚性界面对 气泡运动的影响,首先引入超声场下自由界面两气 泡的运动模型,该模型有如下假设: 1) 气泡在膨胀 及收缩过程中保持球型; 2) 考虑气泡的径向运动, 忽略气泡的平移运动; 3) 考虑液体的黏性、表面张 力、蒸汽压和液体的轻微可压缩性; 4) 考虑相邻气 泡之间的相互作用; 5) 不考虑液体的热交换、水蒸 气的相变、气体质量交换以及泡内的化学反应. 那 么根据 Doinikov 方程的理论推导方法得到两气泡 的动力学模型如下<sup>[16,17]</sup>:

$$R_{i}\ddot{R}_{i} + \frac{3}{2}\dot{R}_{i}^{2} + \frac{1}{D}\frac{\mathrm{d}(R_{j}^{2}R_{j})}{\mathrm{d}t}$$
  
=  $\frac{1}{\rho}\left(p_{ig} + p_{v} - \frac{2\sigma}{R_{i}} - 4\eta\frac{\dot{R}_{i}}{R_{i}} - p_{0} - p_{A}\right)$   
+  $\frac{R_{i}}{\rho c}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p_{ig} - p_{A}),$  (1)

式中,下标i和j分别代表两个不同的气泡,  $R_i$ 为 任意时刻气泡i的半径,  $\dot{R}_i$ 为气泡i半径的变化率,  $\ddot{R}_i$ 为气泡脉冲的速度变化率, D为两气泡之间的距 离,  $p_{ig}$ 为气泡i的泡内气体压力,  $p_v$  为泡内饱和蒸 汽压,  $\rho$ 为液体密度,  $\sigma$ 为液体表面张力系数,  $\mu$ 为液 体黏滞系数,  $p_0$ 为液体静压力;  $p_A = -p_a \sin 2\pi ft$ 为外界超声场,其中,  $p_a$ 为声压幅值, f为超声频率.

由于本文重点关注的是气泡运动的破裂阶段, 考虑到气泡不可能被无限压缩,故将泡内气体变化 近似为绝热过程,并引入范德瓦耳斯气体来描述固 壁面附近气泡*i*的泡内气体压力*p*<sub>ig</sub>如下<sup>[18,19]</sup>:

$$p_{ig} = \left(p_0 + \frac{2\sigma}{R_{i0}} - p_v\right) \left(\frac{R_{i0}^3 - h_i^3}{R_i^3 - h_i^3}\right)^{\gamma}, \quad (2)$$

式中,  $R_{i0}$ 为气泡*i*的初始半径,  $h_i$ 为气泡*i*的范德 瓦耳斯半径(对于空气,  $R_{i0}/h_i = 8.54$ ),  $\lambda$  为多方 指数.

那么,对于刚性界面附近的一个球形气泡,除 了在入射超声波的作用下做径向运动外,还会受到 入射超声波在刚性界面反射波的作用.根据镜像原 理,气泡受到刚性界面反射波的作用可以看作是虚 拟镜像气泡受到的入射波作用.所以,刚性界面附 近气泡的运动可看作是气泡与其镜像气泡组成的 两气泡系统的特殊情况.

建立刚性界面附近气泡的坐标系统,如图1所示.图中,O<sub>1</sub>,O<sub>2</sub>分别为气泡与其镜像气泡的球心坐标,*l*为气泡球心到刚性界面之间的距离.忽略 声波的初始相位作用,根据以上分析可知,D = 2*l*,将其代入(1)式就得到超声场下刚性界面附近气泡 的动力学模型如下:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^{2} + \frac{1}{2l}\frac{\mathrm{d}(R^{2}R)}{\mathrm{d}t}$$

$$= \frac{1}{\rho} \left( p_{\mathrm{g}} + p_{\mathrm{v}} - \frac{2\sigma}{R} - 4\eta\frac{\dot{R}}{R} - p_{0} + p_{\mathrm{a}}\sin 2\pi ft \right)$$

$$+ \frac{R}{\rho c}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p_{\mathrm{g}} + p_{\mathrm{a}}\sin 2\pi ft). \tag{3}$$

与原 Doinikov 模型相比, (3) 式修正了泡内气体压 力项 pg, 考虑了气泡振动在液体中的弱可压缩性, 见(3) 式右边第二项, 特别是还考虑了刚性界面对 气泡运动的作用, 可以满足对刚性界面附近气泡动 力学特性的研究.



图1 刚性界面附近气泡的坐标系统



#### 2.2 数值模拟与初始条件

采用四阶龙格库塔算法对 (2) 和 (3) 式进行联 立求解. 初始条件: t = 0 时,  $R = R_0$ , dR/dt = 0. 假定液体介质为20°C的水溶液, 其物理参数取 为:  $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\sigma = 7.2 \times 10^{-2} \text{ N/m}$ ,  $p_v = 2.33 \times 10^3 \text{ Pa}$ ,  $c = 1.5 \times 10^3 \text{ m/s}$ ,  $\mu = 1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa}$ ·s,  $\gamma = 4/3$ .

3 结果与讨论

## 3.1 超声场下自由界面与刚性界面附近 气泡运动的对比

图 2 为超声场下自由界面与刚性界面附近气 泡的运动特性,其中超声波频率为20 kHz,声压幅 值为0.2 MPa,气泡初始半径为10 μm,气泡到刚性 界面无量纲距离(*l*/*R*<sub>0</sub>)为1.图2中刚性界面下气 泡运动方程由求解(3)式得到,自由界面下气泡运 动方程为(3)式中不考虑固壁面作用,即忽略(3)式 中左边第三项得到.图2(a)给出了气泡半径随时 间的变化.从图2(a)可以看出,虽然气泡在一个声 周期的作用下历经生长、膨胀、压缩、溃灭及反弹的 动力学过程,但两种情况下气泡的振动存在明显的 不同.刚性界面下气泡的振动幅值明显低于自由界 面下气泡的振动幅值,刚性界面的气泡溃灭时间也 要比自由界面下气泡溃灭时间长.这说明刚性界面 的存在导致气泡膨胀及压缩变得更为缓慢,也即刚 性界面对于气泡的振动主要起抑制作用.

图2(b)给出了气泡速度随半径的变化,实质 上反映的是气泡运动在相平面上的轨迹. 由图 2 (a) 可知,超声场下气泡运动表现为具有周期性的非线 性振动,因此具有极限环的特征<sup>[20]</sup>,会在相平面上 形成近似封闭的曲线.从图2(b)可以看出,气泡速 度在远离气泡最小半径时其值较小,而在气泡最小 半径附近达到最大. 这主要是因为在气泡的压缩阶 段,超声波的正压相使得气泡的半径逐渐减小,进 而泡内压力逐渐上升,故气泡速度也相应地增加; 当气泡被压缩到最小半径时,泡内压力达到最高, 此时气泡剧烈溃灭,同时气泡速度也相应地达到最 大;由于气泡溃灭时会向周围液体介质释放泡内压 力,所以溃灭气泡的泡内压力急剧降低,气泡速度 迅速降为最小;此外,当气泡由于惯性压缩到范德 瓦耳斯半径时, 气泡崩溃将突然停止, 气泡运动开 始进入反弹阶段并重复上述过程[21];但由于反弹 阶段剩余超声能量较少,故在液体黏滞力等阻尼作 用下气泡速度相对较低,形成的极限环也相对较 小. 从图2(b)还可以看出,对于自由界面的气泡, 气泡最小可以压缩到初始半径的0.1408、此时气泡

壁面的最大速度为5422 m/s; 而对于刚性界面下 的气泡, 气泡最小只可以压缩到初始半径的0.1453, 此时气泡壁面速度为2661 m/s. 那么与自由界面 相比, 刚性界面下的气泡压缩率更低, 气泡壁面的 溃灭速度更小. 这说明考虑刚性界面作用会降低气 泡破裂的剧烈程度, 这与图2(a)中气泡半径变化 得到的结论类似.



图 2 (网刊彩色) 超声场下自由界面与刚性界面附近气泡 的运动特性 (a) 气泡半径随时间的变化; (b) 气泡速度随 半径的变化

Fig. 2. (color online) Motion characteristics of a bubble near a rigid boundary and a free boundary under ultrasound field: (a) Bubble radius versus time;(b) bubble velocity versus time.

## 3.2 环境参数对溃灭气泡速度的影响

固壁面附近气泡的坍塌及破裂与超声空化微射流、冲击波等效应关系密切.为进一步研究刚性界面附近气泡溃灭的剧烈程度,下面对影响气泡溃灭的主要参数进行分析.考虑到声空化的理论及试验过程中气泡溃灭更多关心的是气泡溃灭速度的大小<sup>[22]</sup>,那么选择气泡在一个声周期下泡壁速度绝对值的最大值来记录气泡溃灭速度(v<sub>collapse</sub>).

#### 3.2.1 气泡初始半径的影响

假定超声频率为20 kHz, 声压幅值为0.2 MPa, 每个气泡到刚性界面的无量纲距离为1, 气泡初始

半径取为10 μm到100 μm之间<sup>[3,23]</sup>,该范围是固 壁面空化试验的常用数值,计算结果如图3所示. 从图3可知,气泡初始半径较小时,气泡溃灭速度 较高,随着气泡初始半径的增加,气泡的溃灭速度 急剧降低,说明气泡破裂的剧烈程度随气泡初始半 径的增加而降低.这主要因为本文讨论的气泡初始 半径要小于气泡的共振半径(根据 Minneart 理论, 频率为20 kHz 的超声波其共振半径为几百微米左 右<sup>[24]</sup>),所以对于初始半径较大的气泡逐胀幅值降 低,溃灭时间延长,最终导致气泡溃灭速度也随着 降低. 从图3还可以看出,对于相同的气泡初始半 径,刚性界面作用下的气泡溃灭速度都要比自由界 面作用下的低,这说明刚性界面对不同初始半径的 气泡溃灭都会起到抑制作用.



图 3 (网刊彩色) 气泡溃灭速度随气泡初始半径的变化 Fig. 3. (color online) Collapse velocity of a bubble versus initial bubble radius.

## 3.2.2 气泡到固壁面距离的影响

图4给出了气泡溃灭速度随气泡到固壁面距 离的变化,其中超声频率为20 kHz,声压幅值为 0.2 MPa,气泡初始半径为20 μm.从图4可以看 出,自由界面下的气泡溃灭速度显然不受气泡到固 壁面距离的影响,可达5569 m/s.而对于刚性界面 附近的气泡,当气泡到固壁面无量纲距离较小时, 如*l*/*R*<sub>0</sub> = 1,即气泡刚好紧贴固壁面,此时气泡溃 灭速度为2756 m/s.随着气泡到固壁面无量纲距 离的增加,气泡溃灭速度逐渐增加,而且气泡到固 壁面无量纲距离越大,气泡溃灭速度的增加越向平 缓.当*l*/*R*<sub>0</sub> = 51时,气泡溃灭速度为5422 m/s,已 经非常接近自由界面下气泡的溃灭速度5569 m/s. 这说明气泡到固壁面距离越远,固壁面对气泡的影 响越小,当气泡远离固壁面达到一定距离时,固壁 面对气泡的作用几乎可以忽略不计,此时固壁面附 近气泡的运动可近似为自由界面下气泡的运动.



图 4 气泡溃灭速度随气泡到固壁面距离的变化 Fig. 4. Collapse velocity of a bubble versus the spacing between the center of the bubble and the wall.

## 3.2.3 声压幅值的影响

图 5 为气泡溃灭速度随声压幅值的变化, 其中 超声频率为 20 kHz, 气泡初始半径为 20  $\mu$ m, 气泡 到固壁面无量纲距离为 1. 从图 5 可知, 声压幅值对 于气泡溃灭速度的影响明显. 当声压幅值较低时, 如  $p_a \leq 1p_0$ 时, 无论是刚性界面还是自由界面, 气 泡溃灭速度几乎为零. 这主要是因为此时声压幅值 较低, 尚无法克服液体静压力, 即液体还没有发生 空化所致. 随着声压幅值的增加, 刚性界面与自由 界面下气泡溃灭表现出明显的不同. 对于自由界面 附近的气泡, 随着声压幅值的增加, 如  $p_a > 1p_0$ , 气 泡溃灭速度近似线性增加, 这说明对于自由界面下 的气泡, 增加声压幅值可以明显提升空化的剧烈程 度. 而对于刚性界面附近的气泡, 尽管气泡溃灭速 度要比自由界面的低, 但是当  $p_a > 1p_0$  时, 随着声



图 5 (网刊彩色) 气泡溃灭速度随声压幅值的变化 Fig. 5. (color online) Collapse velocity of a bubble versus acoustic pressure.

压幅值的增加, 气泡溃灭速度表现为先增加后减小的变化趋势, 并且当声压幅值近似为3.5p0时, 气泡溃灭速度达到最大, 此时空化效果最为剧烈. 这说明对于刚性界面附近的气泡, 声压幅值存在最优值, 在该最优值下气泡空化的剧烈程度可以达到最大.

#### 3.2.4 超声频率的影响

图6给出了气泡溃灭速度随超声频率的变化, 选择声压幅值为0.2 MPa, 气泡初始半径为20 µm, 气泡到固壁面无量纲距离为1. 从图6可知, 当超声 频率较低时, 气泡溃灭速度较高, 随着超声频率的 增加, 气泡溃灭速度逐渐降低, 说明气泡破裂的剧 烈程度随超声频率的增加而降低. 这主要是因为 随着超声频率的增加, 气泡膨胀及压缩周期相对缩 短, 气泡可能来不及增长到可产生声空化效应的空 化泡,或者形成的空化泡可能来不及足够压缩,从 而导致气泡溃灭速度逐渐降低. 特别是对于更高频 率的超声,由于气泡没有足够多的时间去存储超声 能量就开始发生溃灭,因此随着超声频率的增加, 气泡溃灭速度会继续降低,并且最后缓慢地趋向于 稳定. 从图6还可以看出, 相同超声频率下, 刚性 界面作用下的气泡溃灭速度都要比自由界面作用 下的低. 当超声频率从18 kHz 变为30 kHz 时, 气 泡溃灭速度在刚性界面、自由界面作用下分别降低 48.84%, 53.94%, 这说明随着超声频率的增加, 自 由界面要比刚性界面下气泡溃灭速度降低得更快.



图 6 气泡溃灭速度随超声频率的变化

Fig. 6. Collapse velocity of a bubble versus ultrasonic frequency.

## 3.3 气泡溃灭速度与微射流的关系

研究表明, 微射流的形成是由于固壁面附近气 泡壁面变化不均匀所致.由于本文气泡模型假设为 球形运动,我们重点讨论气泡压缩到最小值时的溃 灭速度与微射流的相互关系,而忽略气泡壁面的非 球形变化.为此,引入简化的气泡溃灭速度方程如 下<sup>[25]</sup>:

$$v_{\text{collapse}} \approx \frac{2}{3} \frac{p_{\infty} - p_{\nu}}{\rho} \left(\frac{R_{\text{max}}^3}{R_0^3} - 1\right), \qquad (4)$$

式中,  $p_{\infty}$ 为气泡周围无穷远处的液体压力,  $R_{\max}$ 为气泡最大半径.

Blake和Gibson<sup>[26]</sup>试验表明微射流的形成与 气泡半径及气泡到固壁面的距离密切相关. Ohl 等<sup>[27]</sup>和Tzanakis等<sup>[28]</sup>利用高速摄影技术记录了 固壁面附近气泡壁面的变化与微射流的关系,结论 表明,固壁面附近气泡的微射流可以近似解释为气 泡壁面膨胀的最大值与气泡溃灭时间的比值,表示 如下:

$$v_{\rm microjet} \approx \frac{2R_{\rm max}}{t_{\rm collapse}},$$
 (5)

式中, *t*<sub>collapse</sub>为气泡的溃灭时间. 而根据 Rayleigh<sup>[29]</sup>理论, 气泡溃灭时间可表示为

$$t_{\rm collapse} \approx 0.915 R_0 \sqrt{\frac{\rho}{p_{\infty} - p_{\rm v}}}.$$
 (6)

联立求解(4)—(6)式,可以得到气泡溃灭速度与微 射流的近似关系如下:

$$v_{\rm microjet} = 2.677 \sqrt{\frac{v_{\rm collapse} R_{\rm max}^2 R_0}{R_{\rm max}^3 - R_0^3}}.$$
 (7)

选择气泡初始半径为20 µm, 气泡到固壁面无量纲 距离为1, 联立求解(2), (3), (5)和(7)式, 得到微射 流与气泡溃灭速度在超声参数驱动下的变化, 如 图7和图8所示.



图 7 声压幅值下气泡溃灭速度与微射流的关系 Fig. 7. The relationship between the collapse velocity of a bubble and micro-jet under acoustic pressure.



图 8 超声频率下气泡溃灭速度与微射流的关系 Fig. 8. The relationship between the collapse velocity of a bubble and micro-jet under ultrasonic frequency.

图7为声压幅值下气泡溃灭速度与微射流的 关系,其中超声频率为20 kHz. 从图7可以看出, 在气泡溃灭速度随着声压幅值变化的同时,微射流 速度也表现出相应的变化趋势. 由图5分析可知, 当声压幅值为3.5p0时, 气泡溃灭速度达到最大值 (5488 m/s), 此时的声压幅值为最优值. 而从图 7 中 可知,当声压幅值为3.1p0时,微射流速度也达到最 大值(67.9 m/s),此时对应的声压幅值即为微射流 的最优值,只不过微射流速度所对应的声压幅值 的最优值要比气泡溃灭速度的低. 另外, 图7中的 点划线代表的是气泡溃灭速度为1500 m/s的位置, 所对应的声压幅值约为1.6 $p_0$ . 那么, 当 $p_a \leq 1.6p_0$ 时, 气泡溃灭速度小于超声波在水中的传播速度 (1500 m/s), 理论上固壁面附近不会有空化微射流 出现,这说明通过分析气泡溃灭速度不但可以找到 微射流的最优值,也可以判别微射流的变化范围. 综合以上分析可知, 微射流的速度取决于气泡溃 灭速度, 且随气泡溃灭速度的变化而相应变化, 通 过控制气泡溃灭速度可以达到间接控制微射流的 目的. 同理, 图 8 也给出了超声频率下气泡溃灭速 度与微射流的相互关系. 可以看出, 微射流速度的 变化在超声频率下也表现出与气泡溃灭速度相对 应的性质. 另外, 由(7)式可知, 微射流的速度还会 直接受到气泡半径参数如 *R*<sub>0</sub> 和 *R*<sub>max</sub> 的影响, 所以 图 8 中微射流的速度偶然也会表现出与气泡溃灭 速度不同的变化, 如超声频率为28 kHz 左右时, 微 射流的曲线出现了拐点.

目前,不少学者在实验条件下利用高速摄影技 术对超声场下固壁面附近的空化微射流进行了动 态观测,然而由于气泡在不同靶材壁面附近崩溃的 不稳定以及测量仪器精度和人为误差等因素,微射 流速度的定量测量一直没有取得固定的结论.为 了验证理论模型的合理性,将所建刚性界面附近气 泡模型及微射流模型分别置于不同的声空化试验 条件下进行模型验证,计算得到的结果如表1所列. 表1中序号1-3为微射流试验测试结果,序号4为 微射流数值模拟测试结果. 从表1可以看出, 当超 声频率较高或声压幅值较大的情况下,模型值和文 献值差别相对较大,见序号1和3. 这主要是因为超 声频率较高或声压幅值较大时, 气泡会振荡多个声 周期才崩溃,而这会给气泡膨胀幅值及气泡溃灭速 度等参数的合理选择带来不便,进而增加了微射流 数值计算的不稳定性. 但总体而言, 本文所建声空 化微射流模型的计算值与文献值相差不大,基本属 同一数量级,这说明在声空化微射流的理论预测上 本模型具有一定的合理性.

表 1 微射流速度的文献值和模型值对比 Table 1. Data comparison between literature and model of micro-jet velocity.

序号	$f/\mathrm{kHz}$	$p_{\rm a}/{ m MPa}$	$R_0/\mu{ m m}$	$l/\mu m$	微射流速度值 $/m \cdot s^{-1}$	
					文献值	模型值
1	1080	2.0	20	150	80—130 <sup>[2]</sup>	19.98
2	10	0.12	100	110	25—30 <sup>[4]</sup>	24.57
3	20	4.63	30	200	15—20 <sup>[28]</sup>	123
4	20	1.13	100	150	33.8 <sup>[23]</sup>	49.43

## 4 结 论

本文利用镜像原理建立了刚性界面附近气泡的动力学模型,并对气泡的运动及溃灭特性进行了

分析.结果表明:与自由界面下气泡的运动相比, 刚性界面下的气泡振动幅值会降低,溃灭时间会延 长,即刚性界面会降低气泡空化的强度;气泡破裂 的剧烈程度会随气泡初始半径的增加而降低,随气 泡到固壁面无量纲距离的增加而增加,并且当气泡 远离固壁面达到一定值时,固壁面附近气泡的运动 可近似为自由界面下气泡的运动;当声压幅值小于 1p<sub>0</sub>时,液体不发生空化,当声压幅值大于1p<sub>0</sub>时, 自由界面下的气泡溃灭速度近似线性增加,而刚性 界面下的气泡溃灭速度先增加后减小,并在声压幅 值为3.5p<sub>0</sub>时达到最大,此时气泡破裂最为剧烈;气 泡破裂的剧烈程度随超声频率的增加而降低,且随 着超声频率的增加,自由界面要比刚性界面下气泡 溃灭速度降低得更快;通过建立气泡溃灭速度和微 射流的相互关系发现,控制气泡溃灭速度可以达到 间接判断和控制微射流的目的.本文得出的微射流 速度约为几十微米,与Brujan等<sup>[3]</sup>学者实验检测 的声空化微射流速度基本处于同一量级,可以认为 模型在理论上具有一定参考价值.

#### 参考文献

- Benjamin T B, Ellis A T 1966 Phil. Trans. R. Soc. Lond. A 260 221
- [2] Brujan E A, Matsumoto Y 2012 Microfluid Nanofluid 13 957
- [3] Brujan E A, Ikeda T, Matsumoto Y 2008 Exp. Thermal Fluid Sci. 32 1188
- [4] Vignoli L L, Barros A L, Thomé R C, et al. 2013 Eur. J. Phys. 34 679
- [5] Merouani S, Hamdaoui O, Rezgui Y, et al. 2014 Ultrasonic 54 227
- [6] Wang Y C, Yao M C 2013 Ultrason. Sonochem. 20 565
- [7] Zarepour H, Yeo S H 2012 Int. J. Mach. Tools Manufact.62 13
- [8] Tsuboi R, Kakinuma Y, Aoyama T, et al. 2012 Procedia CIRP 1 342
- [9] Grossmann S, Hilgenfeldt S, Lohse D 1997 J. Acoust. Soc. Am. 102 1223

- [10] Behnia S, Sojahrood A J, Soltanpoor W, et al. 2009 Ultrason. Sonochem. 16 502
- [11] Mahdi M, Ebrahimi R, Sham M 2011 Phys. Lett. A 375 2348
- [12] Doinikov A A, Zhao S K, Dayton P A 2009 Ultrasonics49 195
- [13] Mettin R, Doinikov A A 2009 Appl. Acoust. 70 1330
- [14] Wang L, Tu J, Guo X S, et al. 2014 Chin. Phys. B 23 124302
- [15] Wang C H 2010 Ph. D. Dissertation (Xi'an: Shaanxi Normal University) (in Chinese) [王成会 2010 博士学位 论文 (西安: 陕西师范大学)]
- [16] Doinikov A A 2001 Phys. Rev. E 64 026301
- [17] Wang C H, Cheng J C 2013 Sci. China: Phys. Mech. Astron. 56 1246
- [18] Ida M 2009 Phys. Rev. E 79 016307
- [19] Li F C, Cai J, Huai X L, Liu B 2013 J. Thermal Sci. 22 242
- [20] Shen Z Z, Lin S Y 2011 Acta Phys. Sin 60 104302 (in Chinese) [沈壮志, 林书玉 2011 物理学报 60 104302]
- [21] Qian M L, Cheng Q, Ge C Y 2002 Acta Acustica 27 289
   (in Chinese) [钱梦鵦, 程茜, 葛曹燕 2002 声学学报 27 289]
- [22] Hegedűs F, Klapcsik K 2015 Ultrason. Sonochem. 27 153
- [23] Chen H S, Li J, Chen D, Wang J D 2008 Wear 265 692
- [24] Chen X G, Yan J C, Gao F, et al. 2013 Ultrason. Sonochem. 20 144
- [25] Wang X F 2009 Cavitating and Supercavitating Flows Theory and Applications (Beijing: National Defence Industry Press) p29 (in Chinese) [王献孚 2009 空化泡和 超空化泡流动理论及应用 (北京: 国防工业出版社) 第 29 页]
- [26] Blake J R, Gibson D C 1987 Ann. Rev. Fluid Mech. 19 99
- [27] Ohl C, Arora M, Ikink R, et al. 2006 Biophys. J. 91 4285
- [28] Tzanakis I, Hadfield M, Henshaw I 2011 Exp. Thermal Fluid Sci. 35 1544
- [29] Rayleigh L 1917 Phil. Mag. 34 94

## Velocity analysis for collapsing cavitation bubble near a rigid wall under an ultrasound field<sup>\*</sup>

Guo Ce<sup>†</sup> Zhu Xi-Jing Wang Jian-Qing Ye Lin-Zheng

(School of Mechanics and Power Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China) (Received 11 September 2015; revised manuscript received 31 October 2015)

#### Abstract

Acoustic cavitation bubble and its production extreme physics such as shockwaves and micro-jets on a solid wall have attracted great interest in the application of ultrasound (e.g., ultrasonic medical, ultrasonic cleaning, and ultrasonic machining). However, the prediction and control of micro-jets induced by ultrasonic field have been a very challenging work, due to the complicated mechanisms of collapsing of cavitation bubbles. In order to determine the interaction of micro-jet with the key parameters that influence the acoustic cavitation, the dynamics of bubble growth and collapse near a rigid boundary in water is investigated. Using the method of mirror image, a revised bubble dynamics equation in radial oscillation for a bubble near a plane rigid wall is derived from the double-bubble equation (the Doinikov equation). In the present equation, the gas inside the bubble is assumed to be the van der Waals gas, and the weak compressibility of the liquid is also assumed. The revised equation is then employed to simulate numerically the dynamical behaviors of a bubble, using the fourth-order Runge-Kutta method with variable step size adaptive control. Numerical simulations of the motion characteristics and collapse velocities of a bubble near a rigid boundary or a free boundary have been performed, under various conditions of initial bubble radius, spacing between the center of the bubble and the wall, acoustic pressure and ultrasonic frequency, in order to explain the effects of these key parameters on the acoustic cavitation intensity. It is shown that, compared with free boundary, the effect of rigid boundary on the bubble plays a significant role in suppressing the bubble oscillation. The intensity of bubble collapsing is reduced as the increase of the initial bubble radius and ultrasonic frequency, and increased by enlarging the spacing between the center of the bubble and the wall. There exists an optimal acoustic pressure (almost 3.5 times bigger than the ambient pressure), at which the collapse of a bubble near a rigid wall can be the most violent. Furthermore, the relationship between the collapse velocity of a bubble near a rigid boundary and its micro-jet is described. Results demonstrate that the velocity of micro-jet is dependent on that of bubble collapse, and it can be controlled by adjusting the velocity of bubble collapse indirectly. Calculation results of the micro-jet in this paper are compared with some numerical and experimental results given in the literature and good apparent trends between them are obtained. These results will give important implications for further understanding the dynamics of cavitation bubble on a solid wall induced by the ultrasonic field and its different requirements in engineering applications.

Keywords: ultrasound field, cavitation bubble, rigid wall, micro-jet

**PACS:** 43.35.+d, 47.55.dd, 47.55.dp

**DOI:** 10.7498/aps.65.044304

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50975265, 51275490) and the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China (Grant No. 2013011024-5).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: guoce1027@163.com