

基于分数阶微分流变模型的非晶合金黏弹性行为及流变本构参数研究

许福 李科锋 邓旭辉 张平 龙志林

Research on viscoelastic behavior and rheological constitutive parameters of metallic glasses based on fractional-differential rheological model

Xu Fu Li Ke-Feng Deng Xu-Hui Zhang Ping Long Zhi-Lin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 046101 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.046101

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.046101>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于分数阶流变模型的铁基块体非晶合金黏弹性行为研究

Investigation on the viscoelastic behavior of an Fe-base bulk amorphous alloys based on the fractional order rheological model

物理学报.2015, 64(13): 136101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.136101>

铜-钼源漏电极对非晶氧化铟镓锌 $\square/\wedge/\square$ 器件性能的提升

Improved performance of the amorphous indium-gallium-zinc oxide thin film transistor with Cu-Mo source/drain electrode

物理学报.2015, 64(12): 126103 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.126103>

El-Nabulsi 动力学模型下非 Chetaev 型非完整系统的精确不变量与绝热不变量

Exact invariants and adiabatic invariants for nonholonomic systems in non-Chetaev's type based on El-Nabulsi dynamical models

物理学报.2015, 64(3): 034502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034502>

微晶硅锗太阳能电池本征层纵向结构的优化

Optimization of the longitudinal structure of intrinsic layer in microcrystalline silicon germanium solar cell

物理学报.2013, 62(3): 036102 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.036102>

1 at% Ag 替代 $\text{Zr}_{57}\text{Cu}_{20}\text{Al}_{10}\text{Ni}_8\text{Ti}_5$ 金属玻璃中各组元对玻璃形成能力及热稳定性的作用分析

On glass forming ability and thermal stability of $\text{Zr}_{57}\text{Cu}_{20}\text{Al}_{10}\text{Ni}_8\text{Ti}_5$ bulk metallic glass by substituting each component with 1 at% Ag

物理学报.2013, 62(1): 016101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.016101>

基于分数阶微分流变模型的非晶合金黏弹性行为及流变本构参数研究^{*}

许福[†] 李科锋 邓旭辉 张平 龙志林[‡]

(湘潭大学土木工程与力学学院, 湘潭 411105)

(2015年8月12日收到; 2015年10月16日收到修改稿)

近年来, 基于非晶合金名义弹性区的流变力学行为探索其结构及形变机理是非晶合金领域研究的热点之一. 本文根据非晶合金结构不均匀性的特征, 提出能够比拟树状分形网络结构的分数阶微分流变模型研究非晶合金的黏弹性行为. 通过室温纳米压痕实验, 对三种不同泊松比和玻璃化转变温度的非晶合金的黏弹性变形行为进行了研究. 实验结果表明: 在表观弹性区, 非晶合金的变形表现出与加载速率相关的线性黏弹性性质. 根据 Riemann-Liouville 分数阶微积分定义, 分别由分数阶微分及整数阶 Kelvin 模型对实验结果进行了分析. 分析结果表明: 相对于整数阶流变模型, 分数阶微分流变模型能更精细地表征材料的黏弹性变形特征; 在流变模型参数中, 黏性系数 η_A 和分数阶次 α 反映出材料的流变特性和流动趋势, 流变参数与玻璃转变温度、泊松比之间具有较好的相关性, 上述相关性有助于从微观结构角度理解材料塑性与泊松比的关联.

关键词: 非晶合金, 分数阶微分流变模型, 黏弹性, 本构参数

PACS: 61.43.Dq, 45.10.Hj

DOI: 10.7498/aps.65.046101

1 引言

室温非弹性 (inelastic) 变形行为及其与微观结构的关系是非晶合金力学行为研究中最重要方向之一. 新的跨尺度结构表征和高时空分辨率性能研究的实验技术成功应用于非晶合金研究领域, 人们不仅直观地表征了非晶合金在原子、纳米及微米尺度表现出的静、动力学不均匀性^[1-7], 还捕捉到了非弹性变形特别是弹性区的流变变形行为细节等^[8-16]. 微结构表征取得的巨大进展, 为建立非晶合金结构与宏观热学、力学参数和性能的相关性提供了可能性和极其有利的条件; 同时, 相对于传统的塑性变形行为, 以黏弹性行为作为研究对象能更好地原位反映非晶合金的玻璃态结构特征, 不仅为认识非晶本征结构、玻璃转变及塑性变形微观机理等提供重要的材料结构信息, 也是对非晶结构细节

进行验证的重要实验手段^[17-21].

非晶合金的结构不均匀性与形变的基本单元、弛豫等密切相关. 研究者们新提出了流变单元模型理论^[22], 即把流变单元产生的区域看成不同弹性基底 (类固相) 的类液相, 将非晶合金视为弹性的理想非晶和流变单元的组合. 堆积密度、强度相对较低, 自由体积更多的区域被称为潜在的“流变单元”. 研究表明, 这些“流变单元”在能量^[23]和尺寸^[24]上与剪切转变区 (STZ) 理论中^[25]模型的基本单元相当. 流变单元模型理论将非晶合金结构不均匀性特征和室温流变力学行为有机地结合起来, 为全面了解非晶结构与弛豫—变形—玻璃转变等系列过程的关系奠定了重要基础^[22], 而流变单元研究的重要性被认为可以类比于晶体材料中针对位错等缺陷的研究.

在对非晶合金的流变实验 (如黏弹性、动态

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 51471139, 51401176, 21376199) 和湖南省自然科学基金 (批准号: 14JJ3078) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: xufu@xtu.edu.cn

[‡] 通信作者. E-mail: longzl@xtu.edu.cn

力学等) 结果进行分析时, 研究者们引入整数阶流变模型理论 (Kelvin^[9,10], Zener^[11], 广义Maxwell等^[17] 模型), 尝试将材料表现出的宏、微观黏弹性行为与其微观结构的不均匀性进行关联. 流变模型理论的应用得到了许多有价值的结果和结论. 分析表明, 流变模型参数与非晶合金的模量、黏滞系数等物理量之间有很好的对应关系. 将唯象的流变模型与材料的微观不均匀结构进行对应, 这种研究方法为探索非晶合金微观结构与力学响应的关联提供了很好的思路, 并且已经被应用于非晶合金其他相关力学行为的研究^[26–29]. 但同时应该注意到, 传统流变模型比拟材料微观结构是基于结构的某一局部区域, 即一个基本流变单元, 并没有考虑材料内部结构不均匀性的整体分布. 另一方面, 非晶合金结构在空间尺度上存在约 10^7 — 10^9 的差异. 在动力学上, 作为多体相互作用系统, 非晶体系弛豫和扩散行为非常复杂, 描述非晶体的关联函数不符合指数关系, 不能用简单的整数阶时间指数方程描述, 而只能用扩展指数方程即时间的分数阶方程 (KWW 方程) 来描述.

最近, 我们提出以分数黏壶单元替代传统流变模型中的牛顿黏壶的分数阶流变模型研究非晶合金的室温黏弹性行为并验证了该模型的合理性^[30]. 在文献^[30] 工作的基础上, 本文基于非晶合金结构不均匀性的分形特征, 提出与之相对应的、更为简化的分数阶微分流变模型表征非晶合金的黏弹性变形行为, 通过三种不同体系的非晶合金的室温黏

弹性实验, 结合流变模型及流变参数分析, 探讨流变本构参数与非晶合金物理参量 (模量 E 、玻璃化转变温度 T_g 、泊松比 ν) 的关联, 试图从微观结构角度理解非晶合金的宏观变形行为特征.

2 分数阶微分流变模型及其与非晶合金结构不均匀性的对应

分数黏壶的线性本构关系可表示为

$$\sigma(t) = E\tau^\alpha \frac{d^\alpha \varepsilon}{dt^\alpha} = E\tau^\alpha D^\alpha \varepsilon(t) \quad (0 < \alpha < 1), \quad (1)$$

其中, D^α 为分数阶微分算子; $\sigma(t)$, $\varepsilon(t)$ 表示应力、应变, E 为模量; $\tau = \eta/E$ 为延迟时间; η 为黏度. (1) 式中, 当 $\alpha = 0$ 时退化为 Hooke 弹性体, 当 $\alpha = 1$ 时退化为 Newton 流体.

非晶合金由于处于亚稳态, 容易受到如温度、压强等周围环境因素影响, 使得原子总会自发地随着时间向有序的晶态结构靠拢, 即结构弛豫. 因此, 时间对非晶态物质来说要比晶态物质更重要. 如果仅仅从结构弛豫与液体流动性的相似性来看, 在长时间尺度下, 非晶态物质可以被看成高黏性的液体^[31]. 因此, 研究者们将玻璃态看成物质的“第四态”, 即一种介于液体和固体之间的新型物质状态^[32]. 分数微分流变模型最直观的物理意义正如 (1) 式所示: 表征理想弹性体与理想 Newton 流体之间的真实材料.

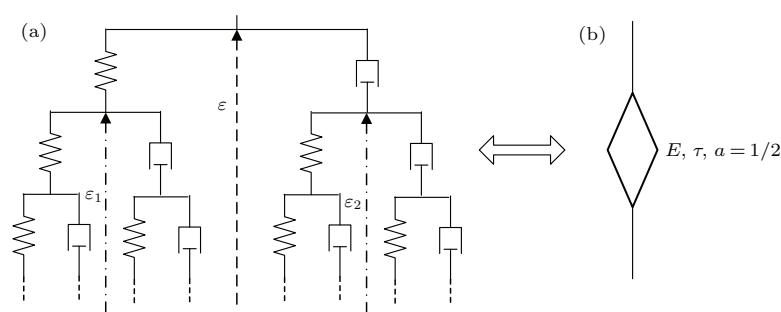


图1 (a) 弹簧-黏壶分形模型^[35]; (b) 分数黏壶 ($\alpha = 1/2$)

Fig. 1. (a) Spring-dashpot fractal model; (b) fractional dashpot ($\alpha = 1/2$).

Schiessel等^[33] 和Heymans等^[34] 通过频域内的复模量运算证明, 分数黏壶的力学模型是由系列弹簧和黏壶组成的具有自相似性的一种树状分形网络模型, 如图1所示. 在时域内通过 Heaviside 微分算子运算可得到类似的结论^[35].

从流变学的角度看, 在整数阶流变模型中, 通常只采用单个黏壶来描述材料的黏性, 因此只能描述单一的弛豫机理和弛豫时间. 因为分数阶微分与基于 Abel 核函数的广义 Stieltjes 卷积具有等价性^[36], 因而可以更方便地考虑到变形历史, 并

反映材料的黏弹性松弛谱特性. 从材料结构角度考虑, 系列研究已经表明, 非晶合金在原子团簇堆积 [37,38]、微区结构演化 [6,39–41]、剪切带分布 [42–44] 到大塑性非晶合金的软-硬区结构等多尺度层次 (二维相关尺度从 $4 \text{ \AA}$ — $5 \text{ }\mu\text{m}$) 都呈现出一定程度的分形特征 (多尺度或无特征尺度和自相似性). 我们曾提出非晶合金结构不均匀性在中程序到 10 nm 尺度或更大尺度 (可能达到 μm) 范围的分形分布模型, 并由结构不均匀性实验结果计算了分形的计盒维数, 通过综合分析证明了该模型具有一定的合理性 [45].

借鉴文献 [9–11] 的处理方式, 本文提出与结构不均匀性分形特征相对应的非晶合金流变单元分数阶微分流变模型比拟示意图 (如图 2 所示). 图 2(a) 表示非晶合金的宏观尺度, 且它的局部微观结构不均匀性由图 2(b) 表示; 图 2(c) 表示图 2(b)

中更小尺度局部范围的结构不均匀性, 以此刻画非晶合金结构不均匀性的无特征尺度和自相似特征. 图中蓝色区域代表原子密堆的弹性区域, 红色区域代表原子松散堆积的高浓度自由体积区域 (流动区域). 对应地, 图 2(c) 所示结构不均匀性由分数黏壶 F_n 比拟, 并以 F_n 作为图 2(b) 所示模型中的分数黏壶, 以此类推, 得到图 2(a) 用以表征材料宏观尺度室温黏弹性行为的分数阶微分 Kelvin 模型.

与整数阶流变模型对单一一流变单元进行比拟相比较, 分数阶微分流变模型包含了更多流变单元, 考虑了非晶合金结构不均匀性的全局分布特征. 同时, 弹簧和黏壶元件组成的树状分形模型与分数黏壶具有等价性 (图 1), 因此, 就刻画非晶合金的黏弹性行为而言, 包含分数黏壶的分数阶微分流变模型是对非晶合金流变行为进行比拟的一个比较恰当模型.

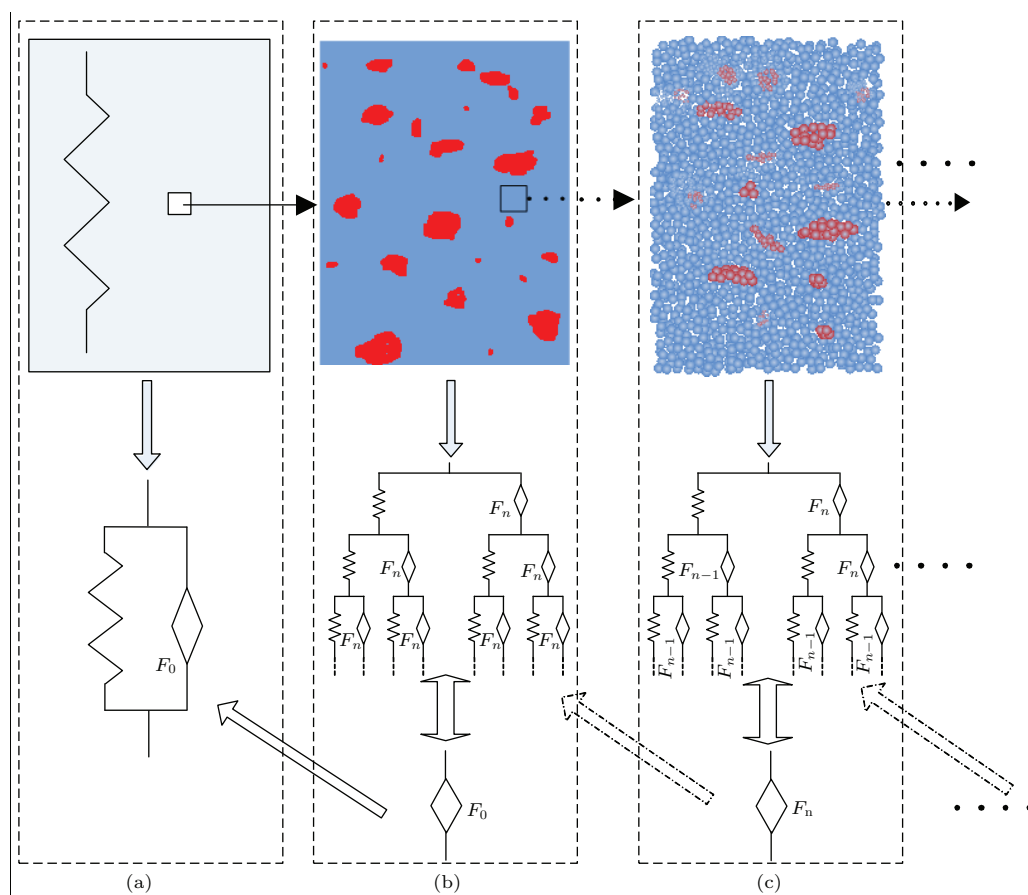


图 2 非晶合金流变单元-分数阶微分流变模型比拟示意图 (a) 宏观尺度比拟; (b) 图 (a) 局部区域比拟; (c) 图 (b) 局部区域比拟

Fig. 2. Schematic diagram of deriving the fractional differential rheological model from the flow unit of metallic glasses: (a) Scheme for modeling on macroscale; (b) scheme for modeling local region in (a); (c) scheme for modeling local region in (b).

3 非晶合金黏弹性实验

本文采用电弧熔炼结合铜模铸方法制备的三种非晶合金, 即 $\text{Fe}_{41.5}\text{Co}_{27.6}\text{B}_{18.4}\text{Si}_{4.6}\text{Nb}_{3.9}\text{Cr}_4$ [46], $\text{Zr}_{48}\text{Cu}_{34}\text{Pd}_2\text{Al}_8\text{Ag}_8$ [47] 和 $\text{Pd}_{40}\text{Cu}_{30}\text{Ni}_{10}\text{P}_{20}$ [48] (分别简记为 Fe-MG, Zr-MG, Pd-MG) 作为实验对象. 非晶合金线切割成约 3—5 mm 高的短柱样品, 环氧树脂固化镶样后, 用 200—5000 目的各级金相水砂纸逐级手工打磨, 金刚石研磨膏和研磨液进行抛光处理后得到镜面表面, 后置于丙酮中用超声波清洗去除表面杂物.

选用的深度敏感纳米压痕设备为配备金刚石球形压头的 TriboIndenter 微纳米综合力学测试系统 (Hysitron 公司). 实验采用低载模式, 压头半径经熔融石英标准样品校核. 原子力显微镜 (AFM) 为美国 DI 公司的 NanoScope III 型 SPM (Dimension 3100). 压痕实验前先由 AFM 对样品表面随机扫描, 样品表面的名义粗糙度要求小于 3 nm. 实验温度保持在 $(23 \pm 1)^\circ\text{C}$, 为减小系统温度漂移对最终结果的影响, 所有实验都在样品放置 4 h 后进行.

纳米压痕加载方案如图 3 所示. 其中图 3(a) 为单个加载历程示意图, 每次加载包括常加载速率段 (t_L)、最大荷载 ($P_{\max}$) 保持段 (t_H) 和准静态卸载段 (t_U); 图 3(b) 所示为同一非晶合金样品由不同 t_L 常加载速率加载至不同 $P_{\max}$, 卸载速率保持不变. 考虑数据采集频率等因素, t_L 与 t_U 之间的 t_H 取不同值. 为保证实验结果可信, 上述每次实验至少重复 5 次, 且在系统的温度漂移系数小于 $0.05 \text{ nm}\cdot\text{s}^{-1}$ 并稳定后开始实验.

为确定黏弹性压入实验的加载范围, 首先对各样品进行了准静态加、卸载实验. 加、卸载速率均取为 $0.1 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$, 找出荷载位移 (P - δ) 曲线上出现第一个锯齿 (pop-in) 或卸载后无法完全回复、出现塑性残余压痕的临界荷载值 P_{cri} , 黏弹性实验的最大荷载 $P_{\max}$ 取值小于各样品的 P_{cri} .

图 4 为熔融硅标准样品在球形压头作用下准静态加、卸载的 P - δ 曲线及 Hertz 曲线. 当 $P_{\max} = 200 \mu\text{N}$ 时, 加、卸载曲线基本重合, 该 $P_{\max}$ 下的压入基本可视为弹性阶段的压入; 而当 $P_{\max} = 650 \mu\text{N}$ 时, 即使完全卸载后, 压入位移仍不能恢复到零, 产生了塑性变形. 对于弹性压入, P - δ 可由 Hertz 公式描述:

$$\delta^{3/2} = \frac{3P(1-\nu_1^2)}{4E^*\sqrt{R}}, \quad (2)$$

其中, $1/E^* = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2$. 取熔融石英标准样品、金刚石压头的弹性模量和泊松比分别为 $E_1 = 68 \text{ GPa}$, $\nu_1 = 0.17$ 和 $E_2 = 1140 \text{ GPa}$, $\nu_2 = 0.07$, 由 (2) 式对图 4 中 $P_{\max} = 200 \mu\text{N}$ 的 P - δ 曲线拟合, 得本次实验的球形压头曲率半径 $R \approx 420 \text{ nm}$. 同时看到, Hertz 解与弹性阶段的压入曲线符合较好.

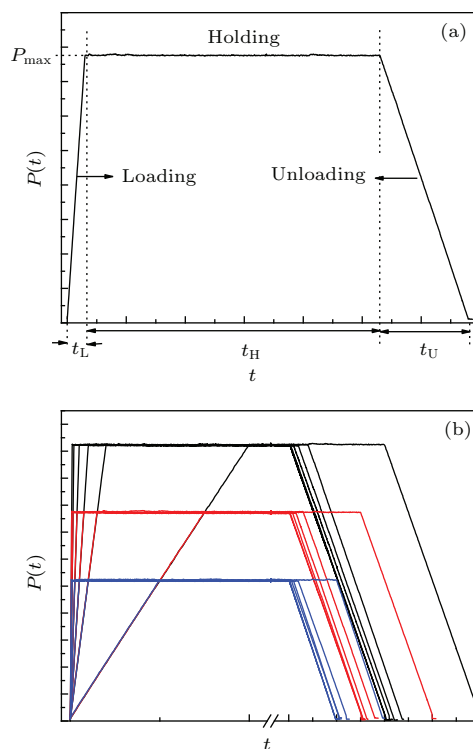


图 3 纳米压痕实验加载方案 (a) 单个加载历程; (b) 不同最大载荷和加载速率

Fig. 3. Scheme for nanoindentation loading sequence: (a) Single loading route; (b) with different peak load and loading rate.

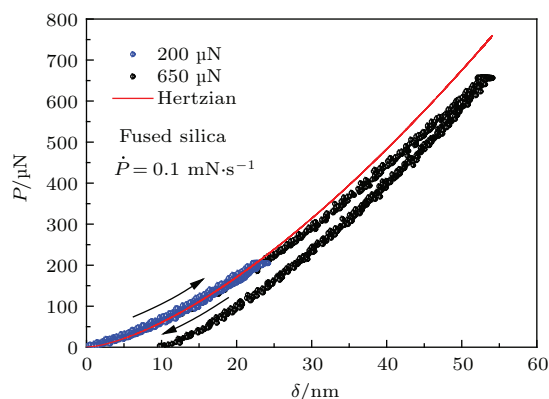


图 4 熔融硅标准样品准静态加、卸载的 P - δ 曲线及 Hertz 曲线

Fig. 4. P - δ curve of fused silica under quasi-static nanoindentation and Hertzian curve.

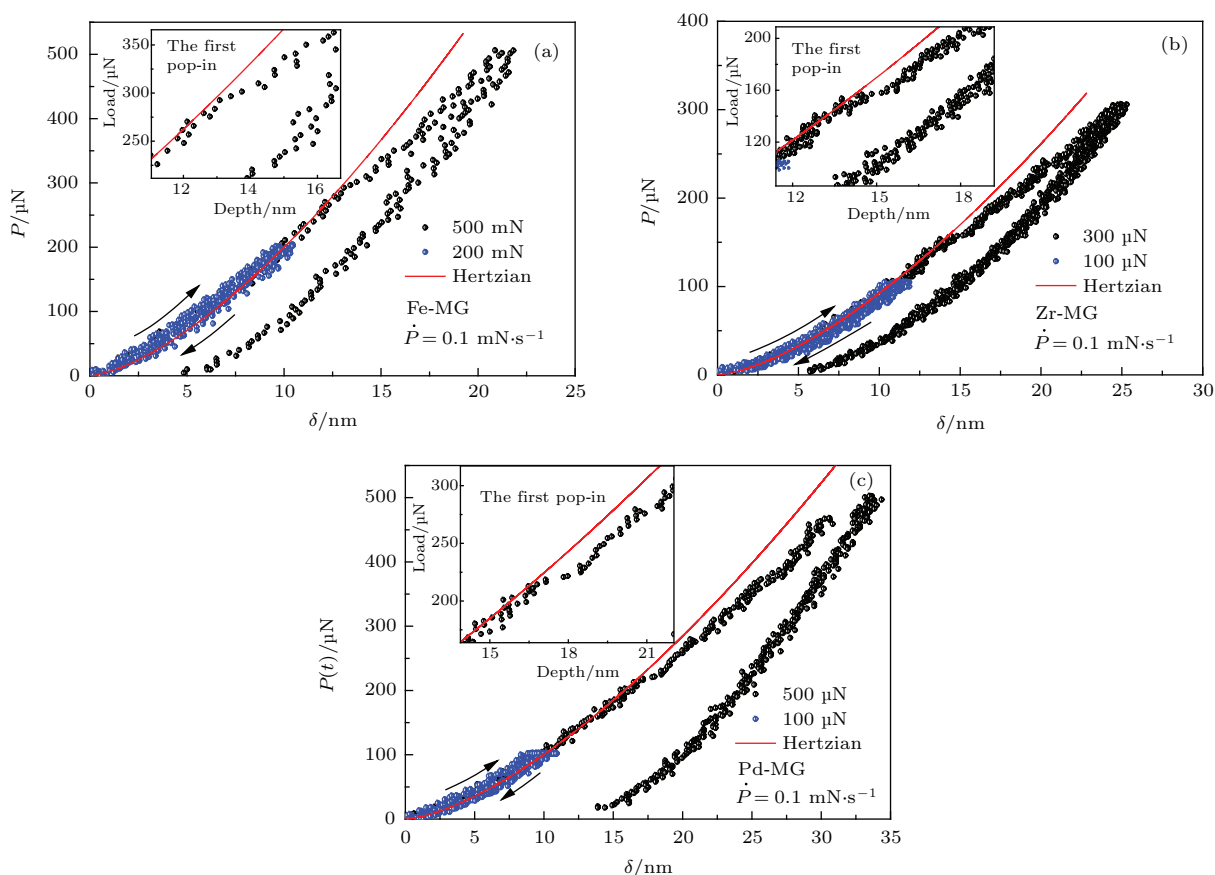


图5 (网刊彩色) 准静态加、卸载的 P - δ 曲线及 Hertz 曲线 (内插图为第一个 pop-in 附近的加载部分) (a) Fe-MG; (b) Zr-MG; (c) Pd-MG

Fig. 5. (color online) P - δ curves under quasi-static nanoindentation and Hertzian curves of (a) Fe-MG; (b) Zr-MG; (c) Pd-MG. The inset images show the loading part near the first pop-in.

图5(a)为Fe-MG准静态压入加、卸载实验曲线. Fe-MG在 $P_{\max} = 200 \mu\text{N}$ 时加、卸载曲线基本重合,当荷载值达到约 $260 \mu\text{N}$ 时, P - δ 曲线出现第一个pop-in. 取 $E_1 = 200 \text{ GPa}$, $\nu_1 = 0.324$ ^[46],由(2)式得到如图5中所示Hertz解曲线. 可以看到, Hertz解与弹性阶段的加、卸载曲线符合较好,一方面证实了通过熔融石英校核得到的球形压头曲率半径,另一方面表明在 $P_{\max} \leq 260 \mu\text{N}$ 时准静态压入Fe-MG可看作弹性压入.

采用同样的方法得到了Pd-MG, Zr-MG在准静态压入过程中的 P - δ 曲线及相应的Hertz曲线,如图5(b)和图5(c)所示.

基于以上对实验样品测得的准静态名义弹性极限,设定加载方案的 $P_{\max}$. 对于Pd-MG, $P_{\max}$ 分别取75, 100 μN ; Zr-MG的 $P_{\max}$ 分别取100, 150 μN ; Fe-MG的 $P_{\max}$ 分别取100, 150, 200 μN . 加载速率 $\dot{P}$ 从0.1—100 $\text{mN}\cdot\text{s}^{-1}$ (对应不同的 t_L),卸载速率均设定为0.1 $\text{mN}\cdot\text{s}^{-1}$.

图6中(a), (b), (c)分别为Fe-MG在 $P_{\max}$ 取

100, 150, 200 μN 时,不同速率下球形压头压入样品时的 P - δ 响应曲线. 从图中可以看到,随着加载速率的增大, P - δ 逐渐偏离准静态压入所对应的Hertz解曲线,且加载速率越大,偏离程度越大,显示出明显的加载速率敏感性. 在最大载荷处保持荷载一段时间后,压入位移最终趋于稳定,到达Hertz曲线中最大载荷对应的位移. 这表明随着加载速率的增大,位移响应滞后于荷载作用越显著. 准静态卸载过程中, P - δ 沿Hertz曲线变化,最终压入位移在荷载卸去后回到零点附近,完成弹性卸载. 实验表明,材料在球形压头小变形压入过程中表现出非常显著的延迟弹性行为,而这种延迟弹性行为是材料黏弹性性质的一种直观体现. Yang等^[10]在 $\text{Zr}_{55}\text{Pd}_{10}\text{Cu}_{20}\text{Ni}_5\text{Al}_{10}$ 块体非晶合金中报道了相似的实验结果. 作为示例,图6(d)给出了同一加载速率(50 $\text{mN}\cdot\text{s}^{-1}$)下,Fe-MG在不同 $P_{\max}$ 作用时的 P - δ 曲线. 从图中可见,不同 $P_{\max}$ 对应的加载阶段曲线的初始部分符合较好,表明材料的延迟弹性行为为具有线黏弹性性质.

图7为Zr-MG, Pd-MG在 $P_{\max} = 100 \mu\text{N}$ 、加载速率取为 $0.1\text{--}50 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$ 时的 P - δ 响应曲线. 与

图6相似, Zr-MG, Pd-MG 同样表现出非常显著的延迟弹性行为.

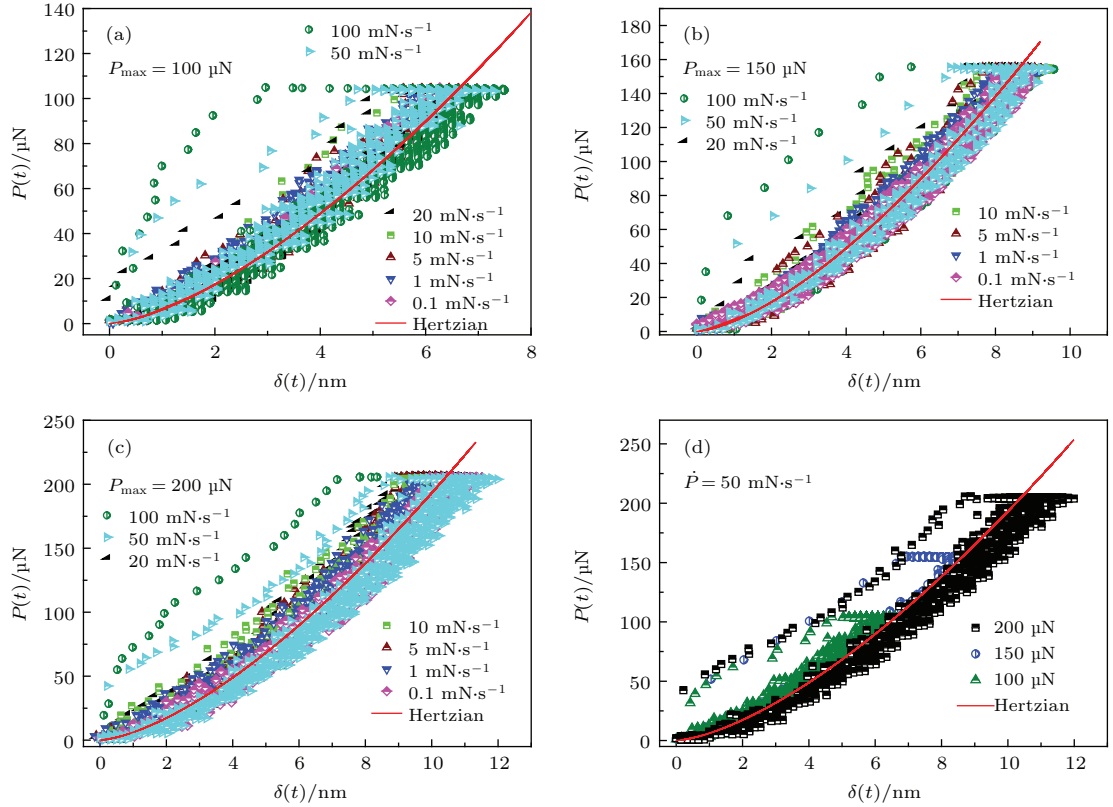


图6 (网刊彩色) Fe-MG在不同 $\dot{P}$ 和 $P_{\max}$ 的 P - δ 曲线 (a) $P_{\max} \approx 100 \mu\text{N}$; (b) $P_{\max} \approx 150 \mu\text{N}$; (c) $P_{\max} \approx 200 \mu\text{N}$; (d) $\dot{P} = 50 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$

Fig. 6. (color online) P - δ curves of Fe-MG at various loading rate and $P_{\max}$: (a) $P_{\max} \approx 100 \mu\text{N}$; (b) $P_{\max} \approx 150 \mu\text{N}$; (c) $P_{\max} \approx 200 \mu\text{N}$; (d) $\dot{P} = 50 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$.

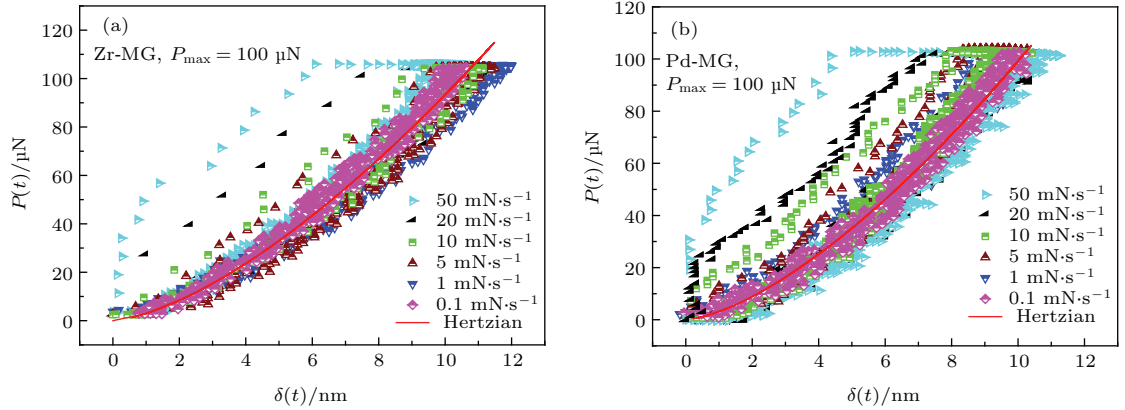


图7 (网刊彩色) $P_{\max} = 100 \mu\text{N}$ 的 P - δ 曲线 (a) Zr-MG; (b) Pd-MG

Fig. 7. (color online) P - δ curves at $P_{\max} \approx 100 \mu\text{N}$: (a) Zr-MG; (b) Pd-MG.

4 分析与讨论

4.1 基于流变模型理论的分析结果

下面考虑由图2(a)中所示的分数阶微分Kelvin模型对以上非晶合金黏弹性实验结果进

行分析. 基于Hertz弹性接触理论的线性黏弹性接触边界问题解析法是研究材料黏弹性行为的行之有效的方法^[49–51]. (2)式中, 假定 ν_1 为不随时间变化的常量, 可将弹性接触问题扩展到线性黏弹性接触问题^[49], 即弹性常数用相应的黏弹性积分算子替代. 通过Riemann-Liouville (R-L)定义^[52]的分

数阶微积分并结合该定义下的 Laplace 变换和相应的简化处理, 可得到球形压头下图 2(a) 所示分数阶微分 Kelvin 黏弹性体在加载阶段 P - δ 随时间 t 的关系 [45,53]:

$$\delta^{3/2}(t) = \frac{3(1-\nu_1^2)}{4\sqrt{R}} \frac{P_{\max}}{t_L} \left\{ \left(\frac{1}{E_1} \right) t - \frac{\beta' t}{E_1 t^\alpha} \left[1 - \exp\left(-\frac{t^\alpha}{\beta'}\right) \right] \right\}, \quad (3)$$

其中, $\beta' = \tau^\alpha$, E_1 , τ , α 分别为分数阶微分 Kelvin 模型中弹簧的模型及分数黏壶的延迟时间和分数阶次. 当 $\alpha = 1$ 时, (3) 式相应退化为一般的整数阶 Kelvin 模型的表达式 [9,10].

对图 8 所示 Fe-MG 在 $P_{\max} = 150 \mu\text{N}$ 、加载速率 $5 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$ 时加载阶段的 P - δ 曲线, 采用 (3) 式并分别考虑 $\alpha < 1$ (分数阶微分 Kelvin 模型) 和 $\alpha = 1$ (Kelvin 模型) 进行拟合分析.

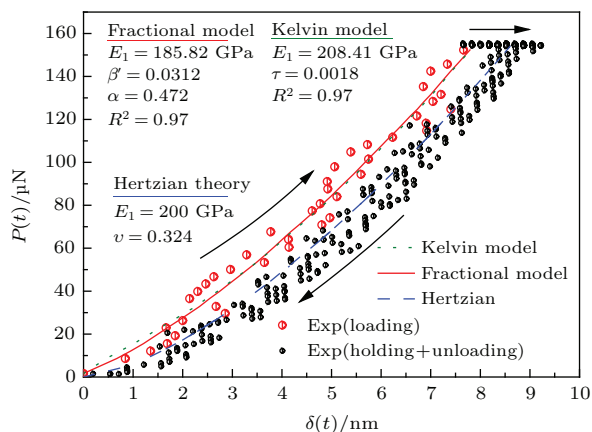


图 8 $P_{\max} \approx 150 \mu\text{N}$, $\dot{P} = 5 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$ 时 Fe-MG 的 P - δ 分析

Fig. 8. Analysis of P - δ data of Fe-MG at $P_{\max} \approx 150 \mu\text{N}$, $\dot{P} = 5 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$.

结果表明, 两种模型均能较好地模拟加载阶段的实验过程, 二者的区别并不明显 (见表 1 所列拟合参数).

图 9 为 Zr-MG, Pd-MG 在 $P_{\max} = 100 \mu\text{N}$ 、加载速率 $5 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$ 时的实验结果及拟合分析, 拟合结果与 Fe-MG 类似, 相关系数均较高. 在图 8 和图 9 中, 当加载速率较大时, P - δ 曲线的加载段数据较为离散, 尤其是加载初期出现不规则变化. 这一方面是由于加载时间短 (即使数据采集频率高), 采集到的数据点较少; 另一方面是在加载初期阶段, 压头与样品表面开始接触的过程中, P - δ 曲线的数据点受样品表面粗糙度的影响较大. 在加载后期, 即载荷接近 $P_{\max}$ 时, 数据点趋于稳定, 且受样品表

面粗糙度的影响较小. 为此, 考虑当荷载达到 $P_{\max}$ (加载时间为 t_L) 时各不同加载速率对应的压入深度 $\delta(t_L)$, 可得到关于 $\delta(t_L)$ 和 t_L 的关系式 (即令 (3) 式中的 $t = t_L$):

$$\delta^{3/2}(t_L) = \frac{3(1-\nu^2)}{4\sqrt{R}} \frac{P_{\max}}{E_1} \times \left\{ 1 - \frac{\beta'}{t_L^\alpha} \left[1 - \exp\left(-\frac{t_L^\alpha}{\beta'}\right) \right] \right\}. \quad (4)$$

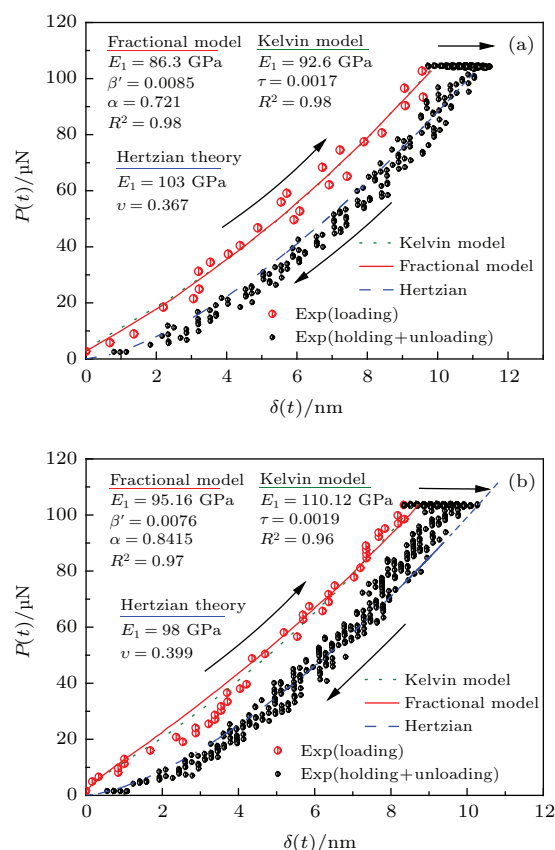


图 9 $P_{\max} = 100 \mu\text{N}$ 、加载速率 $5 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$ 时的 P - δ 分析 (a) Zr-MG; (b) Pd-MG

Fig. 9. Analysis of P - δ data at $P_{\max} \approx 100 \mu\text{N}$, $\dot{P} = 5 \text{ mN}\cdot\text{s}^{-1}$: (a) Zr-MG; (b) Pd-MG.

图 10 为 Fe-MG 在 $P_{\max} = 100, 150, 200 \mu\text{N}$ 时, 不同 t_L 对应的各 $\delta(t_L)$ 实验结果及分析. 由图可以看到, 在各 $P_{\max}$, t_L 时刻达到的 $\delta(t_L)$ 相对较为稳定. 采用 (4) 式并考虑 $\alpha < 1$ 和 $\alpha = 1$, 分别对三种载荷级别下的实验数据进行拟合分析. 从图中可以直观地看出, 分数阶微分 Kelvin 模型相对于整数阶模型能更精确地拟合 Fe-MG 的延迟弹性行为. 从图 10(b) 所示 t_L 较小时的局部放大图可以清晰地看到, 在加载速率较大 (t_L 较小) 时, 分数阶微分模型在拟合精度上的优势更为显著. 两种模型拟合得到的本构参数列于表 1 中. 不同 $P_{\max}$ 对应的

拟合参数离散性小, 这表明分数阶微分流变模型具有较高的稳定性, 同时也说明 Fe-MG 的黏弹性行为具有较好的线性性质. 对于室温延迟弹性行为远不如聚合物等具有明显黏弹性性质的材料, 如本文研究的高 T_g 的 Fe-MG, t_L 较小的加载历程能更精细地捕捉黏弹性性质的细节. 因而, 从直观的拟合精度对比可以推论, 相比于传统的整数阶流变模型, 能更细致刻画较小 t_L 对应的反映材料延迟弹性行为的 $\delta(t_L)$ 变化趋势的分数阶微分流变模型, 更适用于描述非晶合金的室温黏弹性行为.

由相同的数据处理方式, 图 11 给出了 Zr-MG, Pd-MG 的实验和拟合结果, 拟合参数见表 1. 与 Fe-MG 有所区别的是, 分数阶、整数阶流变模型对 Zr-MG, Pd-MG 的实验结果均具有较高的拟合精度. 从表 1 中的 α 可以看出, Fe-MG 的 α 值 (0.489 ± 0.013) 较 Zr-MG (0.743 ± 0.019) 和 Pd-MG (0.834 ± 0.036) 小, 后两种 MG 的分数阶次更接近于 1 (对应传统的 Kelvin 模型). 从数据的拟合结果看,

两种流变模型的差别将随着 α 值趋近于 1 而逐渐减小. 文献 [9—11] 采用整数阶流变模型分别描述 $Zr_{55}Cu_{30}Ni_5Al_{10}$, $Zr_{55}Pd_{10}Cu_{20}Ni_5Al_{10}$ 和 Vit105 的黏弹性变形, 而这三组非晶合金的组分原子、 T_g 、弹性模量以及泊松比与后两种 MG (Zr, Pd-) 性质 (组分原子、 T_g) 相近. 分数阶微分流变模型包含了与之对应的整数阶流变模型, 即当分数阶次 α 取 1 时, 两者将完全等价, 因而对于 α 趋近于 1 的材料, 如本文的 Zr-MG, Pd-MG 以及文献 [9—11] 中的 $Zr_{55}Cu_{30}Ni_5Al_{10}$, $Zr_{55}Pd_{10}Cu_{20}Ni_5Al_{10}$ 和 Vit105, 两种模型在拟合曲线、精度等方面的差别将逐渐减小 (图 11 和表 1). 综合本文采用的 Fe-MG 的实验结果及分析, 仅从对实验数据的拟合情况仍可以得到如下结论: 与整数阶流变模型相比, 含分数黏壶的分数阶微分流变模型更能精确地描述多种非晶合金的室温黏弹性行为, 模型适用的材料范围更广, 普适性更强.

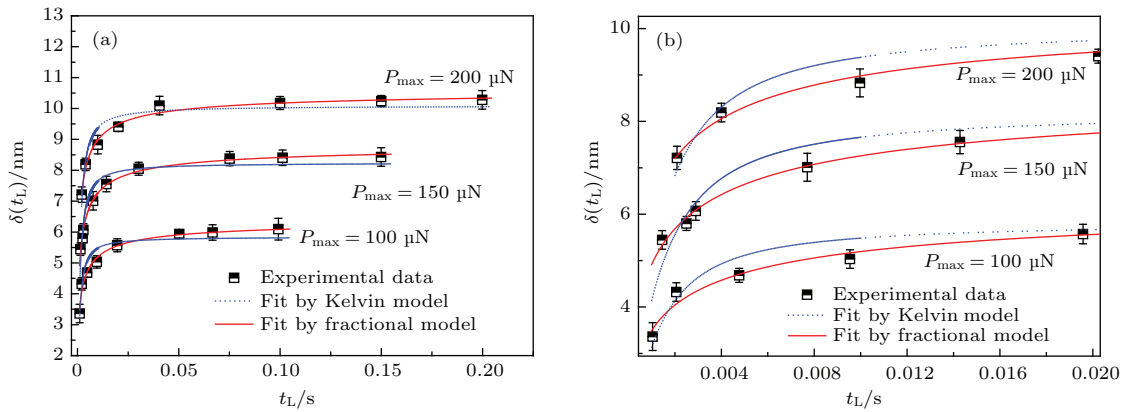


图 10 (a) Fe-MG 在不同 $P_{\max}$ 时 $\delta(t_L)$ 与 t_L 的关系分析; (b) t_L 较小时的局部放大图

Fig. 10. (a) Analysis of relation between $\delta(t_L)$ and t_L of Fe-MG at various $P_{\max}$; (b) enlarged part of the curve while smaller t_L .

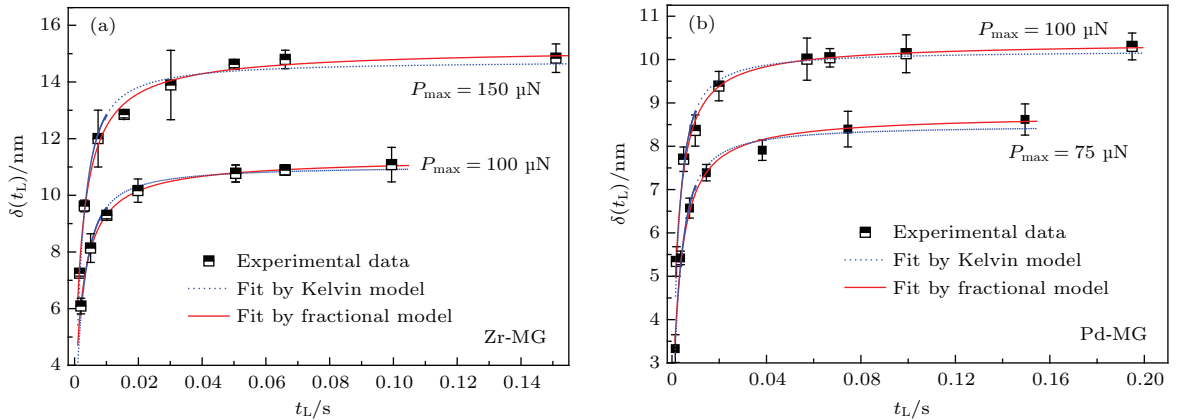


图 11 不同 $P_{\max}$ 时 $\delta(t_L)$ 与 t_L 的关系分析 (a) Zr-MG; (b) Pd-MG

Fig. 11. Analysis of relation between $\delta(t_L)$ and t_L at various $P_{\max}$ for (a) Zr-MG and (b) Pd-MG.

表1 实验结果经流变模型拟合得到的参数

Table 1. Fitting parameters by rheological models based on experimental data.

流变模型	$P_{\max}/\mu\text{N}$	分数阶微分 Kelvin 模型					Kelvin 模型			
		E_1/GPa	β'/s^α	α	τ/ms	R^2	E_1/GPa	τ/ms	$\eta/\text{MPa}\cdot\text{s}$	R^2
Fe-MG [46] $T_g = 833\text{ K}$ $\nu = 0.324$	100	206.69	0.0320	0.485	0.83	0.983	243.32	0.92		0.917
	150	189.43	0.0287	0.494	0.76	0.996	214.50	1.05		0.932
	200	190.68	0.0233	0.503	0.57	0.988	208.45	1.04		0.929
	150*	185.82	0.0312	0.472	0.65	0.969	212.97	1.51		0.967
	平均值	193.16	0.0288	0.489	0.70	0.984	219.81	1.13	248.4	0.936
	标准差	9.26	0.0039	0.013	0.12		15.88	0.26	4.13	
Zr-MG [47] $T_g = 699\text{ K}$ $\nu = 0.367$	100	85.50	0.00843	0.753	1.76	0.983	89.56	1.97		0.989
	150	81.64	0.00839	0.756	1.79	0.991	86.00	1.89		0.981
	100*	86.34	0.00849	0.721	1.34	0.978	92.61	1.71		0.978
	平均值	84.49	0.0084	0.743	1.63	0.984	89.39	1.86	166.3	0.983
	标准差	2.51	< 0.0001	0.019	0.25		3.31	0.13	0.43	
Pd-MG [48] $T_g = 572\text{ K}$ $\nu = 0.399$	75	95.91	0.0053	0.865	2.33	0.991	98.45	2.40		0.991
	100	97.62	0.0066	0.795	1.81	0.993	100.87	2.00		0.985
	100*	95.16	0.0076	0.841	3.00	0.988	110.12	3.10		0.986
	平均值	96.23	0.0065	0.834	2.38	0.991	103.15	2.50	257.9	0.987
	标准差	1.26	0.0012	0.036	0.60		6.16	0.56	3.45	

注: 上标 * 表示加载阶段拟合所得.

4.2 流变模型参数分析

从表1可以看到, 由不同 $P_{\max}$ 作用下三种非晶合金实验得到流变模型参数基本保持稳定不变, 且变形均能基本恢复. 从力学行为特点来看, 这表明材料的变形具有线性黏弹性的性质; 从材料的微观结构角度来看, 屈服前的加载行为基本没有改变微观结构的分布及相应区域的性质. 因而, 得到的流变参数可作为材料玻璃态的内部初始状态参量, 进而与其他参数进行关联分析, 这种关联分析在非晶合金研究中是非常普遍的分析方法 [31,54–56].

对比模量 E_1 (图2(a)所示流变模型中弹簧的模量) 与材料宏观表征手段得到的弹性模量, 两者基本一致. 从流变模型角度来看, E_1 表征了 $t \rightarrow \infty$ 的材料长期模量. 尽管整数阶 Kelvin 模型得到的 E_1 同样与宏观模量相当, 但由于文献 [9–11, 57] 的微结构比拟是针对独立的材料单元考虑, 据此得到的 E_1 为包围黏性区域的外围弹性基体的模量. 根据 Ye 等 [9] 的观点, E_1 应远高于宏观模量而接近理

想模量. 从 E_1 与宏观模型相当的结果推断, E_1 为材料微观结构性质在宏观尺度的整体表现, 即这一模量值取决于材料的全局结构 (图2(a)), 而非单一的流变基本单元. 分数阶微分流变模型考虑与材料微结构全局的分形分布特征比拟 (图2), 因而流变模型中的弹簧本质上是材料全局微结构弹性性质的体现. 从 E_1 的分析来看, 分数阶微分流变模型比整数阶模型得到的参数值更为合理、全面地反映了材料的延迟弹性固体本征特征.

采用整数阶流变模型比拟时, 流动单元中弹性基体包围的区域被理想化为 Newton 流体, 研究者们由 τ 结合 E_1 计算出该部分流体的黏度 η , 并与材料在玻璃转变时的黏度进行比较. 他们得到的黏度 (如 Yang 等 [10] 的 $(29.6 \pm 3.2)\text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$, Ye 等 [9] 的 $(197 \pm 24)\text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$, Wang 等 [57] 的 $(1.5 \pm 0.2)\text{ GPa}\cdot\text{s}^{-1}$, $(4 \pm 0.5)\text{ GPa}\cdot\text{s}^{-1}$) 跨越了近3个数量级. Ye 等 [9] 基于协同剪切模型理论 [58], 推导流动单元的黏度 η 与材料 β 弛豫激活能 U_β 存在一定

关系:

$$\eta \propto \chi \exp [26U_{\beta}/(RT)], \quad (5)$$

其中 χ 为流动区域的体积分数. 根据 Yu 等 [23] 的研究, U_{β} 与 T_g 之间满足

$$U_{\beta} = (26 \pm 2) RT_g. \quad (6)$$

由 (5) 式和 (6) 式得

$$\eta \propto \chi \exp [(26 \pm 2) T_g/T]. \quad (7)$$

(7) 式直接将黏度 η 与约化玻璃转变温度 T_g/T 关联, 然而以上提到的研究者报道的 η 值与 T_g/T 显然很难满足 (7) 式. 表 1 列举了由整数阶 Kelvin 模型得到的相应 η 值, 3 种组分的非晶合金的 η 值与 T_g/T 之间并无明显关联. 根据自由体积理论 [59] 和 Miracle [60] 的模型, χ 一般为 10% 左右, 从 (7) 式难以解释 Pd-MG ($T_g/T = 1.92$) 比 Zr-MG ($T_g/T = 2.35$) 具有更高 η 值.

从 (1) 式看到, 分数黏壶阶次 α 为衡量材料第四态, 即介于固体和流体之间的状态参量. 从流动角度看分数黏壶, α 越大, 材料越趋向于“流体”属性. 在对聚合物 [53,61]、岩石等 [62,63] 流变行为的研究中, 研究者们习惯从流体角度将分数黏壶视为 Abel 黏壶, 即将 (1) 式写为

$$\sigma(t) = E\tau^{\alpha} \frac{d^{\alpha}\varepsilon}{dt^{\alpha}} = \eta_A D^{\alpha}\varepsilon(t) \quad (0 < \alpha < 1). \quad (8)$$

Abel 黏壶的参数包含黏性系数 η_A 和分数阶次 α . Abel 黏壶与前述分数黏壶的实质一样. 尽管 Abel 黏壶中的黏性系数 η_A 存在量纲的问题 (其量纲与 α 相关), 但 α 和 η_A 仍常被作为衡量材料流动性的参考指标 [61], 即 α 越大, η_A 越低, 流动趋势越明显. 因此, 从分数黏壶表征流动能力的角度 (视分数黏壶为 Abel 黏壶) 看, 将表 1 所列 α 和由 (8) 式得到的 η_A ($\eta_A = E\tau^{\alpha} = E\beta'$) 与 T_g/T 的关系绘于图 12(a) 中. 从图中看到, 随 T_g/T 增大, α 减小, η_A 增大, 从趋势上看, 这对应了材料的整体流动性减弱, 材料的“固态”倾向更为显著. 如果不考虑 η_A 的量纲问题, 这与 (7) 式所预计的趋势是一致的. 由此可见, 应用分数阶微分流变模型考察不同体系非晶合金的黏弹性行为时, 本构参数 α 和 η_A 在一定程度反映了非晶合金整体流动能力和趋势. Yu 等 [23] 通过对比非晶合金的 β 弛豫激活能 U_{β} 和

STZ 激活能 W_{STZ} , 发现二者量值接近相等, 这反映了玻璃转变与塑性变形的内在联系, 而这二者均与材料的结构不均匀性有关. 对于 α 小、 η_A 大的流动单元, 显然需要更大的 U_{β} 或 W_{STZ} 来发生 β 弛豫或开动 STZ, 而此时材料的 T_g/T 更高, 这也解释了图 12 所示流变模型参数随 T_g/T 的变化规律.

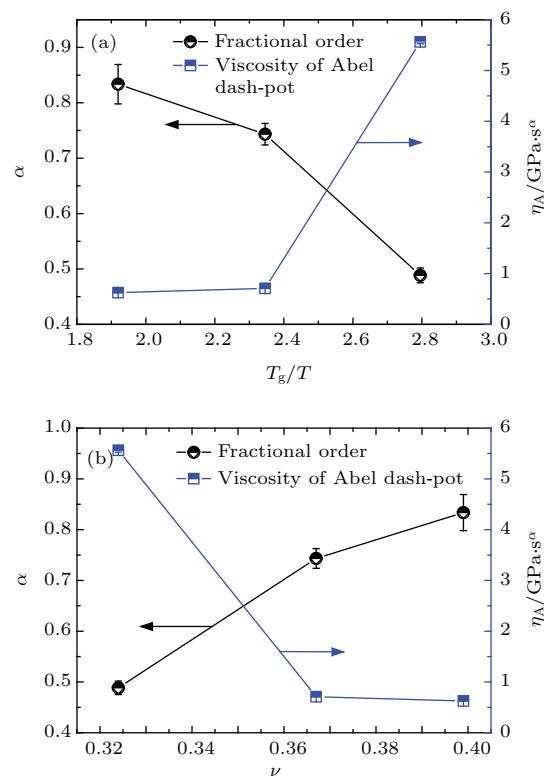


图 12 分数阶微分流变本构参数与 (a) 约化玻璃转变温度和 (b) 泊松比的关系曲线

Fig. 12. Relation between constitutive parameters of fractional-differential rheological model and (a) reduced glass transition temperature; (b) Poisson's ratio.

Wang 等 [64] 通过对十种不同体系非晶合金 (泊松比为 0.307—0.383) 的实验, 结合流变单元模型理论发现流动单元浓度 Δc 越高, 泊松比 ν 越大, 从而从材料的微观结构层面解释了泊松比与塑性的关联. 图 12(b) 为本文三种非晶合金的泊松比 (0.324—0.399) 与分数阶微分流变模型本构参数的关系曲线. 由图 12 可以看到, α 越大, η_A 越低, 泊松比 ν 越大. 如前所述, α 越大, 材料越趋向于“流体”属性, 结构中参与协调变形的类液相越多, 同时由于 η_A 低, 流动单元变形能力越大, 因而塑性越好. 由此可见, 尽管分数阶微分流变模型的流变本构参数具有唯象的本质, 但在解释非晶合金的相关力学行为时, 具有与流动单元浓度 Δc 相当的物理意义.

5 结 论

本文通过对 $\text{Fe}_{41.5}\text{Co}_{27.6}\text{B}_{18.4}\text{Si}_{4.6}\text{Nb}_{3.9}\text{Cr}_4$, $\text{Zr}_{48}\text{Cu}_{34}\text{Pd}_2\text{Al}_8\text{Ag}_8$ 和 $\text{Pd}_{40}\text{Cu}_{30}\text{Ni}_{10}\text{P}_{20}$ 等三种非晶合金进行低载模式室温纳米压痕黏弹性实验, 结合分数阶微分流变模型理论和流变本构参数分析, 得到以下结论:

1) 在表观弹性区, 三种非晶合金材料的变形表现出与加载速率相关的黏弹性, 且其黏弹性具有线性性质;

2) 相对于整数阶流变模型, 分数阶微分流变模型能更精细地表征材料的黏弹性变形特征;

3) 分数阶微分流变模型中流变本构参数的分析表明, 黏性系数 η_A 和分数阶次 α 可表征材料的流变特性和流动趋势, 流变参数与玻璃转变温度、泊松比 ν 之间有较好的关联性, α 越大, 材料越趋向于“流体”属性, 结构中参与协调变形的类液相越多, η_A 低, 流动单元变形能力越大, 塑性越好, 宏观表现为泊松比 ν 越大, 即可由分数阶微分流变模型的本构参数, 从材料微观结构角度解释泊松比与塑性的关联。

参考文献

- [1] Poulsen H F, Wert J A, Neufeind J, Honkimäki V, Daymond M 2004 *Nat. Mater.* **4** 33
- [2] Liu Y H, Wang D, Nakajima K, Zhang W, Hirata A, Nishi T, Inoue A, Chen M W 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 125504
- [3] Wagner H, Bedorf D, Küchemann S, Schwabe M, Zhang B, Arnold W, Samwer K 2011 *Nat. Mater.* **10** 439
- [4] Wang J G, Zhao D Q, Pan M X, Shek C H, Wang W H 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 031904
- [5] Hirata A, Guan P F, Fujita T, Hirotsu Y, Inoue A, Yavari A R, Sakurai T, Chen M W 2011 *Nat. Mater.* **10** 28
- [6] Yang Y, Zeng J F, Volland A, Blandin J J, Gravier S, Liu C T 2012 *Acta Mater.* **60** 5260
- [7] Huang B, Bai H Y, Wen P, Ding D W, Zhao D Q, Pan M X, Wang W H 2013 *J. Appl. Phys.* **114** 113508
- [8] Dmowski W, Iwashita T, Chuang C P, Almer J, Egami T 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 205502
- [9] Ye J C, Lu J, Liu C T, Wang Q, Yang Y 2010 *Nat. Mater.* **9** 619
- [10] Yang Y, Zeng J F, Ye J C, Lu J 2010 *Appl. Phys. Lett.* **97** 261905
- [11] Huo L S, Ma J, Ke H B, Bai H Y, Zhao D Q, Wang W H 2012 *J. Appl. Phys.* **111** 113522
- [12] Park K W, Lee C M, Wakeda M, Shibutani Y, Falk M L, Lee J C 2008 *Acta Mater.* **56** 5440
- [13] Ke H B, Wen P, Peng H L, Wang W H, Greer A L 2011 *Scripta Mater.* **64** 966
- [14] Caron A, Kawashima A, Fecht H J, Louzguine-Luzguin D V, Inoue A 2011 *Appl. Phys. Lett.* **99** 171907
- [15] Fujita T, Wang Z, Liu Y H, Sheng H, Wang W H, Chen M W 2012 *Acta Mater.* **60** 3741
- [16] Huo L S, Zeng J F, Wang W H, Liu C T, Yang Y 2013 *Acta Mater.* **61** 4329
- [17] Jiao W, Wen P, Peng H L, Bai H Y, Sun B A, Wang W H 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 101903
- [18] Xue R J, Wang D P, Zhu Z G, Ding D W, Zhang B, Wang W H 2013 *J. Appl. Phys.* **114** 123514
- [19] Zhu Z G, Wen P, Wang D P, Xue R J, Zhao D Q, Wang W H 2013 *J. Appl. Phys.* **114** 083512
- [20] Ke H B, Liu C T, Yang Y 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **58** 47
- [21] Huang B, Bai H Y, Wang W H 2014 *J. Appl. Phys.* **115** 153505
- [22] Wang W H 2013 *Prog. Phys.* **33** 177 (in Chinese) [汪卫华 2013 物理学进展 **33** 177]
- [23] Yu H B, Wang W H, Bai H Y, Wu Y, Chen M W 2010 *Phys. Rev. B* **81** 220201
- [24] Liu S T, Wang Z, Peng H L, Yu H B, Wang W H 2012 *Scripta Mater.* **67** 4
- [25] Argon A S 1979 *Acta Metall.* **27** 47
- [26] Wang W H 2012 *Nat. Mater.* **11** 275
- [27] Ma D, Stoica A, Wang X L, Lu Z, Clausen B, Brown D 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 085501
- [28] Zhao L, Ma C L, Fu M W, Zeng X R 2012 *Intermetallics* **30** 65
- [29] Wang W H 2012 *Prog. Mater. Sci.* **57** 487
- [30] Liao G K, Long Z L, Xu F, Liu W, Zhang Z Y, Yang M 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 136101 (in Chinese) [廖光开, 龙志林, 许福, 刘为, 张志洋, 杨妙 2015 物理学报 **64** 136101]
- [31] Wang W H 2011 *J. Appl. Phys.* **110** 053521
- [32] Gao M, Liu S T, Wang Z, Wang W H 2012 *Mod. Phys.* **24** 10 (in Chinese) [高萌, 刘诗彤, 王峥, 汪卫华 2012 现代物理知识 **24** 10]
- [33] Schiessel H, Blumen A 1993 *J. Phys. A: Math. Gen.* **26** 5057
- [34] Heymans N, Bauwens J C 1994 *Rheol. Acta* **33** 210
- [35] Zhu K Q, Hu K X, Yang D 2007 *Proceedings of the 5th International Conference on Fluid Mechanics* Shanghai, China, August 15–19, 2007 p506
- [36] Zhang C Y 2006 *Viscoelastic Fracture Mechanics* (Beijing: Science Press) p23
- [37] Ma D, Stoica A D, Wang X L 2009 *Nat. Mater.* **8** 30
- [38] Cheng Y Q, Ma E 2011 *Prog. Mater. Sci.* **56** 379
- [39] Peng H L, Li M Z, Sun B A, Wang W H 2012 *J. Appl. Phys.* **112** 023516
- [40] Sun B A, Wang W H 2010 *Physics* **39** 628 (in Chinese) [孙保安, 汪卫华 2010 物理 **39** 628]
- [41] Ruan L L, Qu S L, Guo Z Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 034204

- [42] Sun B A, Yu H B, Jiao W, Bai H Y, Zhao D Q, Wang W H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 035501
- [43] Sun B A, Pauly S, Tan J, Stoica M, Wang W H, Kühn U, Eckert J 2012 *Acta Mater.* **60** 4160
- [44] Jiang M Q, Meng J X, Gao J B, Wang X L, Rouxel T, Keryvin V, Ling Z, Dai L H 2010 *Intermetallics* **18** 2468
- [45] Xu F 2012 *Ph. D. Dissertation* (Xiangtan: Xiangtan University) (in Chinese) [许福 2012 博士学位论文 (湘潭: 湘潭大学)]
- [46] Long Z L, Shao Y, Xie G Q, Zhang P, Shen B L, Inoue A 2008 *J. Alloy. Compd.* **462** 52
- [47] Zhang Q S, Zhang W, Inoue A 2007 *Mater. Trans.* **48** 3031
- [48] Inoue A, Nishiyama N, Masumoto T 1996 *Mater. Trans. JIM* **37** 181
- [49] Radok J R M 1957 *Q. Appl. Math.* **15** 198
- [50] Lee E H, Radok J R M 1960 *J. Appl. Mech.* **27** 438
- [51] Ting T C T 1966 *J. Appl. Mech.* **33** 845
- [52] Podlubny I 1999 *Fractional Differential Equations* (New York: Academic Press) p62
- [53] Zhang W M 2006 *Ph. D. Dissertation* (Xiangtan: Xiangtan University) (in Chinese) [张为民 2006 博士学位论文 (湘潭: 湘潭大学)]
- [54] Wang J Q, Wang W H, Yu H B, Bai H Y 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 121904
- [55] Baricco M, Baser TA, Das J, Eckert J 2009 *J. Alloy. Compd.* **483** 125
- [56] Jiang M Q, Dai L H 2007 *Phys. Rev. B* **76** 054204
- [57] Wang Z, Wen P, Huo L S, Bai H Y, Wang W H 2012 *Appl. Phys. Lett.* **101** 121906
- [58] Johnson W L, Samwer K 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 195501
- [59] Turnbull D, Cohen M H 1961 *J. Chem. Phys.* **34** 120
- [60] Miracle D B 2004 *Nat. Mater.* **3** 697
- [61] Zhan X L, Zhang X N, Wang D Y, Lu L 2009 *Eng. Mech.* **26** 187 (in Chinese) [詹小丽, 张肖宁, 王端宜, 卢亮 2009 工程力学 **26** 187]
- [62] Zhou H W, Wang C P, Han B B, Duan Z Q 2011 *Int. J. Rock. Mech. Min.* **48** 116
- [63] Zhou H W, Wang C P, Duan Z Q, Zhang M, Liu J F 2012 *Sci. Sin-Phys. Mech. Astron.* **42** 310 (in Chinese) [周宏伟, 王春萍, 段志强, 张淼, 刘建锋 2012 中国科学: 物理学 力学 天文学 **42** 310]
- [64] Wang D P, Zhao D Q, Ding D W, Bai H Y, Wang W H 2014 *J. Appl. Phys.* **115** 123507

Research on viscoelastic behavior and rheological constitutive parameters of metallic glasses based on fractional-differential rheological model*

Xu Fu[†] Li Ke-Feng Deng Xu-Hui Zhang Ping Long Zhi-Lin[‡]

(College of Civil Engineering and Mechanics, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

(Received 12 August 2015; revised manuscript received 16 October 2015)

Abstract

Metallic glasses offer novel physical, chemical and mechanical properties and have promising potential applications. Recently, exploring the structure and deformation mechanism of metallic glasses according to the rheological mechanical behavior in the nominal elastic region has been the object of intensive research. Physically the mechanical analogues of fractional elements can be represented by self-similarity spring-dashpot fractal networks. In light of the fractal distribution features of the structural heterogeneities, a fractional differential rheological model is introduced to explore the viscoelastic behavior of metallic glasses in this paper. To investigate the viscoelastic deformation mechanism, carefully designed nanoindentation tests at ambient temperature are proposed in this study. Three kinds of metallic glasses with different Poisson's ratio and glass transition temperature, which have the chemical compositions of $\text{Pd}_{40}\text{Cu}_{30}\text{Ni}_{10}\text{P}_{20}$, $\text{Zr}_{48}\text{Cu}_{34}\text{Pd}_2\text{Al}_8\text{Ag}_8$, and $(\text{Fe}_{0.432}\text{Co}_{0.288}\text{B}_{0.192}\text{Si}_{0.048}\text{Nb}_{0.04})_{96}\text{Cr}_4$ are selected as the model materials. Experimental and theoretical results clearly indicate that in the nominal elastic region, these metallic glasses exhibit linear viscoelasticity, implying a loading rate-dependent character. Based on the fractional calculus and Riemann-Liouville definition, experimental results are analyzed by the fractional-differential and integer order rheology models respectively. According to the stability of the fitting parameters, here we show that the fractional-differential Kelvin model, which consists of a spring and a fractional dashpot element, can fit the experimental viscoelastic deformation data of the investigated metallic glasses better than that with integer order rheological model. The extracted elastic modulus E_1 of the spring in the fractional-differential Kelvin model are comparable to those of samples measured by traditional methods. Such a similarity can be well explained by the mechanical analogue of fractal model proposed for describing the distribution features of the structural heterogeneities in metallic glasses. The rheological parameters obtained here including viscosity index η_A and fractional order α are capable of reflecting the rheological features and the flowing tendency of the above-mentioned metallic glasses. It is found that there exists a clear relationship between the rheological parameters and the reduced glass transition temperature as well as Poisson's ratio, which is helpful for understanding the correlation between plasticity and Poisson's ratio from the micro-structural point of view. The current work provides a rheological model-structure-property relation that may be applicable to a wide range of glassy materials.

Keywords: metallic glass, fractional differential rheological model, viscoelastic, constitutive parameters

PACS: 61.43.Dq, 45.10.Hj

DOI: 10.7498/aps.65.046101

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51471139, 51401176, 21376199) and the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 14JJ3078).

[†] Corresponding author. E-mail: xufu@xtu.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: longzl@xtu.edu.cn