

三维介观超导环的涡旋结构

史良马 周明健 张晴晴 张宏彬

Vortex pattern in three-dimensional mesoscopic superconducting rings

Shi Liang-Ma Zhou Ming-Jian Zhang Qing-Qing Zhang Hong-Bin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 047501 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.047501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.047501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

两带超导体 LaNiC_2 上临界磁场的理论分析

Theoretical analysis of the upper critical field of two-band superconductor LaNiC_2

物理学报.2016, 65(3): 037401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.037401>

利用扫描透射 X 射线显微镜观测磁涡旋结构

STXM observation and quantitative study of magnetic vortex structure

物理学报.2015, 64(19): 197502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.197502>

双能隙介观超导体的涡旋结构模拟

Numerical simulation of vortex structure in mesoscopic two-gap superconductor

物理学报.2013, 62(9): 097401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.097401>

超导材料 NbS_2 上临界磁场的理论分析

Theoretical analysis on the upper critical field of superconductor NbS_2

物理学报.2012, 61(16): 167401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.167401>

三维介观超导环的涡旋结构*

史良马[†] 周明健 张晴晴 张宏彬

(巢湖学院机械与电子工程学院, 合肥 238000)

(2015年9月6日收到; 2015年11月30日收到修改稿)

在 Ginzburg-Landau 理论的框架下, 运用有限差分法研究了在圆环电流产生磁场下的介观超导圆环内的涡旋结构, 讨论了超导圆环尺寸和不同空间分布的磁场对涡旋形成的影响, 得到在一般超导圆环体内的基态多是巨涡旋态、而多涡旋态多以激发态形式存在的结论, 说明磁场一般从超导圆环的环孔穿过, 而很难穿过超导圆环体.

关键词: 涡旋结构, 超导圆环, 介观, Ginzburg-Landau 理论

PACS: 75.70.Kw, 74.25.Ha, 74.20.De

DOI: 10.7498/aps.65.047501

1 引言

从 1933 年 Meissner 和 Ochsenfeld^[1] 发现 Meissner 效应后, 人们认为处于超导态的物体具有完全抗磁性. 但 1957 年 Abrikosov^[2] 提出两类超导体后, 认为在第 II 类超导体内磁场可以部分穿过超导体, 使其失去超导电性成为正常态, 而其周围仍然是超导态, 即在超导体内形成一个个以正常态为中心的涡旋, 说明了超导电性与磁性可以在相干长度范围内共存. 最近的研究发现在铁基超导体中超导电性与磁性可以在晶格常数的尺度上共存^[3]. 超导体内超导电性与磁性的竞争决定了超导体所处状态与特性.

近年来, 人们发现介观超导体即使是在第 I 类超导体中也会出现 Abrikosov 的涡旋格子^[4-7]. 由于超导体处于介观尺度, 其几何尺寸与体系的物理特征如相干长度或穿透深度相比较而有着很明显的量子尺寸效应、界面效应, 表现出许多奇特的物理特性, 理论与实验^[5,8-10] 表明, 介观超导体主要存在两种涡旋态: 巨涡旋态和多涡旋态. 当介观样品尺寸较小时, 量子尺寸效应非常显著, 体系处于

巨涡旋态即单根涡旋线承载多个磁通量子. 当介观样品尺寸变大, 巨涡旋态分裂为多涡旋态, 这与宏观超导体中的 Abrikosov 涡旋格子类似.

很多研究表明, 超导样品中的涡旋结构不仅受到超导样品本身的形状^[11-13]、边界^[14]影响, 还与外界的磁场分布有关^[15]. 最近, 理论上在反对称磁场作用下得到了涡旋-反涡旋共存的涡旋结构^[16]. 目前对超导环涡旋结构的研究主要针对二维薄圆环^[17-19]. 在实验方面, 随着材料制备技术, 尤其是化学气相沉积^[20,21]、分子束外延等^[22]技术的不断发展和成熟, 介观低维超导的实验研究取得了长足进展. 本文研究在由电流圆环产生的磁场作用下三维超导圆环内涡旋的结构分布情况.

2 理论模型

在柱坐标系中, 我们考虑在圆环电流产生的磁场作用下的一个三维介观超导圆环系统如图 1 所示.

按照 Ginzburg-Landau (G-L) 理论^[23], 超导系统在接近临界温度 T_c 的自由能 F_s 可以通过序参量 $\psi(\mathbf{r})$ 来展开:

* 国家自然科学基金 (批准号: 11742063) 和安徽省高校省级科学研究重点项目 (批准号: KJ2012A203) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: slm428@shu.edu.cn

$$F_s - F_n = \int \left[\alpha(T)|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta(T)|\psi|^4 + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left| \left(\nabla - i\frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 \right] dV, \quad (1)$$

其中, F_n 为正常态的自由能; $\alpha(T) < 0$, $\beta(T) > 0$ 是温度 T 的函数; m^* 为 Cooper 对的质量; \hbar 为 Planck 常数; $\Phi_0 = hc/2e$ 为磁通量子; \mathbf{A} 为矢势, $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{H}$. 我们选择在圆环电流产生磁场的作用下, 考察三维介观超导圆环内的涡旋结构. 圆环电流产生的矢势 $\mathbf{A} = (0, A_\phi, 0)$, 其中

$$A_\phi = \frac{Ia}{c} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi' d\phi'}{\sqrt{\rho^2 + (z - z_0)^2 + a^2 - 2\rho a \cos \phi'}}, \quad (2)$$

上式可以用椭圆积分表示^[24]:

$$A_\phi = \frac{2m}{\pi a^2 \rho} \left[\frac{\rho^2 + a^2 + (z - z_0)^2}{\sqrt{(\rho + a)^2 + (z - z_0)^2}} K(k) + \sqrt{(\rho + a)^2 + (z - z_0)^2} E(k) \right], \quad (3)$$

其中 $m = I\pi a^2/c$ 为圆环电流产生的磁矩, 以 $m_0 = \frac{c\hbar}{2e} \xi(T)^2 = H_{c2} \xi(T)^2$ 为单位, $K(k)$, $E(k)$ 分别为第一椭圆积分和第二椭圆积分,

$$k = \sqrt{\frac{4\rho a}{(\rho + a)^2 + (z - z_0)^2}}.$$

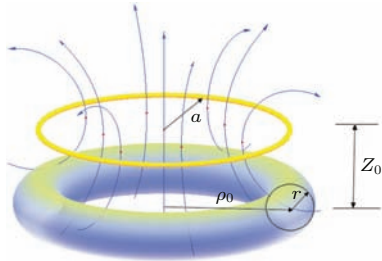


图1 在圆环电流产生的磁场作用下的三维介观超导圆环
Fig. 1. Three-dimensional mesoscopic superconducting ring within the field of circular electric current.

我们以相干长度 $\xi = \hbar/\sqrt{2m^*[-\alpha(T)]}$ 为长度单位, 以 $c\hbar/2e\xi = \Phi_0/2\pi\xi$ 为矢势单位, 以 $H_{c2} = c\hbar/2e\xi^2$ 为磁场的单位, 以 $\psi_0 = \sqrt{-\alpha(T)/\beta}$ 为序参量单位, 以 $F_0 = \alpha(T)^2/\beta$ 为自由能的单位, 则得到无量纲的自由能:

$$F = \int dV \left\{ -|\psi|^2 + \frac{1}{2}|\psi|^4 + |(\nabla - i\mathbf{A})\psi|^2 \right\}, \quad (4)$$

其中 $F_n = 0$, 积分限制在圆环内. 不考虑磁场的屏蔽效应. 自由能(4)式通过对序参量 $\psi(\mathbf{r})$ 变分取最

小值, 得到 G-L 第一方程与边界条件可以写为

$$-(\nabla - i\mathbf{A})^2 \psi - \psi + |\psi|^2 \psi = 0, \quad (5)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\nabla - i\mathbf{A})\psi|_{\text{on } S} = 0, \quad (6)$$

其中边界 S 满足 $(\rho - \rho_0)^2 + z^2 = r^2$.

我们定义一个线性算符 \hat{L} :

$$\hat{L} = -(\nabla - i\mathbf{A})^2 - 1, \quad (7)$$

则方程(5)改写为

$$\hat{L}\psi = -|\psi|^2 \psi. \quad (8)$$

由于序参量 $\psi(\mathbf{r})$ 具有轴心对称性, 可以表示为

$$\psi(\rho, \phi, z) = e^{iL\phi} \psi(\rho, z), \quad (9)$$

则(7)式的算符就变为

$$\hat{L} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left(\frac{L}{\rho} - A_\phi \right)^2 - 1. \quad (10)$$

(4) 式的自由能就可以化为

$$F = 2\pi \int_{-r}^r dz \int_{\rho_0 - \sqrt{r^2 - z^2}}^{\rho_0 + \sqrt{r^2 - z^2}} \rho d\rho \left(\psi^* \hat{L}\psi + \frac{1}{2} |\psi|^4 \right). \quad (11)$$

算符 \hat{L} 的本征方程为

$$\hat{L}\psi_{L,n}(\rho, z) = \Lambda_{L,n} \psi_{L,n}(\rho, z), \quad (12)$$

其中 L 是涡旋数; $n = 0, 1, 2, \dots$, 表示同一个涡旋数下的不同态. $\Lambda_{L,n}$ 为对应涡旋数 L 、环半径 ρ 和环身半径 r 的本征值. 我们限制 $n = 0$, 因为这些态能给出主要的涡旋分布, 所以省去 n . $\psi_L(\rho, z)$ 就表示 $\psi_{L,n=0}(\rho, z)$. 同样, Λ_L 表示 $\Lambda_{L,n=0}$.

在边界条件(6)下, 通过有限差分的方法可以数值求解本征方程(12)的解. G-L 第一方程(5)的解一般可由这方程的本征函数来构成,

$$\psi(\rho, \phi, z) = \sum_L^N C_L e^{iL\phi} \psi_L(\rho, z), \quad (13)$$

其中 N 是最大的涡旋数. 将(13)式代入自由能表达式(11)可以给出含复系数 $\{C_L\}$ 的自由能 F .

$$F = 2 \sum_{L=0}^N \Lambda_L C_L^2 B_L + \sum_{L=0}^N C_L^4 A_L + 4 \sum_{L=0}^N \sum_{L' > L}^N C_L^2 C_{L'}^2 A_{LL'}, \quad (14)$$

其中

$$A_L = 2\pi \int_{-r}^r \psi_L(\rho, z)^4 dz \int_{\rho_0 - \sqrt{r^2 - z^2}}^{\rho_0 + \sqrt{r^2 - z^2}} \rho d\rho,$$

$$\begin{aligned}
 B_L &= 2\pi \int_{-r}^r \psi_L(\rho, z)^2 dz \int_{\rho_0 - \sqrt{r^2 - z^2}}^{\rho_0 + \sqrt{r^2 - z^2}} \rho d\rho, \\
 A_{LL'} &= 2\pi \int_{-r}^r \psi_L(\rho, z)^2 \psi_{L'}(\rho, z)^2 dz \\
 &\quad \times \int_{\rho_0 - \sqrt{r^2 - z^2}}^{\rho_0 + \sqrt{r^2 - z^2}} \rho d\rho, \\
 L &= 0, 1, 2, \dots, N; L' > L.
 \end{aligned}$$

要得到稳态的涡旋态, 自由能 F 对系数 $\{C_L\}$ 微商应等于零, 即

$$\frac{\partial F}{\partial C_L} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial C_L^*} = 0, \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_{\text{Hessian}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial C_0^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial C_0 \partial C_1} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial C_0 \partial C_N} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial C_0 \partial C_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial C_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial C_1 \partial C_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial C_0 \partial C_N} & \frac{\partial^2 F}{\partial C_1 \partial C_N} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial C_N^2} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

且上面 Hessian 矩阵 (16) 也为正. 系数 $\{C_L\}$ 由 (15) 和 (16) 式定出:

$$|C_L|^2 = \frac{D_L}{D}, \quad (17)$$

其中,

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} A_1 & 2A_{12} & \cdots & 2A_{1N} \\ 2A_{12} & A_2 & \cdots & 2A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2A_{1N} & 2A_{2N} & \cdots & A_N \end{pmatrix},$$

D_L 是由列 $(A_1 B_1, A_2 B_2, \dots, A_N B_N)^T$ 替代 \mathbf{D} 中第 L 列得到的.

由于系统关于 z 对称, 我们考虑圆环在 $O-\rho z$ 平面上侧的一个截面, 将三维问题化为二维问题. 用两簇平行于坐标轴 ρ, z 的直线将圆环所在的截面网格化成 $N \times N$ 个网格点, 由此将方程 (12) 及边界条件 (6) 进行离散化, 从而利用有限差分进行数值求解.

3 涡旋态结构

3.1 巨涡旋态

巨涡旋态存在于小尺寸的圆环中, 受边界条件的影响强烈, 量子尺寸效应显著, 体系中存在着单

根涡旋线承载多个磁通量子. 其波函数呈现轴对称性. 在 (13) 式取其中一项的系数不为零来表示, 即

$$\psi(\rho, \phi, z) = C_L e^{iL\phi} \psi_L(\rho, z), \quad (18)$$

其中 L 表示角动量量子数, 也称为涡旋数. $L = 0$ 的态又称为 Meissner 态. 图 2 为圆环 ($R_i = \rho_0 - r = 0.5\xi, r = 0.5\xi$) 记为圆环 (0.5, 0.5) 在电流环 ($a = 0.6\xi, z_0 = 0\xi$) 作用下系统随着电流磁矩变化的自由能曲线. 图中点线以下自由能负值对应着超导态, 实线对应系统最低的自由能为基态, 虚线是系统的亚稳态. 系统最大的涡旋数为 3. 对于 Meissner 态即 $L = 0$ 的态, 自由能随着外电流环提供的磁矩增大而增大. 当磁矩 $m = 0.81m_0$ 为超导圆环提供的磁场达到上成核场, 即大于上成核场, 该涡旋态就变正常态, 对于 $L = 0$ 的态没有下成核场. 而其他 ($L > 0$) 的巨涡旋态, 自由能先是随着电流环中磁矩的增大而减小, 到达一个最低点, 然后再随着磁矩的增大而增大. $L > 0$ 涡旋态不仅有上成核场而且有下成核场, 即磁场低于下成核场该涡旋态也变成正常态. 对于 $L = 1$ 的巨涡旋态, $m = 0m_0$ 提供一个下成核场, $m = 1.56m_0$ 提供一个上成核场; 对于 $L = 2$ 的巨涡旋态, $m = 1.05m_0$ 提供一个下成核场, $m = 2.20m_0$ 提供一个上成核场.

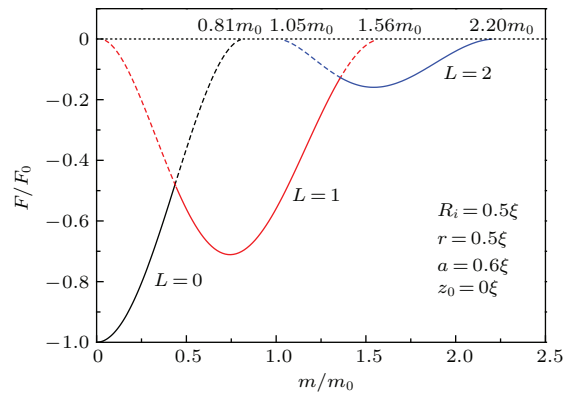


图 2 (网刊彩色) 圆环 (0.5, 0.5) 自由能随磁矩的变化
Fig. 2. (color online) Free energy curves of ring (0.5, 0.5) versus magnetic moment.

为了了解磁场分布对巨涡旋的影响, 我们研究了同一个超导圆环 (0.5, 0.5) 在四个不同电流环磁场作用下的情况 (图 3), 红色曲线即是图 2 的自由能曲线. 由于其电流环与超导环最靠近, 系统的自由能最高. 电流环 ($a = 0.6\xi, z_0 = 1\xi$) 与超导环最远, 系统自由能最低. 这也说明了超导电性与磁性

在系统内是两个相互对立相互竞争的特性. 电流环 ($a = 0.2\xi, z_0 = 0\xi$) 在超导环内, 系统最大的涡旋数达到 $L = 3$, 说明磁场较容易穿过超导圆环; 而电流环 ($a = 1.5\xi, z_0 = 0\xi$) 在超导环外, 系统最大的涡旋数只有 $L = 1$, 这样的磁场分布不容易穿过超导圆环.

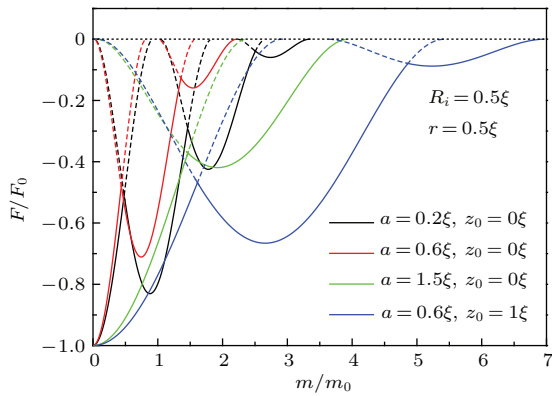


图3 (网刊彩色) 圆环 (0.5, 0.5) 在不同电流环磁场作用下的自由能曲线

Fig. 3. (color online) Free energy curves of ring (0.5, 0.5) within the field of different circular electric current.

图4为圆环 (0.5, 0.5) 在 $o-\rho z$ 平面一侧截面的超导 Cooper 对密度分布. 每行表示对应于四个不同电流环的作用, 每列表示涡旋数分别为 $L = 0, 1, 2$ 和 3 涡旋. 蓝色到棕色代表 Cooper 对密度从低到高. 对于电流环位于 $z_0 = 0$ 的平面, 磁场关于 $O-\rho\phi$ 平面对称, 因而前三行的 Cooper 对密度都是 $O-\rho\phi$ 平面对称. 电流环 ($a = 0.6\xi, z_0 = 1\xi$) 位于超导圆环的上方 $z_0 = 1$ 的平面, 则 Cooper 对密度不具有 $O-\rho\phi$ 平面的对称性. 对于 $L > 0$ 的涡旋态, 由于超导圆环内有磁通线穿过, 因而超导圆环内侧的 Cooper 对密度低. 而 $L = 0$ 的 Meissner 态, 超导圆环中没有磁通线穿过, 一般情况超导圆环外侧的 Cooper 对密度低 (如第三行第一列的图). 但由于电流环产生的磁场不是均匀的, 如果电流环半径较小如 ($a = 0.2\xi$) 和 ($a = 0.6\xi$) 在超导圆环内侧产生的磁场较在超导圆环外侧产生的磁场大, 因而导致 $L = 0$ 的 Meissner 态内侧的 Cooper 对密度低 (如第一行第一列的图, 第二行第一列的图). 图5是超导圆环 (0.5, 0.5) 在 $z = 0$ 平面上相应的超导 Cooper 对密度分布的等高图.

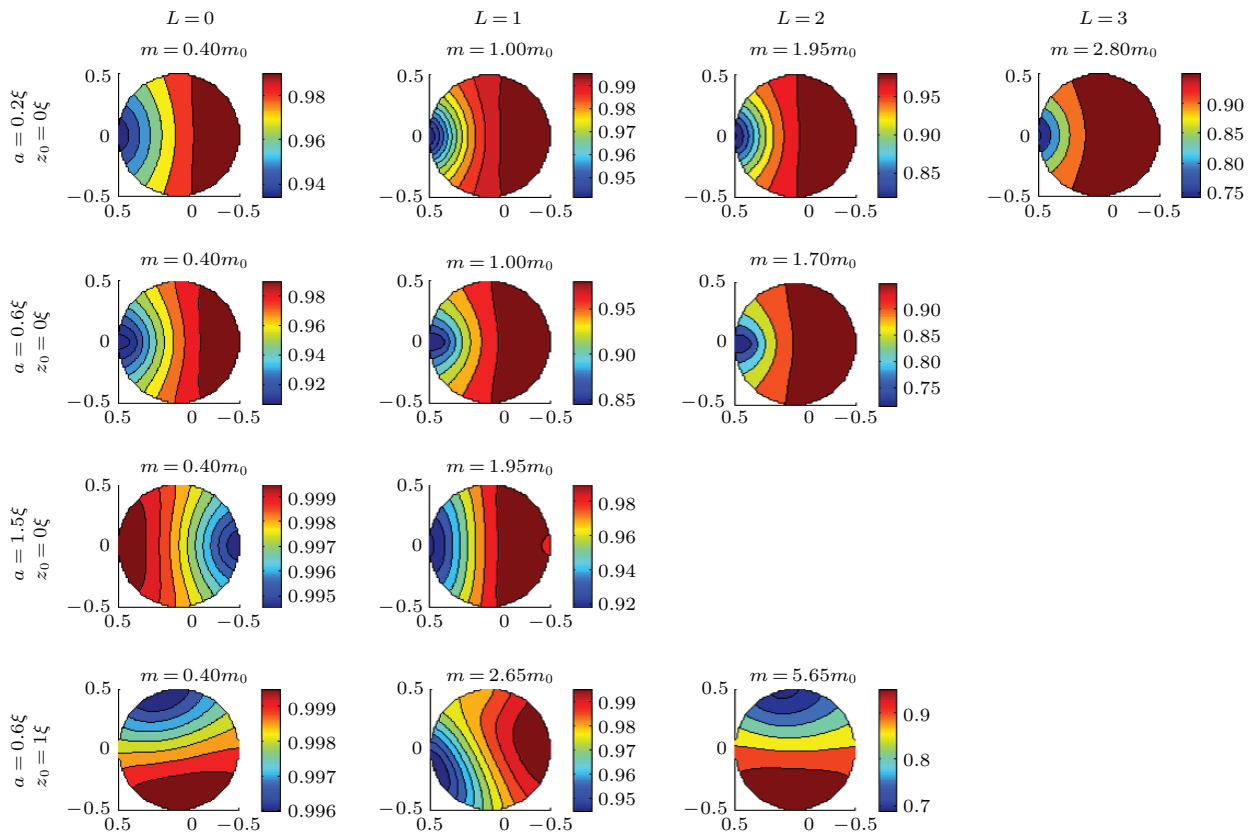


图4 (网刊彩色) 圆环 (0.5, 0.5) 在右侧截面的 Cooper 对密度分布

Fig. 4. (color online) Distribution of the Cooper pair density of ring (0.5, 0.5) on the right section.

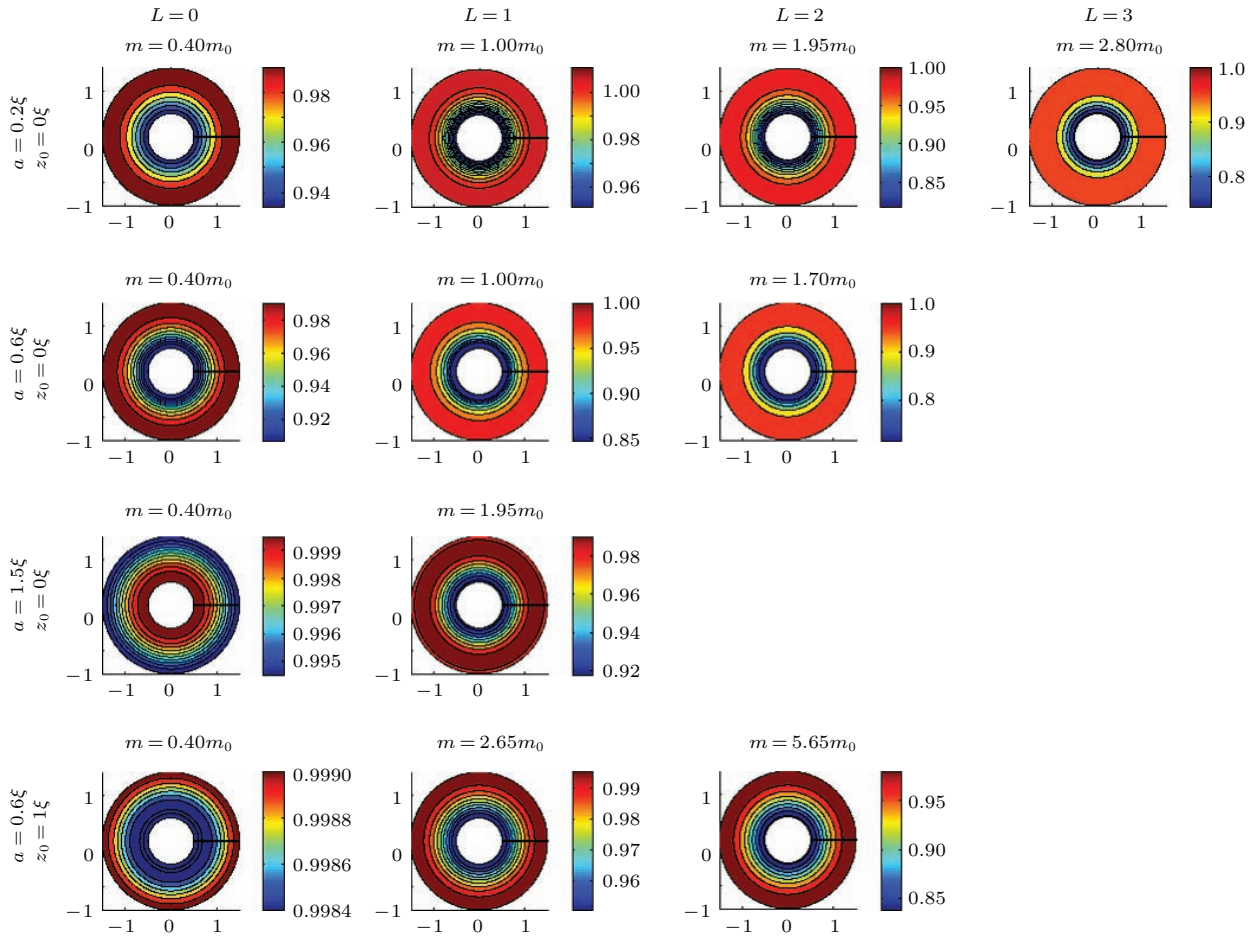


图5 (网刊彩色) 圆环 (0.5, 0.5) 在 $z = 0$ 平面上的 Cooper 对密度分布

Fig. 5. (color online) Distribution of the Cooper pair density of ring (0.5, 0.5) for the plane of $z = 0$.

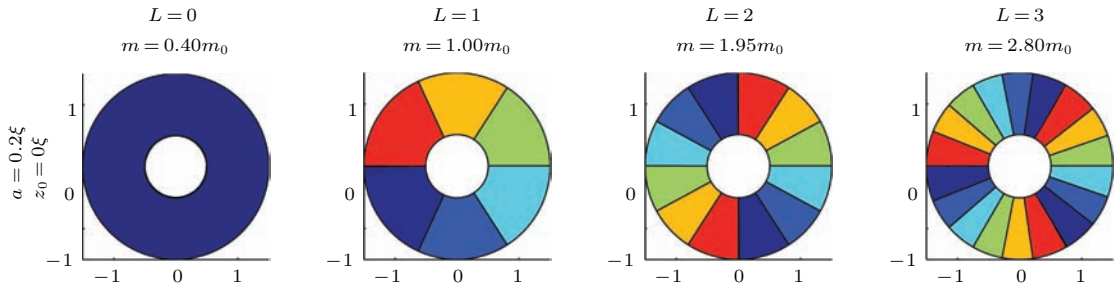


图6 (网刊彩色) 圆环 (0.5, 0.5) 在不同磁矩作用下 $z = 0$ 平面上的超导函数相位图

Fig. 6. (color online) Phase of the order parameter for the plane of $z = 0$ within the different magnetic moment.

相位是区别巨涡旋态涡旋数的重要工具, 因为在超导圆环的任何一点, 相位都是 $L \times \phi$, 因此一个 L 态的巨涡旋, 其相位就会从 $0 \rightarrow 2\pi$ 变化 L 次. 图6是超导圆环 (0.5, 0.5) 分别在电流磁矩为 $0.40m_0$, $1.00m_0$, $1.95m_0$ 和 $2.80m_0$ 时 $z = 0$ 平面上相应的超导波函数相位分布的等高图. 蓝色表示相位低, 红色表示相位高. 例如图6中的最后一个图其相位从蓝色到红色变化了3次, 因此巨涡旋数为

$L = 3$. 从相位的对称性我们可以判断涡旋态的涡旋中心都在超导圆环的中心.

最大涡旋态的上成核是衡量超导态与正常态的一标志, 也是超导的临界磁场. 圆环的尺寸不同, 其临界磁场也不同. 图7给出了在同一个电流环 ($a = 0.5\xi, z_0 = 0\xi$) 作用下, 其超导圆环的内半径 ($R_i = \rho_0 - r$) 为 0.5ξ 时, 其环身半径 (r) 从 0.1ξ 到 1.0ξ 时, 电流环提供临界场的磁矩与超导环内在的

最大涡旋数的变化情况. 黑色实线是超导圆环达到临界磁场时, 电流圆环需要提供的磁矩曲线, 红色的点划线是超导圆环容纳的最大涡旋数. 可以看到, 随着环身半径的增大, 抗磁性也越来越大, 临界磁场增大, 因而要达到临界磁场电流环提供的磁矩也随着增大. 环身半径增大到一定程度, 超导圆环容纳的最大涡旋数目也会增大, 即有更多的磁通线穿过超导圆环. 从图7可以看出每根磁通线的进入也引起临界场的波动. 我们特别注意到当超导圆环的半径增大到 $r = 0.96\xi$ 时, 其临界磁场反而减小了.

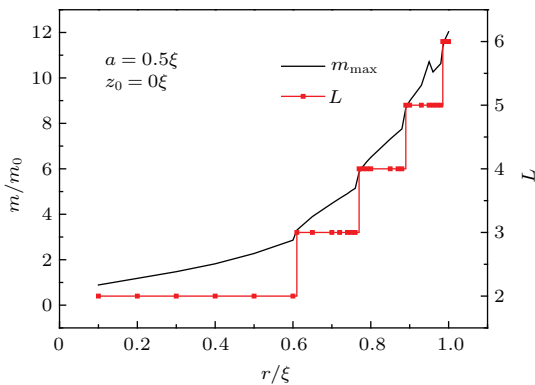


图7 (网刊彩色) 同一电流环提供临界场的磁矩及最大的涡旋数随超导环身半径 r 的变化

Fig. 7. (color online) The magnetic moment offered critical field and maximum vorticity versus ring radius r within the same circular electric current.

因为 1ξ 长度是磁场的穿透深度, 当环身的半径小于 1ξ 时, 环身很难容纳一根涡旋线穿过, 涡旋线只能从环中间的环孔穿过, 在圆环中以巨涡旋态存在, 即中间一根涡旋线承载了多个磁通量子. 因而, 小尺寸的圆环中涡旋态只能以巨涡旋态, 随着圆环尺寸增加, 其中间一根涡旋线承载的磁通量子也增多.

3.2 多涡旋态

超导圆环尺寸较大, 超导态主要以多涡旋态的形式存在. 在我们考虑的超导圆环的尺寸范围内, 其超导波函数主要用 (13) 式中的二分量来表示

$$\psi(\rho, \phi, z) = C_1 e^{iL_1\phi} \psi_{L_1}(\rho, z) + C_2 e^{iL_2\phi} \psi_{L_2}(\rho, z). \quad (19)$$

多涡旋函数的幅值以环心呈中心对称. 为了方便, 涡旋态用 (L_1-L_2) 来标志. (L_1-L_2) 的多涡旋态表示一个角动量为 L_1 的巨涡旋在环的中心, 在环四周有 $L_2 - L_1$ 个单涡旋均匀分布排列着.

图8是超导圆环 $(1,2)$ 在电流环 $(a = 5.5\xi, z_0 = 0\xi)$ 作用下自由能随外加磁矩变化的曲线. 黑色线表示巨涡旋态的自由能曲线, 蓝色、绿色和红色分别表示 $(0-L)$, $(1-L)$ 和 $(2-L)$ 的多涡旋态自由能曲线. 实线表示的自由能为基态, 而虚线表示的自由能为激发态. 通过计算, 系统最大的涡旋数是9, 只 $L = 0, L = 1$ 和 $L = 2$ 的巨涡旋态才有基态, 多涡旋态有 $(0-k_0)$ ($k_0 = 4-9$), $(1-k_1)$ ($k_1 = 4-9$) 和 $(2-k_2)$ ($k_2 = 6-8$) 十五个多涡旋态, 但这些多涡旋态中只有 $(2-7)$ 是基态, 而其他均为激发态. 由于巨涡旋态 $L = 2$, 多涡旋态 $(2-6)$ 、 $(2-7)$ 和 $(2-8)$ 的自由能曲线靠得很近, 图8中的插图是将自由能在 -0.106 到 -0.104 之间的自由能曲线放大的图形. 多涡旋态 $(2-7)$ 的自由能最低, 然后依次是 $(2-8)$, $(2-6)$ 和巨涡旋态 $L = 2$. 多涡旋态 (L_1-L_2) 的自由能曲线一般是两端与巨涡旋态 L_1 和 L_2 的自由能曲线平滑相连接, 但我们计算发现多涡旋态 $(1-7)$, $(1-8)$, $(1-9)$ 的自由能曲线起始都在巨涡旋态 $L = 1$ 的自由能曲线上. 同样, 多涡旋态 $(2-6)$, $(2-7)$, $(2-8)$ 则起始都在巨涡旋态 $L = 2$ 的自由能曲线上.

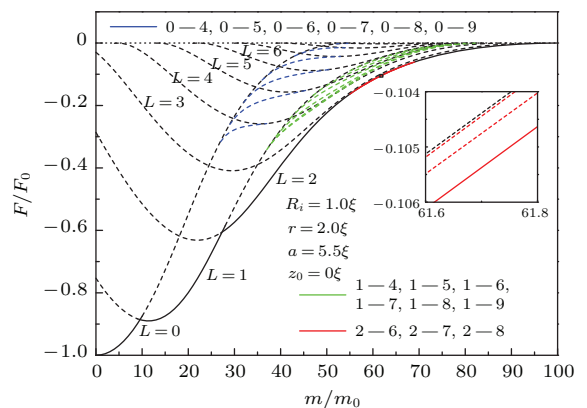


图8 (网刊彩色) 多涡旋数自由能随磁矩的变化

Fig. 8. (color online) Free energy curves of multivortex state versus magnetic moment.

图9为基态的多涡旋态 $(2-7)$ 在电流磁矩 $m = 62.0m_0$ 时 $z = 0$ 截面上 Cooper 密度及其超导波函数相位的分布情况, 图中蓝色到棕色表示由低到高. 图9(a)为 Cooper 密度的等高二维分布图. 蓝色圆圈表示涡旋心所在的位置, 可以在超导圆环四周均匀分布着五个 $(7 - 2 = 5)$ 涡旋. 图9(b)为相应 Cooper 密度的等高三维分布图. 从图中可以看到在涡旋的中心 Cooper 密度接近0, 而 Cooper 密度最高也只有0.02. 图9(c)为相应的超

导波函数的相位等高分布. 可以看到围绕四周的每一个涡旋心, 相位由蓝色变到红色即由0变到 2π , 而在围绕着环心, 由蓝色到红色变化了两次, 说明有两根磁通线穿过了超导圆环的中心. 图9(d)为超导圆环 Cooper 对三维空间的等密度分布, 图中蓝色是设定的 Cooper 对密度0.001. 由于电流环提供的磁场关于 $z = 0$ 的平面对称, 因而超导圆环中

的涡旋线也是关于 $z = 0$ 的平面对称.

为了考察激发态即亚稳态的多涡旋态情况, 我们选择了其中四个激发态的多涡旋态进行了研究. 图10为多涡旋(0—4), (1—4), (1—6)和(2—6)分别在电流环提供 $31m_0$, $45m_0$, $60m_0$ 和 $62m_0$ 的磁矩下的 Cooper 对密度(上)及其超导波函数相位(下)分布图.

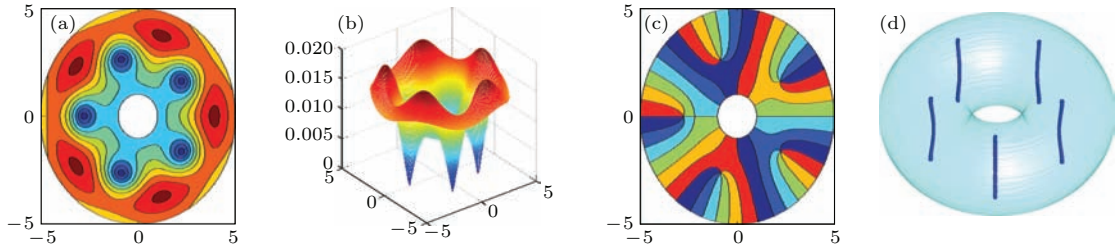


图9 (网刊彩色) 多涡旋数(2—7)结构 (a) $z = 0$ 平面的 Cooper 对密度二维等高分布; (b) $z = 0$ 平面的 Cooper 对密度三维等高分布; (c) $z = 0$ 平面的超导波函数二维相位等高分布; (d) 三维空间的等密度分布

Fig. 9. (color online) Structure of multivortex state (2-7): (a) The contour of Cooper-pair density in the $z = 0$ plane; (b) the Cooper-pair density three dimensional distribution in the $z = 0$ plane; (c) the phase of two dimensional distribution of the order parameter in the $z = 0$ plane; (d) three-dimensional isodensity of the Cooper-pair.

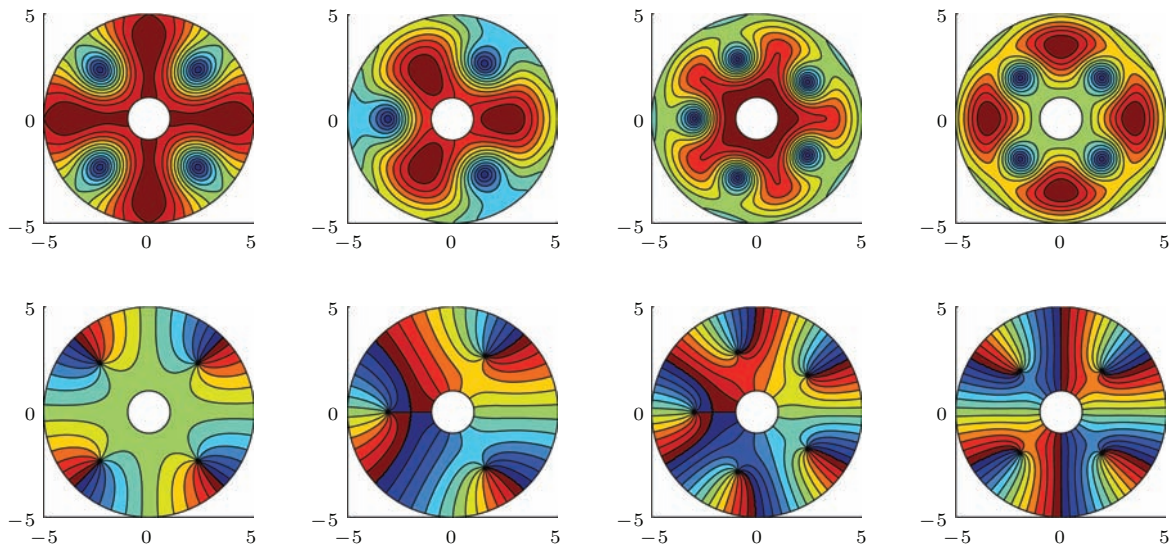


图10 (网刊彩色) 激发态多涡旋数在 $z = 0$ 的平面上 Cooper 对密度及其超导波函数相位分布

Fig. 10. (color online) Contour of Cooper-pair density and phase of the order parameter for excitation multivortex state in the $z = 0$ plane.

空间磁场分布的不同决定了涡旋结构的分布. 我们研究了不同电流环提供磁场的多涡旋的结构分布. 表1所列为超导圆环(1,2)在四种不同电流环磁场作用下的多涡旋. 显然电流环的半径较小, 在超导圆环内部, 提供的磁场易穿过超导圆环, 形成的多涡旋较丰富. 如果磁场与超导圆环所在的面平行, 则磁场很难穿过超导圆环, 难以形成多涡旋.

为了了解磁场对超导圆环中多涡旋结构的影

响, 我们给出了在三种电流环作用下的涡旋三维结构分布图(图11). 第一行为电流环的位置是 $a = 1.0\xi$, $z_0 = 1.0\xi$ 的涡旋分布图, 第二行电流环的位置是 $a = 1.0\xi$, $z_0 = 2.0\xi$ 的涡旋分布图, 第三行电流环的位置是 $a = 5.5\xi$, $z_0 = 1.0\xi$ 的涡旋分布图. 每种我们只选择了其中三个多涡旋态. 由于每个涡旋心处的 Cooper 对密度不尽相同, 为了更好地显示涡旋位置, 我们选择较低的 Cooper 对密度

以蓝色表示, 其中多涡旋(4—9), (0—5)和(2—9)的取0.001, 多涡旋(7—14)和(1—7)的0.0001, 其余的则为0.0005. 从图 11 可以看到涡旋的形状与磁力线的形状很相似. 磁场可以水平地从超导圆环内穿到环外. 可以看出第一行与第二行的涡旋结

构比较特别, 是一种巨涡旋与多涡旋共存的涡旋态结构. 由于在圆环中间的磁场密集, 圆环内侧很难容纳多根涡旋穿过, 在圆环中间只能形成一个巨涡旋. 由于磁场从内向外穿过, 外侧的尺寸变大能容纳多根涡旋穿过, 因而, 巨涡旋分裂成多个涡旋.

表1 不同电流环提供磁场下的多涡旋

Table 1. Multivortex states in field offered the different circular electric current.

| 超导圆环 (1, 2) | $z_0 = 1\xi$ | $z_0 = 2\xi$ |
|--------------------------------------|--|--|
| $a = 1\xi$ | (1—7), (2— L_2)($L_2 = 8, 9$), | (0— L_2)($L_2 = 5, 6, 7, 8$), |
| | (3— L_2)($L_2 = 8, 9, 10$), | (1— L_2)($L_2 = 6, 7, 8, 9$), |
| | (4— L_2)($L_2 = 9, 10, 11$), | (2— L_2)($L_2 = 6, \dots, 11$), |
| | (5— L_2)($L_2 = 10, 11, 12, 13$), | (3— L_2)($L_2 = 7, \dots, 12$), |
| | (6— L_2)($L_2 = 11, 12, 13, 14$), | (4— L_2)($L_2 = 9, \dots, 13$), |
| | (7— L_2)($L_2 = 12, 13, 14, 15$), | (5— L_2)($L_2 = 10, 11, 12, 13$), |
| | (8— L_2)($L_2 = 13, 14, 15$), | (6— L_2)($L_2 = 11, 12, 13$), |
| | (9— L_2)($L_2 = 14, 15, 16$), | (7— L_2)($L_2 = 12, 13, 14$), |
| | (10— L_2)($L_2 = 15, 16, 17$) | (8—14) |
| | $a = 5.5\xi$ | (0— L_2)($L_2 = 4, \dots, 9$), |
| (1— L_2)($L_2 = 7, \dots, 10$), | | |
| (2— L_2)($L_2 = 6, \dots, 9$) | | |

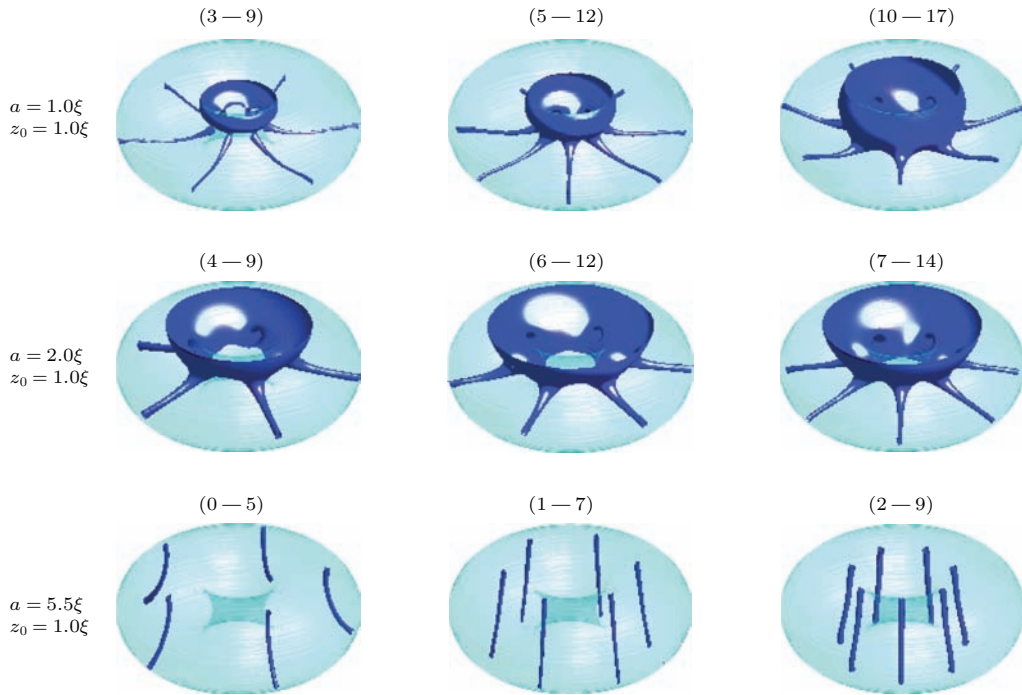


图 11 (网刊彩色) 不同电流环磁场作用下多涡旋数三维 Cooper 对密度分布图

Fig. 11. (color online) Three-dimensional isodensity of the Cooper-pair within the field of different circular electric current.

图 12 所示为图 11 中的多涡旋(3—9)取 $z_0 = -0.44\xi$ 平面的 Cooper 对密度(左)与超导波函数相位(右)分布图. 很明显磁通线从超导圆环内侧穿到超导圆环外侧. 本来多涡旋(3—9)在超导圆环的周围有6个($9 - 3 = 6$)涡旋心, 但现在从图 12 的超导

波函数相位图上可以看到有12个涡旋心, 其中从外侧的6个涡旋的相位变化来看似乎是反涡旋, 但这是同一根涡旋线弯曲造成的. 对于 $z = -0.44\xi$ 平面来说, 磁通线先从上面靠内侧穿过, 然后双从下面靠近外侧穿出. 不是真正的反涡旋结构.

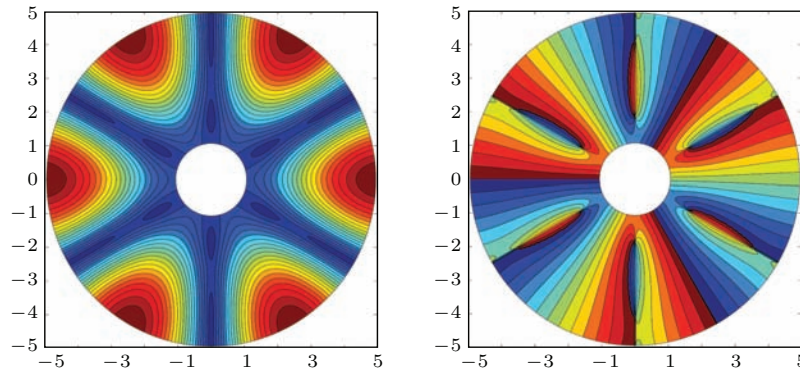


图12 (网刊彩色) 多涡旋 (3—9) 在 $z = -0.44\xi$ 平面上的 Cooper 对密度 (左) 与超导波函数相位 (右) 分布
Fig. 12. (color online) Contour of Cooper-pair density and phase of the order parameter for multi-vortex state (3—9) in the $z = -0.44\xi$ plane.

4 结 论

由环形电流提供磁场, 通过对介观超导圆环内涡旋结构的研究得到: 超导圆环尺寸小, 圆环内只存在巨涡旋态, 磁通线只从圆环中间的孔中穿过, 当圆环尺寸较大, 巨涡旋态会分裂成多涡旋态, 磁通线会从圆环体上穿过, 其磁通线穿过的方式与外磁场的分布有关. 一般来说多涡旋态多处于激发态, 这也说明磁场较难从超导环体上穿过. 穿过超导环体形成的多涡旋态, 其结构与磁场线在超导圆环处的形状很相似. 我们还得到了一种巨涡旋与多涡旋共存的涡旋态结构. 当磁场与超导圆环所在的面平行时, 磁场很难穿过超导圆环形成多涡旋态. 显然, 上述结果对现在超导纳米材料的运用有一定指导意义.

参考文献

- [1] Meissner W, Ochsenfeld R 1933 *Naturwissenschaften* **21** 787
- [2] Abrikosov A A 1957 *Sov. Phys. JETP* **5** 1174
- [3] Yeoh W K, Gault B, Cui X Y, Zhu C, Moody M P, Li L, Zheng R K, Li W X, Wang X L, Dou S X, Sun G L, Lin C T, Ringer S P 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 247002
- [4] Geim A K, Dubonos S V, Grigorieva I V, Novoselov K S, Peeters F M, Schweigert V A 2000 *Nature* **407** 55
- [5] Kanda A, Baelus B J, Peeters F M, Kadowaki K, Ootuka Y 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 257002
- [6] Grigorieva I V, Escoffier W, Richardson J, Vinnikov L Y, Dubonos S, Oboznov V 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 077005
- [7] Grigorieva I V, Escoffier W, Misko V R, Baelus B J, Peeters F M, Vinnikov L Y, Dubonos S V 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 147003
- [8] Singha Deo P, Schweigert V A, Peeters F M, Geim A K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 4653

- [9] Baelus B J, Sun D, Peeters F M 2007 *Phys. Rev. B* **75** 174523
- [10] Gillis S, Jäykkä J, Milošević M V 2014 *Phys. Rev. B* **89** 024512
- [11] Kim S, Burkhardt J, Gunzburger M, Peterson J 2007 *Phys. Rev. B* **76** 024509
- [12] de Romaguera A R C, Doria M M, Peeters F M 2007 *Phys. Rev. B* **76** 020505
- [13] Misko V R, Fomin V M, Devreese J T, Moshchalkov V V 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 147003
- [14] Doria M M, de Romaguera A R C, Peeters F M 2007 *Phys. Rev. B* **75** 064505
- [15] Marmorkos I K, Matulis A, Peeters F M 1996 *Phys. Rev. B* **53** 2677
- [16] Carapella G, Sabatino P, Gombos M 2015 *Physica C* **515** 7
- [17] Baelus B J, Peeters F M, Schweigert V A 2000 *Phys. Rev. B* **61** 9734
- [18] Lu-Dac M, Kabanov V V 2010 *Physica C* **470** 942
- [19] Peng L, Wei Z J, Liu Y S, Fang Y F, Cai C B 2014 *J. Supercond. Nov. Magn.* **27** 1217
- [20] Pan J Y, Zhang C, He F, Feng Q R 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 127401 (in Chinese) [潘杰云, 张辰, 何法, 冯庆荣 2013 物理学报 **62** 127401]
- [21] Ding F Z, Gu H W, Zhang T, Wang H Y, Qu F, Peng X Y, Zhou W W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 137401 (in Chinese) [丁发柱, 古宏伟, 张腾, 王洪艳, 屈飞, 彭星煜, 周微微 2013 物理学报 **62** 137401]
- [22] Wang M, Ou Y B, Li F S, Zhang W H, Tang C J, Wang L L, Xue Q K, Ma X C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 027401 (in Chinese) [王萌, 欧云波, 李坊森, 张文号, 汤辰佳, 王立莉, 薛其坤, 马旭村 2014 物理学报 **63** 027401]
- [23] Zhang Y H, Li Y Z 1992 *Superconducting Physics* (Hefei: University of Science and Technology of China Press) p85 (in Chinese) [张裕恒, 李玉芝 1992 超导物理 (合肥: 中国科学技术大学出版社) 第 85 页]
- [24] Jackson J D (translated by Zhu P Y) 1978 *Classical Electrodynamics* (Beijing: People's Education Press) pp195–196 (in Chinese) [杰克逊 J D 著 (朱培豫 译) 1978 经典电动力学 (北京: 人民教育出版社) 第 195—196 页]

Vortex pattern in three-dimensional mesoscopic superconducting rings*

Shi Liang-Ma[†] Zhou Ming-Jian Zhang Qing-Qing Zhang Hong-Bin

(School of Mechanical and Electric Engineering, Chaohu College, Hefei 238000, China)

(Received 6 September 2015; revised manuscript received 30 November 2015)

Abstract

Vortex structures in a mesoscopic a superconducting ring, which is in the magnetic field generated by a circular electric current, are investigated based on the phenomenological Ginzburg-Landau (G-L) theory. Due to the axial symmetry of the system, the three-dimensional problem is reduced to a two-dimensional problem. We can mesh a two-dimensional sample into grids, and discretize the first G-L equation by using the finite-difference method. Then the eigenvalues and eigenfunctions will be evaluated numerically by solving the discrete equations. With the eigenvalues and eigenfunctions we further obtain the minimum free energy of the system and the corresponding superconducting wave function. We discuss the influences of the ring size and magnetic field distribution on two kinds of the vortex structures: giant vortex state (GVS) and multivortex state (MVS). Calculations show: 1) the GVS with axial symmetric wave function exists only in a small size superconducting ring, as the GVS is a state of single vortex line that only goes through the hole at the center of the superconducting ring and carries several magnetic flux quanta with it; 2) with the increase of the ring size, the diamagnetism of superconducting ring becomes stronger, and the critical magnetic field value of a giant vortex state increases, and the maximal number of giant vortexes that the superconducting ring can accommodate is also growing; furthermore, the entrance of a flux line will cause fluctuations of critical field values; 3) when the superconducting ring size is large enough, a GVS splits into a number of MVS. The MVS is an excited state and the GVS is mostly a ground state; 4) the free energy of the system changes with the magnetic field distribution, the magnetic field provided by a central small current loop can pass through the superconducting ring easily, and produce multivortices whose formations are diverse; if the magnetic field runs parallel to the plane of the superconducting ring, it is difficult to pass through the superconducting ring and form multivortices; 5) the vortex lines are naturally bent with the magnetic field lines and can pass through the same horizontal plane twice, so that one of the two vortex states seems to be an antivortex state; generally, the magnetic field lines can go through the hole of a superconducting ring easily but can hardly penetrate through the body of a superconducting ring, the structure of multivortices is similar to that of the magnetic field distribution in a superconducting ring. We also obtain a vortex structure with coexistences of giant vortex and multivortices. This study is of significance for the application of superconducting nanomaterials.

Keywords: vortex pattern, superconducting rings, mesoscopic state, Ginzburg-Landau theory

PACS: 75.70.Kw, 74.25.Ha, 74.20.De

DOI: 10.7498/aps.65.047501

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11742063) and the Province Key Program of Science Research of Anhui High School, China (Grant No. KJ2012A203).

[†] Corresponding author. E-mail: slm428@shu.edu.cn