

光瞳半径对纯位相调制激光束整形系统的影响

何杰铃 魏凌 杨金生 李喜琪 何益 张雨东

Influence of pupil on the laser beam shaping system by pure phase modulation

He Jie-Ling Wei Ling Yang Jin-Sheng Li Xi-Qi He Yi Zhang Yu-Dong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 048701 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.048701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.048701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I4>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

宽波段波状多层膜结构偏振分束器的设计与优化

Design and optimization of broadband polarization beam splitter made from a wave-structured multilayer film

物理学报.2014, 63(13): 134212 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.134212>

基于自适应桶中功率评价函数的光纤放大器相干合成实验研究

Experimental study on coherent beam combination of fiber amplifiers using adaptive power-in-the-bucket cost function

物理学报.2013, 62(22): 224202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.224202>

高精度测量孔径光阑面积方法概述

An overview of the method of high-precision measuring the aperture diaphragm area

物理学报.2013, 62(16): 164211 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.164211>

质子束治疗中非均匀组织的等效水厚度修正研究

Study of inhomogeneous tissue equivalent water thickness correction method in proton therapy

物理学报.2013, 62(6): 068701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.068701>

## 光瞳半径对纯位相调制激光束整形系统的影响\*

何杰铃<sup>1)2)3)</sup> 魏凌<sup>1)2)</sup> 杨金生<sup>1)2)</sup> 李喜琪<sup>1)2)</sup> 何益<sup>1)2)</sup> 张雨东<sup>1)2)</sup>†

1)(中国科学院自适应光学重点实验室, 成都 610209)

2)(中国科学院光电技术研究所, 成都 610209)

3)(中国科学院大学, 北京 100049)

(2015年9月16日收到; 2015年11月27日收到修改稿)

光瞳截断作用对纯位相调制激光束整形系统的性能有重要影响. 本文提出了一种关于光瞳半径对近场调制位相和远场系统评价函数影响的定量分析方法. 通过拉格朗日乘数法等方法分析光瞳半径对近场调制位相的影响, 发现近场调制位相随光瞳半径近似线性增加. 通过建立数学模型, 拟合分析光瞳半径对系统评价函数的影响. 结果表明: 对方形目标光强, 系统评价函数拟合精度确定系数达到99%左右, 光瞳半径为2.5倍高斯光束束腰半径时, 相关系数达到0.997, 光强偏离残差平方均值达到0.0004左右, 光瞳截断作用趋于最小; 对圆形目标光强, 系统评价函数拟合精度确定系数达到97%, 光瞳半径为3倍高斯光束束腰半径时, 相关系数与光强偏离残差平方均值变化幅度均在 $10^{-3}$ 量级, 系统评价函数趋于收敛, 光瞳截断作用趋于最小.

**关键词:** 激光束整形, 评价函数, 拟合公式, 光瞳半径

**PACS:** 87.56.N-, 42.60.By, 02.60.Ed, 42.79.Ag

**DOI:** 10.7498/aps.65.048701

## 1 引言

通常情况下, 激光器输出光束在空间形态上呈高斯分布<sup>[1]</sup>. 但高斯形态分布的激光束已不能满足实际应用中的某些特定需求. 激光惯性约束聚变中<sup>[2]</sup>, 为了提高激光能量转变成压缩能的效率, 需要使用平顶激光束均匀辐照靶球面; 光学信息存储与处理中<sup>[3]</sup>, 为了提高存储质量与存储空间利用率, 需要采用矩形平顶光束; 激光打印中<sup>[4,5]</sup>, 为了减小邻近像素的相互影响及防止光辐射对多层像素点的破坏, 需要使用平顶光束均匀辐照像素点; 激光切割中<sup>[6]</sup>, 为了提升切割速率与能量利用率, 需要使用线状或其他特定形状的激光束. 因此, 为了满足激光技术的实际应用需求, 提高激光系统的效率, 需要使用激光束整形技术将高斯光束转换为形态与能量呈特定分布的激光束.

激光束整形技术一般是通过调制近场复振幅, 改变焦面光强分布<sup>[7]</sup>. 根据调制对象, 激光束整形技术可分为纯位相调制激光束整形技术与振幅调制激光束整形技术. 振幅调制激光束整形技术通过调制近场复振幅改变远场光强分布, 主要包括光阑拦截<sup>[8]</sup>、振幅调制光栅<sup>[9]</sup>和振幅性液晶空间光调制器<sup>[10]</sup>等; 纯位相调制激光束整形技术通过调制近场位相改变远场光强分布, 主要包括非球面透镜组<sup>[11,12]</sup>、双折射透镜组<sup>[13]</sup>、位相板<sup>[14]</sup>、微透镜阵列<sup>[15,16]</sup>、全息滤波器<sup>[17]</sup>、衍射光学元件<sup>[18,19]</sup>、变形镜<sup>[20]</sup>等. 由于具有能量损失较小的优点, 纯位相调制激光束整形技术得到较多的应用.

纯位相调制激光束整形系统中, 光瞳截断作用改变入射高斯光束与近场调制位相分布, 影响系统远场光强整形性能. Romero和Dickey<sup>[21]</sup>分析了光瞳半径对近场调制位相的影响, 但并未进一步分析其对远场光强整形性能的影响. Dickey和

\* 国家自然科学基金(批准号: 61108082)、国家重大科学仪器设备开发专项(批准号: 2012YQ120080)和科技部十二五支撑计划(批准号: 2012BAI08B04)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ydzhang@ioe.ac.cn

Holswade<sup>[22]</sup>研究截断作用对方形或圆形目标光强整形性能的影响,认为对方形目标光强,光瞳半径为2倍高斯光束束腰半径,对圆形目标光强,光瞳半径为3倍高斯光束束腰半径时,可获得较好的整形结果,避免目标区域光强起伏.韩建等<sup>[23]</sup>在全息光栅系统中分析了空间滤波器孔径与高斯光束束腰半径的关系,利用卷积计算与能量守恒确定孔径与束腰半径比值的上下限,以获得最好的空间滤波效果.赵廷玉等<sup>[24]</sup>在分析光学传递函数时也考虑光瞳半径的影响.但是,在纯位相调制激光束整形系统中,目前尚未有光瞳半径与系统整形性能和近场调制位相之间关系的定量分析.为了解决这一问题,本文提出一种基于近场调制位相和远场系统评价函数的分析方法,通过拉格朗日乘数法等方法定量分析光瞳半径对近场调制位相的影响;通过拟合公式的方法定量分析光瞳半径与远场系统评价函数的关系.

## 2 基本原理

### 2.1 纯位相调制激光束整形技术原理

纯位相调制激光束整形技术原理如图1所示,入射高斯光束经Phase处位相 $\phi(x, y)$ 调制,再通过聚焦透镜在焦面P处获得整形后的远场复振幅 $U_f(u, v)$ .

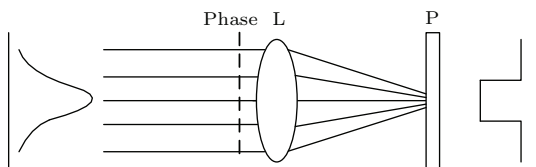


图1 纯位相调制激光束整形技术原理

Fig. 1. The principle of laser beam shaping by pure phase modulation.

利用标量衍射理论,考虑光瞳截断作用的影响,远场激光束整形系统数学模型如(1)式所示:

$$U_f(u, v) = \frac{1}{i\lambda f} \exp(ikf) \exp\left[i\frac{k}{2f}(u^2 + v^2)\right] \times \iint U_{in}(x, y)P(x, y) \exp[i\phi(x, y)] \times \exp\left[-i\frac{k}{f}(ux + vy)\right] dx dy, \quad (1)$$

$$U_{in}(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w_0^2}\right), \quad (2)$$

$$P(x, y) = \begin{cases} 1 & x^2 + y^2 \leq R_p^2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $(x, y)$ 表示近场坐标,  $(u, v)$ 表示远场焦面坐标,  $\lambda$ 表示入射光束波长,  $f$ 表示聚焦透镜焦距,  $k = 2\pi/\lambda$ 表示波数,  $U_{in}(x, y)$ 表示入射高斯光束,  $w_0$ 表示高斯光束束腰半径,  $P(x, y)$ 表示光瞳函数,  $R_p$ 表示光瞳半径.此时,对应的远场光强 $I_f(u, v)$ 如(4)式所示:

$$I_f(u, v) = |U_f(u, v)|^2. \quad (4)$$

由(1)与(4)式可知,若入射高斯光束与远场聚焦透镜焦距已知,纯位相调制激光束整形技术整形结果受到近场调制位相与光瞳函数的影响.对部分特定形状的远场目标光强,可通过积分近似方法获得近场调制位相.

### 2.2 近场调制位相特性分析

理想情况下,纯位相调制激光束整形系统遵循能量守恒定律,即近场输入光强能量等于远场接收光强能量.对于光学中部分特定类型的积分,利用积分近似方法中的稳定相法和二重积分近似法,可求出积分的渐近逼近表达式,将积分运算转变为普通数学运算.当目标光强形态呈方形或圆形均匀分布时,结合积分近似方法与能量守恒定律,通过求解微分或偏微分方程,可计算出近场调制位相的近似数学表达式<sup>[22,25]</sup>.再通过近场调制位相,结合(1)与(4)式,计算对应的远场光强,实现远场激光束整形.根据近场调制位相的近似数学表达式,分析在光瞳半径受限情况下,其PV值(peak-valley)与RMS值(root-mean-square)随光瞳半径的变化规律.

#### 2.2.1 方形目标光强近场调制位相

目标光强 $I_{rect}(u, v)$ 呈方形均匀分布,其数学表达式为

$$I_{rect}(u, v) = \begin{cases} 1, & |u| \leq L \text{ and } |v| \leq L, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $L$ 为方形目标光强形态大小参数.假设存在近场调制位相能完美实现方形目标光强,根据能量守恒定律与稳定相法<sup>[21,25]</sup>,近场调制位相的近似数学表达式为

$$\phi(x, y) = \phi(x) + \phi(y), \quad (6)$$

$$\phi(s) = \beta_r \left[ \frac{\sqrt{\pi}s}{2w_0} \operatorname{erf} \left( \frac{s}{w_0} \right) + \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{s^2}{w_0^2} \right) - \frac{1}{2} \right], \quad (7)$$

$$\beta_r = \frac{4\sqrt{\pi}w_0L}{\lambda f}, \quad (8)$$

$$\operatorname{erf}(q) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^q \exp(-p^2) dp. \quad (9)$$

近场调制位相有效范围满足  $x^2 + y^2 \leq R_p^2$ , 在有效区域内, 可通过拉格朗日乘数法求取条件极值点, 进而获得最大最小值点, 如 (10) 式所示:

$$\begin{cases} (x, y)_{\min} = (0, 0), \\ (x, y)_{\max} = (\sqrt{2}R_p/2, \pm\sqrt{2}R_p/2) \\ \text{or } (-\sqrt{2}R_p/2, \pm\sqrt{2}R_p/2). \end{cases} \quad (10)$$

通过光瞳有效区域内最大最小值点,  $PV$  值与光瞳半径的关系如 (11) 式,  $PV$  值关于光瞳半径的一阶微分如 (12) 式.

$$PV = \beta_r \left[ \frac{\sqrt{2\pi}R_p}{2w_0} \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}R_p}{2w_0} \right) + \exp \left( -\frac{R_p^2}{2w_0^2} \right) - 1 \right], \quad (11)$$

$$\frac{dPV}{dR_p} = \frac{\sqrt{\pi}\beta_r}{w_0} \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}R_p}{2w_0} \right). \quad (12)$$

由 (12) 式易知, 微分值大于零且随光瞳半径增大很快趋于常数. 所以, 可认为  $PV$  值与光瞳半径近似为线性关系.

$RMS$  值与光瞳半径的关系如 (13) 式:

$$RMS = \frac{1}{S} \left[ \iint_{\Sigma} \phi^2(x, y) dx dy - \left( \iint_{\Sigma} \phi(x, y) dx dy \right)^2 \right], \quad (13)$$

其中  $\Sigma$  为光瞳有效区域,  $S$  为有效区域面积.

### 2.2.2 圆形目标光强近场调制位相

目标光强  $I_{\text{circle}}(u, v)$  呈圆形均匀分布, 其数学表达式为

$$I_{\text{circle}}(u, v) = \begin{cases} 1, & \sqrt{u^2 + v^2} \leq R_0, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (14)$$

其中  $R_0$  为圆形目标光强半径. 假设存在调制位相使得远场光强转换为圆形均匀目标光强

$I_{\text{circle}}(u, v)$ , 且传播过程中没有能量损失, 那么存在 (15) 式:

$$I_{\text{circle}}(u, v) = \mu |U_f(u, v)|^2, \quad (15)$$

其中  $\mu$  为能量守恒因子. 将 (1) 式代入 (15) 式, 则等式右侧满足积分渐近近似方法中的二重积分条件, 再进行坐标变换及一定的数学处理, 最后通过求解微分方程, 获得调制位相的数学表达式 [21,25] 如下:

$$\phi(r) = \beta_c \int_0^r \sqrt{1 - \exp(-t^2)} dt, \quad (16)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}/w_0, \quad (17)$$

$$\beta_c = \frac{4\sqrt{\pi}w_0R_0}{\lambda f}. \quad (18)$$

在光瞳半径受限的情况下, 根据 (16) 式易知, 其最小值在原点处取得, 最大值在光瞳边界处取得.  $PV$  值与光瞳半径的关系如 (19) 式,  $PV$  值关于光瞳半径的一阶微分如 (20) 式.

$$PV = \beta_c \int_0^{R_p} \sqrt{1 - \exp(-t^2)} dt, \quad (19)$$

$$\frac{dPV}{dR_p} = \beta_c \sqrt{1 - \exp(-R_p^2)}. \quad (20)$$

由 (20) 式知, 随着光瞳半径增大,  $PV$  值的一阶微分迅速趋于常数. 所以,  $PV$  值与光瞳半径近似为线性关系.

$RMS$  值与光瞳半径的关系式为

$$RMS = \frac{1}{S} \left[ \iint_{\Sigma} \phi^2(r) r dr d\theta - \left( \iint_{\Sigma} \phi(r) r dr d\theta \right)^2 \right]. \quad (21)$$

其中  $\Sigma$  为光瞳有效区域,  $S$  为有效区域面积.

### 2.3 激光束整形系统评价函数

为了对激光束整形系统性能进行定量分析, 本文引入如下评价函数: 相关系数和光强偏离残差平方均值 [8], 分别定义如下.

相关系数  $C$  (correlation) 衡量实际整形光强与目标光强的线性相关性;

$$C = \frac{E(I_f I_{\text{target}})}{\sqrt{E(I_f^2) E(I_{\text{target}}^2)}}, \quad (22)$$

其中,  $E(\cdot)$  表示求均值,  $I_f$  表示实际整形光强,  $I_{\text{target}}$  表示目标光强.  $C$  最小值为零, 表示整形

光强与目标光强不相关; 最大值为1, 当且仅当整形光强与目标光强完全线性相关时获得. 激光束整形系统目标是让  $C$  尽可能地趋近1.

光强偏离残差平方均值  $MSD$  (mean square difference) [8] 是目标光强与实际整形光强偏差平方的均值.

$$MSD = E \left[ (I_f - I_{\text{target}})^2 \right]. \quad (23)$$

$MSD$  衡量实际整形光强与目标光强的相似程度, 最小值为零, 表示整形光强与目标光强相等. 激光束整形系统的目标是让  $MSD$  尽可能趋于零.

### 3 光瞳半径对激光束整形系统的影响

纯位相调制激光束整形系统中, 光瞳不仅截断高斯光束, 也影响近场调制位相, 从而影响系统整形性能. 本文分析光瞳半径对近场调制位相以及方形或圆形目标光强激光束整形系统整形性能的影响. 根据系统评价函数随光瞳半径变化规律确定光

瞳截断作用趋于最小时的光瞳半径. 再结合光瞳半径对近场调制位相的影响, 选择合适的光瞳半径. 本文利用 MATLAB 软件进行分析, 所用的光学系统参数如表 1 所列.

表 1 系统参数

Table 1. System parameters.

Parameters	Value
Wavelength $\lambda$	0.65 $\mu\text{m}$
Wrist radius $w_0$	5 mm
Focal length $f$	200 mm

### 3.1 光瞳半径对近场调制位相影响

为了分析光瞳半径对近场调制位相的影响, 选取不同大小的方形或圆形目标光强, 观察  $PV$  值与  $RMS$  值随光瞳半径的变化规律. 方形目标光强大小参数取值为  $L = 100, 200, 300 \mu\text{m}$ , 圆形目标光强半径取值为  $R_0 = 100, 200, 300 \mu\text{m}$ . 变化曲线如图 2 所示.

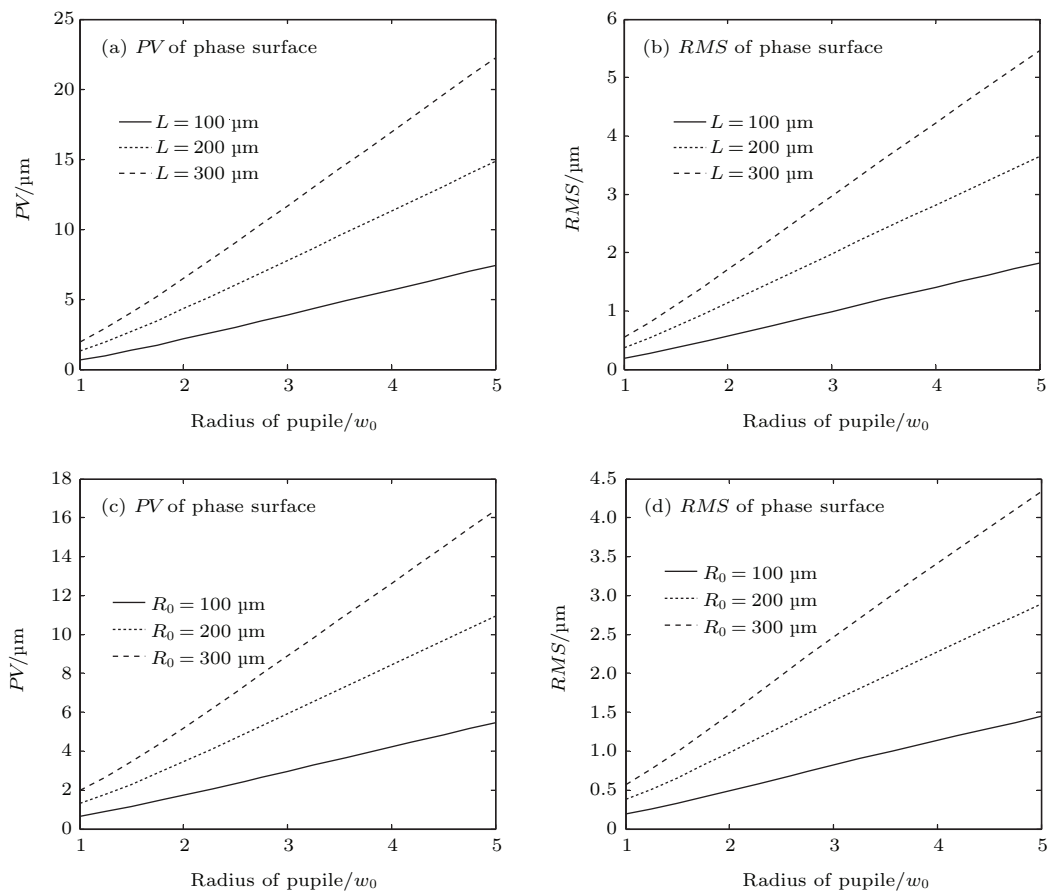


图 2 近场调制位相  $PV$  值与  $RMS$  值随光瞳半径的变化 (a) 方形目标光强  $PV$ ; (b) 方形目标光强  $RMS$ ; (c) 圆形目标光强  $PV$ ; (d) 圆形目标光强  $RMS$

Fig. 2. The curves of  $PV$  and  $RMS$  of near field phase at various pupil radius: (a)  $PV$  for rectangular target; (b)  $RMS$  for rectangular target; (c)  $PV$  for circle target; (d)  $RMS$  for circle target.

由图2知: 对不同大小的方形或圆形目标光强, 随着光瞳半径增大, 其对应近场调制位相的  $PV$  与  $RMS$  随之增大; 且随着光瞳半径增大,  $PV$  和  $RMS$  与光瞳半径的关系近似呈线性关系, 与第二节基本原理中近场调制位相特性分析相符. 随光瞳半径的变化速率, 方形目标近场调制位相  $PV$  和  $RMS$  大于圆形目标. 这是因为: 理想情况下, 远场艾里斑的形态轮廓为圆形, 为实现方形目标, 近场调制位相需同时改变远场光强的能量分布、形态大小与轮廓, 所需近场调制位相比圆形目标更复杂. 由于随着  $PV$  与  $RMS$  增大, 近场调制位相的实现难度随之增大. 所以, 在纯位相调制激光束整形系统设计中, 根据光瞳半径对近场调制位相的影响,

在不影响系统性能的情况下, 应选择较小的光瞳半径, 以保证系统的适应性与实用性.

### 3.2 光瞳半径对远场光强整形结果的影响

光瞳截断作用不仅影响近场调制位相, 也影响系统性能. 为了定量分析光瞳半径对远场光强整形结果的影响, 本文引入系统评价函数  $C$  与  $MSD$  衡量系统整形性能. 保持系统其他参数不变, 分析方形或圆形目标光强激光束整形系统中光瞳半径对系统性能的影响. 方形目标光强形态大小参数  $L = 100 \mu\text{m}$ , 圆形目标光强形态大小参数  $R_0 = 100 \mu\text{m}$ , 采用不同大小的光瞳半径, 整形结果如图3所示.

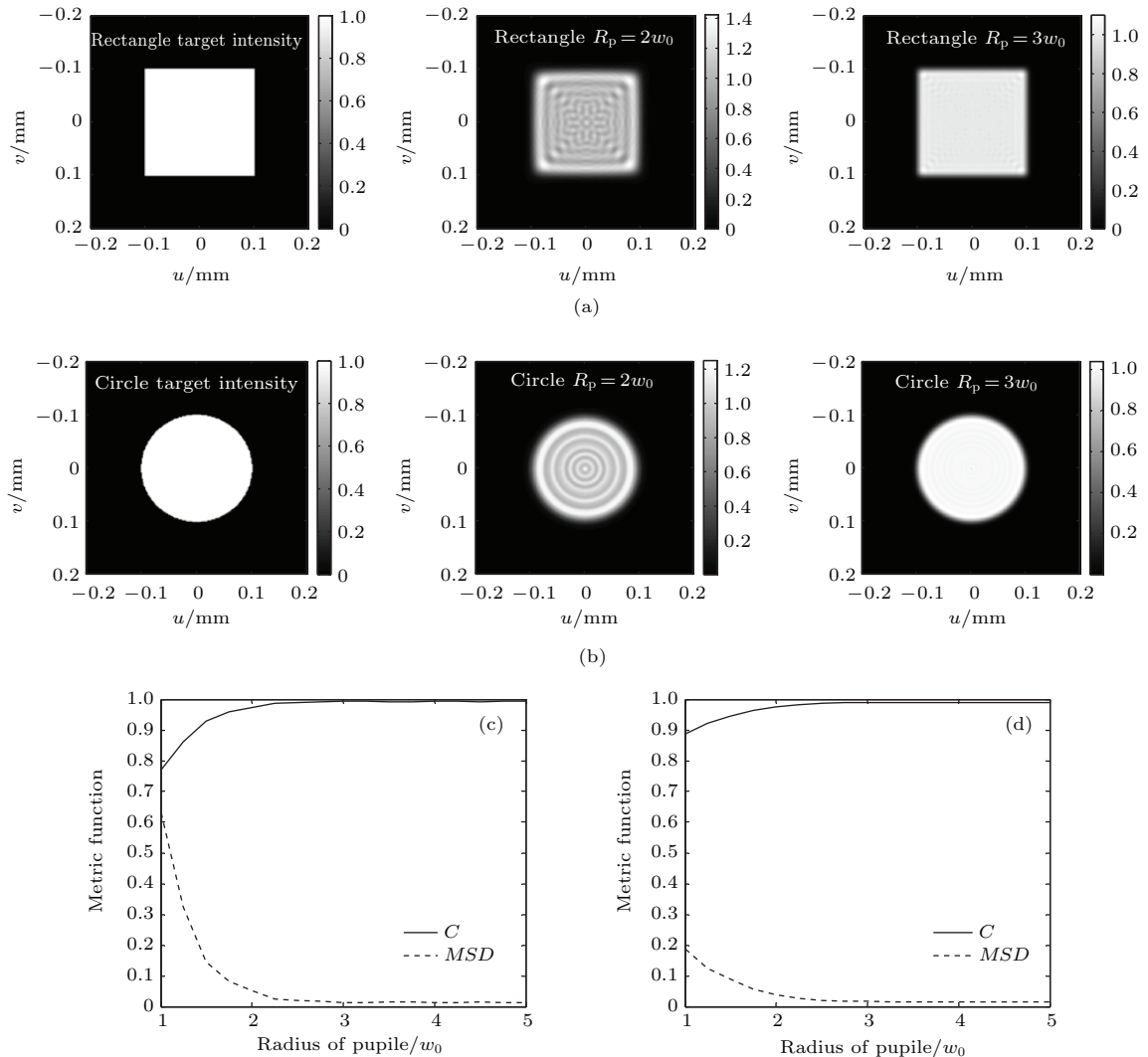


图3 不同光瞳半径时远场光强整形结果 (a) 方形目标光强; (b) 圆形目标光强; (c) 方形目标光强系统评价函数的变化; (d) 圆形目标光强系统评价函数的变化

Fig. 3. The results of far field intensity at various pupil radius: (a) Rectangular target intensity; (b) circle target intensity; (c) the curves of metric functions at various pupil radius for rectangular target intensity; (d) the curves of metric functions at various radius for circle target intensity.

图 3(a) 分别为方形目标光强、 $R_p = 2w_0$  和  $R_p = 3w_0$  时的整形结果; 图 3(b) 分别为圆形目标光强、 $R_p = 2w_0$  和  $R_p = 3w_0$  时的整形结果; 图 3(c) 为方形目标光强系统评价函数随光瞳半径的变化曲线; 图 3(d) 为圆形目标光强系统评价函数随光瞳半径的变化曲线. 由图 3 可知, 系统其他参数保持不变, 随着光瞳半径增大,  $C$  逐渐收敛于 1,  $MSD$  逐渐收敛于 0, 激光束整形系统性能得到了改善. 分析表明: 光瞳半径对高斯光束与近场调制位相的截断作用会影响纯位相调制激光束整形系统的整形性能; 但是随着光瞳半径增大, 截断作用的影响逐渐减小.

### 3.3 系统评价函数数学模型分析

为了便于系统设计中选择光瞳半径, 需要分析激光束整形系统性能随光瞳半径变化的规律. 由于近场调制位相表达式较复杂, 且远场复振幅的表达式中含有近场调制位相的积分运算, 所以较难直接计算系统评价函数关于光瞳半径与目标光强大小

的解析表达式. 本文建立系统评价函数关于光瞳半径与目标光强大小的数学模型, 再根据系统评价函数在不同大小光瞳半径和目标光强时的取值, 拟合计算数学模型中的待定参数. 由近场调制位相的数学表达式 (7) 与 (16) 式可知, 光瞳不仅影响近场调制位相分布, 还截断入射高斯光束 [22], 从而影响远场光强整形性能; 而目标光强大小通过影响近场调制位相分布, 从而影响系统性能. 所以系统评价函数  $C$  与  $MSD$  数学模型分别如 (24) 与 (25) 式所示:

$$C = 1 - \exp(-kT_n) \exp\left[-\left(\frac{R_{np} - a}{b}\right)^2\right], \quad (24)$$

$$MSD = \exp(-kT_n) \exp\left[-\left(\frac{R_{np} - a}{b}\right)^2\right], \quad (25)$$

其中,  $R_{np}$  表示经  $w_0$  归一化后的光瞳半径;  $T_n$  表示经  $0.61\lambda f/w_0$  归一化后的目标光强大小参数;  $a$ ,  $b$  和  $k$  为系统评价函数数学模型中的待定参数. 根据 (24) 与 (25) 式, 结合在不同光瞳半径和目标光强大小小时  $C$  与  $MSD$  的取值, 拟合计算待定参数. 待定参数取值及拟合结果精度列于表 2.

表 2 系统评价函数数学模型拟合结果

Table 2. The results of mathematic model fitting into metric functions.

	$a$	$b$	$k$	$SSE$	$RMSE$	$R$ -square
$C_{rect}$	-0.4895	1.231	0.0065	0.0055	0.0044	0.9937
$MSD_{rect}$	0.4740	0.7296	0.0017	0.07051	0.0157	0.9890
$C_{circle}$	-2.072	2.148	0.0270	0.0054	0.0043	0.9700
$MSD_{circle}$	-1.317	1.852	0.0250	0.0146	0.0071	0.9702

表 2 中,  $C_{rect}$  与  $MSD_{rect}$  表示方形目标光强系统评价函数,  $C_{circle}$  与  $MSD_{circle}$  表示圆形目标光强系统评价函数;  $a$ ,  $b$  和  $k$  表示待定参数;  $SSE$ ,  $RMSE$  和  $R$ -square 三者为 MATLAB 软件中的拟合结果精度参数, 衡量数学模型与采样点的相似程度, 计算公式如 (26)–(28) 式所示; 和方差 (sum of square due to error, SSE) 表示计算拟合数据与原始数据对应点误差的平方和; 均方根 (root mean square error, RMSE) 表示计算数据与原始数据对应点误差平方均值的平方根;  $R$ -square (coefficient of determination) 为确定系数.

$$SSE = \sum_{i=1}^N (g_i - \hat{g}_i)^2, \quad (26)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (g_i - \hat{g}_i)^2}, \quad (27)$$

$$R\text{-square} = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{g}_i - \bar{g})^2}{\sum_{i=1}^N (g_i - \bar{g})^2}, \quad (28)$$

其中  $g$  表示原始数据,  $\hat{g}$  表示数学模型预测数据,  $\bar{g}$  表示原始数据均值,  $N$  表示采样点.  $SSE$  与  $RMSE$  越接近零,  $R$ -square 越接近 1, 表明数学模型对原始数据的拟合结果准确.

由表 2 可知: 待定系数  $k$  取值在  $10^{-2}$  或  $10^{-3}$  量级, 明显小于  $a$ ,  $b$  取值, 说明目标光强大小对系统评价函数影响小于光瞳半径, 这与建立评价函数数学模型时的分析符合; 对方形目标光强,  $SSE$  与  $RMSE$  的精度在  $10^{-2}$  或以下,  $R$ -square 约为 0.99; 对圆形目标光强,  $SSE$  与  $RMSE$  的精度也在  $10^{-2}$  或以下,  $R$ -square 大于 0.97, 误差小于 3%. 结果表明: (24) 与 (25) 式的数学模型对方形或圆形目标光强系统评价函数具有较好的拟合精度, 可根据数学模型进行光瞳截断作用对系统整形性能影响的进

一步分析.

$$\times \exp \left[ - \left( \frac{R_{np} + 1.317}{1.852} \right)^2 \right]. \quad (34)$$

### 4 结果分析

由(24)与(25)式可知, 根据系统评价函数取值及远场目标光强大小, 可较容易地求出系统光瞳半径. 为了确定光瞳半径的取值区间, 需分析系统评价函数随光瞳半径变化的规律, 确定系统评价函数趋于收敛时的光瞳半径, 此时光瞳截断作用对系统整形性能影响开始趋于最小. 而系统评价函数趋于收敛时, 其随光瞳半径变化速率趋于零. 变化速率可通过系统评价函数关于  $R_{np}$  一阶偏微分计算, 结果如(29)与(30)式所示:

$$\frac{\partial C}{\partial R_{np}} = \frac{2(R_{np} - a)}{b^2} \exp(-kT_n) \times \exp \left[ - \left( \frac{R_{np} - a}{b} \right)^2 \right], \quad (29)$$

$$\frac{\partial MSD}{\partial R_{np}} = - \frac{2(R_{np} - a)}{b^2} \exp(-kT_n) \times \exp \left[ - \left( \frac{R_{np} - a}{b} \right)^2 \right]. \quad (30)$$

根据系统评价函数数学模型(24)与(25)式以及表2中待定参数取值, 可知方形或圆形目标光强系统评价函数数学模型分别如(31)—(34)式所示:

$$C_{rect} = 1 - \exp(-0.0065T_n) \times \exp \left[ - \left( \frac{R_{np} + 0.4895}{1.231} \right)^2 \right], \quad (31)$$

$$MSD_{rect} = \exp(-0.0017T_n) \times \exp \left[ - \left( \frac{R_{np} - 0.474}{0.7296} \right)^2 \right], \quad (32)$$

$$C_{circle} = 1 - \exp(-0.027T_n) \times \exp \left[ - \left( \frac{R_{np} + 2.072}{2.148} \right)^2 \right], \quad (33)$$

$$MSD_{circle} = \exp(-0.025T_n)$$

由(31)—(34)式知, 系统评价函数数学模型中含有光瞳半径与目标光强大小两个参数, 若分析系统评价函数随光瞳半径变化的规律, 首先需要确定目标光强大小参数. 方形目标光强形态大小参数取值为  $L = 100, 200, 300 \mu\text{m}$  和圆形目标光强形态大小参数取值为  $R_0 = 100, 200, 300 \mu\text{m}$ . 此时, 系统评价函数及其关于  $R_{np}$  一阶偏微分如图4所示.

由图4可知, 对方形目标光强, 系统评价函数开始收敛、一阶偏微分趋于零时,  $R_{np}$  取值在 [2 3] 之间时; 对圆形目标光强, 系统评价函数开始收敛, 其一阶偏微分趋于零时,  $R_{np}$  取值在 [2.5 3.5] 之间. 为了确定光瞳截断作用对系统整形性能的影响趋于最小时的光瞳半径, 需进一步缩小  $R_{np}$  的取值范围. 所以, 对方形目标光强, 当  $L = 100, 200, 300 \mu\text{m}$  时,  $R_{np} = 2, 2.5, 3$ , 系统评价函数  $C$  与  $MSD$  及其关于  $R_{np}$  的一阶偏微分  $C'$  与  $MSD'$  取值如表3所列; 对圆形目标光强, 当  $R_0 = 100, 200, 300 \mu\text{m}$  时,  $R_{np} = 2.5, 3, 3.5$ , 系统评价函数  $C$  与  $MSD$  及其关于  $R_{np}$  的一阶偏微分  $C'$  与  $MSD'$  如表4所列.

由表3可知, 当  $R_{np} = 2$  时,  $C$  取值大于 0.98, 变化速率在 0.05 左右, 而  $MSD$  取值在 0.012 附近, 变化速率约为 0.07, 此时系统评价函数仍然具有一定的变化速率, 系统性能可进一步改善. 当  $R_{np} = 2.5$  时,  $C$  取值大于 0.997, 其变化速率在 0.01 左右, 而  $MSD$  取值在 0.0004 附近, 变化速率在 0.003 左右, 此时  $C$  与  $MSD$  皆已接近理论极限, 且变化速率较小, 系统评价函数开始趋近收敛. 当  $R_{np} = 3$  时,  $C$  变化速率在  $10^{-3}$  量级, 而  $MSD$  变化速率在  $10^{-4}$  量级, 说明此时系统评价函数随光瞳半径变化获得的改善已微乎其微.

表3 方形目标光强数学模型结果

Table 3. The results of mathematic model for rectangular target intensity.

	$R_{np} = 2$			$R_{np} = 2.5$			$R_{np} = 3$		
	$L = 100$	$L = 200$	$L = 300$	$L = 100$	$L = 200$	$L = 300$	$L = 100$	$L = 200$	$L = 300$
$C$	0.9839	0.9846	0.9852	0.9974	0.9975	0.9976	0.9997	0.9997	0.9997
$C'$	0.0528	0.0507	0.0487	0.0104	0.0100	0.0096	0.0014	0.0014	0.0013
$MSD$	0.0125	0.0123	0.0122	0.0004	0.0004	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000
$MSD'$	-0.0714	-0.0707	-0.0699	-0.0034	-0.0033	-0.0033	-0.0001	-0.0001	-0.0001



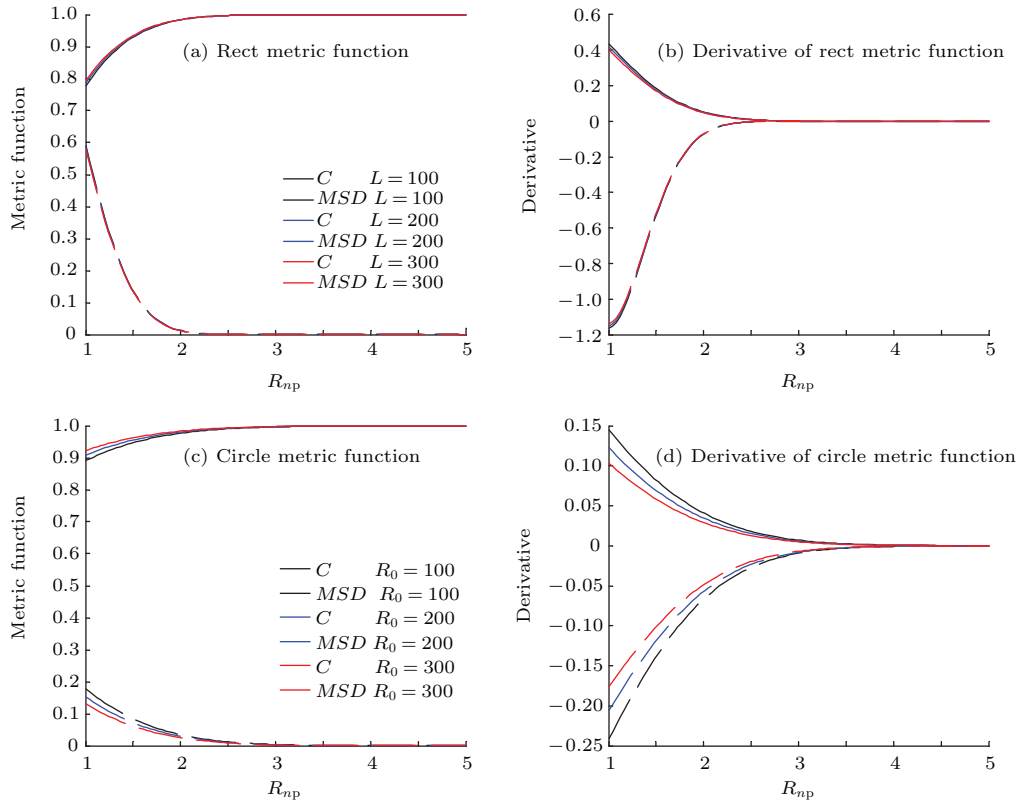


图4 系统评价函数及其关于  $R_{np}$  的一阶偏微分(横坐标为经  $w_0$  归一化后的光瞳半径) (a) 方形目标系统评价函数; (b) 方形目标系统评价函数一阶偏微分; (c) 圆形目标系统评价函数; (d) 圆形目标系统评价函数一阶偏微分

Fig. 4. The metric functions and their partial-differentials about  $R_{np}$  (the lateral coordinate is the pupil radius normalized by  $w_0$ ): (a) Metric functions for rectangular target; (b) partial differentials of metric functions for rectangular target; (c) metric functions for circle target; (d) partial differentials of metric functions for circle target.

表4 圆形目标光数学模型结果

Table 4. The results of mathematic model for circle target intensity.

	$R_{np} = 2.5$			$R_{np} = 3$			$R_{np} = 3.5$		
	$R_0 = 100$	$R_0 = 200$	$R_0 = 300$	$R_0 = 100$	$R_0 = 200$	$R_0 = 300$	$R_0 = 100$	$R_0 = 200$	$R_0 = 300$
$C$	0.9909	0.9923	0.9935	0.9968	0.9973	0.9977	0.9990	0.9991	0.9993
$C'$	0.0180	0.0152	0.0128	0.0070	0.0059	0.0050	0.0024	0.0021	0.0017
$MSD$	0.0122	0.0104	0.0089	0.0037	0.0032	0.0027	0.0010	0.0008	0.0007
$MSD'$	-0.0272	-0.0232	-0.0198	-0.0094	-0.0080	-0.0069	-0.0028	-0.0024	-0.0020

由表4可知, 当  $R_{np} = 2.5$  时,  $C$  与  $MSD$  的变化幅度皆在  $10^{-2}$  量级. 而随着光瞳半径增大, 当  $R_{np} = 3$  时,  $C$  与  $MSD$  的变化速率降低到  $10^{-3}$  量级,  $C$  取值约为 0.997,  $MSD$  取值约为 0.003, 接近两者的理论极限. 当光瞳半径继续增大到  $R_{np} = 3.5$  时,  $C$  与  $MSD$  的变化速率仍保持在  $10^{-3}$  量级, 说明当  $R_{np} = 3$  时, 系统评价函数变化速率已经开始趋于零, 系统评价函数开始趋于收敛.

综上分析, 对方形目标光强, 当  $R_{np}$  约为 2.5

时, 系统评价函数趋于收敛,  $C$  值达到 0.997 左右,  $MSD$  值达到 0.0004 左右; 对圆形目标光强, 当  $R_{np}$  约为 3 时, 系统评价函数趋于收敛,  $C$  值达到 0.997 左右,  $MSD$  值达到 0.003 左右. 此时, 系统评价函数皆已接近理论值, 光瞳截断作用对系统整形性能的影响趋于最小. 若继续增大光瞳半径, 系统评价函数改善微乎其微, 但近场调制位相  $PV$  与  $RMS$  值仍随光瞳半径近似线性增加, 增加系统成本, 增大系统实现难度, 降低系统的适用性.

## 5 结 论

本文在纯位相调制激光束整形系统中引入相关系数与光强偏离残差平方均值量化系统整形性能; 提出了一种基于系统评价函数和近场调制位相的分析方法, 量化分析光瞳截断作用对激光束整形系统的影响. 通过拉格朗日乘数法等数学方法分析近场调制位相, 结果表明:  $PV$  与  $RMS$  随光瞳半径近似线性增大, 方形目标光强增大速率较快. 成功建立了系统评价函数关于光瞳半径与目标光强形态大小参数的数学模型, 通过对数学模型进一步量化分析表明: 对方形目标, 光瞳半径约为 2.5 倍高斯光束束腰半径, 对圆形目标, 光瞳半径约为 3 倍高斯光束束腰半径, 系统评价函数趋于收敛, 光瞳截断作用趋于最小. 所以, 在不影响系统整形性能的情况下, 应选择较小的光瞳半径以降低近场调制位相的  $PV$  与  $RMS$  取值, 减小系统成本, 增加系统适用性. 本文建立的系统评价函数关于光瞳半径与目标光强形态大小的数学模型, 有助于激光束整形系统设计时参数确定及整形性能估计.

## 参考文献

- [1] Lan X J 2005 *Laser Technology* (2nd Ed.) (Beijing: Science Press) p1 (in Chinese) [蓝信钜 2005 激光技术 (第二版) (北京: 科学出版社) 第 1 页]
- [2] Xie Y J, Liu J R, Zhao X Q 2001 *Laser Technol.* **25** 454 (in Chinese) [谢永杰, 刘晶儒, 赵雪庆 2001 激光技术 **25** 454]
- [3] Walker E P, Milster T D 2001 *Proc. SPIE* **4443** 73
- [4] Dickey F M, Holswade S C, Shealy D L 2006 *Laser Beam Shaping Applications* (Boca Raton: CRC Press) pp182–208
- [5] Rapp L, Constantinescu C, Larmande Y, Diallo A K, Videlot-Ackermann C, Delaporte P, Alloncle A P 2015 *Sensor. Actuat. A: Phys.* **224** 111
- [6] Maclair C, Pietroy D, Maio Y D, Baubeau E, Colombier J P, Stoian R, Pigeon F 2015 *Opt. Laser Eng.* **67** 212
- [7] Frieden B R 1965 *Appl. Opt.* **4** 1400
- [8] Dickey F M, Holswade S C 2000 *Laser Beam Shaping: Theory and Techniques* (New York: Marcel Dekker Inc) pp1–4
- [9] Mohammed W, Gu X J 2009 *Appl. Opt.* **48** 2249
- [10] Chen H X, Sui Z, Chen Z P, An B, Li M Z 2001 *Acta Opt. Sin.* **21** 1107 (in Chinese) [陈怀新, 隋展, 陈祯陪, 安波, 李明中 2001 光学学报 **21** 1107]
- [11] Hoffnagle J A, Jefferson C M 2000 *Appl. Opt.* **39** 5488
- [12] Hoffnagle J A, Jefferson C M 2003 *Opt. Eng.* **42** 3090
- [13] Jahan S R, Karim M A 1989 *Opt. Laser Technol.* **21** 27
- [14] Geng Y C, Liu L Q, Wang W Y, Zhang Y, Huang W Q, Su J Q, Li P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 145201 (in Chinese) [耿远超, 刘兰琴, 王文义, 张颖, 黄晚晴, 栗敬钦, 李平 2013 物理学报 **62** 145201]
- [15] Jiang X J, Zhou S L, Lin Z Q 2007 *J. Appl. Phys.* **101** 023109
- [16] Yin Z Y, Wang Y F, Yin S Y, Qiang J P, Lei C Q, Sun X H, Yang K 2013 *Chin. J. Lasers* **40** 0602016 (in Chinese) [殷智勇, 汪越峰, 尹韶云, 强继平, 雷呈强, 孙秀辉, 杨凯 2013 中国激光 **40** 0602016]
- [17] Eismann M T, Tai A M, Cederquist J N 1989 *Appl. Opt.* **28** 2641
- [18] Liu J S, Taghizadeh M R 2002 *Opt. Lett.* **27** 1463
- [19] Ji Y, Zhang J J, Yao D C, Chen Y S 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 2027 (in Chinese) [姬扬, 张静娟, 姚德成, 陈岩松 1996 物理学报 **45** 2027]
- [20] Nemoto K, Fujii T, Goto N, Nayuki T 1996 *Opt. Lett.* **21** 168
- [21] Romero L A, Dickey F M 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 751
- [22] Dickey F M, Holswade S C 1996 *Opt. Eng.* **35** 3285
- [23] Han J, Bayanheshig, Li W H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 084202 (in Chinese) [韩建, 巴音贺希格, 李文昊 2012 物理学报 **61** 084202]
- [24] Zhao T Y, Liu Q X, Yu F H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 064203
- [25] Born M, Wolf E (translated by Yang J S) 2006 *Principles of Optics* (Beijing: Electronic Industry Press) pp740–746 (in Chinese) [玻恩 M, 沃耳夫 E 著 (杨葭荪译) 2006 光学原理 (北京: 电子工业出版社) 第 740—746 页]

# Influence of pupil on the laser beam shaping system by pure phase modulation\*

He Jie-Ling<sup>1)2)3)</sup> Wei Ling<sup>1)2)</sup> Yang Jin-Sheng<sup>1)2)</sup> Li Xi-Qi<sup>1)2)</sup>  
He Yi<sup>1)2)</sup> Zhang Yu-Dong<sup>1)2)†</sup>

1) (Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

2) (Institute of Optical Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

3) (University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China)

( Received 16 September 2015; revised manuscript received 27 November 2015 )

## Abstract

In this paper, we propose a quantitative approach to analyze the influence of pupil truncation on the phase-only modulation laser beam shaping system, based on the near-field phase and the far-field metric functions. First, the relationship between near-field phase and pupil radius is studied by Lagrange multiplier method. Result indicates that both the peak-to-valley and the root-mean-square of the near-field phase increase approximately linearly with the pupil radius. Second, the influence of pupil radius on a beam shaping system is investigated. To quantify the performance of the beam shaping system, the correlation coefficient ( $C$ ) and the mean square difference ( $MSD$ ) are introduced as the metric functions. Then, by comparing the metric functions at different pupil radius, it is shown that the pupil radius influences the performance of focal beam shaping distinctly at the lower pupil radius, whereas the influence trails off, and both the  $C$  and the  $MSD$  get close to the theoretical limit as the pupil radius continuously increases. Third, the mathematical models of the  $C$  and the  $MSD$  are proposed to reveal the relationship among the metric functions, pupil radius and target intensity's size, as it is difficult to obtain the explicit expressions on the basis of metric functions' definition. And the three coefficients in each model are ascertained by surface fitting method based on the sampling data. In addition,  $SSE$  (sum of square due to error),  $RMSE$  (root mean square error) and  $R$ -square (coefficient of determination) are adopted to determine the fitting precision. For both the metric functions, the precision of  $SSE$  and  $RMSE$  can reach  $10^{-2}$  and the  $R$ -square is shown to be more than 97%. The  $SSE$ ,  $RMSE$  and  $R$ -square verify the proposed mathematical models. Finally, according to the models, we analyze when the influence of pupil truncation becomes negligible for the rectangle or circle target intensity. In practice, the size of target intensity is determined first. Sequentially, by combining the mathematical models and their first-order partial differentials, the changing regularity of metric functions with respect to pupil radius is studied. Meanwhile, the regularity helps us to find the beginning points for rectangle target and circle target intensities respectively. For the rectangle target intensity, when the pupil radius is 2.5 times that of the Gaussian waist radius, the metric functions become stable. The  $C$  with a value of 0.997 and the  $MSD$  with a value of  $4 \times 10^{-4}$  are both close to the theoretical limit. In the meantime, the influence of pupil truncation tends to be minimal as expected. For circle target intensity, when the pupil radius is 3 times that of the Gaussian waist radius, the first-order partial differentials of the  $C$  and the  $MSD$  decrease to about  $10^{-3}$ . This means that the metric functions begin to converge and that the influence of pupil truncation tends to be minimal at this point. Consequently, it is effective and meaningful to determine the best pupil radius using the proposed models in the article when designing a beam shaping system. Moreover, the models can also be used to evaluate the performance of a laser beam shaping system.

**Keywords:** laser beam shaping, metric functions, fitting formula, pupil radius

**PACS:** 87.56.N-, 42.60.By, 02.60.Ed, 42.79.Ag

**DOI:** 10.7498/aps.65.048701

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61108082), the Special Foundation of State Major Scientific Instrument and Equipment Development of China (Grant No. 2012YQ120080), and the National Hi-tech Support for the Twelfth Five Years' Blue Print, China (Grant No. 2012BAI08B04).

† Corresponding author. E-mail: [ydzhang@ioe.ac.cn](mailto:ydzhang@ioe.ac.cn)