

基于零拍探测和压缩真空光输入增强 Sagnac 效应

陈坤 陈树新 吴德伟 杨春燕 吴昊

A scheme for Sagnac effect improvement with squeezed vacuum input and homodyne detection

Chen Kun Chen Shu-Xin Wu De-Wei Yang Chun-Yan Wu Hao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 054203 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.054203

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.054203>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I5>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于相关光子多模式相关性的 InSb 模拟探测器定标方法

Absolute calibration of an analog InSb detector based on multimode spatial correlation of correlated photons

物理学报.2015, 64(24): 240601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240601>

基于 X 射线掠射法的纳米薄膜厚度计量与量值溯源研究

Nanometer film thickness metrology and traceability based on grazing incidence X-ray reflectometry

物理学报.2014, 63(6): 060601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.060601>

一种内腔式 He-Ne 激光器频率稳定方法的实验研究

Experimental study on frequency stabilization method of internal-mirror He-Ne laser

物理学报.2013, 62(1): 010601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.010601>

大幅提高视觉密度国家基准测量水平的方法研究

Greatly enhanced visual density measurement level of the national standard densitometer

物理学报.2012, 61(23): 230601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.230601>

高能量效率的大口径多台阶衍射光学元件

Large-diameter multi-level diffractive optical elements with high energy efficiency

物理学报.2012, 61(22): 224202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.224202>

# 基于零拍探测和压缩真空光输入 增强Sagnac效应\*

陈坤<sup>†</sup> 陈树新 吴德伟 杨春燕 吴昊

(空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

(2015年10月14日收到; 2015年11月12日收到修改稿)

利用量子技术增强Sagnac效应提高陀螺输出精度具有重要的研究意义,是实现全自主导航的重要途径.以相干态激光作为输入光源的光学陀螺因真空零点波动使其输出精度限制于散粒噪声极限而难以提高.为减小真空波动的影响,提出在激光输入的分束器的另一输入端输入压缩真空光并结合平衡零拍探测技术的方法增强Sagnac效应.理论分析表明Sagnac效应性能得到有效提升:干涉输出的灵敏度检测极限和动态范围均随着压缩程度的增加而呈指数级增长.该方法只需对经典光学陀螺做少量改动就可实现,是提高光学陀螺输出精度的一种新方法.

**关键词:** 自主导航, 光学陀螺, 零点波动, 散粒噪声极限

**PACS:** 42.40.My, 06.20.-f, 06.30.Gv

**DOI:** 10.7498/aps.65.054203

## 1 引言

Sagnac效应是指当两电磁波沿着一个旋转的环形通道相向运动,由于旋转使它们运动一圈的时间不同而引入一个与旋转速率成正比的相位差.Sagnac效应有许多重要应用,如探测<sup>[1,2]</sup>、传感<sup>[3]</sup>和高精密旋转测量<sup>[4,5]</sup>.其中利用Sagnac效应做成的光学陀螺是军事和航天上的主流导航器件.提高Sagnac干涉输出精度是提高陀螺精度的一个重要研究课题<sup>[6]</sup>,是实现运载载体不依赖于外部信号的全自主导航方式的重要途径,该导航方式具有高隐蔽性、强抗干扰、全天时和全天候等优点,是深空和深海探索的重要技术保障,同时在军事对抗中占有重要战略地位<sup>[7]</sup>.

提高Sagnac效应输出精度一直是研究热点.根据波粒二象性理论,利用超流<sup>[8]</sup>和冷原子<sup>[9,10]</sup>等粒子波增强Sagnac效应的研究受到了广泛关注<sup>[11]</sup>.也有学者提出利用微波谐振测量增强

Sagnac效应<sup>[6]</sup>.在光学中,量子力学认为经典的激光光源的相位灵敏度即输出精度在理论上的最高极限为 $1/\sqrt{\langle N \rangle}$ ( $\langle N \rangle$ 是平均光子数),即散粒噪声极限或标准量子极限<sup>[12]</sup>,从而制约光学陀螺精度的提高.为突破散粒噪声极限,Bertocchi等<sup>[13]</sup>研究了单光子光源作为输入的量子Sagnac效应,实验表明其输出精度没有超过散粒噪声极限.这符合量子力学理论,因为单光子并没有关联效应.随后Kolkiran和Agarwak<sup>[14]</sup>用双光子纠缠光源作为输入光源,在理论上论证了采用双光子和四光子符合测量技术能够提高测量精度.但Kolkiran的方法中纠缠双光子的产生效率相对较低.Caves<sup>[15]</sup>认为相干态激光从分束器的一端输入,为保证量子算符的对易性,分束器的另一端输入的是真空态(这不同于经典处理方式),正是由于另一端的真空波动造成相位参数存在散粒噪声极限.从Caves思想出发,我们提出利用激光和压缩真空光两种光源作为输入光源从分束器两端输入以减小真空波动的影响,从理论上分析该方案对Sagnac效应的输出精

\* 国家自然科学基金(批准号: 61203201)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: kunchen365@sina.com

度的影响.

压缩真空光在压缩方向上的涨落小于真空波动<sup>[16]</sup>, 并且容易通过参量下转换过程制备(最近报道了实验上通过上转换过程也能制备<sup>[17]</sup>). 压缩真空光产生效率高, 在量子度量中被广泛研究, 但在Sagnac效应中的应用研究还未见报道. 本文主要研究利用压缩真空光增强Sagnac效应的性能, 将激光和压缩真空光两种光源作为输入光源从分束器两端输入, 并采用量子平衡零拍探测技术测量Sagnac干涉输出相位, 通过理论计算和数值分析发现干涉输出的灵敏度检测极限和动态范围均随着压缩程度的增加而呈指数级的增长, 并给出相应需满足的具体条件.

## 2 Sagnac效应干涉原理

Sagnac效应<sup>[18]</sup>在物理上是由于环的旋转引起两路光的光程差, 而该光程差大小与旋转速率呈线性关系, 通过测量两束光的干涉条纹可以获得干涉仪的旋转速率. 具体地, 一束光在A点经过分束器分为两束, 分别沿顺时针和逆时针方向运行, 若干涉仪没有旋转, 则两束光经过相同的时间 $t = 2\pi r/c$  ( $r$ 为干涉仪半径,  $c$ 是光速)在A点汇合形成干涉条纹. 如图1所示, 若干涉仪沿顺时针以角速度 $\Omega_r$ 旋转, 光束在环中沿顺时针方向传播一周所需的时间将大于沿逆时针方向传播一周所需的时间, 相对于地面静止目标, 等效于顺时针光路需行至 $A_2$ 而逆时针光路只需到 $A_1$ . 则两束光在旋转干涉仪中运行一周的光程差可写为<sup>[17]</sup>

$$\Delta L = \frac{4\pi r^2 \Omega_r}{c}, \quad (1)$$

更一般的有<sup>[19]</sup>

$$\Delta L = \frac{4\Omega_r n S}{c}, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{n}$ 是干涉仪平面的单位法向量,  $\Omega_r$ 是旋转矢量. (2)式表明, 光程差与干涉仪的形状无关, 而依赖于旋转矢量 $\Omega_r$ 的通量. 利用光纤绕成多匝环形光路就可以有效地增强该通量. 若光纤长度为 $L$ , 则相位差可以写为

$$\varphi = \frac{4\pi L r \Omega_r}{c\lambda}. \quad (3)$$

式中 $\lambda$ 是光波波长. 可以看出, 相位差 $\varphi$ 与光纤的长度 $L$ 、干涉仪的半径 $r$ 以及旋转速度 $\Omega_r$ 线性相关. 通过测量相位差 $\varphi$ 就可以直接得到旋转速

度 $\Omega_r$ , 旋转速度 $\Omega_r$ 的精度取决于相位差 $\varphi$ 的测量精度.

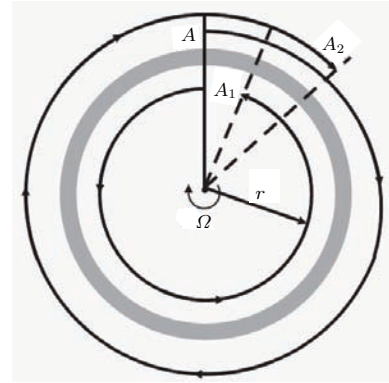


图1 Sagnac效应原理图

Fig. 1. A schematic diagram of Sagnac effect.

## 3 压缩真空光产生机理

散粒噪声是由于真空零点波动引起的, 在分束器一端口输入相干态光的同时, 另一端口并不是没有输入, 而是输入的真空态. 正是由于表面上看起来没有使用的这一端口引入了真空波动, 从而导致整个测量都受到散粒噪声的限制. 为了解决该问题, 我们提出在该端口注入压缩真空光, 在其压缩方向上能够突破散粒噪声的限制, 以实现系统参数的精密测量, 增强Sagnac干涉灵敏度.

压缩真空光与真空有本质的不同. 真空代表着零点能波动和没有光子. 而压缩真空光是存在着光子的, 且能使光电探测器产生电流. 压缩真空光主要有两种产生方式: 简并参量下转换和简并四波混频, 它们分别是二阶非线性过程和三阶非线性过程<sup>[20]</sup>. 这里我们讨论简并参量下转换过程. 简并是指抽运光被非线性晶体劈裂成两个频率相同的光, 因频率降低而称之为下转换, 该过程也称之为简并参量放大. 当晶体没有信号输入时, 其输出就称之为压缩真空光.

首先简并参量放大过程在时域的量子描述可用哈密顿量表示为

$$\mathbf{H} = \frac{\hbar\chi}{2} (\mathbf{a}_s^\dagger \mathbf{a}_p \mathbf{a}_s^\dagger + \mathbf{a}_s \mathbf{a}_p^\dagger \mathbf{a}_s), \quad (4)$$

其中 $\mathbf{a}^\dagger$ 和 $\mathbf{a}$ 分别表示产生算符和湮没算符, 具有标准的对易关系 $[\mathbf{a}, \mathbf{a}^\dagger] = 1$ ,  $\chi$ 是实数, 与二阶非线性极化率有关. (4)式可通过郎之万(Langevin)

方程求得算符的海森堡运动方程<sup>[18]</sup>:

$$\frac{d\mathbf{a}_s}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathbf{H}, \mathbf{a}_s] = -i\chi\mathbf{a}_p\mathbf{a}_s^\dagger, \quad (5)$$

$$\frac{d\mathbf{a}_s^\dagger}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathbf{H}, \mathbf{a}_s^\dagger] = i\chi\mathbf{a}_p^\dagger\mathbf{a}_s. \quad (6)$$

方程(5)和方程(6)从本质上描述了算符 $\mathbf{a}_s$ 和 $\mathbf{a}_s^\dagger$ 随时间的演化规律. 通常, 抽运光较强, 损耗可以忽略, 可作参量近似用经典方式描述, 即将抽运光算符 $\mathbf{a}_p$ 用复数 $A_p$ 代替. 在整个系统的作用时间 $T$ 上对方程(5)和方程(6)做积分计算能得到输入输出之间的关系, 但计算过程难免繁琐. 这里引入散射矩阵 $\mathbf{S}$ , 可简洁快速地获得输入输出之间的关系:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_s \\ \mathbf{b}_s^+ \end{bmatrix} = \mathbf{S} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_s \\ \mathbf{a}_s^\dagger \end{bmatrix}, \quad (7)$$

散射矩阵 $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mu & \nu \\ \nu^* & \mu \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} \mathbf{b}_s \\ \mathbf{b}_s^+ \end{bmatrix}$ 为输出矩阵,  $\begin{bmatrix} \mathbf{a}_s \\ \mathbf{a}_s^\dagger \end{bmatrix}$ 为输入矩阵. 令 $i\chi A_p = \gamma e^{i\psi}$  ( $\gamma$ 是一个正实数),  $\mu = \cosh G$ ,  $\nu = -\sinh G e^{i\psi}$ ,  $G = \gamma T$ 反映压缩程度. 则可得到输出算符 $\mathbf{b}_s$ 与输入算符 $\mathbf{a}_s$ 和 $\mathbf{a}_s^\dagger$ 的变换关系

$$\mathbf{b}_s = \mu\mathbf{a}_s + \nu\mathbf{a}_s^\dagger, \quad (8)$$

即博戈留波夫(Bogolyubov)变换, 且满足 $|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1$ . 要产生压缩真空光, 只需让输入算符 $\mathbf{a}_s$ 满足真空条件

$$\langle \mathbf{a}_s^\dagger \mathbf{a}_s \rangle = \langle |\mathbf{a}_s^{\dagger 2}| \rangle = \langle |\mathbf{a}_s^2| \rangle = 0, \quad \langle \mathbf{a}_s \mathbf{a}_s^\dagger \rangle = 1. \quad (9)$$

(9)式保证了在压缩真空光产生过程中没有光子进入到参量放大器中. 即(8)和(9)式保证了真空压缩态的产生, 现考察其压缩特性. 其正交算符分量分别为 $\mathbf{X}_1 = \frac{1}{2}(\mathbf{b}_s + \mathbf{b}_s^\dagger)$ 和 $\mathbf{X}_2 = \frac{1}{2i}(\mathbf{b}_s - \mathbf{b}_s^\dagger)$ , 则有

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{X}_1 \rangle &= \frac{1}{2} \langle \mathbf{b}_s + \mathbf{b}_s^\dagger \rangle \\ &= \frac{1}{2} \langle (\mu + \nu^*) \mathbf{a}_s + (\mu + \nu) \mathbf{a}_s^\dagger \rangle = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\langle \mathbf{X}_1^2 \rangle = \frac{1}{4} [2 \sinh^2 G + 1 - 2 \sinh G \cosh G \cos \psi]. \quad (11)$$

同理可计算得到

$$\langle \mathbf{X}_2 \rangle = 0, \quad (12)$$

$$\langle \mathbf{X}_2^2 \rangle = \frac{1}{4} [2 \sinh^2 G + 1 + 2 \sinh G \cosh G \cos \psi]. \quad (13)$$

以上计算用到了条件(9)式以及真空态中 $\langle \mathbf{a}_s \rangle = \langle \mathbf{a}_s^\dagger \rangle = 0$ . 则相应的标准偏差

$$\Delta X_1 = \frac{1}{2} \sqrt{2 \sinh^2 G + 1 - 2 \sinh G \cosh G \cos \psi}, \quad (14)$$

$$\Delta X_2 = \frac{1}{2} \sqrt{2 \sinh^2 G + 1 + 2 \sinh G \cosh G \cos \psi}. \quad (15)$$

特别地, 通过合理地调整控制抽运光的相位, 使 $\psi = 0$ , 则有 $\Delta X_1 = \frac{1}{2} e^{-G}$ ,  $\Delta X_2 = \frac{1}{2} e^G$ ,  $(\Delta X_1)(\Delta X_2) = \frac{1}{4}$ . 可见, 此时正交算符 $X_1$ 的涨落压缩, 而正交算符 $X_2$ 的涨落增大.

#### 4 量子平衡零拍探测

上述压缩真空光, 当 $\psi = 0$ 时, 正交算符 $X_1$ 的涨落压缩低于散粒噪声极限. 我们感兴趣的是如何利用该特性得到具有更高灵敏度的Sagnac旋转速率. 通过以上分析可知, 旋转速率与相对相位差 $\varphi$ 成正比. 关键问题就是如何输入光中有效地提取出相位信息. 直接探测将会导致所有的相位信息丢失, 我们采用平衡零拍探测方法来恢复相位信息.

量子零拍探测是量子光学的标准技术, 起源于二战时期的平衡混频器雷达技术<sup>[21]</sup>, 常用于光场探测<sup>[22]</sup>和量子态重构<sup>[23]</sup>. 具体实现原理框图如图2所示. 为了保证整个光路中压缩真空光、相干态光和本振光的相干性, 必须采用同一激光光源. 激光光源通过分束器A分为两束, 一束作为本振光送到分束器F, 另一束经过分束器B后再生成两束光. 一束信号光用湮没算符 $\mathbf{c}_{in}$ 表示作为Sagnac干涉仪的输入(从分束器D输入), 另一束经过倍频后作为简并参量放大器的抽运光, 以生成压缩真空光 $\mathbf{b}_{in}$ . 抽运光被分色镜C过滤掉, 压缩真空光 $\mathbf{b}_{in}$ 作为Sagnac干涉仪的另一束输入光从分束器D输入.

Sagnac干涉仪与马赫-曾德尔干涉仪(MZI)的性能是相同的, 惟一的物理区别是MZI具有两个独立的分束器(BS), 而Sagnac干涉仪只有一个光分束器但被利用两次(通过3 dB耦合器实现信号的输入输出). 为便于分析, 此处将Sagnac干涉仪处理成MZI. 即两束光将在分束器E汇合.

两束光 $\mathbf{c}_{in}$ 和 $\mathbf{b}_{in}$ 经过分束器D混合后, 由于Sagnac旋转效应造成两束光产生相对相位差 $\varphi$ , 在



分束器E汇合输出

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{in} \\ c_{in} \end{bmatrix} \\ &= i e^{i\varphi/2} \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) b_{in} + \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) c_{in} \\ \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) b_{in} - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) c_{in} \end{bmatrix} \\ &= i \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) b_{in} + \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) c_{in} \\ \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) b_{in} - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) c_{in} \end{bmatrix}, \quad (16) \end{aligned}$$

式中用到 50 : 50 分束器的散射矩阵

$$S_{bs} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{bmatrix}$$

和引起相位变化的散射矩阵

$$S_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{bmatrix}.$$

$e^{i\varphi/2}$  是全局相位, 不能反映两臂之间的相对相位, 可以忽略.

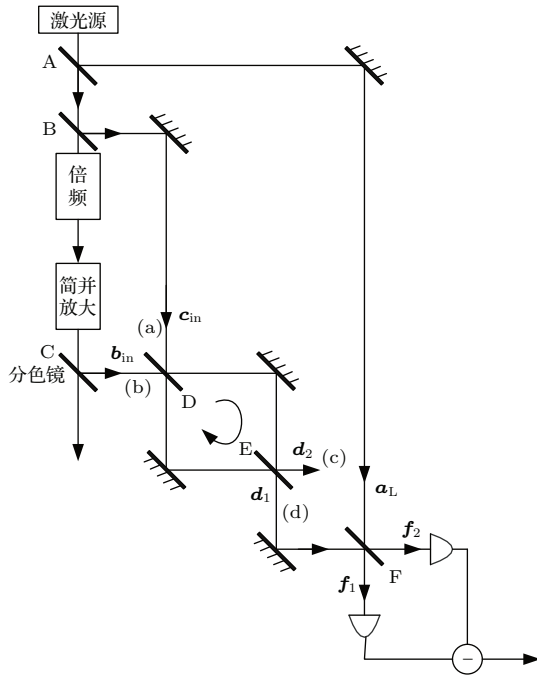


图2 零拍探测原理框图

Fig. 2. Balanced homodyne detection sketch.

根据分束器的散射矩阵, 到达两个探测器的光波  $f_1$  和  $f_2$  可表示为

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = S_{bs} \begin{bmatrix} d_1 \\ a_L \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ a_L \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} a_L + i d_1 \\ d_1 + i a_L \end{bmatrix}. \quad (17)$$

则两探测器输出的光强差为

$$\begin{aligned} M &= f_1^\dagger f_1 - f_2^\dagger f_2 \\ &= \frac{1}{2} \left[ (a_L^\dagger - i d_1^\dagger) (a_L + i d_1) \right. \\ &\quad \left. - (d_1^\dagger - i a_L^\dagger) (d_1 + i a_L) \right] \\ &= i (a_L^\dagger d_1 - d_1^\dagger a_L). \quad (18) \end{aligned}$$

将本振光做经典近似处理, 算符  $a_L$  替换为复数  $\alpha_L$ , (18) 式光强差可重新写为  $M = i (\alpha_L^* d_1 - \alpha_L d_1^\dagger)$ . 此时计算  $M$  的期望可得

$$\begin{aligned} \langle M \rangle &= i \alpha_L^* \langle d_1 \rangle - i \alpha_L \langle d_1^\dagger \rangle \\ &= -\alpha_L^* \left\langle \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) b_{in} + \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) c_{in} \right\rangle \\ &\quad - \alpha_L \left\langle \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) b_{in}^\dagger + \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) c_{in}^\dagger \right\rangle \\ &= -\alpha_L^* \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \alpha_c - \alpha_L \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \alpha_c^* \\ &= -2 |\alpha_L| |\alpha_c| \cos \phi_1 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right), \quad (19) \end{aligned}$$

式中  $\phi_1 = \arg(\alpha_L) - \arg(\alpha_c)$ , 表示本振光和相干输入光的相位差. 从 (19) 式可以看出, 通过零拍探测两路信号的强度差, 得到的平均光子数是相位  $\varphi$  的函数, 同时可以调整本振光的相位使  $\phi_1 = 0$ , 能简单有效地求出相位差  $\varphi$ . 一般地,  $|\alpha_L| \gg |\alpha_c|$ , 所以零拍探测能使信号显著放大, 远高于热电子底噪声. 同时使用量子平衡零差方式不需要进行光子数解析, 而仅仅是以高量子效率做光电探测即可 [24]. 此外, 平衡零差检测中强度差分消除了本地振荡器的所有技术噪声和经典噪声.

## 5 性能分析

在传统经典的激光光源输入的 Sagnac 干涉仪中同时输入压缩真空光, 并对输出光采用量子平衡零拍探测技术得到了两路光的相对相位. 理论表明该方法能够有效地得到 Sagnac 干涉仪的输出相位. 我们更关心 Sagnac 输出的相位灵敏度, 这是光学陀螺中的一项重要指标, 同时也能验证该方法是否能够增强 Sagnac 效应. 根据误差传递公式

$$\delta\varphi \approx \frac{\Delta M}{|d\langle M \rangle/d\varphi|} \text{ 可以计算输出相位涨落.}$$

$$\langle M^2 \rangle$$

$$= \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) |\alpha_L|^2 \left( |\mu|^2 + |\nu|^2 + 2|\mu\nu| \cos\phi_2 \right) + \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) |\alpha_L|^2 \left( 4|\alpha_c|^2 \cos^2\phi_1 + 1 \right), \quad (20)$$

其中  $\phi_2 = \arg(\alpha_L^2) - \arg(\mu\nu)$ . 则

$$\begin{aligned} \Delta M &= \sqrt{\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2} \\ &= \left[ \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) |\alpha_L|^2 \left( |\mu|^2 + |\nu|^2 + 2|\mu\nu| \cos\phi_2 \right) + \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) |\alpha_L|^2 \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\frac{d\langle M \rangle}{d\varphi} = |\alpha_L| |\alpha_c| \cos\phi_1 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right), \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \delta\varphi &\approx \frac{\Delta M}{|d\langle M \rangle/d\varphi|} \\ &= \left[ \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left( |\mu|^2 + |\nu|^2 + 2|\mu\nu| \cos\phi_2 \right) + \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right]^{1/2} \\ &\quad \times \left[ |\alpha_c| \left| \cos\phi_1 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right| \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (23)$$

显然, 从(23)式可以看出, 相位差  $\varphi$  的不确定度与压缩态的压缩程度和压缩方向有关. 为使其不确定度达到最小, 合理地选取本振光的相位使  $\phi_2 = \arg(\alpha_L^2) - \arg(\mu\nu) = \pi$ , 同时调整输入光  $\mathbf{c}_{in}$  的相位使  $\phi_1 = \arg(\alpha_L) - \arg(\alpha_c) = 0$ ,

$$\delta\varphi = \frac{\sqrt{(|\mu| - |\nu|)^2 + \cot^2(\varphi/2)}}{|\alpha_c|}. \quad (24)$$

相位差  $\varphi$  的不确定度与  $\varphi$  相关, 当  $\varphi = \pi$  且压缩程度较大时, 其不确定度近似地有

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= \frac{|\mu| - |\nu|}{|\alpha_c|} = \frac{1}{|\alpha_c| e^G} \\ &\approx \frac{1}{2\sqrt{\langle n_c \rangle} \sqrt{\langle n_{sq} \rangle}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\langle n_{sq} \rangle}} \delta\varphi_{SNL}, \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $\langle n_c \rangle = |\alpha_c|^2$  是相干态输入光的平均光子数,  $\langle n_{sq} \rangle = \langle \mathbf{b}_s^\dagger \mathbf{b}_s \rangle = |\nu|^2$ . 压缩真空光中平均光子数越多, 其压缩程度越大, 相位差  $\varphi$  的涨落越小, 则对  $\varphi$  测量的不确定度也减小了, 其减小程度与压缩程度成正比. 当  $\varphi = 0$  时,  $\delta\varphi$  趋于无穷大, 表明若 Sagnac 干涉仪旋转较慢时, 相位差  $\varphi$  的灵敏度很差, 这将不利于实际运用. 一种简单有效的改进措

施是借鉴传统光学陀螺中的方法, 即将通过零拍探测后的输出信号作  $\pi/2$  的相位偏置, (24) 式将变为

$$\delta\varphi = \sqrt{(|\mu| - |\nu|)^2 + \tan^2(\varphi/2)} / |\alpha_c|,$$

此时在相位差  $\varphi = 0$  时有最佳输出灵敏度.

为与经典方法相对比, 现计算没有压缩真空态光输入时的性能. 即在图 2 中, 分束器 E 的 (b) 端口不再输入压缩真空光  $\mathbf{b}_{in}$ , 而是真空场  $\mathbf{v}_{in}$ , 有

$$\mathbf{d}_1 = i \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \mathbf{v}_{in} + i \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \mathbf{b}_{in},$$

则

$$\begin{aligned} \langle M \rangle &= i\alpha_L^* \langle \mathbf{d}_1 \rangle - i\alpha_L \langle \mathbf{d}_1^\dagger \rangle \\ &= -2|\alpha_L| |\alpha_c| \cos[\arg(\alpha_L) - \arg(\alpha_c)] \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right), \end{aligned} \quad (26)$$

式中, 通过有效地调整本振光的相位使  $\arg(\alpha_L) - \arg(\alpha_c) = 0$ , 则光的信号强度可以简化为

$$\langle M \rangle = -2|\alpha_L| |\alpha_c| \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right), \quad (27)$$

$$\langle M^2 \rangle = |\alpha_L|^2 \left[ 4|\alpha_c|^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) + 1 \right], \quad (28)$$

$$\delta\varphi \approx \frac{\Delta M}{|d\langle M \rangle/d\varphi|} = \frac{1}{|\alpha_c| |\cos(\varphi/2)|}. \quad (29)$$

由(29)式可见, 在只有相干态输入的 Sagnac 干涉, 其相位不确定度随着角度  $\varphi$  而变化. 当  $\varphi = 0$  时, 有最小不确定度,

$$\delta\varphi_{SNL} = 1/|\alpha_c| = 1/\sqrt{\langle N \rangle},$$

即标准量子极限. 这是经典干涉方法所能达到理论极限. 此时系统相位差  $\varphi = 0$  时, 即旋转速率很小时具有最高的灵敏度.

为便于直观比较, 现将仅有相干态输入与所提方法的性能做数值仿真, 如图 3 所示. 其中, 选取压缩态的压缩程度  $G = 16$  [25]. 容易发现, Sagnac 干涉输出灵敏度与相位差  $\varphi$  紧密相关, 在  $\varphi = 0$  时有最高灵敏度. 当有真空压缩光输入时, Sagnac 干涉灵敏度明显得到提高; 同时, 其灵敏度与相干态的平均输入光子数成正比关系增长. 即增加输入光子数也能增加干涉灵敏度, 但光子数的增加, 意味着光功率的增加, 增加了设备的负荷, 不能长时间工作. 压缩真空光的注入, 在不增加光输入功率的情况下, 能够有效地提高输出灵敏度, 且随着光功率的增加, 灵敏度的增加会更快.

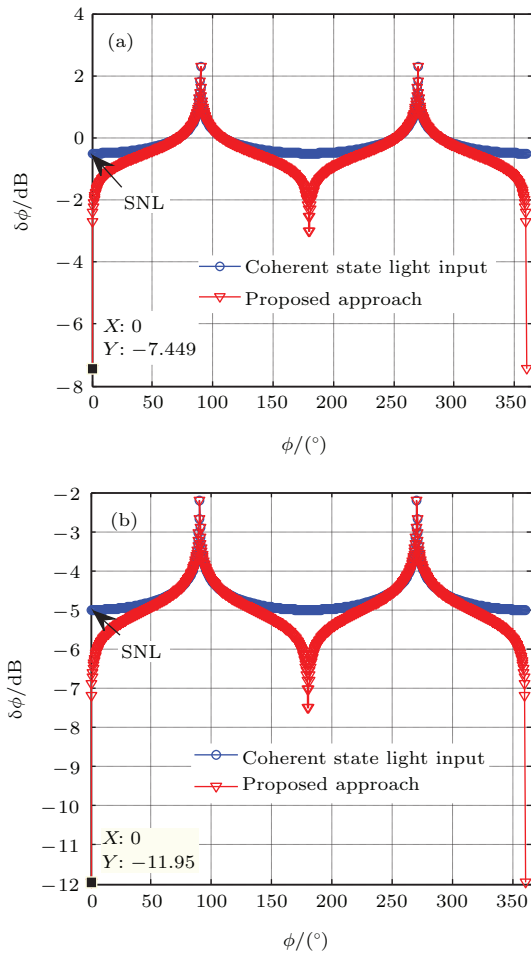


图3 (网刊彩色) 所提方法与经典方法性能比较 (a) 相干态平均光子数  $\langle N \rangle = 10$ ; (b) 相干态平均光子数  $\langle N \rangle = 10^{10}$

Fig. 3. Performance comparison between proposed approach and traditional way: (a) Average photon number  $\langle N \rangle = 10$  in coherent state; (b) average photon number  $\langle N \rangle = 10^{10}$  in coherent state.

通过上述分析, 所提方法能够增强 Sagnac 效应, 提高相位输出精度. 具体地, 以光纤陀螺为例, 讨论该方法对陀螺性能指标的改善. 在光纤陀螺中灵敏度检测极限, 即能测量的最小角速度, 是一项极为重要的指标. 通常, 以能检测到的最高相位灵敏度对应为最小可测角速度

$$\Omega_{\min} = \frac{\lambda_c}{2\pi DL} \sqrt{\frac{2e\Delta f\lambda}{R_D hc}} \frac{1}{\sqrt{2} \sin \varphi_b} \Delta\varphi_{\text{SNL}}, \quad (30)$$

式中,  $h$  是普朗克常数,  $e$  是电子能量,  $c$  是光速. 对于一个波长  $\lambda = 1550$  nm、光纤长度  $L = 5$  km、线圈直径  $D = 0.2$  m、探测器响应度  $P_D = 1$  A/W、信号带宽  $\Delta f = 0.01$  Hz、光功率  $P = 250$   $\mu$ W、偏置相位  $\varphi_b = 3\pi/4$  的光纤陀螺, 最小可测角速度为  $4.2 \times 10^{-5}$  ( $^\circ$ )/h.

从 (25) 式可以发现, 当采用文中方法时, 相位

输出灵敏度的关系是  $\delta\varphi = e^{-G}\delta\varphi_{\text{SNL}}$ , 即光纤陀螺的最小可测角速度取决于压缩真空光的压缩程度, 目前压缩程度能做到  $G \approx 16$  [25], 则最小可测角速度  $\Omega_{\min} \approx 4.7 \times 10^{-12}$  ( $^\circ$ )/h, 即所提方法的灵敏度检测极限能够提高 7 个数量级. 当然, 随着压缩程度的增长, 其灵敏度呈指数增长.

光纤陀螺的动态范围是最大输入角速率与最小角速率之比, 经典方法能达到  $\pi/\Delta\varphi_{\text{SNL}}$ , 则所提方法能增加  $e^G$  倍. 这表明动态范围是随着压缩程度呈指数级增加的.

## 6 结 论

本文在传统经典的 Sagnac 效应的基础上, 在分束器另一个输入端输入压缩真空光, 通过量子平衡零拍探测技术测量 Sagnac 环的相对输出相位. 通过量子力学理论分析, Sagnac 效应性能得到有效提升: 干涉输出的灵敏度检测极限和动态范围均随着压缩程度的增加而呈指数级的增长. 这为改进光学陀螺的性能提供了一种新的方法. 但在具体实施过程中, 需要保证输入的相干态光、本振光的相位保持一致, 且本振光的相位是压缩方向角的一半. 该方法对 Sagnac 效应性能提升主要受压缩真空光的压缩强度的制约, 对本振光相位、输入相干光的相位和压缩方向有一定要求. 怎样利用当前已能制备的压缩态光来稳定地增强 Sagnac 效应, 减少限制条件, 极大程度地提高光学陀螺灵敏度是我们的接下来的研究工作.

## 参考文献

- [1] Joseph S 2014 *Gen. Relativ Gravit* **46** 1710
- [2] Trevor L C, Samuel D P, Robert J H, Byungmoon C, David M J 2014 *Opt. Lett.* **39** 513
- [3] LiYang S, Yuan L, Zhiyong Z, Xihua Z, Bin L, Wei P, Lianshan Y 2015 *Opt. Commun.* **336** 73
- [4] Kiarash Z A, Michel J F D 2015 *J. Opt. Soc. Am. B* **32** 339
- [5] John R E T, Christopher P 2014 *Appl. Phys. B* **114** 333
- [6] Wu Q, Yu J L, Wang J, Wang W R, Jia S, Huang G B, Hei K F, Li L J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 044205 (in Chinese) [吴穹, 于晋龙, 王菊, 王文睿, 贾石, 黄港辰, 黑克非, 李丽娟 2015 物理学报 **64** 044205]
- [7] Kuznetsov A G, Molchanov A V, Chirkin M V, Izmailov E A 2015 *Quantum Electron.* **45** 78
- [8] Yuki S 2014 *C. R. Phys.* **15** 898

- [9] Stevenson R, Hush M, Bishop T, Lesanovsky I, Fernholz T 2015 *arXiv*: **1504.05530v1**
- [10] Gauguet A, Canuel B, Lévèque T, Chaibi W, Landragin A 2009 *Phys. Rev. A* **80** 063604
- [11] Brynle B, Rémy G, Indranil D 2014 *C. R. Phys.* **15** 875
- [12] Giovanetti V, Lloyd S, Maccone L 2011 *Nature Photon.* **5** 222
- [13] Bertocchi G, Alibart O, Ostrowsky D B 2006 *J. Phys. B* **39** 1011
- [14] Kolkiran, Agarwal G S 2007 *Opt. Express* **15** 6798
- [15] Caves C M 1981 *Phys. Rev. D* **23** 1693
- [16] Zheng Y H, Wu Z Q, Huo M R, Zhou H J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 094206
- [17] Christoph B, Jan G, Axel S 2015 *arXiv* **1503.02008v1**
- [18] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press) pp271–281, pp442–454
- [19] Li X, Voss P L, Sharping J E, Kumar P 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 053601
- [20] Mandel L, Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press) pp1053–1063
- [21] Kebei J, Hwang L, Christopher C G, Jonathan P D 2013 *J. Appl. Phys.* **114** 193102
- [22] Zhang Y, Yu X D, Di K, Li W, Zhang J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084204 (in Chinese) [张岩, 于旭东, 邸克, 李卫, 张靖 2013 物理学报 **62** 084204]
- [23] Simone C, Carmen P, Daniele C, Stefano O, Matteo G A Paris 2015 *arXiv* **1505.03903v2**
- [24] Leonhardt U 1997 *Measuring the Quantum State of Light* (Cambridge: Cambridge University Press) pp97–107
- [25] Chekhova M V, Leuchs G, Zukowski M 2015 *Opt. Commun.* **337** 27



# A scheme for Sagnac effect improvement with squeezed vacuum input and homodyne detection\*

Chen Kun<sup>†</sup> Chen Shu-Xin Wu De-Wei Yang Chun-Yan Wu Hao

(Information and Navigation College, Airforce Engineering University, Xi'an 710077, China)

( Received 14 October 2015; revised manuscript received 12 November 2015 )

## Abstract

There has been much interest in improving gyroscope precision with quantum technology for realizing autonomous navigation. The laser light in coherent state cannot reach higher precision under shot-noise limit (SNL) caused by vacuum zero energy fluctuation, which restricts the further improvement of optical gyroscope precision. Quantum mechanics reckons that one unused port of the beam splitter (BS) is inputted with vacuum, which results in vacuum fluctuation, while another port is inputted with the laser light in optical gyroscope. In order to compress the vacuum fluctuation, we design an experimental scheme, in which squeezed vacuum light is used as another incident light into the unused port of Sagnac interferometer in optical gyroscope. We analyze the physical process of this scheme theoretically and develop the quantum balanced homodyne detection technique to retrieve the relative phase information of Sagnac interferometer output. There are two most important conditions that we should pay attention to. 1) We should ensure that the phase of local oscillator light  $\arg(\alpha_L)$ , the phase of coherent light  $\arg(\alpha_c)$  and the angle of squeezed direction  $\arg(\mu\nu)$  in the squeezed vacuum light satisfy the condition, i.e.,  $\arg(\alpha_L^2) - \arg(\mu\nu) = \pi$  and  $\arg(\alpha_L) - \arg(\alpha_c) = 0$  when we perform quantum balanced homodyne detection technique for the best sensitivity  $\delta\varphi = e^{-G}\delta\varphi_{\text{SNL}}$ , where  $G$  denotes the squeezed degree; 2) only by deriving the fields from one common source can we ensure coherence among the squeezed vacuum, probe and local oscillator. Although the requirements for experimental settings are strict, we can meet the requirement with careful calibration. Numerical analysis shows that this proposed scheme provides much higher precision below SNL: both sensitivity detection limit and dynamic range grow with an exponential rate as the squeezed degree grows. The current technology for squeezed vacuum generation by using two consecutive crystals with the optic axes tilted allows us to reach a value as high as  $G \approx 16$  of squeezed degree. Only by inputting such squeezed vacuum light into the unused port of BS in the optical gyroscope, can we attain sensitivity detection limit and dynamic range with increment by  $10^8$ . Our approach is a new scheme for improving optical gyroscope with current available technology.

**Keywords:** autonomous navigation, optical gyroscope, shot-noise limit, vacuum zero energy fluctuation

**PACS:** 42.40.My, 06.20.-f, 06.30.Gv

**DOI:** 10.7498/aps.65.054203

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61203201).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [kunchen365@sina.com](mailto:kunchen365@sina.com)