

自由汇流旋涡 Ekman 抽吸演化机理

谭大鹏 杨涛 赵军 计时鸣

Free sink vortex Ekman suction-extraction evolution mechanism

Tan Da-Peng Yang Tao Zhao Jun Ji Shi-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 054701 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.054701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.054701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I5>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

方腔内 Cu/Al₂O₃ 水混合纳米流体自然对流的格子 Boltzmann 模拟

Numerical simulation of natural convection of square enclosure filled with Cu/Al₂O₃-water mixed nanofluid based on lattice Boltzmann method

物理学报.2015, 64(2): 024703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024703>

基于速度梯度张量的四元分解对若干涡判据的评价

Evaluation of vortex criteria by virtue of the quadruple decomposition of velocity gradient tensor

物理学报.2014, 63(5): 054704 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.054704>

亚微秒脉冲表面介质阻挡放电等离子体诱导连续漩涡的研究

Study on continuous vortices induced by sub-microsecond pulsed surface dielectric barrier discharge plasma

物理学报.2013, 62(22): 224702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.224702>

液滴振荡模型及与数值模拟的对比

The drop oscillation model and the comparison with the numerical simulations

物理学报.2013, 62(20): 204702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.204702>

液滴撞击液膜的射流与水花形成机理分析

Analysis of liquid sheet and jet flow mechanism after droplet impinging onto liquid film

物理学报.2013, 62(2): 024705 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.024705>

自由汇流旋涡 Ekman 抽吸演化机理*

谭大鹏[†] 杨涛 赵军 计时鸣

(浙江工业大学机械工程学院, 特种装备制造与先进加工技术教育部/浙江省重点实验室, 杭州 310014)

(2015年10月24日收到; 2015年11月17日收到修改稿)

自由汇流旋涡形成过程中有抽吸现象发生, 是一个比较复杂的气液两相耦合过程, 其中所涉及的 Ekman 层耦合及演化机理具有重要的科研价值与实际意义. 针对上述问题, 提出了一种自由汇流旋涡 Ekman 抽吸演化机理建模与分析方法. 基于多相流体体积 VOF 模型与湍动能—耗散 ($k-\varepsilon$) 模型, 建立了面向汇流旋涡 Ekman 抽吸演化的两相动力学模型. 基于上述模型, 分析初始转动速度分量、排流量与 Ekman 抽吸过程的内在联系, 并揭示相关流场分布规律. 研究表明: 初始扰动不同, 汇流旋涡的吸气孔、抽气孔距离容器底面边界的高度保持不变; 初始扰动加强, 吸气阶段转速增加, Ekman 边界层厚度及抽吸高度增加, 抽吸、贯穿阶段 Ekman 抽吸现象减弱; 初始扰动恒定, Ekman 抽吸高度保持不变, 与排流量变化无关. 研究结果可为自由汇流旋涡形成机理方面的研究提供有益参考, 也可为冶金、化工领域的旋涡抑制控制提供技术支持.

关键词: 自由汇流旋涡, Ekman 边界层, Ekman 抽吸, 流体体积模型

PACS: 47.32.-y, 47.27.E-, 47.61.Jd

DOI: 10.7498/aps.65.054701

1 引言

研究汇流旋涡抽吸演化机理在冶金容器(转炉、钢包、中间包)浇注、化工萃取分离、水利工程状态监控等工业领域具有重要实际意义^[1-7]. 上述工业实例共同之处为: 流体一般为两(多)相流, 容器为薄壁管壳结构; 排流后期形成的两相旋涡抽吸过程使得表层相流体破裂, 并通过旋涡中心进入排流通道, 具有高度非线性动力学特性; 由于上层流体的混入, 会给工业生产带来诸多不利影响; 例如, 钢包浇注旋涡卷渣会严重影响钢水纯洁度与钢材质量, 甚至使连铸生产停滞, 从而造成生产事故及重大经济损失^[2,3]. 因此, 研究两相汇流旋涡抽吸动力学特性, 实现对旋涡抽吸过程的主动控制, 具有重要的科研价值与工程应用前景.

汇流旋涡虽然是常见的自然现象, 但却是一个复杂的湍流力学问题. 目前尚没有成熟理论模型对其成因、运动规律进行精确的定量分析, 只能在

某种理想假设下或结合试验研究, 得到其有限的局部特征. 汇流旋涡形成并进入贯穿状态后, 容器内的表层相流体将受到旋涡的抽吸作用而进入排流口. Koria 和 Kanth^[6] 利用水模型实验方法研究表明: 在旋涡抽吸过程中, 两相流体由于物理性质不同, 在进入排流口过程中并不同步. 上述过程的关键问题在于: 两相界面的黏滞摩擦作用使得其在旋涡抽吸过程中的运动规律呈现非线性特征.

相关研究^[8-14] 发现旋涡形成过程有抽吸现象发生, 存在比较复杂的气液两相耦合过程, 这其中所涉及的埃克曼(Ekman)层耦合及演化机理是一个有科研价值的关键问题. Ekman 边界层流动理论作为流体边界研究领域的基础方法, 已经广泛应用于洋流^[15]、气象^[16]、工程流体计算等^[17] 领域. Lundgren^[18] 在轴对称模型的基础上, 利用 Ekman 层理论对汇流旋涡的成因进行了研究, 发现旋涡成形过程中的非线性排流与由 Ekman 边界层控制的无黏流具有相似性. Anderson 等^[19,20] 基于 Ekman 层理论, 发现周向速度是形成旋涡的最

* 国家自然科学基金(批准号: 51375446, 51575494)、浙江省杰出青年科学基金(批准号: LR16E050001)和浙江省重点科学基金(批准号: LZ14E050001)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: tandapeng@zjut.edu.cn

主要原因: 通过荧光流体实验观测到了 Ekman 上升流的存在, 并发现旋涡成形时会产生一定幅度的振动冲击, 并伴随有尖锐声音发生. 赵永志等^[21]采用湍动能-耗散 ($k-\varepsilon$) 湍流模型对汇流旋涡的形成过程进行了仿真计算, 发现汇流旋涡是一种兰金 (Rankine) 组合涡, 在其成熟阶段具有三个特性区域: 抽气孔、吸气孔与抬气区, 且上述三个区域的动力学特性均与 Ekman 边界层相关.

当前基于 Ekman 理论的边界层流动研究主要集中在气象、洋流领域, 而关于黏性流体旋涡抽吸过程这一具体领域的研究较少. Lundgren 和赵永志等仅针对理想条件下的单相无黏流体在旋涡抽吸的过程中非线性 Ekman 层流流动机理进行了研究, 而实际流动与黏性作用影响密切相关; Koria 和 Andersen 等仅通过实验研究证明了黏性流体旋涡抽吸 Ekman 层的存在及由于两相界面的黏滞摩擦而呈现的非线性排流特性, 实验仅仅围绕定转速进行, 该转速下初始情况并未达到湍流状态, 不具备普遍性.

此外, 当前关于汇流旋涡形成的机理方向的研究主要集中在贯穿临界条件、速度分布等方面, 鲜有关于旋涡形成过程的 Ekman 层抽吸演化的机理方面的研究报道. 因此, 基于黏性流体旋涡动力学模型, 结合 Ekman 层流动理论, 进行旋涡抽吸过程中的两相流体黏滞耦合理论的研究, 揭示 Ekman 抽吸演化过程与相关物理量的作用规律是非常有必要的.

本文首先建立了面向汇流旋涡 Ekman 抽吸演化的两相动力学模型. 基于上述模型, 进行了二维数值模拟计算, 讨论转速分量与旋涡涡团生成过程的关联性, 揭示不同转速分量下 Ekman 抽吸强度以及不同排流阶段 Ekman 边界层厚度的演变规律. 最后, 在三维数值模拟条件下进一步讨论了抽吸过程与流量变化的关系, 并得到了不同排流时段 Ekman 边界层厚度的变化规律.

2 汇流旋涡两相动力学模型

如前所述, 汇流旋涡 Ekman 抽吸过程存在复杂的气液两相耦合现象, 具有高度非线性特征, 其两相组分的动态演变是需要关注的研究重点. 流体体积模型 (volume of fluid, VOF) 是基于欧拉网格下的表面追踪方法, 适用于互不相融流体间交界面的捕捉和跟踪计算, 主要涉及如下控制方程组.

2.1 体积分方程与界面重构方法

设计算区域内多相流中第 q 相流体的体积分数为 α_q . 在每个控制体积内, 每一相流体所占的体积分之和为 1. 对于其中任一相, 若 $\alpha_q = 0$, 说明当前控制体内该计算单元不含该 q 相流体体积. 若 $\alpha_q < 1$, 则说明控制体内该单元同时包含 q 相和其他多相流体界面. 若 $\alpha_q = 1$, 说明第 q 相流体充满整个单元. 基于分配给每一控制体中第 α_q 相的取值, 每相所属的属性值和变量的不同, 由每相的输运方程和流体运动控制方程所组成的流体函数共同构成 VOF 模型的控制方程.

对于 VOF 模型, 是通过求解单相或多相的体积分来跟踪相间的交界面的. 对于第 q 相, 方程可表达如下^[22]:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + v_q \cdot \nabla \alpha_q = \frac{S_{\alpha_q}}{\rho_q} + \frac{1}{\rho} \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}), \quad (1)$$

式中, α_q 为第 q 相体积分, v_q 为第 q 相速度, ρ_q 为第 q 相密度, S_{α_q} 为 α_q 的源项; \dot{m}_{pq} 是 p 相到 q 相的质量输送, \dot{m}_{qp} 是 q 相到 p 相的质量输送. 体积分方程分别为各相求解, 而不单是为主相求解的, 但他们满足如下约束: $\rho = \sum \alpha_{ij} \rho_{ij}$.

汇流旋涡形成后, 其抽吸过程存在典型的旋转与剪切流场特性^[1-7]. 分段线性界面重构 (piecewise linear interface construction, PLIC) 方法在旋转和剪切速度场自由界面的模拟及还原效果较好, 构造的界面精细度高^[23,24]. 因此, 为了实现 VOF 对汇流旋涡 Ekman 抽吸过程的准确追踪, 本文采用 PLIC 方法来求解 Euler 固定网格法中的自由界面形状.

2.2 动量守恒方程

动量守恒是流体运动时应遵循的一个普遍定律, 考虑到所要研究的流体介质的不可压缩性和黏性, 其微分形式为^[23]:

$$\begin{cases} \rho \frac{du_x}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x, \\ \rho \frac{du_y}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y, \\ \rho \frac{du_z}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z, \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ 为因分子黏性作用而产生的作用在微元体表面上的黏性应力 τ 的分量 (Pa), $f_x,$

f_y, f_z 为3个方向的单位质量力 ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$). 如果质量力只考虑重力, 且 z 轴垂直向上, 则 $f_x = f_y = 0, f_z = -g$. 上述分量的表达式如下:

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (3)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (4)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left\{ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right\}, \quad (6)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left\{ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right\}, \quad (7)$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \mu \left\{ \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right\}, \quad (8)$$

式中, μ 为动力黏度 ($\text{Pa}\cdot\text{s}$), λ 为第二黏度 ($\text{Pa}\cdot\text{s}$), \mathbf{u} 为速度矢量.

考虑到地球旋转时, 流体的运动是相对于地球运动的相对流场和均匀涡量场的叠加^[24], 设均匀旋转参考系的旋转速度为 $\boldsymbol{\omega}$, 把质点在旋转参考系中的加速度和惯性系中该质点的加速度之间的关系式代入到守恒方程中, 可得:

$$\left(\frac{d\mathbf{V}_R}{dt} \right)_R = -2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_R - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla \mathbf{p} + \nu \Delta^2 \mathbf{V}_R, \quad (9)$$

式中, 下标 R 表示旋转参考系, \mathbf{V}_R 表示旋转速度矢量, 式子右边第一项为科氏加速度, 第二项为向心加速度.

由于地球旋转速度很小, 离心力对惯性参考系的运动影响可以忽略. 故对流体运动有影响的第一项科氏力, 是一种非保守力, 可改变流体运动方向, 从而对旋涡形成过程产生影响.

2.3 标量方程

为了能更加准确的模拟汇流旋涡形成过程以及该过程中水流紊乱程度, 并为达到湍流状态下控制方程提供精确解模型, 选用标准湍动能-耗散 (k - ε) 模型. 模型中湍动能输运方程是通过精确数学推导而得, 耗散率则由物理推理并在数学方程上近似获得的. 因此具有很高的物理可靠性. k - ε 为经典的双方程湍流模型, 其湍动能 k 的输运方程、耗散率 ε 输运方程如下^[22]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon$$

$$- Y_M + S_k, \quad (10)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon, \quad (11)$$

式中, G_k 是由于平均速度梯度引起的湍动能产生项, G_b 是由于浮力影响引起的湍动能产生项, Y_M 为可压缩湍流脉动膨胀对总的耗散率的影响, $C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$ 为经验常数, 张量下标 i, j 表示 x, y, z 三个方向分量, $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$ 为湍动能和湍动耗散率对应的普朗特数.

3 数值计算与结果分析

3.1 物理对象模型与网格划分

由于容器所在维度位置到地心的直线与地轴之间形成一定夹角, 同时地球本身旋转, 故而产生科氏加速度. 为了能够研究汇流旋涡生成条件—科氏加速度对 Ekman 层抽吸的影响和作用, 建模时既要体现汇流条件, 又需考虑地球旋转所产生的科氏加速度对汇流旋涡的作用.

根据 Shapiro^[25] 和 Jeong^[26] 的研究, 形成的汇流旋涡旋转方向是随机的, 当初始扰动速度达到一定值时, 其旋转方向与初始扰动方向一致. 故可以把科氏加速度的影响, 作为一个分量和预旋扰动速度叠加成一个速度量 $\boldsymbol{\omega}$, 如图 1 所示, 进而转化为研究该速度量对汇流旋涡形成的影响.

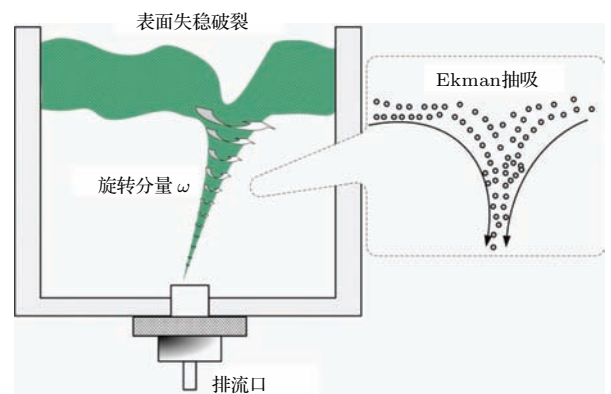


图 1 旋涡抽吸过程示意图

Fig. 1. Abridged view of vortex suction-extraction.

研究对象的边界条件如下: 左侧面为压力入口边界条件, 长度为 200 mm. 右边狭长边顶端为压力出口边界条件, 长度为 11 mm. 下底端面为对

称轴, 长度为600 mm. 上顶端面为旋转壁面条件, 长度为500 mm. 设置操作环境: 重力方向为 x 方向, 大小为9.8 N. 参考压力点为坐标原点, 压力值为一个标准大气压. 整个流域分为水域和空气域, 由于整个网格分布存在轴对称关系, 因此本文提供一侧网格分布及边界条件, 如图2所示.

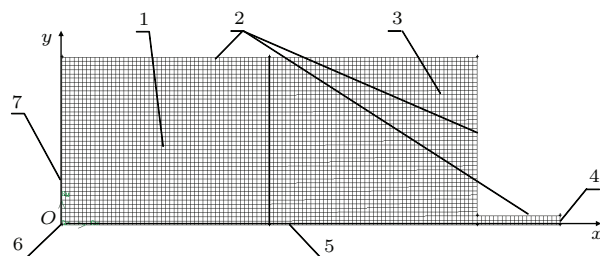


图2 对象2D网格划分及边界条件: 1-空气域, 2-旋转壁面, 3-水域, 4-压力入口, 5-对称轴, 6-参考压力点, 7-压力出口

Fig. 2. Mesh generation and boundary conditions of the objective container: 1-atmosphere region, 2-rotating wall, 3-water region, 4-pressure inlet, 5-symmetry axis, 6-reference pressure benchmark, 7-pressure outlet.

为了揭示容器内流体受科氏加速度和初始预旋扰动综合作用下运动规律, 利用所建立的两相流体动力学模型进行数值模拟. 在计算过程中, 离散误差随网格变细而变小, 但由于网格变细时, 离散点数增多, 舍入误差也随之加大. 工程流体计算中, 不规则区域内如何生成网格对计算结果及效率具有重要影响. 因此, 本文建模时的网格划分采用结构化网格——四边形网格, 网格质量也在计算条件允许的范围内调整到最高, 并完成了相应的网格无关性验证, 以保证计算结果的精确性与可重复性.

由于容器内流道水流受科氏加速度和初始预旋扰动叠加作用下流体运动情况, 故对不同旋转速度下, 容器内流体旋涡形成过程进行模拟, 进而总结出Ekman抽吸与旋转速度之间的关系, 采用2D单精度非稳态分离求解器求解. 流体流动发展为湍流的基本条件为雷诺数达到一个临界值(工程中雷诺数 $Re < 2000$ 为层流状态, $Re = 2000—4000$ 为过渡状态, $Re > 4000$ 为湍流状态). 本文所提供的旋转速度分量分别为 0.5π , π , 1.5π , 2π , 2.5π 和 3π rad/s, 对应的雷诺数为4000, 8000, 12000, 16000, 20000和24000, 均可达到湍流状态.

由于模拟非稳态过程, 属于典型的过渡流动计算, 且相间变化复杂, 故压力速度耦合处理采用压力的隐式算子分割 (pressure implicit with splitting of operators, PISO) 算法, 用以保证收敛效率. 压

力离散插值方式采用压力交错方式 (pressure staggering option, PRESTO), 以防内部压力急剧变化和出现高旋流. 动量、旋转速度等均采用二阶迎风格式, 以获得更精确的求解.

3.2 2D 仿真计算与结果分析

依据Ma等[27]自然界中流体运动会产生旋涡, 特别是在流体通过一个收缩水口时, 这种现象尤为突出. 赵永志等[21,28]对模型描述可以分为非管道型排水出口和管道型排水出口两种. 其中非管道型排水出口的自由水涡在成熟阶段具有两个特征区域: 吸水孔和抬气区域. 但只是在给定的速度 $\omega = 0.5$ rad/s, $v_z = 0$ m/s下进行的仿真, 并没有讨论其他转速的情况. 而对于管道型排水口的研究则是在给定的速度 $\omega = 0.1$ rad/s, $v_z = 0$ m/s下进行的仿真计算, 全过程分为三个发展阶段: 吸气、抽气和二者合二为一阶段.

抽吸为液体自由排流汇聚过程中, 与表层介质相接触的流体相受排流吸引抽离并与下层液体混合流出的现象, 称之为抽吸现象. Ekman抽吸则是底层汇流液体受抽吸作用, 与底面形成的Ekman边界层黏滞作用相互叠加而出现底层流动上升趋势的现象; 根据其发展过程, 可以分为吸气阶段与抽气阶段.

3.2.1 转动分量与Ekman吸气阶段作用关系

基于上述假设, 首先研究转动分量与Ekman吸气阶段作用关系. 图3为不同转速下流场均在各自某一时刻发展为吸气阶段的气液两相体积分云图, 在初始 $v_z = 0$ m/s情况下, 分别对应的初始转速为 0.5π , π , 1.5π , 2π , 2.5π 和 3π rad/s, 红色区域为空气域, 蓝色区域为水域.

通过图3(a)—(f)可以发现, 中心液面处向出水口方向凹陷, 表明汇流旋涡已经形成, 伴有少量气体被吸气孔吸入并脱离凹点悬浮在液体中, 此时段为吸气阶段. 从吸气孔位置可以看出: 随着转速不断加快, 尽管靠近壁面的液面在不断升高, 吸气孔中心位置距离容器底面边界出水口高度基本保持不变. 图3中 x , y 轴标尺分度均为0.02 m, 可以读出五幅图中吸气孔中心的坐标同为(0, 0.13), 说明扰动因子控制了整个流场运动, 并与黏性力, 重力和壁面阻力平衡. 转速的增加, 使得桶内水受到的离心力快速增加, 导致水向壁面方向流动加剧, 壁面处液面高度升高. 当整个过程达到吸气阶段时,

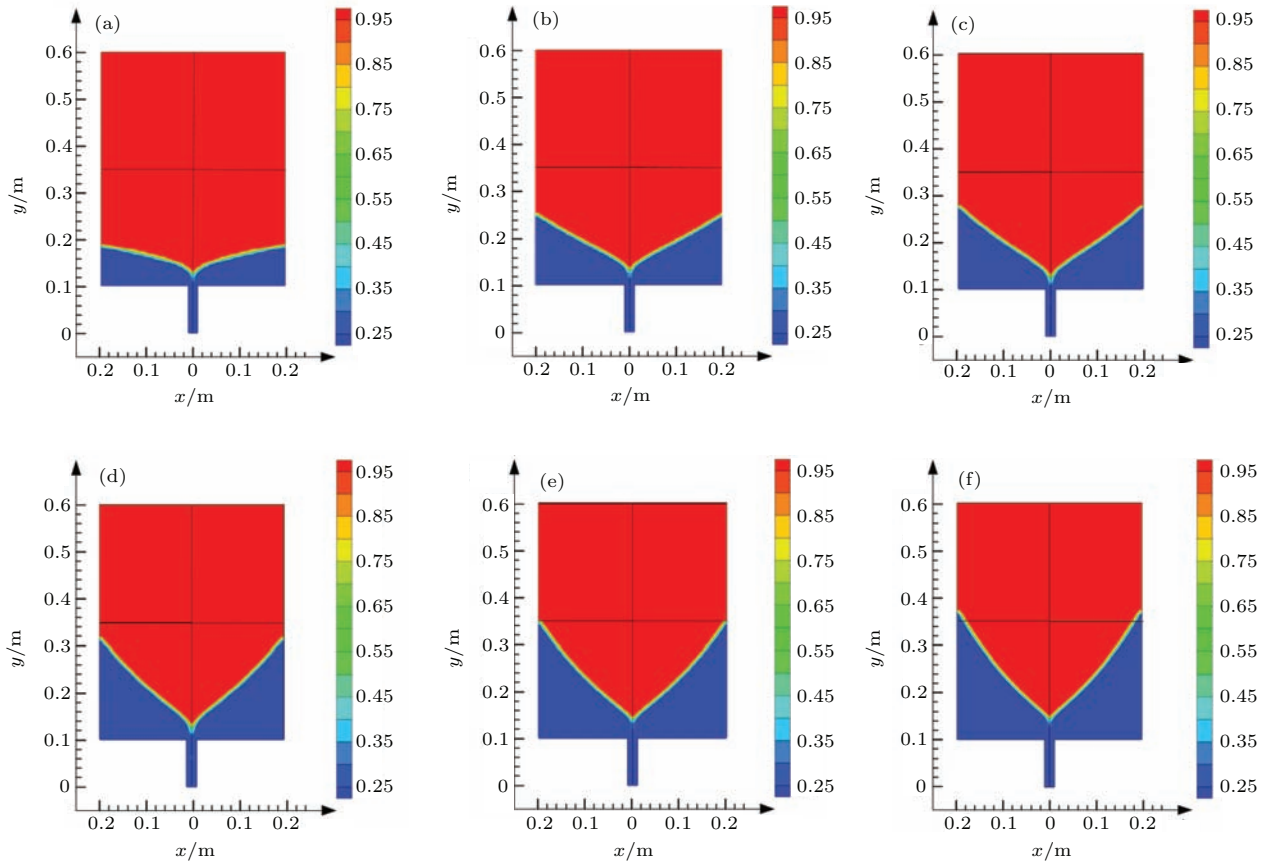


图3 (网刊彩色) 吸气阶段两相液体积分分布云图 (a) $\omega = 0.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 23.40 \text{ s}$; (b) $\omega = \pi \text{ rad/s}$, $t = 29.80 \text{ s}$; (c) $\omega = 1.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 27.00 \text{ s}$; (d) $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$, $t = 22.40 \text{ s}$; (e) $\omega = 2.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 18.10 \text{ s}$; (f) $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$, $t = 16.00 \text{ s}$

Fig. 3. (color online) Two-phase fractions profiles in vortex suction stage: (a) $\omega = 0.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 23.40 \text{ s}$; (b) $\omega = \pi \text{ rad/s}$, $t = 29.80 \text{ s}$; (c) $\omega = 1.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 27.00 \text{ s}$; (d) $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$, $t = 22.40 \text{ s}$; (e) $\omega = 2.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 18.10 \text{ s}$; (f) $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$, $t = 16.00 \text{ s}$.

吸水孔中心为液面的最低点且位置不随转速变化, 最后形成的液面V形因转速增加而开口角度变小.

为了分析吸气过程的Ekman边界层耦合与演变趋势, 本文给出了不同转速分量条件下的流线分布, 如图4所示. 从图中可以看出, 尽管转速各不相同, 但在整个旋涡形成过程到吸气阶段时, 空气和水的流线走势和分布总体相同. 通过俯视角度观测, 在吸气孔上部, 中心处有极少空气通过吸气孔被吸入到出水口处, 绝大部分空气则沿着液面切向流动返回. 靠近液面中心线的地方, 形成局部气旋回流旋涡. 远离中心的水流受壁面边界层黏滞阻力影响, 最后于中心线两侧对称形成旋涡. 而气液交界面下, 中心表层水流直接向汇流孔汇聚. 图4(a)—(f)中贴近壁面形成的旋涡, 表层液体形成的旋涡可以说明是复杂的Ekman螺旋结构作用, 即表层液体向下方汇流出水孔方向聚拢流动时, 基于Ekman螺旋运动原理, 下层流体涡团由于受到

湍流摩擦力、边界层阻力、科氏力、重力和离心力合力作用, 逐渐脱离上层大尺度涡团方向, 与表层流动主方向成夹角而脱落主方向流动, 向下逐层积累, 最终形成局部旋涡运动. 而桶内底层靠近壁面的旋涡则是Ekman边界层作用结果: 上部脱离主方向的部分水流, 向下遇到侧壁面边界的旋转作用和桶底壁面Ekman边界层^[19,20]黏滞作用的影响, 水流随旋转的运动方向与黏滞阻力垂直, 发展为直角处旋涡运动. 贴近底面边界的水流受到底部Ekman黏滞阻力较大而脱落了旋涡, 有微小上升趋势, 又受汇流孔吸引, 最终流向出水口. 而抽吸的高度为底面边界层的厚度, 转速越高, 雷诺数越大, 湍流程度加剧, 湍流涡团的快速宏观混合将导致极高的湍流质量、动量和能量输运效率, 向较小的涡团依次传输, 导致最小的涡团中出现极高的速度梯度和流体黏性应力, 致使边界层厚度增加, 从而抽吸高度增高.

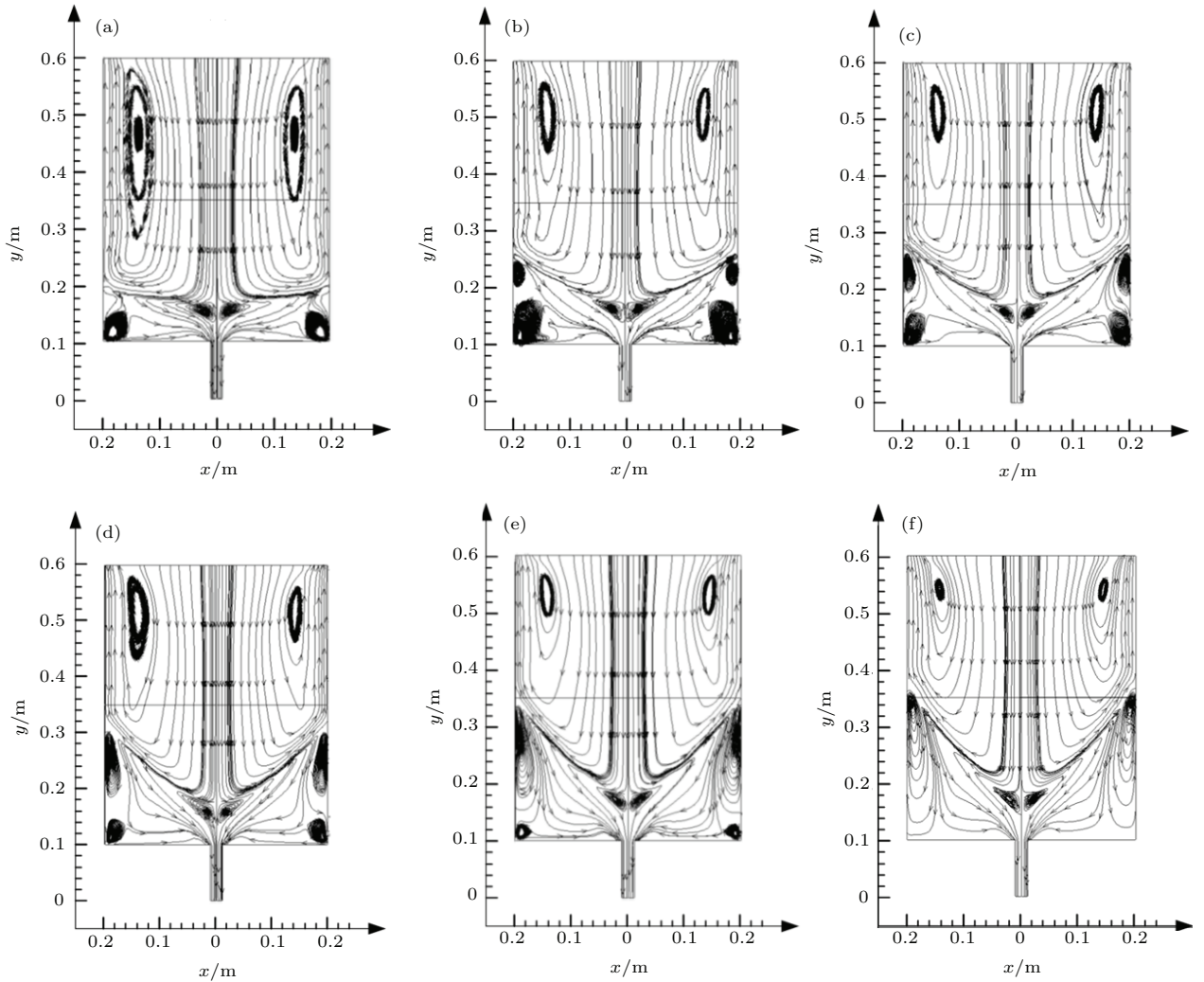


图4 吸气阶段流线分布 (a) $\omega = 0.5\pi$ rad/s, $t = 23.40$ s; (b) $\omega = \pi$ rad/s, $t = 29.80$ s; (c) $\omega = 1.5\pi$ rad/s, $t = 27.00$ s; (d) $\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 22.40$ s; (e) $\omega = 2.5\pi$ rad/s, $t = 18.10$ s; (f) $\omega = 3\pi$ rad/s, $t = 16.00$ s

Fig. 4. Stream line profiles of vortex suction stage: (a) $\omega = 0.5\pi$ rad/s, $t = 23.40$ s; (b) $\omega = \pi$ rad/s, $t = 29.80$ s; (c) $\omega = 1.5\pi$ rad/s, $t = 27.00$ s; (d) $\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 22.40$ s; (e) $\omega = 2.5\pi$ rad/s, $t = 18.10$ s; (f) $\omega = 3\pi$ rad/s, $t = 16.00$ s.

旋涡形成后, 其凹面内的速度分布是表征其生存规模与发展阶段的关键参数. 图5为 $\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 22.40$ s条件下不同旋涡深度 (y 坐标值)的径向速度分布. 从图中可以看出, $y = 0.3$ m, $y = 0.25$ m和 $y = 0.2$ m截面的径向速度走向与 $y = 0.15$ m和 $y = 0.12$ m不同, 曲线上升是因为此时表示的速度为空气的径向速度, 转折点后急剧下降到 $x = 0.085$ m左右, 此时的速度显示为水的径向速度. 最后, 5条曲线的趋于0, 说明整个系统中扰动与惯性力、黏性阻力合力保持平衡, 水流没有向桶壁方向流动的趋势, 整个液面的开口保持恒定. 而 $y = 0.15$ m和 $y = 0.12$ m径向速度的曲线与赵永志等^[21]仿真结果相同, 表明此时自由汇流旋涡已经形成, 并满足类兰金涡的运动学特性.

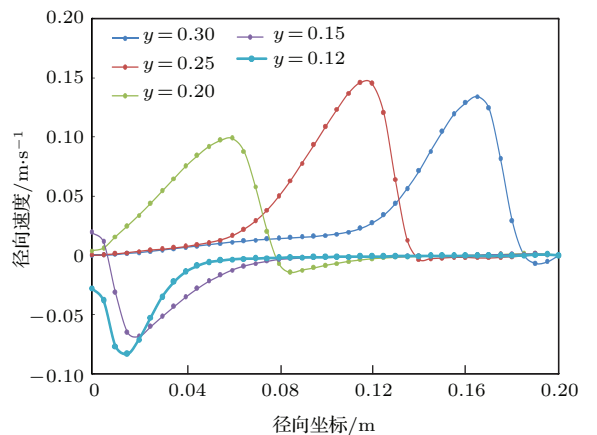


图5 (网刊彩色) 旋涡径向速度分布 ($\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 22.40$ s)

Fig. 5. (color online) Radial velocity profile ($\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 22.40$ s).

3.2.2 转动分量与 Ekman 抽气阶段作用关系

随着吸气阶段发展成熟, 会出现有大量上层气体不断被抽吸到下层液面并快速积累形成大气泡穿出出水口, 此时为抽气阶段, 其两相体积分数分布如图 6 所示. 相比于吸气阶段, 抽气阶段保持着吸气阶段 V 形开口大小, 并且此时的抽气孔即液面最低点位置刚好与桶底平齐. 此时液面同样因扰动因子的控制, 整个流体系统保持着动态平衡.

图 7 为抽气阶段各个转速对应的流线图, 相比于吸气阶段的流线图, 此时脱离直角处旋涡的涡团分支, 受 Ekman 边界层黏滞阻力作用, 速度沿水平方向分量减小, 又由于直角旋涡边缘处动压压力减小; 依据伯努利方程可知, 同一层面上静压压力相对增大, 意味着竖直方向压力梯度局部增大, 所以靠近旋涡的地方, 竖直方向速度分量比水平方向的速度分量大, 导致此处的上升流趋势有显著的提升.

从图 7(a) 的直角旋涡边缘流线 $x = 0.14$ 处有显著朝左上方的流动, 受出水口吸引后发展成局部

涡团, 到图 7(b), 图 7(c) 相同位置流线分别出现清晰的左上、右上流动趋势, 再到图 7(d) 的同一位置流线有微弱朝右上流动趋势, 然后到图 7(e) 流线基本上沿水平方向平坦流出出水口, 最后到图 7(f) 流线完全平坦流出表明:

1) 离中心旋涡越远, 水流被抽吸作用效果减弱的越快, 而出水口的抽吸作用使得速度水平方向分量增大, 这样一增一减表现出液体总体向出水口流出的趋势;

2) 转速的增加伴随雷诺数增大而导致湍流程度增强, 逐渐打破原有流体的运动规律: 桶壁液面表层的旋涡涡团作用范围逐渐扩大, 破裂而分流到底部直角处较小涡团减少;

3) 底部 Ekman 边界层为湍流边界层, 外部势流可以深深地嵌入到边界层内部, 湍流和势流界面呈现犬牙交错的不规则状态, 致使湍流边界层外层增大, 黏性底层厚度减小, Ekman 抽吸现象则逐渐消失;

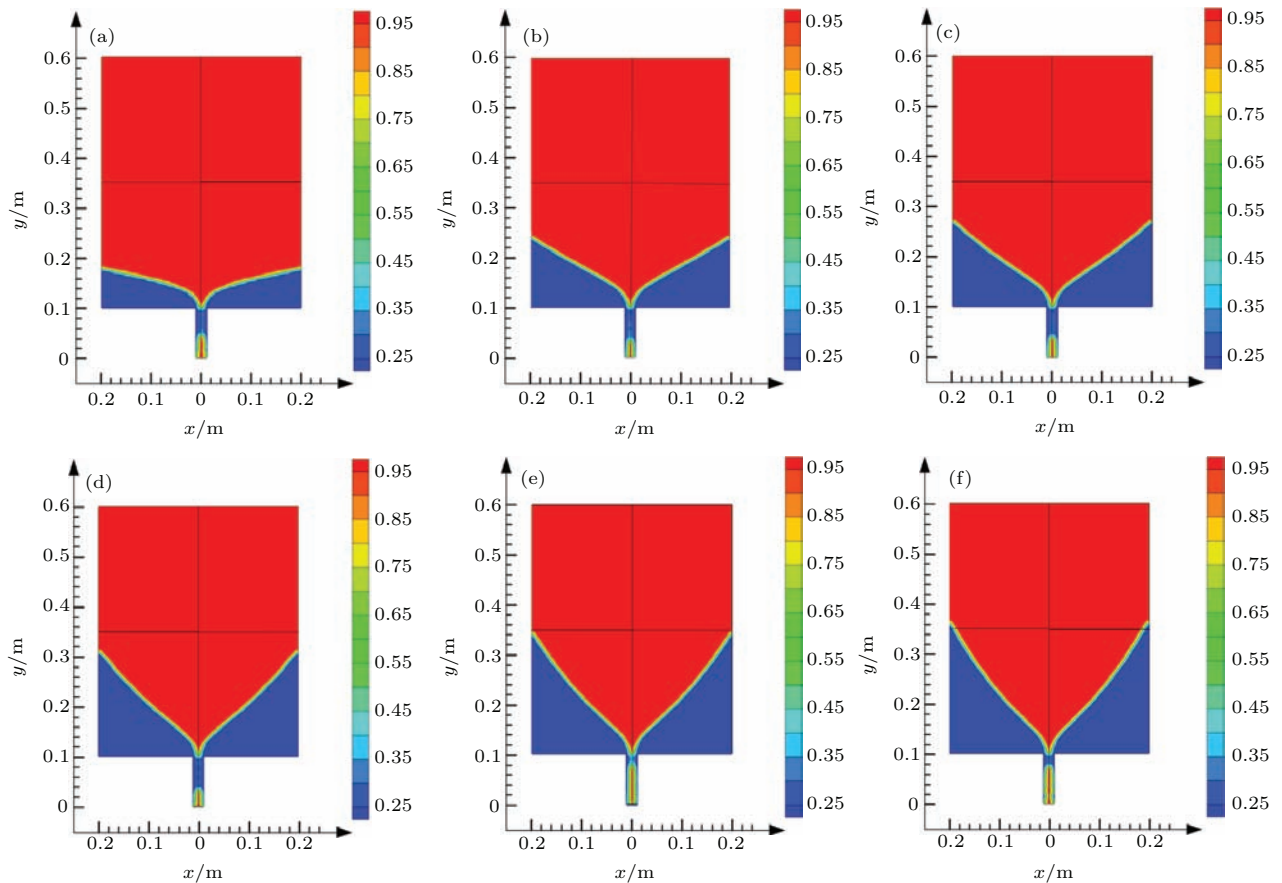


图 6 (网刊彩色) 抽气阶段两相流体积分数云图 (a) $\omega = 0.5\pi$ rad/s, $t = 24.10$ s; (b) $\omega = \pi$ rad/s, $t = 33.40$ s; (c) $\omega = 1.5\pi$ rad/s, $t = 29.50$ s; (d) $\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 25.00$ s; (e) $\omega = 2.5\pi$ rad/s, $t = 22.04$ s; (f) $\omega = 3\pi$ rad/s, $t = 20.08$ s

Fig. 6. (color online) Two-phase fractions profiles in vortex extraction stage: (a) $\omega = 0.5\pi$ rad/s, $t = 24.10$ s; (b) $\omega = \pi$ rad/s, $t = 33.40$ s; (c) $\omega = 1.5\pi$ rad/s, $t = 29.50$ s; (d) $\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 25.00$ s; (e) $\omega = 2.5\pi$ rad/s, $t = 22.04$ s; (f) $\omega = 3\pi$ rad/s, $t = 20.08$ s.

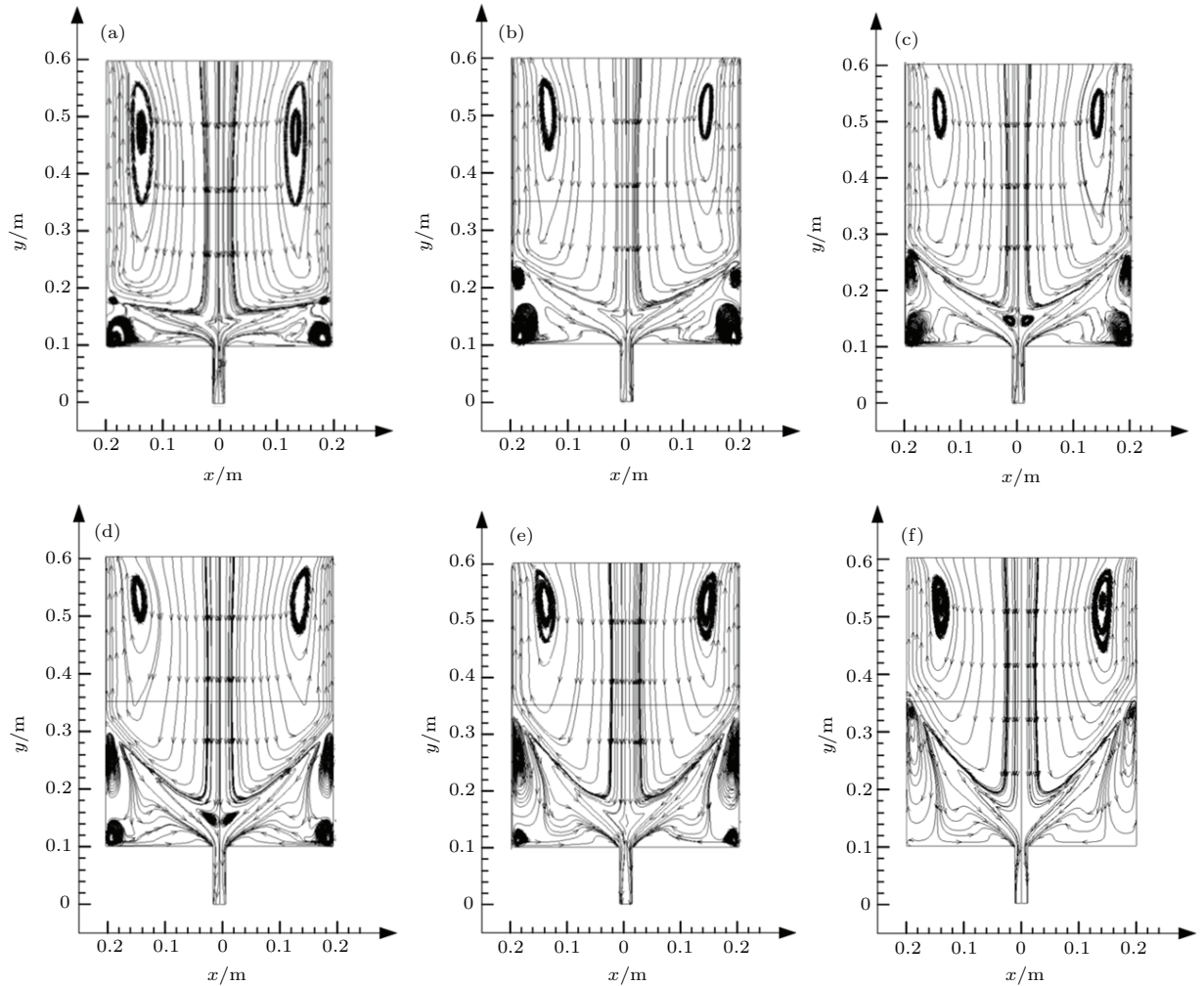


图7 抽气阶段流线分析 (a) $\omega = 0.5\pi$ rad/s, $t = 24.10$ s; (b) $\omega = \pi$ rad/s, $t = 33.40$ s; (c) $\omega = 1.5\pi$ rad/s, $t = 29.50$ s; (d) $\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 25.00$ s; (e) $\omega = 2.5\pi$ rad/s, $t = 22.04$ s; (f) $\omega = 3\pi$ rad/s, $t = 20.08$ s
 Fig. 7. Stream line profiles of vortex extraction stage: (a) $\omega = 0.5\pi$ rad/s, $t = 24.10$ s; (b) $\omega = \pi$ rad/s, $t = 33.40$ s; (c) $\omega = 1.5\pi$ rad/s, $t = 29.50$ s; (d) $\omega = 2\pi$ rad/s, $t = 25.00$ s; (e) $\omega = 2.5\pi$ rad/s, $t = 22.04$ s; (f) $\omega = 3\pi$ rad/s, $t = 20.08$ s.

4) 随着转速的不断增加, 在中心汇流旋涡作用范围增强影响下, 抽吸阶段 Ekman 抽吸现象减弱较快.

贯穿阶段为旋涡经过抽吸过度后的稳定阶段, 所对应的各个转速体积分布图如图 8 所示. 保持各个转速液面开口角度不变情况下, 液面高度整体不断下移, 直到中心抽气孔直径与出水口直径相同, 上部空气此时完全贯通抽气孔并与出水口大气压相连, 该过程为贯穿阶段. 贯穿阶段发展充分后, 容器内水流流量基本为 0, 故可认为排流过程结束. 各个不同转速的 Ekman 抽吸规律保持抽气阶段的规律不变, 即转速增加时, Ekman 抽吸强度减弱.

3.3 3D 仿真结果与分析

在实际工程应用中, 汇流旋涡的抑制控制主要

通过排流过程实现. 因此, 容器排流过程与 Ekman 抽吸过程的关联分析也是本文的核心内容. 由于排流过程需要关注旋涡流场的全局分布, 所以需要建立 3D 模型进行数值计算.

考虑初始扰动作用下, 对定转速 $\omega = 2\pi$ rad/s 采用 3D 仿真模型对其进行分析, 并讨论其中排流量的作用. 网格划分和边界条件如图 9 所示, 采用 Cooper 算法方式, 对大圆柱体中心区域进行网格加密, 网格总数 343322 个.

图 10 和图 11 为水和空气分别对应于转动分量 $\omega = 2\pi$ rad/s 时, 排出的流量与各个阶段对应的时间变化曲线. 数据都为负值的绝对值, 表明流出水口的排流量. 绝对值越大, 表明此瞬间流量越大. 水和空气排流量整体都于 20 s 之后出现逐渐剧烈的振动现象, 且空气和水的振动位置交错发生.

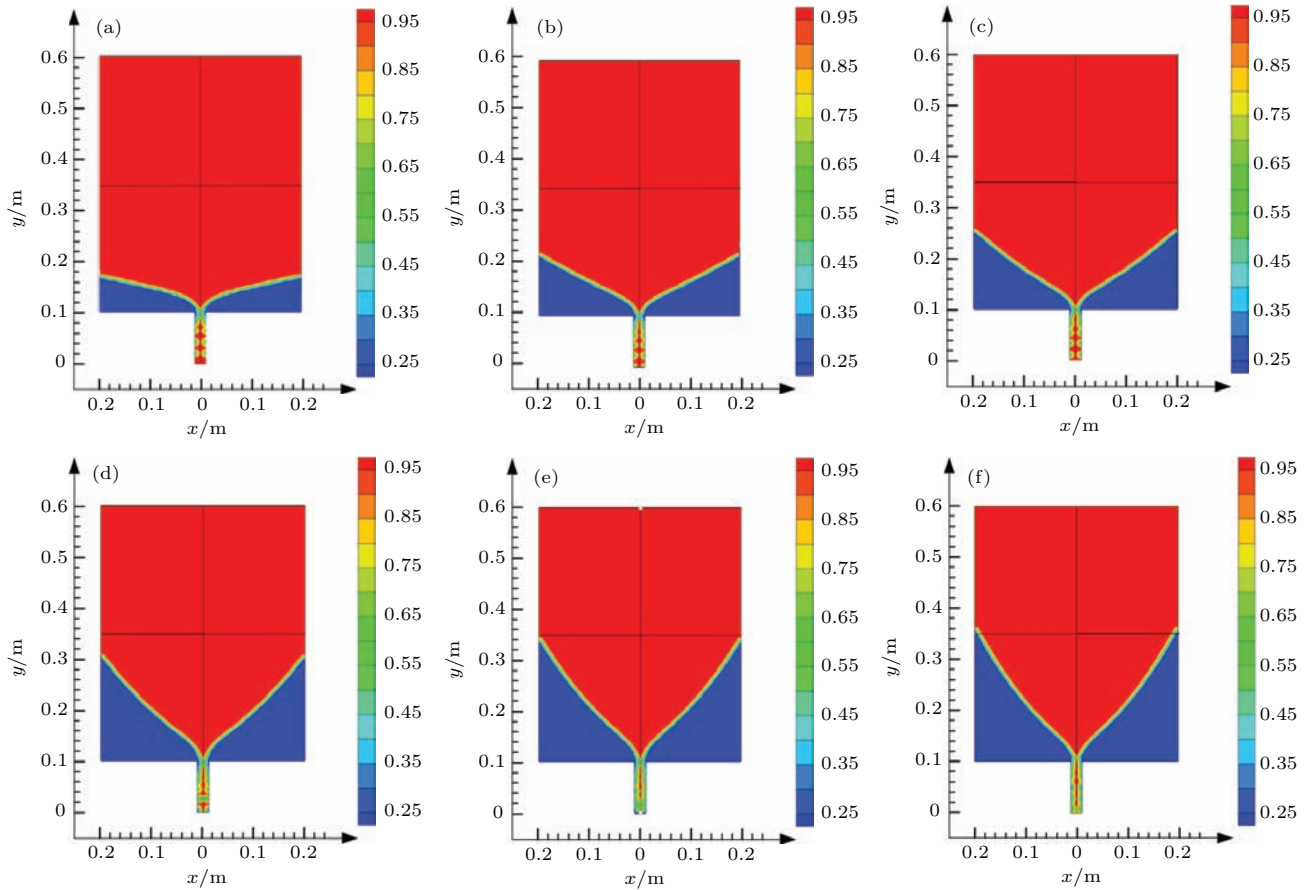


图8 (网刊彩色) 贯穿阶段两相流体积分数云图 (a) $\omega = 0.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 24.90 \text{ s}$; (b) $\omega = \pi \text{ rad/s}$, $t = 44.00 \text{ s}$; (c) $\omega = 1.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 38.50 \text{ s}$; (d) $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$, $t = 28.24 \text{ s}$; (e) $\omega = 2.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 23.54 \text{ s}$; (f) $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$, $t = 22.50 \text{ s}$

Fig. 8. (color online) Two-phase fractions profiles in vortex penetration stage: (a) $\omega = 0.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 24.90 \text{ s}$; (b) $\omega = \pi \text{ rad/s}$, $t = 44.00 \text{ s}$; (c) $\omega = 1.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 38.50 \text{ s}$; (d) $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$, $t = 28.24 \text{ s}$; (e) $\omega = 2.5\pi \text{ rad/s}$, $t = 23.54 \text{ s}$; (f) $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$, $t = 22.50 \text{ s}$.

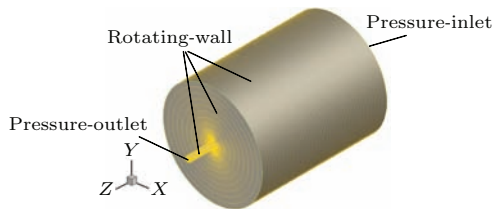


图9 (网刊彩色) 3D网格划分及边界条件

Fig. 9. (color online) 3D mesh generation and boundary conditions.

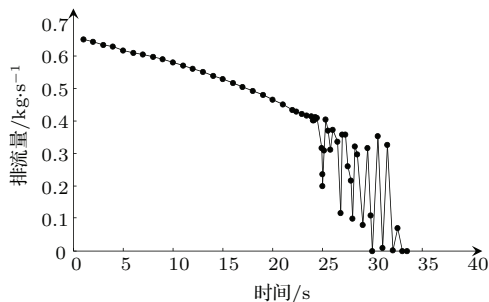


图10 液相排流量随时间变化曲线

Fig. 10. Liquid phase quantity curve with time variation.

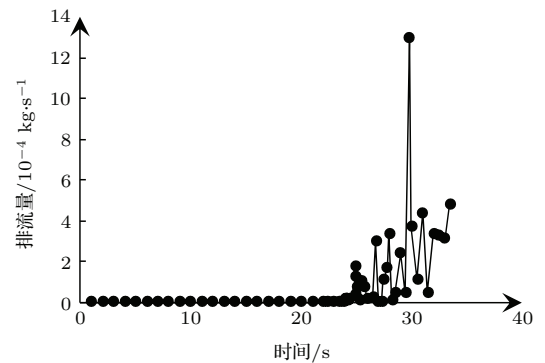


图11 气相排流量随时间变化曲线图

Fig. 11. Air phase quantity curve with time variation.

排流过程中期, 容器内汇流旋涡渐渐发展到吸气阶段, 此时排流量不单为水, 气泡也间断性产生, 向排流口移动, 导致水流流量减小, 如图12所示, 空气在水下形成的气泡正排出出水口. 空气排流量图振幅越远离横轴表明排出气泡的体积越大, 对应于水的排流量图则是越靠近横轴, 排出气泡

的体积越大. 图 13 为吸气阶段两相流实体化流线图, 以螺旋形式层层流出水口, 并且可清晰看到 Ekman 边界层抽吸高度, 如图中标注所示. 上述现象与图 4(d) 二维流线图所反映的 Ekman 边界层于正 x 方向看上去形状相同.

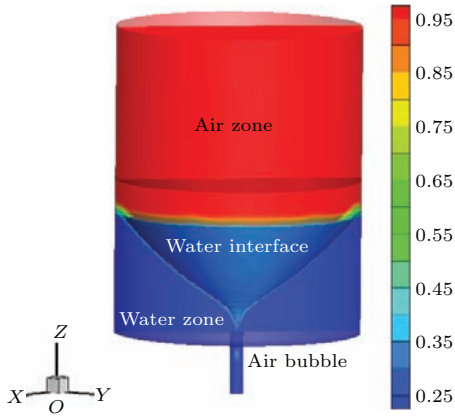


图 12 (网刊彩色) 吸气阶段两相流体积分数云图

Fig. 12. (color online) 3D fraction profile in vortex suction stage.

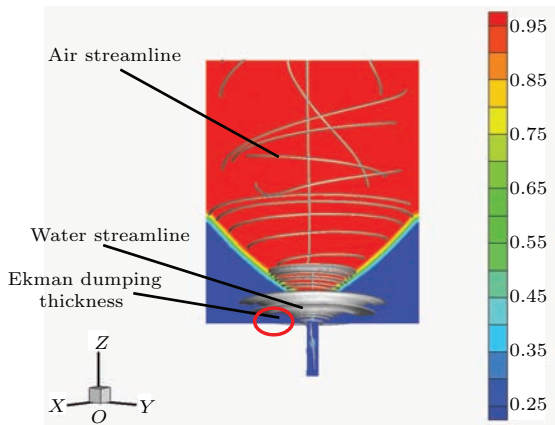


图 13 (网刊彩色) 吸气阶段两相流实体化流线图

Fig. 13. (color online) 3D stream line profile in vortex suction stage.

对于湍流流动, 能量集中在低波数涡的范围内, 而耗散发生在高波数涡范围内, 则一定存在着能量从大尺度涡向小尺度涡的输运过程. 由于不稳定, 平均流中会产生大尺度涡, 并且会破碎为小尺度涡, 小尺度涡本身也是不稳定的, 而继续破碎为更小的涡. 而在大尺度、小尺度等各个类型涡的短暂存活时间内, 每一瞬时都发生能量由较大尺度向较小尺度涡的一级、向更小一级输运的能量级串情况.

在湍流条件下雷诺数很大, 因此作用在大涡团上的黏性力可忽略, 整个能量输运过程基本上依赖于惯性力的作用. 当涡团尺寸变得非常小, 以至其雷诺数约等于 1 时, 能量级串将会终止, 此时流体

黏性耗散变得重要起来, 借助于惯性过程输运来的湍动能将会在最后阶段被耗散掉.

而从图 13 所描述的 ZOY 截面流线分布及图 4(d) 和图 7(d) 可以看出, 靠近容器底角处大尺度涡外围破裂的小涡, 受到容器底部 Ekman 边界层黏性的影响, 及汇流孔的点汇势流影响, 在二维平面中, 出现受迫直角绕流现象. 考虑各个时段流线及对应的吸气阶段、抽气阶段的流线, 每个阶段的流线密集程度相等并不随时间的变化而变化; 靠近中间涡的流线, 随气液耦合的程度加深而收拢, Ekman 抽吸规律都没有发生改变, 即 Ekman 抽吸高度大小与排流量多少无关, 该结果与 Andersen 等 [19,20] 的实验规律具有一致性. 此外, 在流动发展的不同时段所测量的 Ekman 边界层厚度均约 0.1 cm, 出现由于 Ekman 抽吸引起的上升流, 而该上升流及其速度分布与 Lewellen [29] 和 Batchelor [30] 的实验结果相符.

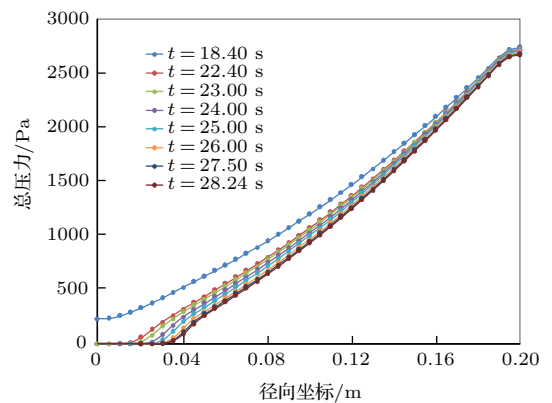


图 14 (网刊彩色) 不同排流阶段径向压力分布

Fig. 14. (color online) Radial pressure profiles in different drainage stages.

图 14 为各个时段的总压力在 $z = 0.15$ m 位置随 x 轴变化的曲线图. 各个时段在相同 x 坐标处的压力基本相同, $t = 18.40$ s 时的压力明显高于其他时刻是因为此时的静压力较高; 相对于动压力, 静压力占总压比例大. 其他时刻总压基本相同则是因为静压减少较快, 动压力占总压较多, 动压力与转速直接相关, 在整个排流阶段中, 转速基本保持不变, 所以整个过程总压力呈现出的趋势大体相同. 上述现象说明, 压力在排流过程中对 Ekman 抽吸作用影响不显著, 从受力角度而言, 抽吸过程主要以黏滞作用为主导, 而在湍流强度不变的情况下, Ekman 边界层厚度并不发生变化, 因此抽吸高度也没有改变.

4 结 论

自由汇流旋涡 Ekman 层耦合及演化机理具有重要的科研价值与实际工程应用意义. 本文针对上述问题, 基于多相 VOF 模型与 $k-\varepsilon$ 模型, 建立了面向汇流旋涡 Ekman 抽吸演化的两相动力学模型, 完成了面向旋涡 Ekman 抽吸演化过程的数值仿真计算, 所取得的主要结论如下.

1) 在初始转动分量扰动不同的情况下, 汇流旋涡的吸气孔、抽气孔距离容器底面边界的高度保持不变; 吸气阶段吸气孔位于容器底面边界上方固定位置, 抽气孔位置与底面边界平齐.

2) 在初始扰动加强条件下, 吸气阶段的旋涡转速明显增加, Ekman 边界层厚度及抽吸高度增加, 中心汇流作用范围扩大; 抽吸、贯穿阶段 Ekman 抽吸现象减弱.

3) 在定转速即初始扰动不变的情况下, 不管汇流旋涡处在哪个发展阶段, Ekman 抽吸规律都不发生改变, 即 Ekman 抽吸高度大小与排流量多少无关.

自由汇流旋涡抽吸所涉及的气液两相耦合过程是一个比较复杂的流体动力学问题, 本文在此方面进行了有益尝试. 所取得的研究结果可为自由汇流旋涡形成机理方面的研究提供有益参考, 也可为冶金容器浇注、复合材料提纯、化工萃取分离、水利工程等领域的旋涡控制提供新的思路. 后续的研究工作将重点围绕基于分形的汇流涡团聚散演化、基于格子 Boltzmann 方法的动态抽吸相场追踪方面开展.

参考文献

- [1] Tan D P, Zhang L B 2014 *Sensor. Actuat. B: Chem.* **202** 1257
- [2] Ji S M, Weng X X, Tan D P 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 010205 (in Chinese) [计时鸣, 翁晓星, 谭大鹏 2012 物理学报 **61** 010205]
- [3] Mazzaferro G M, Piva M, Ferro S P 2004 *Ironmak. Steelmak.* **31** 503
- [4] Ji S M, Xiao F Q, Tan D P 2010 *Sci. China: Technol. Sci.* **53** 2867
- [5] Gai J, Xia Z H, Cai Q D 2015 *Chin. Phys. B* **24** 104701
- [6] Koria S C, Kanth U 1994 *Steel Res.* **65** 8
- [7] Santos F, Gomez-Gesteira M, de Castro M, Alvarez I 2012 *Cont. Shelf. Res.* **34** 79
- [8] Chen G J, Zhang Y J, Yang Y S 2013 *Chin. Phys. B* **22** 124703
- [9] Chen J L, Xu F, Tan D P, Shen Z, Zhang L B, Ai Q L 2015 *Appl. Energ.* **141** 106
- [10] Tan D P, Ji S M, Li P Y, Pan X H 2010 *Sci. China: Technol. Sci.* **53** 2378
- [11] Tan D P, Li P Y, Ji Y X, Wen D H, Li C 2013 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **60** 4702
- [12] Li C, Ji S M, Tan D P 2013 *IEEE Trans. Power Electron.* **28** 408
- [13] Tan D P, Ji S M, Jin M S 2013 *IEEE Trans. Educ.* **56** 268
- [14] Tan D P, Li P Y, Pan X H 2009 *J. Iron Steel Res. Int.* **16** 1
- [15] Zhang L, Huang S X, Du H D 2015 *Pure Appl. Geophys.* **172** 2831
- [16] Han Y Q, Zhong Z, Wang Y F, Du H D 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 049201 (in Chinese) [韩月琪, 钟中, 王云峰, 杜华栋 2013 物理学报 **62** 049201]
- [17] Wang Y F, Gu C M, Zhang X H, Wang Y S, Han Y Q, Wang Y F 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 240202 (in Chinese) [王云峰, 顾成明, 张晓辉, 王雨顺, 韩月琪, 王耘锋 2014 物理学报 **63** 240202]
- [18] Lundgren T S 1985 *J. Fluid Mech.* **155** 381
- [19] Andersen A, Bohr T, Stenum B, Rasmussen J J, Lautrup B 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 104502
- [20] Andersen A, Bohr T, Stenum B, Rasmussen J J, Lautrup B 2006 *J. Fluid Mech.* **556** 121
- [21] Zhao Z Y, Gu Z L, Yu Y Z, Li Y, Feng X 2003 *J. Xian Commun. Univ.* **37** 85 (in Chinese) [赵永志, 顾兆林, 郁永章, 李云, 冯霄 2003 西安交通大学学报 **37** 85]
- [22] Osher S, Sethian J A 1988 *J. Comput. Phys.* **79** 12
- [23] Tan D P, Ji S M, Fu Y Z 2015 *Int. J. Adv. Manuf. Tech.* (Published online, DOI: 10.1007/s00170-015-8044-8)
- [24] Li C, Ji S M, Tan D P 2012 *Int. J. Adv. Manuf. Tech.* **61** 975
- [25] Shapiro A H 1962 *Nature* **196** 1080
- [26] Jeong J T 2012 *Theor. Comp. Fluid. Dyn.* **26** 93
- [27] Ma W, Liu J, Wang B 2009 *Wear* **266** 1072
- [28] Zhao Z Y, Gu Z L, Yu Y Z, Feng X 2002 *J. Hydraul. Eng. Asce.* **12** 1 (in Chinese) [赵永志, 顾兆林, 郁永章, 冯霄 2002 水利学报 **12** 1]
- [29] Lewellen W S 1962 *J. Fluid Mech.* **14** 420
- [30] Batchelor G K 1967 *An Introduction to Fluid Dynamics* (Massachusetts: Cambridge University Press)

Free sink vortex Ekman suction-extraction evolution mechanism*

Tan Da-Peng[†] Yang Tao Zhao Jun Ji Shi-Ming

(Key Laboratory of E&M, Ministry of Education and Zhejiang Province, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

(Received 24 October 2015; revised manuscript received 17 November 2015)

Abstract

The suction-extraction phenomenon occurs in the formation process of free sink vortex (bathtub vortex), and it is a complex gas-liquid coupling matter. The Ekman layer coupling and its evolution mechanism involved in the above matter possess important scientific value and practical engineering significance. To address the above issue, a modeling and analytical method for the Ekman suction-extraction evolution mechanism of free sink vortex is proposed.

Based on the multiphase volume of fluid model and turbulent kinetic energy-dissipation ($k-\varepsilon$) model, a gas-liquid two-phase fluid dynamic model for free sink vortex Ekman suction-extraction is set up. Considering the rotating and shearing characteristics of sink vortex, a two-phase surface is reconstructed by piecewise linear interface construction method. Based on the above models, the internal relations between initial rotation velocity component, drainage capacity and Ekman suction-extraction are investigated, and the corresponding flow field profile regularities are revealed.

According to the results of a series of numerical instances, some regularities are obtained as follows. 1) If the initial velocity disturbance is variable, the distances of the suction and extraction holes from the container bottom both keep constant. In the suction stage, the suction hole is located at a fixed position above the container bottom surface, and the extraction hole is in the plane of the bottom surface. 2) If the initial disturbance is enhanced, the rotation velocity of the suction stage increases, and the suction and extraction heights and Ekman layer thickness become larger, while Ekman suction-extraction intensities of suction, extraction and penetration stages turn weaker. 3) If the initial disturbance is invariable, the heights of Ekman suction and extraction remain unchanged, and are independent of drainage capacity. 4) The small-scale vortexes separated from the large-scale ones in the bottom corner of container take on a phenomenon of flow around by a right-angle, which is caused by the viscosity of Ekman boundary layer and the potential flow of the sink hole. 5) Considering the stream line profiles of suction and extraction stages, the dispersion of stream lines keeps constant with the time going by, and the stream lines near the central region of vortex tend to be converged by increasing the gas-liquid coupling.

In general, the results can offer useful reference to the research work of free sink vortex formation mechanism, and provide technical supports for vortex suppression control of the areas of metallurgy pouring, chemistry separation and hydraulic drainage. The subsequent researches of the fractal based sink vortex evolution mechanism and lattice Boltzmann based phase surface tracing will be carried out.

Keywords: free sink vortex, Ekman boundary layer, Ekman suction-extraction, volume of fluid

PACS: 47.32.-y, 47.27.E-, 47.61.Jd

DOI: 10.7498/aps.65.054701

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51375446, 51575494), the Zhejiang Provincial Foundation for Distinguished Young Scientists, China (Grant No. LR16E050001), and the Zhejiang Provincial Natural Science Foundation, China (Grant No. LZ14E050001).

[†] Corresponding author. E-mail: tandapeng@zjut.edu.cn