

基于原对偶状态转移算法的分数阶多涡卷混沌系统辨识

王聪 张宏立

Parameter identification for fractional-order multi-scroll chaotic systems based on original dual-state transition algorithm

Wang Cong Zhang Hong-Li

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 060503 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.060503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.060503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I6>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

半导体激光器混沌法拉第效应控制方法

[Control of chaos in a semiconductor laser using the Faraday effect](#)

物理学报.2015, 64(24): 240505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240505>

冠状动脉系统高阶滑模自适应混沌同步设计

[Chaos synchronization of coronary artery system based on higher order sliding mode adaptive control](#)

物理学报.2015, 64(21): 210508 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.210508>

一种基于强跟踪滤波的混沌保密通信方法

[A method of chaotic secure communication based on strong tracking filter](#)

物理学报.2015, 64(14): 140501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.140501>

基于哈密顿函数的永磁同步电机混沌系统鲁棒控制

[Robust control for permanent magnet synchronous motors based on Hamiltonian function](#)

物理学报.2015, 64(9): 090503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.090503>

基于在线误差修正自适应 SVR 的非线性不确定分数阶混沌系统滑模控制

[Sliding mode control of fractional order chaotic system based on an online error correction adaptive SVR](#)

物理学报.2015, 64(7): 070502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070502>

基于原对偶状态转移算法的分数阶多涡卷混沌系统辨识*

王聪 张宏立†

(新疆大学电气工程学院, 乌鲁木齐 830047)

(2015年11月1日收到; 2015年12月8日收到修改稿)

未知分数阶混沌系统参数辨识问题可转化为函数优化问题, 是实现分数阶混沌系统同步与控制的关键. 结合正交学习机制和原对偶学习策略, 提出一种原对偶状态转移算法, 用于解决分数阶混沌系统的参数辨识问题. 利用正交学习机制产生较优的初始种群增加算法的收敛能力, 并引入原对偶操作增加状态在空间的搜索能力, 提高算法的寻优性能. 在有噪声和无噪声情况下以分数阶多涡卷混沌系统的参数辨识为研究对象进行仿真. 结果表明了该算法的有效性、鲁棒性和通用性.

关键词: 分数阶多涡卷混沌系统, 参数辨识, 原对偶状态转移算法, 正交学习机制

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Pq

DOI: 10.7498/aps.65.060503

1 引言

作为一种典型的非线性系统, 混沌理论的研究和应用在许多领域中受到了极大的关注, 混沌现象被广泛应用到通信、经济、管理等领域. 但以往的研究多是针对整数阶混沌系统, 近年来, 分数阶混沌系统的控制与同步研究受到越来越多的重视. 由于分数阶的引入以及混沌系统本身的复杂性, 使得对分数阶混沌系统参数的精确估计存在较大难度. 因此根据观测到的数据确定混沌系统模型的阶次和参数, 是解决分数阶混沌系统控制与同步的关键问题, 具有非常重要的研究意义.

目前多是针对整数阶混沌系统的参数辨识, 常用的辨识方法主要包括利用非线性模块化模型和利用群智能算法. 利用非线性模块模型进行混沌系统辨识只需利用系统输入输出测量数据, 而不需要知道确切的系统的内部结构. 文献[1]提出一种基于Wiener模型自适应分段线性滤波器的超混沌系统辨识方法, 线性和非线性部分分别采用线性和分段性滤波器表示, 利用最小均方误差导出滤波器

参数; 文献[2]利用Hammerstein extreme learning machine (Hammerstin-ELM) model进行混沌系统参数辨识, 将ELM神经网络代替模型的静态非线性函数, 并利用广义的ELM算法进行参数的优化. 群智能优化算法将混沌系统参数辨识问题转化为函数优化问题. 张宏立和宋莉莉[3]提出量子粒子群算法(QPSO)对给定的混沌系统进行参数辨识; Hu和Yu[4]首先将分数阶混沌系统参数辨识问题转化为多维的函数优化问题, 然后利用混合人工蜂群算法进行优化, 解决了不确定分数阶混沌系统的参数辨识问题; Lin[5]又将混合生物地理学算法用于辨识加入时间延迟参数的混沌系统参数; Li和Yin[6]将差分进化算法(DEA)与人工蜂群算法(ABC)相结合建立一种新型的混合算法, 并用于混沌系统参数辨识; Li等[7]借助混沌局部搜索策略和引力搜索算法, 提出了混沌引力搜索算法(GSA)的混沌系统参数辨识方案.

以上文献都是针对整数阶混沌系统提出的辨识方法, 由于分数阶混沌系统的参数辨识问题的难度远大于整数阶系统, 因此一般的控制模型和优化

* 国家自然科学基金(批准号: 51575469)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 641087385@qq.com

方法很难得到精确的参数. 黄宇等^[8]将量子并行特性与粒子群算法(PSO)相结合, 设计了一种新的量子编码方法, 用于分数阶混沌系统的参数估计; Yuan等^[9]利用粒子群算法和主动控制理论实现了分数阶混沌系统的参数辨识和同步控制. 为进一步解决复杂分数阶混沌系统的参数估计问题, 本文提出一种原对偶状态转移算法(primal dual state transition algorithm, PDSTA), 并将其用于分数阶混沌系统的参数辨识, 以分数阶多涡卷混沌系统的参数估计为研究对象, 进行仿真和结果分析. 分数阶多涡卷混沌系统参数辨识存在以下难点:

- 1) 与整数阶混沌系统相比, 在分数阶的辨识中增加了分数阶混沌系统的求解以及分数阶次的辨识, 增加了辨识参数的维数;
- 2) 与一般的分数阶混沌系统相比, 分数阶多涡卷混沌系统含有复杂的非线性函数, 增加了混沌系统的求解复杂性.

仿真结果表明, PDSTA在无噪声和有噪声情况下, 均可以取得很好的辨识效果.

2 问题描述

如下 n 维分数阶混沌系统:

$$D^q X = F(X, X_0, \theta_0), \quad (1)$$

其中, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ 表示原系统的 n 维状态变量, X_0 表示系统初值, $q_0 = (q_{01}, q_{02}, \dots, q_{0n})^T$ 表示原系统的分数阶阶次, $\theta_0 = (\theta_{01}, \theta_{02}, \dots, \theta_{0D})^T$ 为系统参数的真实值.

将分数阶混沌系统的参数辨识转化为函数优化问题, 假设参考系统如下:

$$D^q Y = F(Y, X_0, \theta) \quad (2)$$

其中, $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in R^n$ 表示参考系统的 n 维状态变量, X_0 表示系统初值, $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ 表示参考系统的分数阶阶次, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_D)^T$ 为参考系统的参数值. 则分数阶混沌系统辨识原理图如图 1 所示.

根据分数阶混沌系统的辨识可以看作一个多维连续优化问题, 决策变量为 q 和 θ , 选取如下的适应度函数:

$$\min J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|X_k - Y_k\|^2, \quad (3)$$

其中, N 表示状态变量序列的长度, $X_k(k = 1, 2, \dots, N)$ 表示混沌系统在其参数真实值下演

化时系统的状态变量序列, $Y_k(k = 1, 2, \dots, N)$ 表示混沌系统在其参数辨识值下演化时系统的状态变量序列.

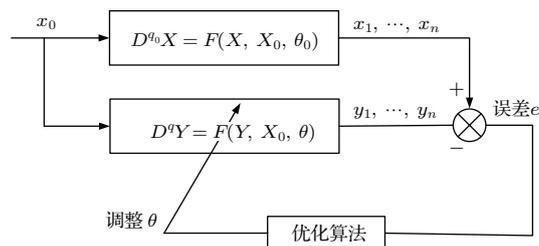


图 1 分数阶混沌系统参数辨识原理图

Fig. 1. The principle of parameter estimation for fractional-order chaotic systems.

由于混沌系统的动态行为, 参数不易获取, 又引入分数阶, 使得参数更难获得, 用传统的优化算法难以取得最优解, 本文利用正交策略增加初始种群的多样性, 并引入原对偶操作增加状态在空间的搜索能力, 提出一种原对偶状态转移算法.

3 原对偶状态转移算法

3.1 基本状态转移算法

状态转移算法(state transition algorithm, STA)是周晓君等^[10]在2011年提出的, 借鉴状态及状态转移的概念, 将待优化问题的解理解为状态, 优化算法的思想描述为状态转移, 则解待优化问题的过程便是一个状态转移过程. 状态转移算法具有易于理解、参数少、算法结构简单等优点.

定义如下的状态转移形式:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k, \\ y_k = f(x_{k+1}), \end{cases} \quad (4)$$

其中, $x_k \in R^n$ 表示一个状态, 对应待优化问题的一个解; $A_k, B_k \in R^{n \times n}$ 为状态转移矩阵, 可理解为优化算法思想的算子; $u_k \in R^n$ 为状态 x_k 及历史状态的函数; f 为适应度函数或评价函数.

基本的状态转移算法为了提高全局搜索能力和局部搜索能力, 并平衡两者之间的关系, 定义了旋转变换、平移变换、伸缩变换三种操作算子. 文献^[11]在这三种算子的基础上, 为了提高基本状态算法的全局搜索能力, 增强算法沿每一轴方向的搜索强度, 提出了坐标变换.

旋转变换(rotation transformation)

$$x_{k+1} = x_k + \alpha \frac{1}{n \|x_k\|_2} R_r x_k; \quad (5)$$

平移变换 (translation transformation)

$$x_{k+1} = x_k + \beta R_t \frac{x_k - x_{k-1}}{\|x_k - x_{k-1}\|_2}; \quad (6)$$

伸缩变换 (expansion transformation)

$$x_{k+1} = x_k + \gamma R_e x_k; \quad (7)$$

坐标变换 (axesion transformation)

$$x_{k+1} = x_k + \delta R_a x_k; \quad (8)$$

其中, $x_k \in R^n$, α 是旋转因子, β 是平移因子, γ 是伸缩因子, δ 是坐标因子, 均为正常数; $R_r \in R^{n \times n}$ 是一个在 $[-1, 1]$ 之间均匀分布的随机矩阵; $\|x_k\|_2$ 是 2-范数或欧几里德范数; $R_t \in R$ 为元素在 $[0, 1]$ 之间的随机变量; 平移算子使算法由 x_k 开始沿 x_{k-1} 到 x_k 方向, 以最大步长 β 进行直线搜索; $R_e \in R^{n \times n}$ 为元素服从高斯分布的随机对角阵; $R_a \in R^{n \times n}$ 为服从高斯分布的随机对角阵且仅有一个随机位置为非零值. 旋转变换使状态转移算法具有旋转的功能, 使算法实现在超球体范围内搜索最优解, 即旋转变换完成了局部搜索; 平移变换简化了一维搜索, 协调全局搜索与局部搜索的平衡性; 伸缩变换使状态转移算法具有可以在整个搜索空间进行搜索的功能, 即伸缩变换完成了全局搜索; 坐标变换可以增强单一空间的搜索能力.

3.2 基于正交学习的初始种群生成机制

状态转移算法的初始种群关系着算法的整体寻优能力, 较优的群体有助于提高算法的寻优能力. 在状态转移算法初始化时通常选择随机初始化种群或混沌初始化, 容易造成算法收敛速度的不稳定.

本文采用正交学习机制生成初始种群, 加入正交策略的许多智能算法被证明是有效的^[12-15]. 正交学习是为了一个完整的因子实验而产生所有可能的组合, 其基本思想是利用部分层次的最佳组合来取得高效的结果. 利用正交学习策略获取初始化种群的实现步骤如下.

1) 构造正交数列: 考虑一个随机种群, 其包括 M 个个体, 每个个体有 N 个状态, 则共有 N^M 种组合类型, 建立正交数组.

步骤 1 创建初始数列: $j = \frac{N^{k-1} - 1}{N - 1} + 1, k =$

$1, 2, \dots, j$, 计算 $a_{i,j} = \left\lfloor \frac{i-1}{N^{j-k}} \right\rfloor, i = 1, 2, \dots, N^j$ 与 N 的余数.

步骤 2 生成新数列: $j = \frac{N^{k-1} - 1}{N - 1} + 1, k =$

$2, \dots, j$, 计算 $a_{j+(s-1)(N-1)+1} = (a_s \times t + a_j)$ 与 N 的余数, 其中 $s = 1, 2, \dots, j-1; t = 1, 2, \dots, N-1$.

步骤 3 重复步骤 2, 至 $i = 1, 2, \dots, N^k, j = 1, 2, \dots, N$.

2) 从群体中选取任意个体, 利用该个体按照 (9) 式生成一个新个体:

$$V_i = x_a + \text{rand} * (x_b - x_c), \quad (9)$$

其中, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, $a, b, c \in \{1, 2, \dots, N\}$ 是随机选择的个体.

3) 利用选择的个体定义邻域, 更新 $k-1$, 更新组合数目 N^M , 通过正交学习策略计算选取 N 个个体 Q 种状态中的较好状态解, 并进行比较, 将更优解赋予 N 个个体, 即为初始种群.

3.3 原对偶机制

为了提高状态转移算法的寻优能力, 在寻优过程中, 保证群体的多样性变得尤为重要. 根据每次迭代产生的最优状态确定邻域, 加入原对偶机制, 以增加群体的多样性, 提高算法的性能.

定义 1 给定一个核函数 $f(X)$, 则它的罚函数矩阵为 $\psi(X)$, 如下:

$$\psi(X) = T_r(f(X)) = \sum_{i=1}^n f(\lambda_i(X)) \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

定义 2 算法执行方向为: 从 $(x_k, f(x_k))$ 至 $(x_{\text{best}}, f(x_{\text{best}}))$.

定义 3 给定一极小值 ε , $(x_k, f(x_k))$ 为当前状态, 则有:

若 $\psi(x_k) = 0$, 则 $(x_k, f(x_k))$ 为最佳状态: 若 $\psi(x_k) < \varepsilon$, 则当前状态 $(x_k, f(x_k))$ 靠近最佳状态, 原对偶机制继续执行; 若 $\psi(x_k) > \varepsilon$, 则当前状态 $(x_k, f(x_k))$ 距离最佳状态较远, 执行算法的外循环.

所以, $\psi(X)$ 是评价当前状态与最佳状态的指标. 如果 $\psi(X)$ 没有满足要求, x_k 会沿着执行方向按照一定的步长更新为新状态 x_{k+1} :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha \Delta x. \quad (11)$$

其中 α 为设定的步长, 步长过大会降低精度, 步长过小会增加寻优时间.

3.4 原对偶状态转移算法

本文将正交学习机制和原对偶机制与状态转移算法相结合, 通过正交学习机制产生初始群体, 能有效地提高算法的整体收敛速度, 而原对偶操作能保证群体的多样性, 提高算法的寻优能力. 原对偶状态转移算法主要步骤如下:

步骤 1 设置算法相关的参数, 利用正交学习机制产生初始群体;

步骤 2 计算各状态的适应度值, 记录当前所有状态对应的解和适应度值;

步骤 3 按照 (5)—(8) 式进行四种变换操作, 进行状态的更新, 记录适应度值并评价;

步骤 4 确定最优状态的邻域, 进行原对偶机制的操作, 比较当前状态的适应度值和存储状态适应度值, 若当前适应度值更优, 则替换掉存储状态;

步骤 5 若终止条件满足, 则输出最优状态及其适应度值, 否则转向步骤 3.

4 基于原对偶状态转移算法的分数阶多涡卷参数辨识

4.1 分数阶多涡卷混沌系统

本文以分数阶多涡卷混沌系统为研究对象, 进行分数阶多涡卷混沌系统的参数辨识. 单方向偶数个多涡卷混沌系统的状态方程^[16]如下:

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha x}{d\tau^\alpha} = ay, & \frac{d^\beta y}{d\tau^\beta} = bz, \\ \frac{d^\gamma z}{d\tau^\gamma} = -x - y - cz + F(x), \\ F(x) = A \operatorname{sgn}(x) + A \sum_{n=1}^N \operatorname{sgn}(x - 2nA) \\ \quad + A \sum_{m=1}^N \operatorname{sgn}(x + 2mA), \end{cases} \quad (12)$$

其中, $a = 1, b = 1, c = 0.6$ 为系统参数; $F(x)$ 为非线性函数; A 为变量比例压缩系数, 通过调节 A 可以改变涡卷的大小; $2N+2$ 为所要涡卷的数量. 当 $\alpha, \beta, \gamma = 1$ 时为整数阶多涡卷混沌系统, 当 α, β, γ 为分数时, 则多涡卷混沌系统则变为分数阶混沌系统. 图 2 为 8 涡卷仿真图.

整数阶多涡卷混沌系统通常是在双涡卷混沌系统的基础上通过扩展其指标 2 的鞍焦平衡点产生. 由 (12) 式可以看出, 多涡卷混沌系统因含有非线性函数 $F(x)$, 增加了该混沌系统的复杂性, 使混沌系统的求解更为复杂, 进一步增加了模型的复杂

性. 分数阶微积分把传统整数阶微积分的阶次推广到分数甚至复数领域, 因而极大地拓展了传统微积分的概念. 在分数阶多涡卷混沌系统的辨识问题中, 不仅要辨识系统参数, 还需辨识分数阶次, 分数阶多涡卷混沌系统则进一步增加了分数阶混沌系统辨识的复杂性.

4.2 分数阶混沌系统的求解

在分数阶混沌系统的参数辨识中, 其分数阶微分方程的求解方法的选择也是辨识中的一个关键技术. 常采用四阶龙格库塔算法进行求解, 本文采用一种新的求解分数阶微分方程的 Radau IIA 方法^[17].

考虑非线性分数阶微分方程初值问题:

$$\begin{cases} {}_0^C D_t^\alpha y(t) = f(t, y(t)) & 0 \leq l-1 < \alpha < l, \\ y^{(i)}(0) = y_0^{(i)} & i = 0, 1, \dots, l-1, \end{cases} \quad (13)$$

假设有段函数 f 满足 Lipschitz 条件, 即

$$\begin{aligned} \|f(t, y) - f(t, z)\| &\leq L\|y - z\|, \\ L &\geq 0, \quad t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (14)$$

为了构造求解问题 (13) 式的数值方法, 引入定义 4.

定义 4 如果 $y(t)$ 在 $[0, T]$ 上 $l-1$ 次连续可微, 且 $y^{(l)}(t)$ 在区间 $[0, T]$ 上可积, 则 Riemann-Liouville 分数阶导数^[18]和 Caputo 分数阶导数^[18]间的关系为

$${}_0 D_t^\alpha y(t) = {}_0^C D_t^\alpha y(t) + \sum_{k=0}^{l-1} \frac{t^{k-\alpha} y^{(k)}(0)}{\Gamma(k-\alpha+1)}, \quad (15)$$

其中, $l-1 < \alpha < l$, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, 其定义形式为

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\alpha-1} dt. \quad (16)$$

则 (13) 式中的分数阶微分方程可写为

$${}_0 D_t^\alpha y(t) = f(t, y(t)) + \sum_{k=0}^{l-1} \frac{t^{k-\alpha} y^{(k)}(0)}{\Gamma(k-\alpha+1)}. \quad (17)$$

因此, 经过以上变换, 构造求解 (13) 式的数值方法就转变成了构造求解分数阶微分方程 (17) 的数值方法. 在求解的过程中首先利用 Radau IIA 方法求出 Riemann-Liouville 分数阶导数的数值近似, 进而求得求解 (17) 式分数阶微分方程的数值方法.

在仿真过程中, 任意选取一点作为系统初始值, 并以此为初始时刻, 利用该求解方法在参数的真实值和估计值下计算得到连续的状态变量值.

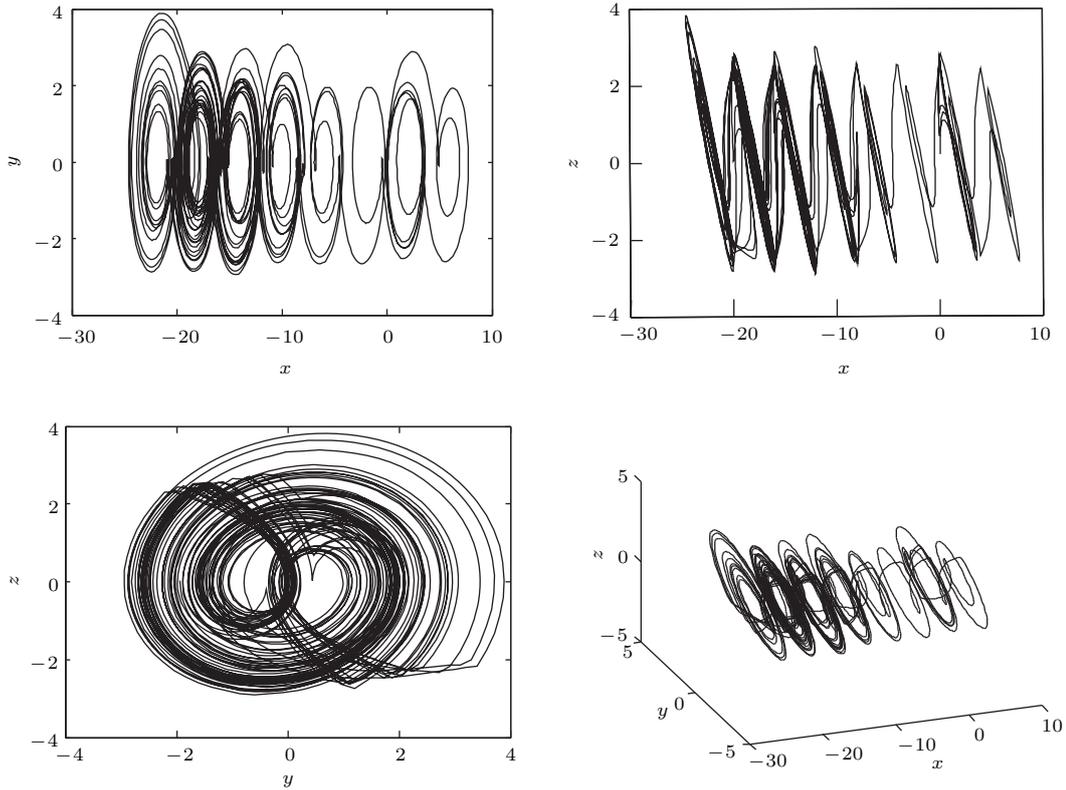


图2 8涡卷仿真图

Fig. 2. The simulation figure of 8 scrolls.

4.3 分数阶双涡卷混沌系统辨识

本文以双涡卷为例, 首先确定分数阶取值, 然后对有噪声和无噪声情况下的分数阶双涡卷混沌系统进行参数辨识.

双涡卷无量纲状态方程:

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha x}{d\tau^\alpha} = ay, \\ \frac{d^\beta y}{d\tau^\beta} = bz, \\ \frac{d^\gamma z}{d\tau^\gamma} = -y - cz + F(x), \end{cases} \quad (18)$$

其中, $a = 1, b = 1, c = 0.6$ 是系统参数, x, y, z 为系统的状态变量. 当 $\alpha, \beta, \gamma = 1$ 时为整数阶双涡卷Jerk混沌系统^[19,20], 当 $\alpha, \beta, \gamma = 0.9$ 时, 分数阶Jerk系统呈现混沌现象^[21].

待辨识的参数为 $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c$, 在本文算法中, 设定最大迭代次数为200, 种群大小为50, 各待辨识参数搜索范围设置如下: $0 \leq a \leq 5, 0 \leq b \leq 5, 0 \leq c \leq 2, 0.2 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq 1$, 状态转移算法的四个常数因子设置为1, 间歇性交流频率为5. 将在

有噪声和无噪声情况下PDSTA得到的辨识结果和STA, PSO的计算结果相比较, 并进行分析.

4.4 无噪声参数辨识

将PDSTA, STA和PSO算法都独立运行20次, 得到其平均结果、最好结果、最差结果和平均仿真时间的统计信息, 见表1.

由表1可以看出, PDSTA和STA的结果都更接近真实值, 无论最好结果、平均结果还是最差结果都明显优于PSO算法. PDSTA的参数估计与STA相比更为精确, 最优值的精度达到 10^{-17} 数量级, 且最差值得精度也达到 10^{-6} 数量级. 从仿真时间看, PSO平均运行一次的时间达到231.4 s, 是STA和PDSTA的3倍以上. PDSTA与STA平均运行一次的时间都在70 s左右, 且PDSTA的仿真时间比STA少了1 s. 以上分析表明, 在无噪声干扰的情况下, PDSTA具有非常好的搜索性能, 比基本的STA算法具有更高的精度和收敛速度. 为了进一步验证算法的有效性, 图3, 图4和图5给出了目标函数和各参数的进化曲线图.

表1 无噪声时各算法辨识结果
Table 1. Statistical results from the three algorithms with no noise.

算法	a	b	c	α	β	γ	J	t/s
真值	1.0000	1.0000	0.6000	0.9000	0.9000	0.9000	—	—
最优	PSO	1.0011	0.9998	0.5998	0.9002	0.8998	2.13×10^{-4}	—
	STA	0.9996	1.0001	0.5999	0.9001	0.9000	1.19×10^{-6}	—
	PDSTA	1.0000	1.0000	0.6000	0.9000	0.9000	3.12×10^{-17}	—
平均	PSO	1.0017	0.9984	0.6012	0.9021	0.8974	3.21×10^{-3}	231.4
	STA	1.0009	1.0011	0.6013	0.8984	0.9020	6.12×10^{-4}	71.2
	PDSTA	1.0003	1.0005	0.5997	0.9009	0.8989	2.17×10^{-7}	70.3
最差	PSO	1.2101	0.9762	0.6132	1.0001	0.9789	4.02×10^{-1}	—
	STA	0.9769	0.9871	0.5831	0.9781	0.8243	1.23×10^{-2}	—
	PDSTA	0.9934	1.0034	0.5956	0.9056	0.8912	5.77×10^{-6}	—

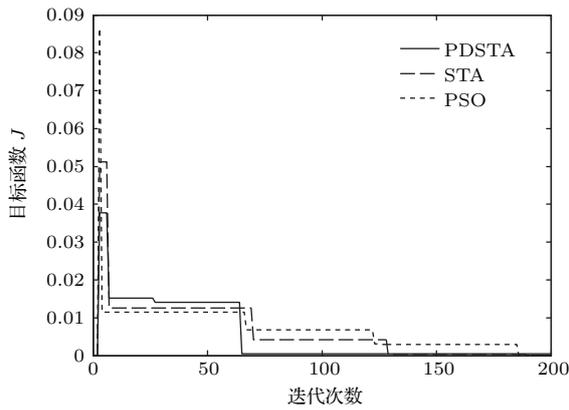


图3 无噪声时目标函数进化曲线

Fig. 3. The convergence process of fitness value averaged over 200 runs with no noise.

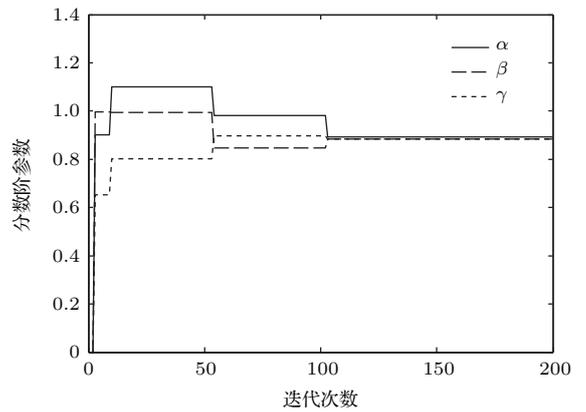


图5 无噪声分数阶次进化曲线

Fig. 5. The convergence process of fractional-order values averaged over 200 runs with no noise.

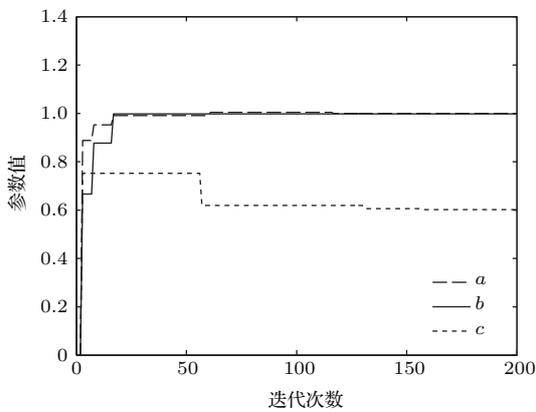


图4 无噪声时估计参数进化曲线

Fig. 4. The convergence process of parameter values averaged over 200 runs with no noise.

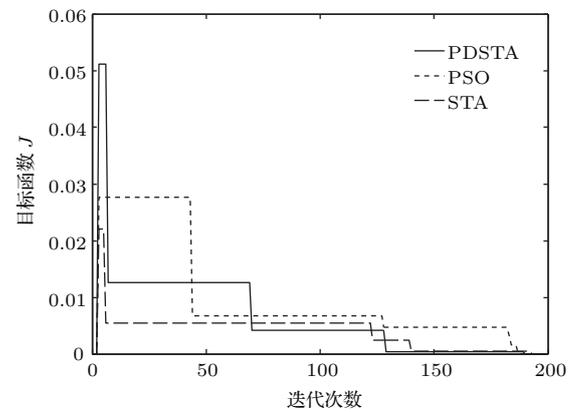


图6 有噪声时目标函数进化曲线

Fig. 6. The convergence process of fitness value averaged over 200 runs with noise.

从图3可以看出, PDSTA的目标函数迭代60次时就达到了收敛, 收敛速度明显高于PSO和STA. 图4和图5表明6个待辨识均能迅速地收敛到真实值, 经过60次迭代, 参数值均已趋于稳定, 表明PDSTA具有较强的全局搜索能力, 且具有较快的搜索速度和较高的搜索精度. 表明该算法对分数阶混沌系统具有较好的参数估计性能.

4.5 有噪声参数辨识

考虑到实际过程中环境比较复杂, 会存在一些干扰对参数辨识的结果造成影响, 为了验证该算法的鲁棒性, 将系统参数变量叠加上 $[-0.1, 0.1]$ 的白噪声. 利用PDSTA, STA和PSO算法分别对加入噪声干扰的分数阶混沌系统进行辨识. 独立运

行20次, 得到其平均结果、最好结果、最差结果和平均仿真时间的统计信息, 列于表2. 图6, 图7和图8分别给出了目标函数和辨识参数的进化过程.

由表2可以看出, 在有噪声情况下, PDSTA和STA的结果都更接近真实值, 无论最好结果、平均结果还是最差结果也都明显优于PSO算法. PDSTA的参数估计与STA相比更为精确, 最优值的精度达到 10^{-14} 数量级, 且最差值的精度也达到 10^{-5} 数量级. 从仿真时间看, 在有噪声情况下PSO平均运行一次的时间比无噪声增加20 s, 而STA和PDSTA则仅增长几秒钟.

图6、图7和图8表明在有噪声干扰的情况下, 算法依然表现出很好的参数估计性能, 并且具有良好的鲁棒性.

表2 有噪声时各算法辨识结果
Table 2. Statistical results from the three algorithms with noise

算法	a	b	c	α	β	γ	J	t/s
真值	1.0000	1.0000	0.6000	0.9000	0.9000	0.9000	—	—
最优	PSO	1.0123	0.9974	0.5899	0.9021	0.9018	2.87×10^{-1}	—
	STA	0.9986	1.0021	0.5971	0.8981	0.9008	3.21×10^{-4}	—
	PDSTA	1.0001	0.9998	0.6008	0.9009	0.8996	4.03×10^{-14}	—
平均	PSO	1.0345	0.9621	0.5781	0.8712	0.9134	4.46×10^{-1}	255.8
	STA	1.0201	1.0089	0.6100	0.8897	0.9076	1.08×10^{-3}	78.6
	PDSTA	1.0011	1.0021	0.5989	0.8989	0.8982	2.21×10^{-7}	72.4
最差	PSO	1.4087	0.9589	0.6209	1.0201	1.0301	9.56×10^{-1}	—
	STA	0.9699	1.0912	0.5790	0.9645	1.0032	1.03×10^{-1}	—
	PDSTA	0.9874	1.0134	0.5885	0.9102	0.8900	8.91×10^{-5}	—

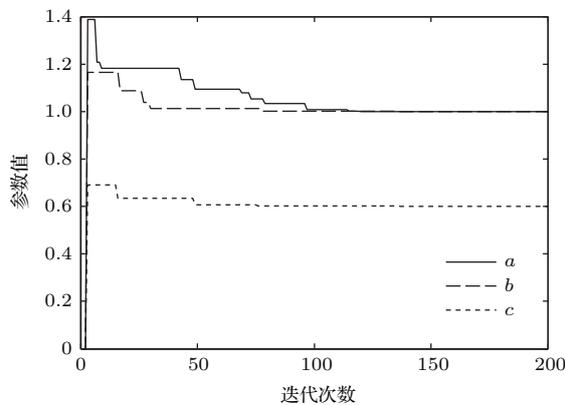


图7 有噪声时估计参数进化曲线

Fig. 7. The convergence process of parameter values averaged over 200 runs with noise.

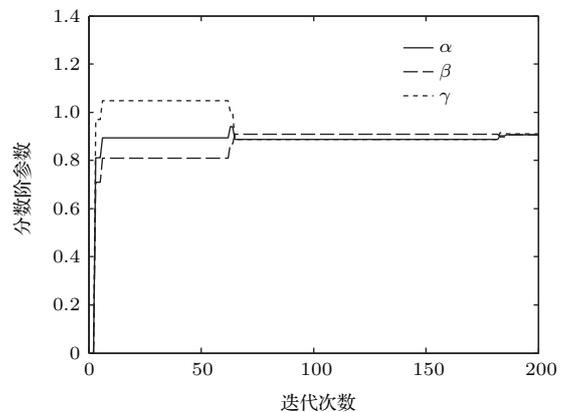


图8 有噪声分数阶次进化曲线

Fig. 8. The convergence process of values fractional-order values averaged over 200 runs with noise.

5 结 论

本文将分数阶混沌系统的参数辨识问题转化为多维函数的优化问题. 将加入正交学习机制和原对偶机制的状态转移算法用于解决该多维优化问题. 利用正交学习机制生成初始种群, 提高了算法整体的收敛速度, 而原对偶操作机制则提高了算法的局部和全局搜索能力. 该算法结构简单、易于使用. 将该算法用于无噪声和有噪声情况下的分数阶多涡卷混沌系统的参数辨识, 通过对比学习, 原对偶状态转移算法能很好地解决复杂的优化问题. 在辨识分数阶混沌系统时, 该算法与PSO和STA相比具有更高的辨识精度和更快的收敛速度, 且具有较好的鲁棒性.

参考文献

- [1] Zhao Y B, Zhang X Z, Sun X Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 130503 (in Chinese) [赵益波, 张秀再, 孙心宇 2014 物理学报 **63** 130503]
- [2] Wang S E, Wang W W, Liu F C, Tang Y G, Guan X P 2015 *Nonlinear Dynam.* **81** 1081
- [3] Zhang H L, Song L L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 190508 (in Chinese) [张宏立, 宋莉莉 2013 物理学报 **62** 190508]
- [4] Hu W, Yu Y G 2015 *Nonlinear Dynam.* **82** 1441
- [5] Lin J 2014 *Nonlinear Dynam.* **77** 983
- [6] Li X, Yin M 2014 *Nonlinear Dynam.* **77** 61
- [7] Li C S, Zhou J Z, Xiao J, Xiao H 2012 *Chaos Solit. Fract.* **45** 539
- [8] Huang Y, Liu Y F, Peng Z M 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 030305 (in Chinese) [黄宇, 刘玉峰, 彭志敏 2015 物理学报 **64** 030305]
- [9] Yuan L G, Yang Q G 2012 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **17** 305
- [10] Zhou X J, Yang C H, Gui W H 2011 *The 2th International Conference on Digital Manufacturing and Automation (ICDMA)* Zhangjiajie, China, Dec. 9, 2011 p644
- [11] Zhou X J, Yang C H, Gui W H 2011 *The 2th International Conference on Intelligent Control and Information Processing* Harbin, China, August 1, 2011 p674
- [12] Li X T, Yin M H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 050507
- [13] Gong W Y, Cai Z H, Jiang L X 2008 *Applied Mathematics and Computation* **56** 206
- [14] Le Y W, Wang Y 2001 *IEEE Trans. Evolut. Comput.* **5** 41
- [15] Tai J T, Liu T K, Chou J H 2004 *IEEE Trans. Evolut. Comput.* **8** 365
- [16] Yu S M 2011 *Chaotic Systems and Chaotic Circuits* (Xian: Xian University of Electronic Science and Technology press) pp316–323 (in Chinese) [禹思敏 2011 混沌系统与混沌电路 (西安: 西安电子科技大学出版社) 第316—323页]
- [17] Wang H Y 2008 *M. S. Dissertation* (Xiangtan: Xiangtan University) (in Chinese) [王海燕 2008 硕士学位论文 (湘潭: 湘潭大学)]
- [18] Igor P 1999 *Fractional Differential Equations* (San Diego: Academic Press) p124
- [19] Sprott J C 2000 *Amer. J. Phys.* **68** 758
- [20] Sprott J C 2000 *Phys. Lett. A* **266** 19
- [21] Ahmad W M, Sprott J C 2003 *Chaos Solit. Fract.* **16** 339

Parameter identification for fractional-order multi-scroll chaotic systems based on original dual-state transition algorithm^{*}

Wang Cong Zhang Hong-Li[†]

(Xinjiang University, Department of Electrical Engineering, Urumqi, Xinjiang 830047, China)

(Received 1 November 2015; revised manuscript received 8 December 2015)

Abstract

Parameter estimation for fractional-order chaotic systems is a multi-dimensional optimization problem, which is one of the important issues in fractional-order chaotic control and synchronization. With the orthogonal learning strategies and the original dual learning mechanism, the original dual-state transition algorithm is proposed for solving the problem of parameter estimation in fractional-order chaotic systems. The orthogonal learning strategy is presented which can increase the diversity of initial population and improve the convergence ability. And the original dual learning mechanism is presented which can increase the space ability of states, and also can improve the search capability of the algorithm. In the process of identification, we adopt Radau IIA method to solve the fractional-order differential equation. The simulation of the fractional-order multi-scroll chaotic systems with or without noise is conducted and the results demonstrate the effectiveness, robustness, and versatility of the proposed algorithm.

Keywords: fractional-order multi-scroll chaotic systems, parameter identification, original dual-state transition algorithm, orthogonal learning mechanism

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Pq

DOI: [10.7498/aps.65.060503](https://doi.org/10.7498/aps.65.060503)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51575469).

[†] Corresponding author. E-mail: 641087385@qq.com