

声学脉冲序列及全透声机理研究

曹松华 吴九汇 王煜 侯明明 李竞

Studies on the mechanism of acoustic pulse train and full transmission

Cao Song-Hua Wu Jiu-Hui Wang Yu Hou Ming-Ming Li Jing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 064302 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.064302

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.064302>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I6>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

次Bjerknes力作用下气泡的体积振动和散射声场

Volume pulsation and scattering of bubbles under the second Bjerknes force

物理学报.2016, 65(1): 014301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.014301>

管间界面特性对周向超声导波传播特性的影响

Influence of the interfacial properties on guided circumferential wave propagation in the circular tube structure

物理学报.2015, 64(22): 224301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224301>

声脉冲法空间电荷测量系统的研究

Measurement of space charges in air based on sound pulse method

物理学报.2015, 64(16): 164301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.164301>

一种含横向圆柱形空腔的声学覆盖层的去耦机理分析

Analysis of decoupling mechanism of an acoustic coating layer with horizontal cylindrical cavities

物理学报.2015, 64(15): 154301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154301>

局域共振型声学超材料机理探讨

Mechanism for local resonant acoustic metamaterial

物理学报.2015, 64(15): 154302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154302>

声学脉冲序列及全透声机理研究

曹松华¹⁾²⁾ 吴九汇^{1)2)†} 王煜¹⁾ 侯明明¹⁾²⁾ 李竞¹⁾²⁾

1)(西安交通大学机械工程学院, 西安 710049)

2)(西安交通大学, 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

(2015年10月23日收到; 2015年11月30日收到修改稿)

本文研究一维周期性层状结构中材料弹性模量时变因素作用下的声透射临界现象, 探究了这种声学脉冲序列及全透声现象的内在机理. 考虑弹性模量时变因素的影响, 通过求解波动方程, 运用分离变量法解得特征指数, 进而得到临界现象. 当调制幅值低于或等于临界值时, 周期性结构能够将入射波转化为一系列周期的毫秒级的反射脉冲序列; 尤其在调制幅值等于临界值时, 当周期性结构的层数达到16层时, 反射脉冲序列有完整的0和1的波形; 当大于临界值时, 反射系数在50 ms内迅速衰减至0, 此时的结构相当于完全透声, 入射波可以无损地完全透过, 产生调制透声现象. 这些特殊的现象可为声波的动态控制、声脉冲序列的产生和声波的定向传播提供重要的理论依据, 在超声换能器及调制透声方面具有实际的工程应用前景.

关键词: 临界现象, 脉冲序列, 调制全透声

PACS: 43.20.+g, 43.40.+s

DOI: 10.7498/aps.65.064302

1 引言

近年来, 随着新型功能材料^[1-3]的发展, 主要包括压电材料、形状记忆材料、磁致伸缩材料、电流变材料、磁流变材料、电致主动聚合物等, 材料的动态特性越来越受到人们的关注. 其中, 压电材料以及磁流变材料由于工艺成熟、价格低廉而受到更为广泛的关注. 陈圣兵等^[4]在研究不同压电分流电路对声子晶体梁带隙的影响中提出了压电材料的等效弹性模量幅值可以随外接电路的控制而发生改变. 李凤明等^[5]采用传递矩阵的方法研究了周期嵌有压电材料的杆结构中的波动传播特性及其振动主动控制. 刘杰等^[6]研究环氧树脂基为基体的磁流变材料在外加磁场作用下储能模量的变化率可达58%. 上述研究都体现了材料的弹性模量可以随着外加主动控制发生动态改变, 从而对波的传播进行动态控制. 2015年, 梁斌等^[7]利用周期性结构的超晶格与具有强声学非线性媒质组成的结构提出了声学二极管模型, 达到声整流的目的, 从而

可以控制波的传波方向. Zhang等^[8]利用基于声速函数的圆柱结构实现对声波传播的方向控制.

区别于媒质材料的声学非线性因素, 借鉴Wu等^[9,10]发现周期性层状结构基于时变介电常数的光学临界现象和调制透明现象的结果, 考虑基于材料弹性模量时变因素的影响, 本文研究一维周期性层状结构的弹性模量随时间发生动态调制时, 由于调制幅值大小的改变而产生的许多特殊的现象, 并且为目前较为棘手的低频减振降噪提供一种新的思路.

2 理论模型

图1是一维周期性层状结构示意图. 图中两种不同弹性模量和密度的材料A和B在 x 方向上交替排列形成一维周期性结构, a 和 b 分别表示材料A和B在一个周期中的厚度, $\Lambda = a + b$ 是晶格常数, N 是周期结构的层数. 将两种材料的弹性模量分别表示为 E_1 和 E_2 , 而 ρ_1 和 ρ_2 则分别为材料A和B

† 通信作者. E-mail: ejhwu@mail.xjtu.edu.cn

的密度, z_1 和 z_2 分别表示材料 A 和 B 的特性阻抗. 其中, y 轴与界面平行, 其方向假设为无限长.

一维周期性层状结构中的弹性波满足如下波动方程:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(E_r \frac{\partial u_r}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(E_r \frac{\partial u_r}{\partial y} \right) = \rho(x) \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}, \quad (1)$$

式中, $E_r(x, t)$ 是时变弹性模量, $\rho(x)$ 是密度, $u_r(x, y, t)$ 是介质 x 处的位移. 根据声学 Snell 定理, 声波在材料 A, 材料 B 中沿 y 轴方向传播波数 k_y 保持不变. 因此, 可设 $u_r(x, y, t) = u_r(x, t) \times \exp(-ik_y y)$.

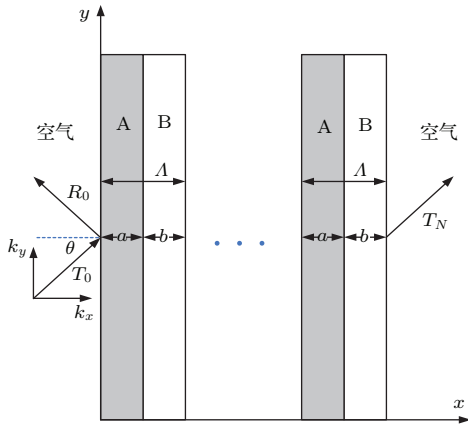


图1 一维周期性层状结构

Fig. 1. One-dimensional periodic stratified structure.

由于弹性模量 $E_r(x, t)$ 和位移 $u_r(x, t)$ 是时间和空间的函数, 运用传统的分离变量的方法, 假设在同一均匀介质层内的位移函数 $u_r(x, t)$ 和时变弹性模量函数 $E_r(x, t)$ 可以表示为

$$u_r(x, t) = u_{r1}(x) \cdot u_{r2}(t), \quad (2)$$

$$E_r(x, t) = E_{r1}(x) \cdot E_{r2}(t). \quad (3)$$

通过分离变量, 方程 (1) 可以改写为

$$\frac{\partial^2 u_{r2}(t)}{\partial t^2} = -\omega^2 E_{r2}(t) u_{r2}(t), \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 u_{r1}(x)}{\partial x^2} = -k_x^2 u_{r1}(x), \quad (5)$$

$$k_x^2 + k_y^2 = k^2. \quad (6)$$

式中, k_y 是沿 y 方向的波数, 并且是一个常数; k 是传播波数; $\omega = ck$ 并且 $c_\alpha = \sqrt{E_{r1}^\alpha(x)/\rho^\alpha(x)}$ ($\alpha = 1, 2$ 分别对应于材料 A 和 B).

根据傅里叶变换, 方程 (4) 中的函数 $E_{r2}(t)$ 可以进行傅里叶系数的展开:

$$E_{r2}(t) = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2b_n \cos 2n(\omega t - \theta_0), \quad (7)$$

式中, b_n 是展开系数并且满足 $b_{-n} = b_n$; θ_0 是初始相位角.

由于方程 (4) 是希耳方程^[11], 解可设为

$$u_{r2}(t) = \exp(i\nu\omega t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2n\omega t), \quad (8)$$

式中, ν 是特征指数; c_n 是待求的系数.

将方程 (8) 代入方程 (4) 中, 并且考虑到 $b_{-n} = b_n$, 由此得系数 c_n 之间的联立方程

$$-(\nu + 2n)^2 c_n + \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m c_{n-m} \exp(-2im\theta_0) = 0 \quad (n = 0, \pm 1, \dots). \quad (9)$$

以 $\theta_0 - (\nu + 2n)^2$ 除 (9) 式, 得

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{nm} c_m = 0 \quad (n = 0, \pm 1, \dots), \quad (10a)$$

其中

$$\begin{cases} B_{nn} = 1, \\ B_{nm} = \frac{b_{n-m} \exp(-2i(n-m)\theta_0)}{b_0 - (\nu + 2n)^2} \quad (m \neq n). \end{cases} \quad (10b)$$

方程 (10) 存在解的条件为

$$\Delta(\nu) = \det |B_{nm}| = 0. \quad (11)$$

考虑 $\Delta(\nu)$ 函数的性质, 由方程 (11) 可得到特征指标 ν 的简单计算公式:

$$\sin^2 \left(\frac{\nu\pi}{2} \right) = \Delta(0) \sin^2 \left(\frac{\sqrt{b_0}\pi}{2} \right). \quad (12)$$

得到特征指标之后, 方程 (8) 的系数 c_n 可以从方程 (11) 中解得.

因此, 在第 s 个单元结构中, 同一层介质 α ($\alpha = 1, 2$) 中的位移分布函数可以写为

$$u_r(x, t) = [a_s^\alpha \exp(-ik_{\alpha x}(x - sA)) + b_s^\alpha \exp(ik_{\alpha x}(x - sA))] \times \exp(-ik_y y) \cdot u_{r2}^\alpha(t), \quad (13)$$

式中, a_s^α 和 b_s^α 是第 s 个单元结构的正向和反向传播的振幅; $u_{r2}^\alpha(t)$ 是位移函数随时间变化的部分, 并且满足

$$k_{\alpha x} = \left[\left(\frac{\omega}{c_\alpha} \right)^2 - k_y^2 \right]^{1/2} \quad \alpha = 1, 2. \quad (14)$$

由于在一个单元结构中的连续性条件, 因此可以得出 $u_{r2}^1(t) = u_{r2}^2(t) = u_{r2}(t)$. 通过一维周期性层

状结构的传递矩阵法^[12,13], 弹性模量随时间变化的 N 层布拉格散射器的总的反射系数 (声强反射系数) 可以定义为

$$|R_N(t)| = \frac{|C|^2 \cdot |u_{r2}(t)|^2}{|C|^2 + (\sin Ka / \sin NKa)^2}, \quad (15a)$$

式中,

$$K = \frac{1}{A} \cos^{-1} \left(\frac{1}{2}(A + D) \right), \quad (15b)$$

$$A = \cos(k_{1x}a) \cos(k_{2x}b) - \frac{z_1}{z_2} \sin(k_{1x}a) \sin(k_{2x}b), \quad (15c)$$

$$C = -\frac{i}{z_1} \sin(k_{1x}a) \cos(k_{2x}b) - \frac{i}{z_2} \cos(k_{1x}a) \sin(k_{2x}b), \quad (15d)$$

$$D = \cos(k_{1x}a) \cos(k_{2x}b) - \frac{z_2}{z_1} \sin(k_{1x}a) \sin(k_{2x}b). \quad (15e)$$

3 数值计算与结果分析

3.1 临界现象

根据傅里叶展开定理, 不失一般性, (7) 式中周期性时变弹性模量假设 $E_{r2}(t) = a_0 + a_1 \cos(2\omega t)$, a_0 表示均值, a_1 表示变量的幅值 ($0 < a_1 < a_0$, $0 \leq a_0 \leq 1$), 如图 2 所示.

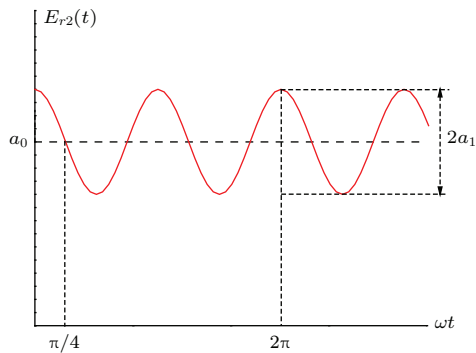


图 2 时变弹性模量函数

Fig. 2. Schematic of time-varying elastic modulus functions.

考虑磁流变弹性体 (基体材料为硅橡胶) 在铁粉体积浓度达到 30% 时, 在磁感应强度改变 1 T 时弹性模量的最大增加量的相对值基本保证在 30%—40%^[2]. 据此, 假设时变弹性模量的均值 $a_0 = 0.95$ 时. 根据方程 (11), 特征指数 v 随参数 a_1 的变化趋势如图 3 所示.

从图 3 中可以看出, 临界曲线在 $a_1 = 0.1$ 取得临界值 a_{1cr} . 由于方程 (12) 的非线性, 在临界值附近发生突变, 产生突变的物理现象. 当 $a_1 < a_{1cr}$ 时, v 的虚部为 0, 此时特征指数仅存在惟一正实数解; 当 $a_1 = a_{1cr}$ 时, v 的虚部为 0, 并且此时 v 的实部达到最大值为 1; 当 $a_1 > a_{1cr}$, v 的实部为 1, 而此时虚部分岔成对称的两支, 正和负分别对应于反射系数的衰减和放大. 考虑到物理现实的存在 (反射系数 ≤ 1), 负的那支被舍弃.

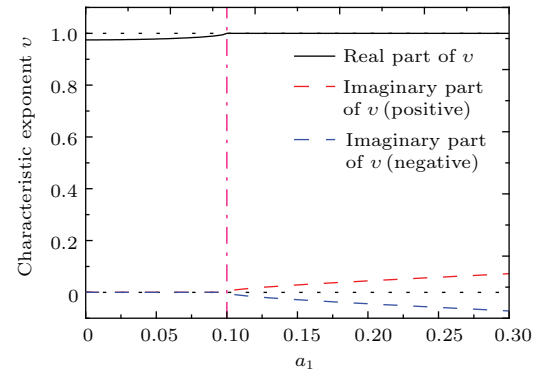


图 3 (网刊彩色) 特征指数 v 随 a_1 临界曲线

Fig. 3. (color online) Characteristic exponents v varying with the parameter a_1 .

3.2 声学脉冲序列及全透声现象

计算中, 材料 A 为环氧树脂, 厚度为 $a = 5$ mm; 材料 B 为硅橡胶, 厚度为 $b = 5$ mm, 周期性结构置于空气的环境中, 计算参数如表 1 所列.

表 1 三层结构参数比较

Table 1. Structural parameters of different three layers.

材料	密度/ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	弹性模量/Pa	声速/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
空气	1.25	—	343
环氧树脂	1180	0.435×10^{10}	1920
硅橡胶	1300	1.175×10^5	9.5

现在考虑入射波以入射角 $\theta = 60^\circ$, 频率 $f = 200$ Hz 从空气 ($c = 343 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) 斜入射到时变弹性模量的周期性层状结构中, 反射系数 (声强反射系数) 如图 4 所示.

从图 4 中可以看出, 最大反射系数与周期性结构的层数有关系. 其规律如图 5 所示.

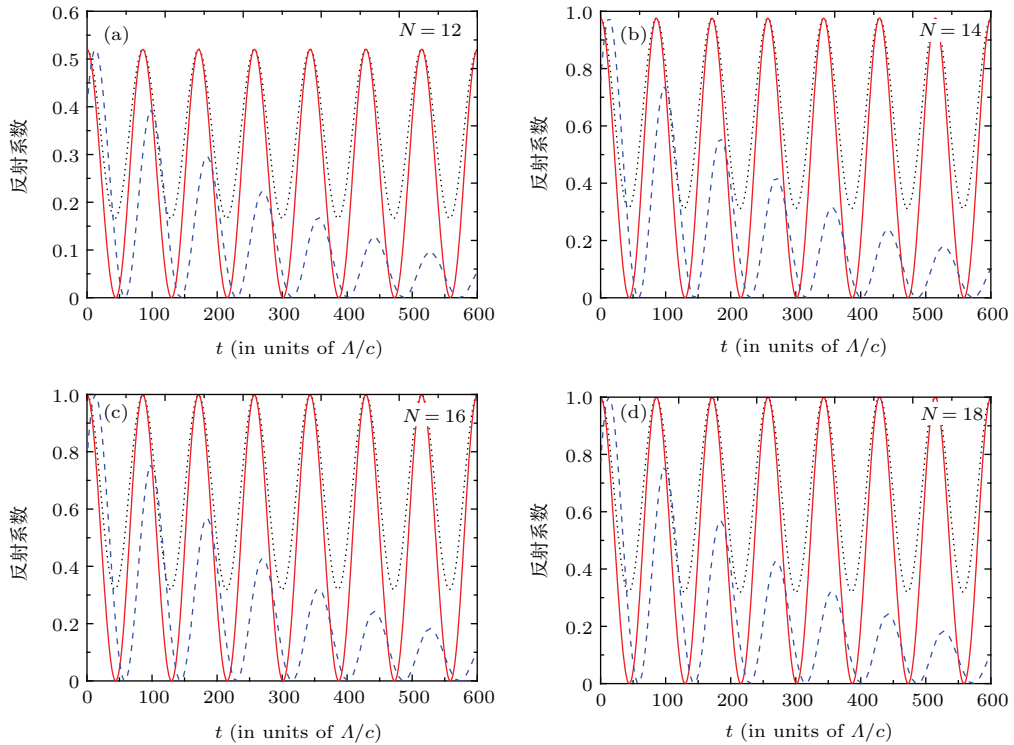


图4 (网刊彩色) $a_0 = 0.95$ 时的反射系数随时间的变化曲线 点线代表 $a_1 = 0.05$; 实线代表 $a_1 = 0.10$; 短线代表 $a_1 = 0.20$

Fig. 4. (color online) Time dependence of the reflectivity when $a_0 = 0.95$. The dotted line denotes $a_1 = 0.05$; the solid line denotes $a_1 = 0.10$; and the short line denotes $a_1 = 0.20$.

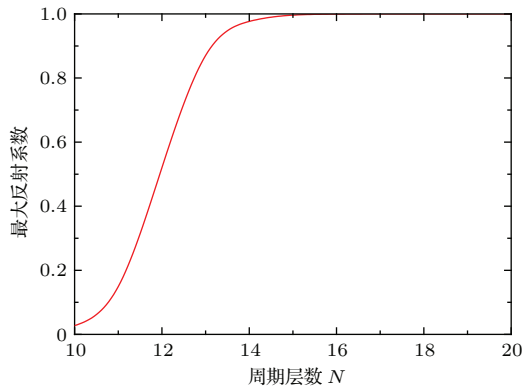


图5 最大反射系数随周期层数 N 变化曲线

Fig. 5. The max reflectivity varying with the layer numbers N .

结合图4与图5可以看出, 在层数较少 ($N = 12$ 或 $N = 14$) 时, 当 $a_1 < a_{1cr}$ ($a_1 = 0.05$) 时, 反射系数 < 1 , 并且随着层数的增加, 最大反射系数增加; 而当 $a_1 > a_{1cr}$ ($a_1 = 0.20$) 时, 反射系数呈现指数衰减的趋势, 并在 50 ms 内迅速衰减至 0, 产生调制全透声现象; 当 $a_1 = a_{1cr}$ ($a_1 = 0.10$) 时, 当层数达到 $N = 16$, 反射系数出现完整的 0 和 1 波形, 并且时间间隔在毫秒级, 产生脉冲序列. 进一步分析得出临界值 a_{1cr} 与 a_0 的规律. 图6 给出了临界值 a_{1cr} 随参数 a_0 的变化规律.

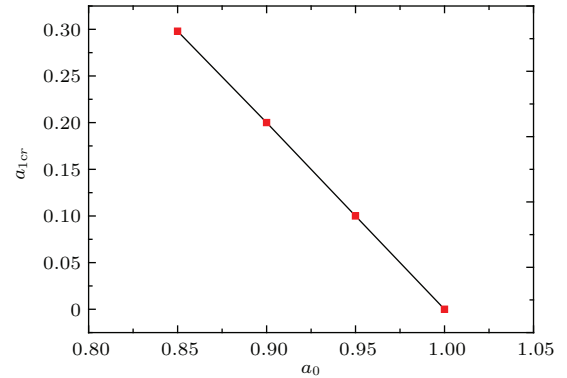


图6 临界值 a_{1cr} 随 a_0 的变化曲线

Fig. 6. Critical value of a_1 varying with the parameter a_0 .

从图6中可以看出, 临界值 a_{1cr} 随参数 a_0 几乎呈现出线性变化规律. 所以对于不同的参数 a_0 ($0 \leq a_0 \leq 1$), 都可以找到分岔的临界值点 a_{1cr} , 从而反射系数发生突变. 而在分岔区的右侧, 考虑希耳方程(8)的指数部分, 令 $A^* = \exp(i\nu\omega t)$, 由于此时特征指数 $\nu = 1 + yi$, 代入分析可以得到 $A^* = \exp(-y\omega t) \cdot \exp(i\omega t)$, 类比于欠阻尼状态的衰减振动, 因此 y 只能取正值. 并且提高入射波的频率或者增大 a_1 的值 (a_0 一定时), 衰减得越剧烈, 并且反射系数达到最大值时的层数 N 减少; 反之,

当降低入射波的频率或者减小 a_1 的值 (a_0 一定时), 衰减越慢, 并且反射系数达到最大值时的层数 N 增加.

4 结 论

针对一维周期性层状结构, 考虑材料弹性模量时变因素的影响, 通过特征指数得到临界现象. 在假设动态弹性模量函数为 $E_{r2}(t) = a_0 + a_1 \cos(2\omega t)$ 的前提下, 发现临界值 a_{1cr} 与 a_0 几乎成线性关系 ($a_{1cr} = -2a_0 + 2(a_0 \in [0, 1])$); 并且根据调制幅值 a_1 与临界值 a_{1cr} 的关系, 得出三种不同的物理现象 (本文中调制均值 $a_0 = 0.95$, 故而临界值 $a_{1cr} = 0.10$):

1) 当 $a_1 < a_{1cr}$ ($a_1 = 0.05$), 此时周期性结构能够将入射波转化为周期性反射脉冲序列, 时间间隔在毫秒级;

2) 当 $a_1 = a_{1cr}$ ($a_1 = 0.10$), 当周期性结构的层数达到 $N = 16$, 此时能够产生完整的 0 和 1 的脉冲波形, 产生声学脉冲序列;

3) 当 $a_1 > a_{1cr}$ ($a_1 = 0.20$), 此时周期性结构表现为好像存在阻尼一样, 声强反射系数在几十毫秒内迅速衰减至 0, 最终入射声波能够完全地穿透介质 (此时的介质相当于完全透声), 这种现象对声传导、定向传播具有重要的意义.

综合上述研究可以发现, 通过调整时变弹性模量的参数, 可以实现声波的主动控制、周期性反射脉冲序列的产生、声的全透射 (调制透声现象). 这些现象将为声波的定向传播、声学脉冲序列提供重

要的理论依据. 另外, 对于工程中难以消除的低频声波, 通过考虑弹性模量时变因素的作用, 实现对其的主动控制, 从而满足减振降噪的要求.

参考文献

- [1] Yang C H, Wen Y M, Li P, Bian L X 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7292 (in Chinese) [阳昌海, 文玉梅, 李平, 卞雷祥 2008 物理学报 **57** 7292]
- [2] Wang J X, Meng G 2006 *Functional Mater.* **37** 706 (in Chinese) [汪建晓, 孟光 2006 功能材料 **37** 706]
- [3] Yu M, Yan X R, Xia Y Q 2008 *Functional Mater.* **8** 1263 (in Chinese) [余淼, 严小锐, 夏永强 2008 功能材料 **8** 1263]
- [4] Chen S B, Han X Y, Yu D L, Wen J H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 387 (in Chinese) [陈圣兵, 韩小云, 郁殿龙, 温激鸿 2010 物理学报 **59** 387]
- [5] Li F M, Wang Y S 2004 *J. Vib. Engineer.* **17** 828 (in Chinese) [李凤明, 汪越胜 2004 振动工程学报 **17** 828]
- [6] Liu J, Wang J, Zhao X M, Wang X 2009 *J. Wuhan Univ. Technol.* **31** 105 (in Chinese) [刘杰, 王钧, 赵新民, 王祥 2009 武汉理工大学学报 **31** 105]
- [7] Liang B, Yuan Y, Cheng J C 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 094305 (in Chinese) [梁彬, 袁樱, 程建春 2015 物理学报 **64** 094305]
- [8] Zhang Z, Li R Q, Liang B, Zou X Y, Cheng J C 2015 *Chin. Phys. B* **24** 024301
- [9] Wu J H, Cheng T H, Liu A Q, Wang Y X 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 263103
- [10] Wu J H, Shen L 2011 *J. Opt. Soc. Am. B* **28** 1328
- [11] Wang Z X, Guo D R 1989 *Special Functions* (Beijing: Peking University Press) pp633–638 (in Chinese) [王竹溪, 郭敦仁 1989 特殊函数概论 (北京: 北京大学出版社) 第 633–638 页]
- [12] Yariv A, Yeh P 1977 *J. Opt. Soc. Am.* **67** 423
- [13] Zhang H L 2007 *Theoretical Acoustics* (Beijing: Higher Education Press) p225 (in Chinese) [张海澜 2007 理论声学 (北京: 高等教育出版社) 第 225 页]

Studies on the mechanism of acoustic pulse train and full transmission

Cao Song-Hua¹⁾²⁾ Wu Jiu-Hui^{1)2)†} Wang Yu¹⁾ Hou Ming-Ming¹⁾²⁾ Li Jing¹⁾²⁾

1) (School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

2) (State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 23 October 2015; revised manuscript received 30 November 2015)

Abstract

Critical phenomenon in a one-dimensional periodic stratified structure with time-varying elastic modulus functions is found out for acoustic waves. By using the classical separation of variables method to solve the one-dimensional wave equation, and taking the time-varying elastic modulus functions into consideration, a critical value can be found of the varying amplitude of the time-varying elastic modulus functions. Near the critical value, due to the alternation of the characteristic exponent, the reflectivity of the one-dimensional periodic stratified structure changes in essence. Below or at the critical value, the incident wave can be converted into a periodic and millisecond pulse train, particularly when the varying amplitude is at the critical value. In addition, the layer number can be up to 16. Under these circumstances, complete pulse train of 0 or 1 is generated with respect to time; in the end, when above the critical value, the reflectivity decreases rapidly to 0 within 50 milliseconds, indicating that, at one moment, the incident wave can be totally transferred through the structure as if the stratified structure becomes transparent, which means a modulational transparency. In conclusion, by altering the varying amplitude of the time-varying elastic modulus functions, three different phenomena are generated. These excellent properties could find potential applications of one-dimensional periodic stratified structure in the acoustic transducer and the control of the acoustic wave.

Keywords: critical phenomenon, acoustic pulse train, full transmission

PACS: 43.20.+g, 43.40.+s

DOI: 10.7498/aps.65.064302

† Corresponding author. E-mail: ejhwu@mail.xjtu.edu.cn