

带嵌件型腔内熔接过程的数值模拟研究

李强 李五明

Numerical simulation on weld line development of injection molding in mold cavity with inserts

Li Qiang Li Wu-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 064601 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.064601

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.064601>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I6>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

电弧增材成形中熔积层表面形貌对电弧形态影响的仿真

[Simulation of the influences of surface topography of deposited layer on arc shape and state in arc based additive forming](#)

物理学报.2016, 65(3): 038103 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.038103>

加载应力幅值对高纯铜动态损伤演化特性研究

[Study on the effect of peak stress on dynamic damage evolution of high pure copper](#)

物理学报.2015, 64(5): 054601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054601>

延性金属层裂自由面速度曲线物理涵义解读

[Discussion on the physical meaning of free surface velocity curve in ductile spallation](#)

物理学报.2015, 64(3): 034601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034601>

黏弹性流体充模过程中凝固现象的数值模拟

[Simulation of solidification with phase-change in viscoelastic moldfilling process](#)

物理学报.2014, 63(8): 084601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.084601>

黏弹性熔体充模流动诱导残余应力模拟

[Simulation of residual stress in viscoelastic mold filling process](#)

物理学报.2012, 61(23): 234602 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.234602>

带嵌件型腔内熔接过程的数值模拟研究*

李强^{1)†} 李五明¹⁾²⁾

1) (河南理工大学数学与信息科学学院, 焦作 454000)

2) (西北工业大学应用数学系, 西安 710129)

(2015年10月10日收到; 2015年12月1日收到修改稿)

基于充模过程的两相黏弹性流体模型, 采用同位网格有限体积法, 结合浸入边界法和界面追踪的复合水平集流体体积方法实现了带嵌件型腔内充模过程的动态模拟. 基于上述模型和算法模拟了熔体前沿界面及熔接线的动态演化过程, 而且通过线性应力-光学定律得到了熔接线附近的流动诱导应力分布情况; 讨论了熔体温度及模具温度对熔接线区域凝固层厚度的影响. 数值结果表明: 本文提出的方法可用于模拟复杂型腔内的充模过程以及熔接线的自动追踪; 由于聚合物黏弹性熔体流动的复杂性, 当两股熔体相遇后, 熔接线不同位置的应力分布变化较大; 熔体或模具温度越高, 熔接线区域凝固层厚度越薄, 提高熔体或模具温度能够改善甚至消除充模过程中的熔接线.

关键词: 浸入边界法, 复合水平集流体体积方法, 有限体积法, 熔接线

PACS: 46.35.+z, 81.20.Hy, 81.30.Fb, 47.61.Jd

DOI: 10.7498/aps.65.064601

1 引言

聚合物充模过程是注塑成型的重要阶段, 往往伴随着复杂的物理过程. 一方面, 聚合物熔体是黏弹性非牛顿流体, 在充模过程中会发生复杂的物理变化; 另一方面由于制品型腔的多样性, 在充填过程中会发生诸如卷气、产生熔接线等现象. 这些现象的产生往往会大大降低制品的性能. 例如, 熔接线的存在影响着制品的外观和质量. 因此, 如何消除或减少熔接线一直是国内外塑料产品制造业关注的问题, 也是国内外学者研究的热点课题. 在注塑充模过程中, 制品的多样性导致了形状各异的复杂型腔. 复杂型腔内的注塑成型过程的数值模拟研究对科技工作者提出了新的挑战^[1,2].

聚合物注塑成型主要包括充模、保压、冷却和出模等阶段. 充模过程是注塑成型的初始阶段, 熔体在该阶段的速度、温度、压力和应力等物理量的大小、分布和变化规律将直接影响到后面两个阶段

工艺过程的进行, 甚至影响到最终产品的质量^[1,2]. 在注塑充模的数值模拟中, 需要关注的数学问题主要包括: 1) 如何准确追踪熔体前沿界面; 2) 如何对充模过程中形成的熔接线进行动态追踪, 以及熔接线区域的流动残余应力, 特别是如何减少或消除熔接线; 3) 如何准确模拟复杂型腔内聚合物熔体的流动问题. 下面分别从运动界面追踪、熔接线追踪、流动残余应力以及复杂边界流动模拟的研究现状等四个方面加以概述.

在工农业生产中, 经常会遇到自由界面流动问题. 目前, 自由界面追踪方法主要有: 光滑粒子动力学 (smoothed particle hydrodynamics, SPH) 方法^[3]、相场法^[4], 流体体积 (volume of fluid, VOF) 法^[5,6] 和水平集 (level-set) 方法^[7,8]. 其中, VOF 和 level-set 方法是应用最广泛的两种方法. 在 VOF 方法中, 定义 F 为计算单元内的流体体积分数, 它的值介于 0 与 1 之间. VOF 方法最大的优点是它能够准确地保持参考流体的质量守恒性^[9], 而其

* 国家自然科学基金 (批准号: 11301157)、天元基金 (批准号: 11326232, 11326245)、河南省高等学校重点科研项目 (批准号: 15A110001) 和河南理工大学博士基金 (批准号: B2013-057) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: qianglinan@126.com

缺点在于不易处理界面间断问题和不能精确计算界面曲率. 在 level-set 方法中, 定义符号距离函数——level-set 函数来隐式表示界面, 它的优点在于容易求解任意维空间中的大变形和拓扑变化等问题^[8], 而其缺点是不能保证流体的质量守恒, 特别是当界面经历较大的拉伸和剪切变形时, 质量损失将变得非常严重. 为了改善 level-set 方法的质量守恒性, 学者们提出了不少改进算法, 其中复合水平集流体体积 (coupled level-set and volume-of-fluid, CLSVOF) 方法是其中一个成功的代表^[10,11]. 我们曾首次采用 CLSVOF 方法对气体辅助注射成型进行数值模拟研究, 得到了与实验相符合的数值结果^[12].

在充模过程中, 一个值得关注的问题是熔接线的追踪问题. 在聚合物加工过程中, 特别是在带有嵌件的型腔中, 聚合物熔体在经过嵌件相遇后会形成熔接线. 熔接线的存在会大大降低制品的力学和光学等物理性能, 它是注塑成型加工过程中的一个严重的成型缺陷, 也是目前注塑模计算机辅助工程研究所面临的三大挑战 (熔接线、流斑、喷射) 之一^[13]. 通常两股汇合熔体前端的熔接角 (夹角) 越小, 产生的熔接线就越显著, 制品品质也就越差. 当相遇角 (熔接角) 超过 150 °C 时, 熔接线消失. 根据这一理论, Zheng 等^[13] 基于 level-set 函数提出了熔接线追踪的自适应算法. 另外, 任金莲等^[14] 采用 SPH 方法模拟和预测了黏弹性 FENE-P 熔体充模过程中熔接线的形态演化.

众所周知, 塑料制品的性能不仅取决于聚合物材料的固有属性, 而且取决于加工成型的工艺条件. 例如, 加工过程中产生的流动残余应力是制品力学、热力学和光学性能各向异性的主要原因. 流动残余应力是指塑料熔体在充模流动和保压补料过程中, 大分子链沿流动方向排列的定向构象被冻结而产生的一种内应力^[15]. 流动诱导应力的存在会导致制品的光学各向异性, 即各方向光的折射率不同. Yang 等^[16] 基于 XPP (extended Pom-Pom) 本构方程模型模拟了带有方形嵌件型腔内的充模动态过程, 并得到了熔接线附近流动诱导应力分布图. 但是所考察的型腔较为简单, 有待推广应用于复杂型腔内的应力计算.

复杂型腔属于不规则边界问题, 在求解之前往往需要采用非结构网格或贴体网格来拟合与处理复杂边界问题^[17], 但是网格生成较为耗时, 生成网格所需时间有时甚至超过实际计算时间. 因此,

有必要对网格生成方式给以足够的关注. 近年来, 浸入边界法 (immersed boundary method, IBM) 已经取得了较大进展, 其最大的优点之一是可以通过在边界上施加一个虚拟力在笛卡尔网格上求解控制方程, 故无需复杂的网格生成技术, 可大大节省网格划分所需时间. 浸入边界法最初由 Peskin^[18] 提出, 用来模拟人体心脏中血液流动. 自从 Peskin 引入该方法以来, 不少学者提出了大量改进算法^[19,20], 使得浸入边界法中虚拟力的计算更加精确, 而且成功应用于三维复杂流固耦合计算问题. 鉴于浸入边界法的良好性质, 本文将该方法应用于复杂型腔内的注塑成型模拟研究中.

基于上述问题, 本文在文献^[12]的基础上, 首先建立了耦合浸入边界法和 level-set 函数的两相流数学模型, 并采用 CLSVOF 方法追踪充模过程中的熔体前沿界面, 采取形状 level-set 函数描述复杂型腔, 并给出固体体积分数计算公式. 其次, 基于 Zheng 等^[13] 提出的熔接线自适应追踪算法, 实现了带嵌件复杂型腔内的熔接线自动追踪和显示, 得到了与实验相一致的数值结果. 由 XPP 本构方程模型从数值上给出了充模结束后的流动残余应力, 并简要讨论了型腔内的压力和温度随时间的变化. 最后, 讨论了熔体和模具温度对熔接线区域凝固层厚度的影响.

2 充模过程熔体流动的气液两相模型

2.1 界面捕捉控制方程

在 CLSVOF 方法中需要同时进行 level-set 和 VOF 输运, 然后重建界面并对 level-set 函数进行重新初始化使之重新成为符号距离函数. 其输运方程可写成如下的统一形式:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = \frac{\partial\Phi}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\Phi = 0, \quad (1)$$

其中 Φ 是 level-set 函数 ϕ 或 VOF 函数 F .

重新初始化方程

$$\begin{cases} \frac{\partial\phi}{\partial\tau} + \text{sign}(\phi_0)(|\nabla\phi| - 1) = 0, \\ \phi(\mathbf{x}, 0) = \phi_0(\mathbf{x}). \end{cases} \quad (2)$$

在 CLSVOF 方法中, 熔体前沿界面通过 VOF 方法中的 PLIC (piecewise linear interface construction) 格式重建, 而界面法向从 level-set 函数中计算得到. 在界面重建过程中 level-set 和 VOF 方法进行耦合

求解. 同时, 作者提出一种全局守恒校正格式以保证熔体质量精确守恒性^[12].

2.2 流体控制方程

在笛卡尔直角坐标系下, 采用浸入边界法处理复杂型腔问题. 由于熔体的黏度很大, 表面张力的作用很小, 故不考虑表面张力的影响. 型腔内气相为牛顿流体, 液相为黏弹性聚合物熔体. 通过 Heaviside 函数可将牛顿流体和黏弹性流体的运动方程统一为一个方程组:

连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0; \quad (3)$$

动量方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) \\ &= -\nabla p + \frac{\nabla \cdot (\nabla \eta \mathbf{u})}{Re} + \frac{(\beta - 1)H_\varepsilon(\phi)}{Re} \nabla \cdot (\nabla \eta \mathbf{u}) \\ & \quad + \frac{H_\varepsilon(\phi) \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}}{Re} + \mu f; \end{aligned} \quad (4)$$

能量方程

$$\begin{aligned} & Pe \left(\frac{\partial(\rho CT)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho C \mathbf{u} T) \right) \\ &= \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + Br(\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}). \end{aligned} \quad (5)$$

式中, Reynolds 数 $Re = \rho_m UL / \eta_m$, Peclet 数 $Pe = \rho_m C_m \cdot UL / \kappa_m$, Brinkman 数 $Br = \eta_m U^2 / \kappa_m T_0$; $\rho = \rho(\phi) = \rho_a + (\rho_m - \rho_a)H_\varepsilon(\phi)$, $\eta = \eta(\phi) = \eta_a + (\eta_m - \eta_a)H_\varepsilon(\phi)$; β 为牛顿黏性与总黏性之比, 下标 m 与 a 分别表示熔体与气体, L 与 U 分别为特征长度和特征速度; $\boldsymbol{\tau}$ 为弹性应力张量, $\boldsymbol{\sigma}$ 为柯西应力张量, $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \eta\mathbf{D}$, \mathbf{I} 为单位张量, \mathbf{D} 是应变张量; f 是浸入边界法中直接施加在笛卡尔网格上的体积力(虚拟力); μ 为浸入流体中的固体体积分数, 即在流体区域 $\mu = 0$, 在固体区域 $\mu = 1$, 对于含有固液界面的网格单元 $0 < \mu < 1$. 而体积分数 μ 可由形状 level-set 函数求出, 具体公式将于 2.6 节给出.

(4) 式中 $H_\varepsilon(\phi)$ 为光滑 Heaviside 函数, 其表达式为

$$H_\varepsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & \text{if } \phi < -\varepsilon, \\ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\phi}{\varepsilon} + \frac{1}{\pi} \sin \left(\frac{\pi \phi}{\varepsilon} \right) \right] & \text{if } |\phi| \leq \varepsilon, \\ 1 & \text{if } \phi > \varepsilon, \end{cases} \quad (6)$$

其中, ε 是与界面厚度相关的参数, 本文中取 $\varepsilon = 1.5\Delta x$.

一般注塑件都是薄壁塑件, 即型腔的壁厚远小于其他两个方向的尺寸, 此时可忽略壁厚方向的速度分量, 在壁厚方向上的压力梯度 $\partial p / \partial z = 0$. 因此, 本文取薄壁型腔的中面 (xoy 面) 作为计算区域, 此时可将三维问题近似简化为二维问题, 则上述两相流控制方程 (3)—(5) 可表述为连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0; \quad (7)$$

u -动量方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} \\ & - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2(\eta u)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\eta u)}{\partial y^2} \right) \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{(\beta - 1)}{Re} \left(\frac{\partial^2(\eta u)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\eta u)}{\partial y^2} \right) H_\varepsilon(\phi) \\ & \quad + \frac{H_\varepsilon(\phi)}{Re} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) + \mu f_x; \end{aligned} \quad (8a)$$

v -动量方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} \\ & - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2(\eta v)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\eta v)}{\partial y^2} \right) \\ &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{(\beta - 1)}{Re} \left(\frac{\partial^2(\eta v)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\eta v)}{\partial y^2} \right) H_\varepsilon(\phi) \\ & \quad + \frac{H_\varepsilon(\phi)}{Re} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + \mu f_y; \end{aligned} \quad (8b)$$

能量方程

$$\begin{aligned} & Pe \left[\frac{\partial(\rho CT)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho C u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho C v T)}{\partial y} \right] \\ &= \left(\frac{\partial^2(\kappa T)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\kappa T)}{\partial y^2} \right) \\ & \quad + Re \cdot Br \left[\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (p \mathbf{u}) \right] + Br \cdot \eta \cdot I, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $I = [2(\partial u / \partial x)^2 + 2(\partial v / \partial y)^2 + (\partial u / \partial y + \partial v / \partial x)^2] - 2/3(\nabla \cdot \mathbf{u})^2$.

本文选取 XPP 本构方程模型描述聚合物熔体, 方程中各参数的定义见表 1^[15], 其中 $We = \lambda_{0b} U / L$ 为 Weissenberg 数, λ_{0b} 表示聚合物分子链的取向松弛时间.

本构方程

$$m \frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot (m \mathbf{u} \psi) - \nabla \cdot (A \nabla \psi) = S_\psi. \quad (10)$$

表1 本构方程中的常数和函数
Table 1. The constants and functions in the constitutive equation.

方程	m	ψ	A	S_ψ
τ_{xx} 正应力	We	τ_{xx}	0	$2(1-\beta)\frac{\partial u}{\partial x} + 2We\tau_{xx}\frac{\partial u}{\partial x} + 2We\tau_{xy}\frac{\partial u}{\partial y} - f(\lambda, \tau)\tau_{xx}$ $- [f(\lambda, \tau) - 1]\frac{1-\beta}{We} - \alpha\frac{We}{1-\beta}(\tau_{xx}^2 + \tau_{xy}^2)$
τ_{xy} 剪应力	We	τ_{xy}	0	$(1-\beta)\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + We\tau_{xx}\frac{\partial v}{\partial x} + We\tau_{yy}\frac{\partial u}{\partial y}$ $- f(\lambda, \tau)\tau_{xy} - \alpha\frac{We}{1-\beta}\tau_{xy}(\tau_{xx} + \tau_{yy})$
τ_{yy} 正应力	We	τ_{yy}	0	$2(1-\beta)\frac{\partial v}{\partial y} + 2We\tau_{yy}\frac{\partial v}{\partial y} + 2We\tau_{xy}\frac{\partial v}{\partial x} - f(\lambda, \tau)\tau_{yy}$ $- [f(\lambda, \tau) - 1]\frac{1-\beta}{We} - \alpha\frac{We}{1-\beta}(\tau_{yy}^2 + \tau_{xy}^2)$
τ_{zz} 应力	We	τ_{zz}	0	$-f(\lambda, \tau)\tau_{zz} - [f(\lambda, \tau) - 1]\frac{1-\beta}{We} - \alpha\frac{We}{1-\beta}\tau_{zz}^2$

2.3 Cross-WLF 黏度模型与 Tait 状态方程

由于注塑成型过程是一个复杂的动态物理场耦合过程, 熔体的黏度一般是温度、剪切速率以及压力的函数. 本文采用最常见的 Cross-WLF 来描述聚合物熔体的黏性 η . Cross-WLF 模型可以较好地描述熔体黏度随着温度和压力的变化情况, 以及对零剪切黏度的敏感性 [21].

Cross 模型的表达式为

$$\eta(T, \dot{\gamma}, p) = \frac{\eta_0(T, p)}{1 + (\eta_0\dot{\gamma}/\tau^*)^{1-n}}, \quad (11)$$

其中, τ^* 剪切应变速率常数; n 为非牛顿指数; $\dot{\gamma}$ 为剪切应变速率; $\eta_0(T, p)$ 熔体的零剪切黏度, 它描述了剪切速率趋近于零时熔体的流动特性, 其表达式为

$$\eta_0 = D_1 \exp\left(\frac{-A_1(T - T^*)}{A_2 + (T - T^*)}\right), \quad (12)$$

式中 $T^* = D_2 + D_3 \cdot P$; $A_2 = \tilde{A}_2 + D_3 \cdot P$; D_1 为聚合物在玻璃化温度下的零剪切黏度系数; D_2 为玻璃化转变温度; D_3 取值范围很小, 可以忽略不计, 一般设为零; A_1 和 \tilde{A}_2 为与温度相关的量.

在充模过程中, 由于模具温度较低, 在模壁附近的熔体会冷却固化. 为了更好地刻画黏弹性熔体随温度和压力的变化, 我们采用双域 Tait 状态方程进行描述熔体密度变化 [22]:

$$\frac{1}{\rho_m} = V_0(T) \left[1 - C_0 \ln \left(1 + \frac{p}{B(T)} \right) \right] + V_t(p, T), \quad (13)$$

式中相关项为

$$V_0(T) = \begin{cases} b_{1,m} + b_{2,m}(T - b_5) & \text{if } T > T_t \\ b_{1,s} + b_{2,s}(T - b_5) & \text{if } T < T_t \end{cases}, \quad (14)$$

$$B(T) = \begin{cases} \beta_{3,m} \exp[-b_{4,m}(T - b_5)] & \text{if } T > T_t \\ \beta_{3,s} \exp[-b_{4,s}(T - b_5)] & \text{if } T < T_t \end{cases}, \quad (15)$$

$$V_t(p, T) = \begin{cases} 0 & \text{if } T > T_t \\ b_7 \exp(b_8(T - b_5) - b_9 p) & \text{if } T < T_t \end{cases} \quad (16)$$

其中 $C_0 = 0.0894$ 是普适常数; $b_{1,m}, b_{1,s}, b_{2,m}, b_{2,s}, b_{3,m}, b_{3,s}, b_{4,m}, b_{4,s}, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9$ 是材料常数; 下标 m 和 s 分别表示熔体和固体; $T_t(P) = b_5 + b_6 P$ 是玻璃化转变温度; $v_0(T)$ 是零压力时的比容; $B(T)$ 表示压力对比容的影响程度; $V_t(p, T)$ 表示聚合物结晶时比容的减少量.

2.4 熔接线追踪模型 [13]

当多个熔体前沿界面相遇时, 由于相遇角度与温度等因素的影响, 会在相遇位置形成熔接线. 熔接线的存在是许多塑料制品报废的根本原因. 为了确定熔接线的位置, 实现熔接线的自适应追踪, 以相向流动的两股熔体相遇为例给出相遇点的判定方法 (如图 1 所示). 对于一个正常点而言, 熔体前沿界面的单位外法线方向 $(\phi_x/\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}, \phi_y/\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2})$ 是惟一确定的. 而对熔体相遇点而言, 存在两个单位外法向, 此时在

相遇点处法线与水平线的夹角也有两个,且这两个角的正切值符号相反,即

$$\tan \alpha_{A左} = \frac{(\phi_A - \phi_{i,j-1})/(y_A - y_{j-1})}{(\phi_A - \phi_{i-1,j})/(x_A - x_{i-1})}, \quad (17a)$$

$$\tan \alpha_{A右} = \frac{(\phi_A - \phi_{i,j-1})/(y_A - y_{j-1})}{(\phi_{i+1,j} - \phi_A)/(x_{i+1} - x_A)}, \quad (17b)$$

从而有

$$\alpha_{A左} = \text{atan} \left[\frac{(\phi_A - \phi_{i,j-1})/(\phi_A - \phi_{i,j-1})}{(\phi_A - \phi_{i-1,j})/(x_A - x_{i-1})} \right], \quad (18a)$$

$$\alpha_{A右} = \text{atan} \left[\frac{(\phi_A - \phi_{i,j-1})/(y_A - y_{j-1})}{(\phi_A - \phi_{i-1,j})/(x_A - x_{i-1})} \right]. \quad (18b)$$

则两条法线间的夹角 α 为

$$\alpha = |\alpha_{A左} - \alpha_{A右}|. \quad (19)$$

根据相遇点处所对应的两条法线间的夹角最大(正常点处该夹角为零)即可找到相遇点的位置,然后根据相遇角的大小来判断熔接线的消失.相遇角计算公式为

$$\theta = \pi - \arccos(\mathbf{N}_{1f} \cdot \mathbf{N}_{2f}), \quad (20)$$

其中 \mathbf{N}_{1f} , \mathbf{N}_{2f} 分别表示相遇的两股熔体前沿界面在相遇点处的外法线方向,它可由 $\mathbf{N} = \nabla\phi/|\nabla\phi|$ 计算.则熔接线将在相遇点位置处形成,而当相遇角 $\theta \geq 5\pi/6$ 时消失.

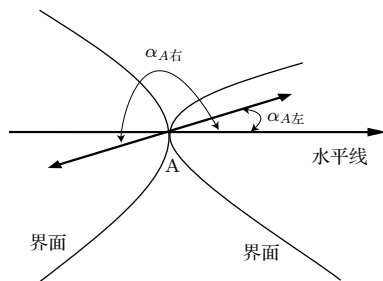


图1 相遇点示意图

Fig. 1. Schematic representation of the meeting point.

2.5 流动诱导应力计算模型

为了得到流动诱导应力,并与实验结果进行比较,采用线性应力-光学定律计算流动诱导双折射,其公式为^[22]

$$\Delta n = n_x - n_y = C[(\tau_{xx} - \tau_{yy}) + 4\tau_{xy}^2]^{1/2}, \quad (21)$$

式中 Δn 是流动诱导双折射; n_x 和 n_y 分别是沿 x 方向和 y 方向的折射指数; C 是聚合物熔体状态时应力-光转化系数,对于线性应力-光学准则, C 为常数,此处取值为1.

2.6 形状 level-set 函数

在本文中, level-set 函数不仅用来追踪聚合物熔体前沿界面,而且用来描述注塑成型中不规则型腔表面 Γ . 定义一个 level-set 函数 ψ 为到液/固界面的符号距离函数,即所谓的形状 level-set 函数.该 level-set 函数 ψ 在流体区域 Ω^f 为正,在固体区域 Ω^s 为负.例如,一个环状型腔,可以通过如下方式建立:令 ψ_1 和 ψ_2 分别为两个同心圆周,

$$\psi_1 = R_1 - \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad (22a)$$

$$\psi_2 = R_2 - \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad (22b)$$

其中 R_1 和 R_2 分别为两个同心圆的半径, (x_0, y_0) 为其圆心.因此,环状区域的符号距离函数(level-set 函数)可方便地表示为 $\psi = \min(\psi_2, -\psi_1)$ (见图2).其他复杂型腔可由简单几何曲面的布尔运算得到(Boolean operations of constructive solid geometry)^[23].

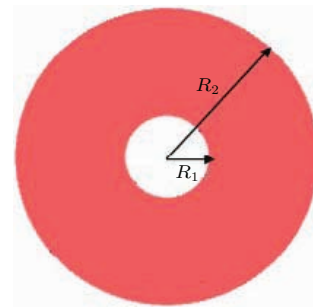


图2 采用形状 level-set 函数表示的同心环状型腔

Fig. 2. Geometry of a concentric cylindrical using shaped level-set function.

采用形状 level-set 函数既可方便地定义出所考察型腔尺寸,又可以此区分型腔内外区域,大大降低了编程难度.根据形状 level-set 函数可计算出体积分数 μ ,即^[24]

$$\mu(\phi_k, \nabla\phi_k) = \begin{cases} 0, & \phi_k \leq -\phi_{\max k}, \\ \frac{1}{2} \frac{(\phi_{\max k} + \phi_k)^2}{\phi_{\max k}^2 - \phi_{\text{midk}}^2}, & -\phi_{\max k} < \phi_k < -\phi_{\text{midk}}, \\ \frac{1}{2} + \frac{\phi_k}{\phi_{\max k} + \phi_{\text{midk}}}, & -\phi_{\text{midk}} \leq \phi_k \leq \phi_{\text{midk}}, \\ \frac{1}{2} \frac{(\phi_{\max k} + \phi_k)^2}{\phi_{\max k}^2 - \phi_{\text{midk}}^2}, & \phi_{\text{midk}} < \phi_k < \phi_{\text{midk}}, \\ 1, & \phi_k \geq \phi_{\max k}, \end{cases} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi_{\max k} &= 1/2(|D_{xk}| + |D_{yk}|), \\ \phi_{\text{mid}k} &= 1/2||D_{yk}| - |D_{xk}||, \\ D_{xk} &= \Delta x \frac{\partial \phi}{\partial x}|k, \quad D_{yk} = \Delta y \frac{\partial \phi}{\partial y}|k. \end{aligned}$$

3 数值方法

流体控制方程采用基于同位网格的有限体积方法离散. 为了解决压力-速度失耦问题, 我们采用SIMPLEC (semi-implicit method for pressure linked equations-consistent) 方法和动量插值技术^[12,25]. 在CLSVOF方法中, level-set函数属于Hamilton-Jacobi方程, 空间上采用WENO (weighted essentially non-oscillatory) 格式离散, 时间上采用三阶TVD (total variation diminishing) Runge-Kutta格式离散^[25].

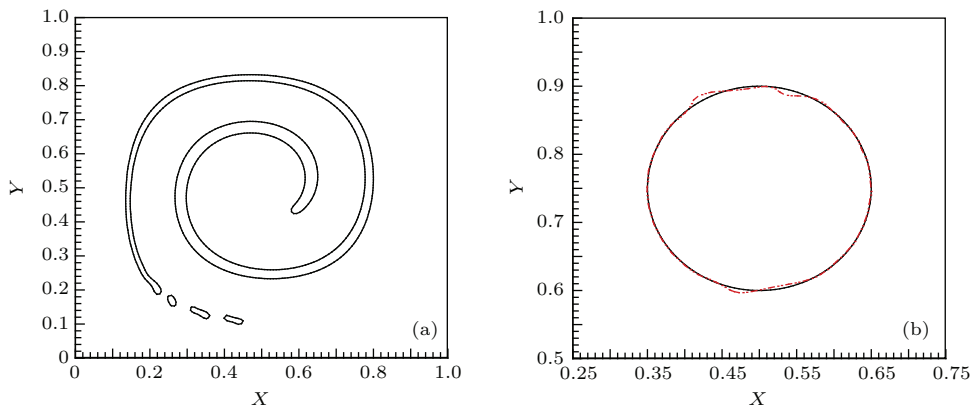


图3 二维变形场在不同时刻的界面 (a) $t = 4$; (b) $t = 8$ (实线, 精确解; 虚线, 数值解)

Fig. 3. 2D deformation test at different time: (a) $t = 4$; (b) $t = 8$ (solid line: exact solution; dotted line: numerical solution).

下面将采用CLSVOF方法对注塑充模过程进行数值模拟研究, 并给出熔接线并考察流动诱导应力分布情况.

5 数值模拟与结果

5.1 方形嵌件型腔中的充模模拟

一长宽分别为179和119的矩形型腔, 其内部有一边长为24的方形嵌件, 其中心位于距离注塑口60处的中轴线上. 注射速度为20, 初始时刻熔体界面为一半径为10的半圆周, 如图4所示. 熔体和模具温度分别为498 K和343 K. 选取充模熔体为ABS780. 其固化温度为443 K, Cross-WLF黏度

4 基准问题

剪切流动广泛存在于各种流动之中. 由于在一定条件下可得到剪切速度场中圆形液体运动的精确解. 因此, 本文在给定速度场下, 通过剪切速度场中圆形液体运动的求解, 验证CLSVOF方法的有效性. 所选剪切速度场为^[12]

$$\begin{aligned} u &= (\sin(\pi x))^2 \sin(2\pi y) \cos(\pi t/T), \\ v &= (\sin(\pi y))^2 \sin(2\pi x) \cos(\pi t/T). \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $T = 8$, 计算区域为 $[0, 1] \times [0, 1]$, 计算网格为 128×128 . 图3(a)给出了 $t = 4$ 时的数值结果, 此时界面达到最大形变量. 从图3中可以看出, CLSVOF方法可以很好地保持界面尾部的薄层结构. 图3(b)给出了 $t = 8$ 时刻的结果, 此时界面返回至初始时刻的圆形形状, 得到的结果与原始形状符合较好.

模型参数及双域Tait状态方程中的系数见表2和表3, 其中 $\beta_7(\text{m}^3/\text{kg})$, $\beta_8(1/\text{K})$ 和 $\beta_9(1/\text{Pa})$ 均为0.

表2 ABS780的物性参数及Cross-WLF模型参数
Table 2. Cross-WLF viscosity model and thermal properties parameters of ABS780.

Parameters	Values	Parameters	Values
n	0.2890	$D_3(\text{K}/\text{Pa})$	0.0
$\tau^*(\text{Pa})$	3.480×10^4	A_1	24.96
$D_1(\text{Pa}\cdot\text{s})$	8.62×10^{10}	$\tilde{A}_2(\text{K})$	51.6
$D_2(\text{K})$	373.15	$\kappa(\text{W}/\text{m}\cdot^\circ\text{C})$	0.192
$C_p(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1})$	1847		

表3 对应于 ABS780 的双域 Tait 状态方程中的材料参数
Table 3. Tait state equation parameters of ABS780.

Parameters	Values	Parameters	Values	Parameters	Values
$\beta_{1m}(\text{m}^3/\text{kg})$	9.748×10^{-4}	$\beta_{1s}(\text{m}^3/\text{kg})$	9.748×10^{-4}	$\beta_5(\text{K})$	3.6175×10^2
$\beta_{2m}(\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})$	6.274×10^{-7}	$\beta_{2s}(\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})$	3.102×10^{-7}	$\beta_6(\text{K}/\text{Pa})$	2.881×10^{-7}
$\beta_{3m}(\text{Pa})$	1.764×10^8	$\beta_{3s}(\text{Pa})$	2.417×10^8		
$\beta_{4m}(\text{1}/\text{K})$	4.556×10^{-3}	$\beta_{4s}(\text{1}/\text{K})$	4.575×10^{-3}		

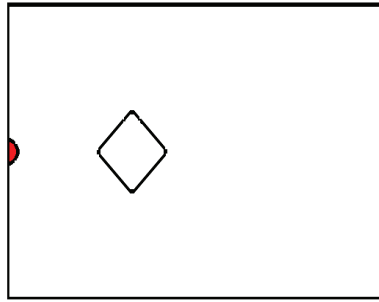


图4 方形嵌件型腔中 $t = 0$ 时熔体前沿界面
Fig. 4. The melt front in mold with square inset at $t = 0$.

图5给出了熔体充模过程的数值模拟结果和实验结果对比. 从图5可以看出, 由 CLSVOF 方法模拟得到的结果与实验结果符合很好, 证实了本文所采用的浸入边界法耦合 level-set 方法的正确性和有效性. 此外, 图5也给出了熔接线形成过程. 当熔体流经嵌件后分成两股熔体分别朝制品末端方向流动(图5(a)). 同时这两股熔体在嵌件右顶点处相遇, 进而产生熔接线(图5(b)), 然后熔接线逐渐增长直至型腔末端(图5(d)). 图5(d)给出了充模结束后熔接线的位置, 与文献[15]中真实的熔接线位置符合较好.

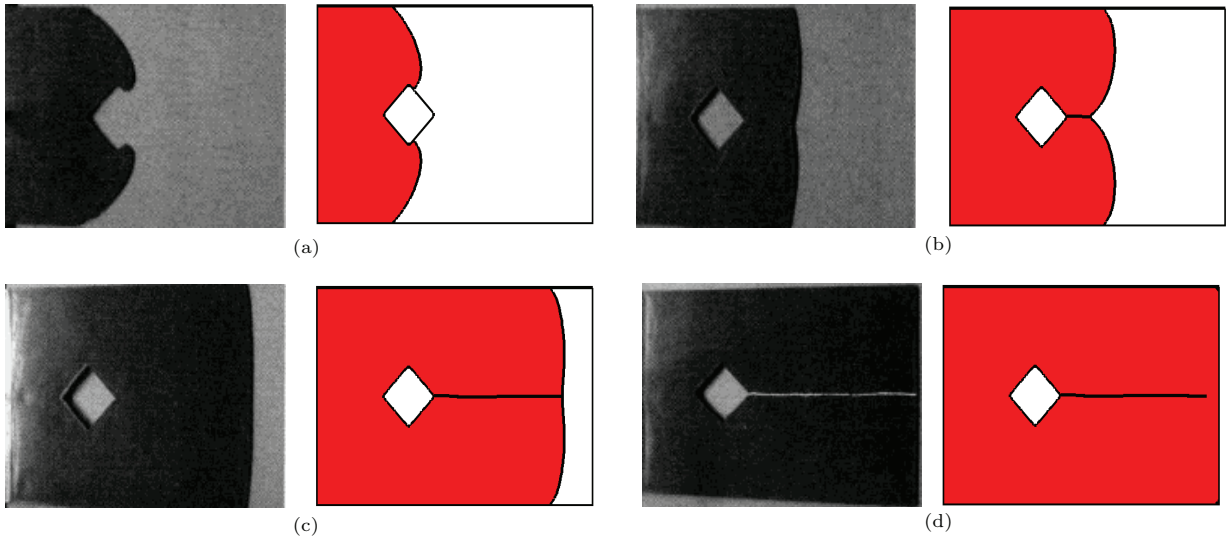


图5 (网刊彩色) 不同时刻的熔体前沿界面位置(左, 实验结果; 右, 数值结果) (a) $t = 0.4$; (b) $t = 0.5$; (c) $t = 0.8$; (d) $t = 1.3$

Fig. 5. (color online) The melt front interface at different time (left, experimental result; right, numerical result): (a) $t = 0.4$; (b) $t = 0.5$; (c) $t = 0.8$; (d) $t = 1.3$.

5.2 复杂嵌件型腔中的充模模拟

下面考察一带有凹形嵌件的矩形型腔, 如图6(a)所示. 型腔的长和宽分别为16和11.5, 其中凹形嵌件的长和宽均为3.4, 凹口为半径为1.7的半圆周. 嵌件与左、下模壁的距离分别为4.8和4.05. 熔体和模具温度分别为563 K和323 K, 材料

及其他参数同5.1节. 图6给出了复杂型腔内充模过程中不同时刻的熔体前沿界面. 熔体的初始界面设定为一个小半圆(图6(a)). 随着时间的变化, 熔体前沿逐渐向前推进. 熔体流经嵌件分成两股熔体向前流动(图6(c)), 这两股熔体在距嵌件凹口一定距离处相遇, 且在最初相遇点和嵌件凹口之间产生一个空洞(图6(d)). 相遇后的熔体一方面朝制品

末端方向继续流动, 另一方面, 另一部分熔体从最初相遇处朝向嵌件凹口方向流动, 并逐渐将空洞区域充满(图6(e)). 而后两股熔体完全熔合并继续朝制品末端方向流动直至充满整个型腔(图6(f)). 在熔体熔合流动过程中逐渐形成一个较长的熔接线(图6(e), (f)).

图7(a)给出了最终时刻的熔接线位置及应力双折射的分布情况, 图7(b)给出了从嵌件凹口处至型腔末端的流动应力变化. 从图7(b)中可以看出, 应力呈现先增大后减小, 在某一位置取得最大值, 然后单调下降至型腔末端.

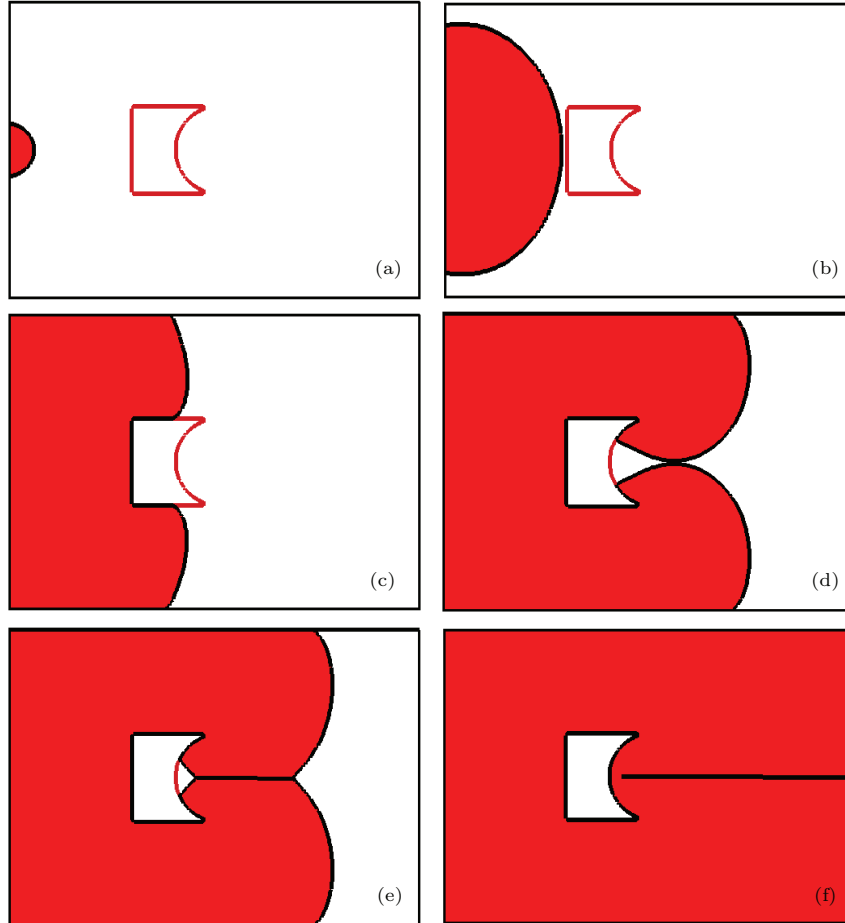


图6 (网刊彩色) 凹形嵌件型腔内不同时刻的熔体前沿界面 (a) $t = 0$; (b) $t = 0.36$; (c) $t = 0.64$; (d) $t = 1.48$; (e) $t = 1.72$; (f) $t = 2.41$

Fig. 6. (color online) The melt front interface in mold with the circular notched inset at different time: (a) $t = 0$; (b) $t = 0.36$; (c) $t = 0.64$; (d) $t = 1.48$; (e) $t = 1.72$; (f) $t = 2.41$.

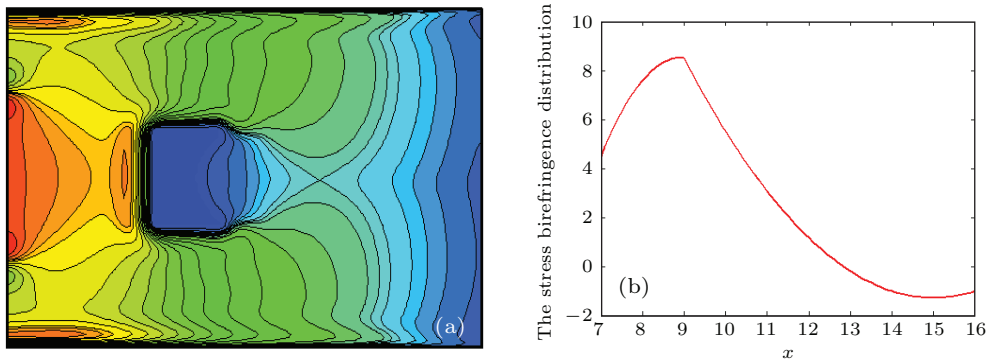


图7 (网刊彩色) $t = 2.41$ 时刻的流动应力双折射 (a) 及嵌件凹口处至型腔末端应力变化曲线 (b)

Fig. 7. (color online) The flow-induced birefringence (a) and the stress birefringence change from the tail of the insert until the end of the mold (b) at $t = 2.41$.

5.2.1 充模型腔内压力和温度随时间的变化

图8给出了黏弹性熔体充模过程中不同时刻型腔内的压力分布. 由图8可知, 压力从型腔口到末端依次递减, 当跨过嵌件后压力呈环状递减分布. 在整个充模过程中注射口处压力最大.

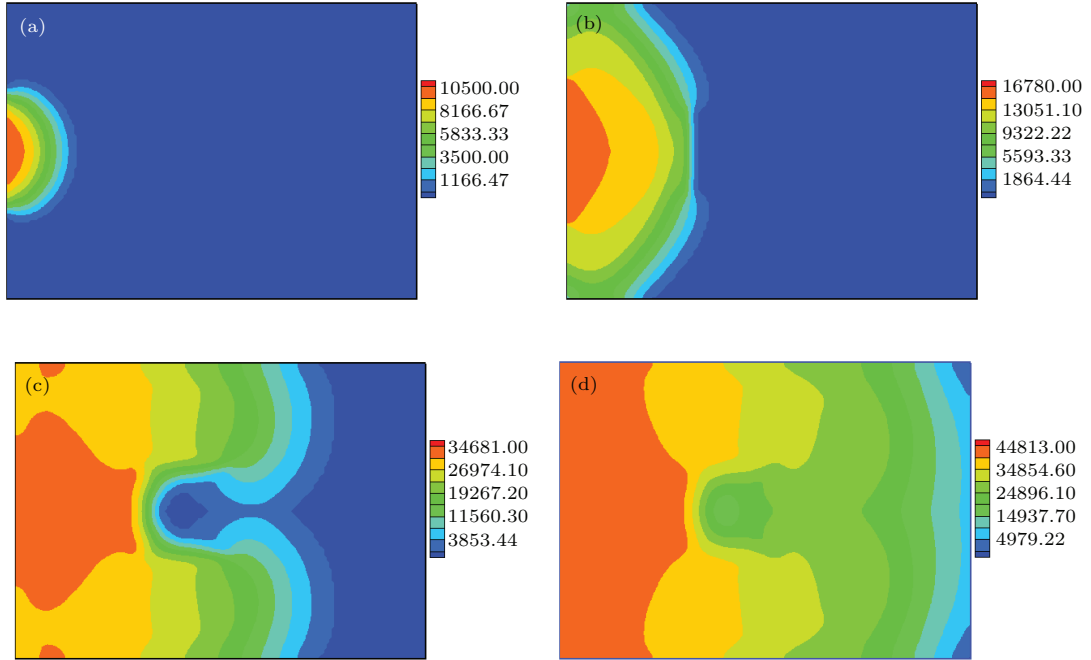


图8 (网刊彩色) 不同时刻型腔内的压力分布 (a) $t = 0.12$; (b) $t = 0.42$; (c) $t = 1.48$; (d) $t = 2.41$

Fig. 8. (color online) The pressure contour distributions at different time: (a) $t = 0.12$; (b) $t = 0.42$; (c) $t = 1.48$; (d) $t = 2.41$.

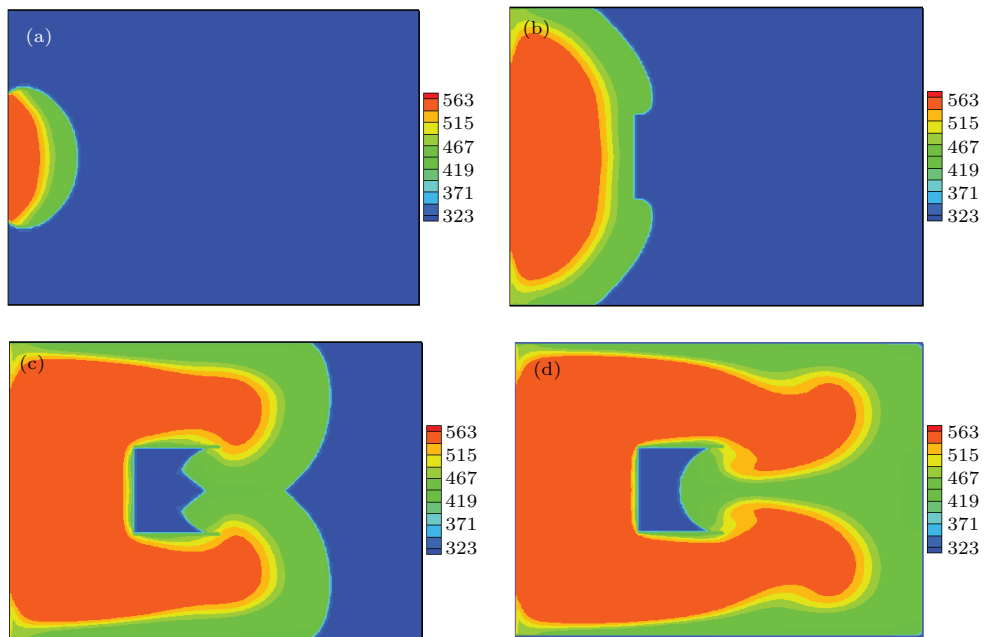


图9 (网刊彩色) 不同时刻温度随时间变化曲线图 (a) $t = 0.12$; (b) $t = 0.42$; (c) $t = 1.48$; (d) $t = 2.41$

Fig. 9. (color online) The temperature contour distributions at different time: (a) $t = 0.12$; (b) $t = 0.42$; (c) $t = 1.48$; (d) $t = 2.41$.

图9给出了黏弹性熔体充模过程中不同时刻温度的分布情况. 由图9可知, 随着时间的变化, 型腔内的温度逐渐增加, 而熔体温度从内到外依次递减至模具温度. 由于嵌件的影响, 流体绕过嵌件后, 熔接线附近有一个带状低温区域, 这将更有利于熔接线的形成.

5.2.2 熔体及模具温度对熔接行为的影响

在充模过程中, 影响熔接线形成的因素很多, 本文主要讨论熔体温度和模具温度对熔接行为的影响.

图 10 给出了充模结束时刻型腔内的凝固层分布 ($T_{\text{wall}} = 323 \text{ K}$, $T_{\text{melt}} = 563 \text{ K}$). 从图 10 中可以看出, 在模具上下壁面右端及嵌件凹形部分存在较厚的凝固层, 而在熔接区域有一层很薄的凝固层, 此时熔接线将形成.

图 11 给出了熔体温度分别为 533 K 和 593 K 时的凝固层分布. 从图 11 中可知, 提高熔体温度可使熔接区域变薄甚至消失; 反之, 降低熔体温度将有更多熔体冷却凝固, 使得凝固层厚度增加, 大致呈凹形分布. 并且在熔接区域附近出现了较厚的凝固带, 故此处的熔接线具有更差的力学性能.

图 12 给出了模具温度分别为 293 K 和 353 K 时的凝固层分布. 提高模具温度, 可使型腔内凝固层变薄, 且在熔接线区域内没有出现明显的凝固现象. 反之, 降低模具温度使得凝固层增厚, 与降低熔体温度得到的结果类似.

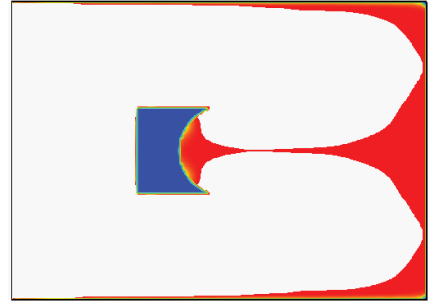


图 10 (网刊彩色) 最终时刻型腔内凝固层的分布
Fig. 10. (color online) Frozen layer at the end of the mold-filling process.

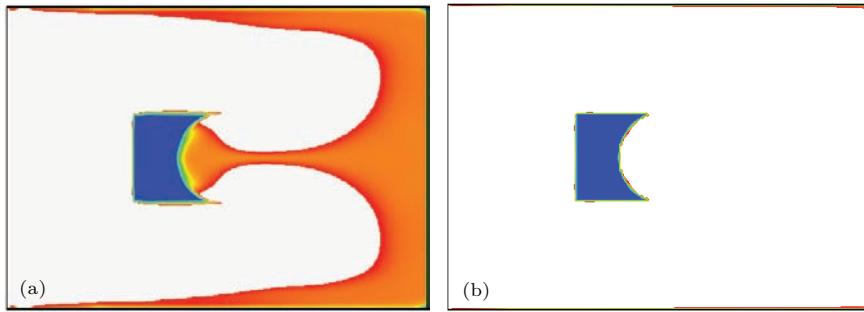


图 11 (网刊彩色) 熔体温度对凝固层的影响 (a) $T_{\text{melt}} = 533 \text{ K}$; (b) $T_{\text{melt}} = 593 \text{ K}$
Fig. 11. (color online) Influence of melt temperature on frozen layer: (a) $T_{\text{melt}} = 533 \text{ K}$; (b) $T_{\text{melt}} = 593 \text{ K}$.

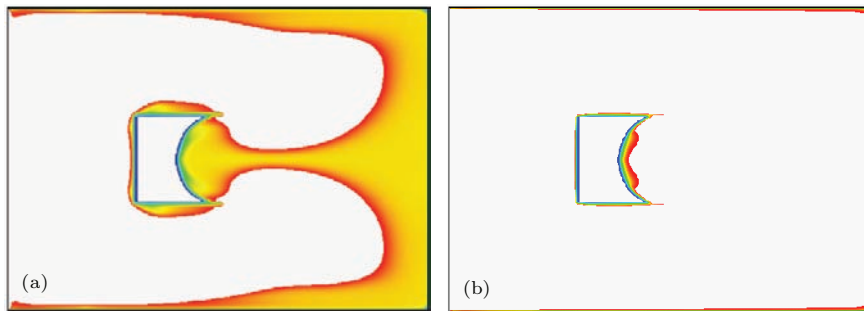


图 12 (网刊彩色) 型腔温度对凝固层的影响 (a) $T_{\text{wall}} = 293 \text{ K}$; (b) $T_{\text{wall}} = 353 \text{ K}$
Fig. 12. (color online) Influence of mold temperature on frozen layer: (a) $T_{\text{wall}} = 293 \text{ K}$; (b) $T_{\text{wall}} = 353 \text{ K}$.

6 结 论

本文提出了基于耦合浸入边界法和 level-set 方法的气液两相流模型, 其中采用 level-set 函数来描述和处理复杂型腔边界问题, CLSVOF 方法捕捉

熔体前沿界面. 同时, 采用自动追踪技术模拟熔接线的形成过程. 在该模型的基础上, 通过流动应力双折射模型给出了在充模结束时的流动应力分布情况. 得到了充模过程中压力和温度的分布, 并讨论了熔体温度和模具温度对熔接区域厚度的影响. 研究表明: 1) 本文提出的方法可以方便地处理和

描述复杂型腔, 在充模过程中根据相遇角大小可以实现熔接线的自动追踪, 得到了与实验结果相一致的熔接线分布; 2) 基于XPP模型, 可以计算得到流动应力双折射图像, 而且流动应力从嵌件尾部到型腔末端呈现先增大后减小的趋势; 3) 熔体或模具温度越高, 熔接线区域凝固层厚度越薄, 所以提高熔体或模具温度可以使熔接线区域变薄或消失.

参考文献

- [1] Kim S W, Turng L S 2006 *Polym. Eng. Sci.* **46** 1263
- [2] Hetu J F, Gao D M, Rejon A G, Salloum G 1998 *Polym. Eng. Sci.* **38** 223
- [3] Jiang T, Ouyang J, Ren J L 2012 *Comp. Phys. Comm.* **183** 50
- [4] Chiu P H, Lin Y T A 2011 *J. Comput. Phys.* **230** 185
- [5] Liu R X, Shu Q W 2003 *Some New Methods of Computational Fluid Dynamics* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [刘儒勋, 舒其望 2003 计算流体力学的若干新方法 (北京: 科学出版社)]
- [6] Bonito A, Picasso M, Laso M 2006 *J. Comput. Phys.* **215** 691
- [7] Han Y, Cai G B, Xu X, Renou B, Boukhalfa A 2014 *Chin. Phys. B* **23** 058901
- [8] Wang F, Li J L, Yang B X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 084601 (in Chinese) [王芳, 李俊林, 杨斌鑫 2014 物理学报 **63** 084601]
- [9] Park I R, Kim K S, Kim J, Van S H 2009 *Int. J. Numer. Meth. Fl.* **61** 1331
- [10] Sussman M 2003 *J. Comput. Phys.* **187** 110
- [11] Dai J F, Fan X P, Meng B, Liu J F 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 094704 (in Chinese) [戴剑锋, 樊学萍, 蒙波, 刘骥飞 2015 物理学报 **64** 094704]
- [12] Li Q, Ouyang J, Yang B X, Li X J 2012 *Appl. Math. Model.* **36** 2262
- [13] Zheng S P, Ouyang J, Zhao Z F, Zhang L 2012 *Comput. Math. Appl.* **64** 2860
- [14] Ren J L, Lu W G, Jiang T 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 080202 (in Chinese) [任金莲, 陆伟刚, 蒋涛 2015 物理学报 **64** 080202]
- [15] Shen C Y 2009 *Simulation of Injection Molding and Theories and Methods for Optimization of Moulds Designing* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [申长雨 2009 注塑成型模拟及模具优化设计理论与方法 (北京: 科学出版社)]
- [16] Yang B X, Ouyang J, Wang F 2013 *J. Appl. Math.* **2013** 856171
- [17] Araujo B J, Teixeira J C F, Cunha A M, Groth C P T 2009 *Int. J. Numer. Meth. Fl.* **59** 801
- [18] Peskin C S 1972 *J. Comput. Phys.* **10** 252
- [19] Yuan R F, Zhong C W, Zhang H 2015 *J. Comput. Phys.* **296** 184
- [20] Cai Li, Gao H, Luo X Y, Nie Y F 2015 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **45** 024702 (in Chinese) [蔡力, 高昊, 罗小玉, 聂玉峰 2015 中国科学: 物理学 力学 天文学 **45** 024702]
- [21] Boronat T, Segui V J, Peydro M A, Reig M J 2009 *J. Mater. Process. Tech.* **209** 2735
- [22] Isayev A I, Shyu G D, Li C T 2006 *J. Polym. Sci. Pol. Phys.* **44** 622
- [23] Osher S, Fedkiw R 2003 *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces* (New York: Springer) p9
- [24] Pijl S P 2005 *Ph. D. Dissertation* (Delft: Delft University of Technology)
- [25] Li Q, Ouyang J, Yang B X, Jiang T 2011 *Appl. Math. Model.* **35** 257

Numerical simulation on weld line development of injection molding in mold cavity with inserts*

Li Qiang^{1)†} Li Wu-Ming¹⁾²⁾

1) (School of Mathematics and Information Science, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

2) (Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

(Received 10 October 2015; revised manuscript received 1 December 2015)

Abstract

A gas-liquid two-phase model for a viscoelastic fluid is proposed and used to simulate and predict the behavior of melt welding in injection molding process, in which the extended pom-pom (XPP) model and cross-WLF viscosity model combined with Tait state equation are used to describe the constitutive relationship and viscosity change of the viscoelastic melt in this paper, respectively. Meanwhile, the coupled level-set and volume-of-fluid (CLSVOF) method is employed to capture the melt front, and the immersed boundary method is applied to the simulation of the polymer melt flows with the aid of a shaped level-set function to describe and treat the irregular mold cavities. A finite volume method on non-staggered grid is used to solve the mass, momentum, and energy conservation equations. Firstly, the benchmark problem of the single shear flow is simulated to verify the validity of the CLSVOF method. Then, the non-isothermal filling process of the viscoelastic fluid based on the XPP model in a mold with square inset is simulated, and the behavior of the weld line development in the filling process is shown and compared with the experimental result. Finally, it is to simulate the evolution processes of the melt front interface and weld line in a mold with the circular notched inset; and the linear stress-optical rule is adopted to calculate the flow-induced birefringence. Numerical results show that the numerical model proposed in this paper can be employed to simulate the non-isothermal filling process in complex mold cavity and to capture the weld line automatically. Because of the complexity of polymer melt flows, the flow-induced stress increases quickly near the weld line region and then decreases gradually until reaching the mold cavity wall. The maximum value of the flow-induced stress appears at some point after the insert. The distributions of physical quantities, such as pressure and temperature in the mold, are given during the mold filling process. Moreover, it is also discussed the influence of melt and mold temperatures on the solidified layer thickness. The higher the melt or mold temperature, the thinner the solidified layer is. Thus, raising the melt or the mold temperature will improve or remove the weld line in melt filling process.

Keywords: immersed boundary method, CLSVOF method, finite volume method, weld line

PACS: 46.35.+z, 81.20.Hy, 81.30.Fb, 47.61.Jd

DOI: 10.7498/aps.65.064601

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.11301157), the NSFC Tianyuan Fund for Mathematics (Grant Nos.11326232, 11326245), the Natural Science Foundation of Education Department of Henan Province, China (Grant No. 15A110001), and the Research Fund for the Doctoral Program of Henan Polytechnic University, China (Grant No. B2013-057).

† Corresponding author. E-mail: qianglinan@126.com