

一种多频局域共振型声子晶体板的低频带隙与减振特性

吴健 白晓春 肖勇 耿明昕 郁殿龙 温激鸿

Low frequency band gaps and vibration reduction properties of a multi-frequency locally resonant phononic plate

Wu Jian Bai Xiao-Chun Xiao Yong Geng Ming-Xin Yu Dian-Long Wen Ji-Hong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 064602 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.064602

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.064602>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I6>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

环形 ZnO 薄膜谐振器的横模抑制与测试分析

Lateral mode suppression and experiment for the ZnO ring thin-film bulk acoustic resonator

物理学报.2015, 64(22): 224601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224601>

ZnO/Diamond/Si 结构中声表面波传播特性分析

Simulation of characteristics of ZnO/diamond/Si structure surface acoustic wave

物理学报.2013, 62(10): 104601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.104601>

高压下金属 Ba 的结构稳定性以及热动力学的第一原理研究

First principles investigations of the structural stability and thermal dynamical properties of metal Ba under high pressure

物理学报.2012, 61(14): 146301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.146301>

一种多频局域共振型声子晶体板的低频带隙与减振特性*

吴健¹⁾ 白晓春¹⁾ 肖勇^{2)†} 耿明昕¹⁾ 郁殿龙²⁾ 温激鸿²⁾

1)(国网陕西省电力公司电力科学研究院, 西安 710054)

2)(国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 装备综合保障技术重点实验室, 长沙 410073)

(2015年8月7日收到; 2015年11月12日收到修改稿)

设计了一种多频局域共振型声子晶体板结构, 该结构由一薄板上附加周期性排列的多个双悬臂梁式子结构而构成. 由于多个双悬臂梁式子结构的低频振动与薄板振动的相互耦合作用, 这种局域共振型板结构可产生多个低频弯曲波带隙(禁带); 带隙频率范围内的板弯曲波会被禁止传播, 利用带隙可以实现对薄板的多个目标频率处低频减振. 本文针对这种局域共振型板结构进行了简化, 并基于平面波展开法建立了其弯曲波带隙计算理论模型; 基于该模型, 结合具体算例进行了带隙特性理论分析. 设计、制备了一种存在两个低频弯曲波带隙的局域共振型板结构样件, 通过激光扫描测振仪测试证实该结构存在两个低频带隙, 在带隙频率范围的板弯曲振动被显著衰减.

关键词: 局域共振, 声子晶体板, 弯曲波带隙, 低频减振

PACS: 46.40.-f, 63.20.D-, 62.30.+d

DOI: 10.7498/aps.65.064602

1 引言

近年来, 声子晶体中的弹性波传播特性研究引起了国内外学者的广泛关注^[1-8]. 声子晶体是由两种或两种以上不同成分或构型的单元周期性排列组成的复合介质或结构. 声子晶体具有弹性波带隙特性, 也即一定频率范围内, 弹性波在声子晶体中的传播会被禁止, 这些频率范围被称为带隙(或禁带). 声子晶体的带隙特性可应用于振动与噪声控制, 例如基于声子晶体设计新型隔声屏障、隔振器等, 因此声子晶体研究也引起了减振降噪领域学者的高度重视^[4,5,9-16].

已有声子晶体研究揭示了两种带隙形成机理, 一种是Bragg散射机理^[1], 主要由结构的周期性所致; 另一种为局域共振机理, 主要由元胞中微结构

的局部共振所致. 其中, 局域共振机理由Liu等^[2]于2000年首次明确提出, 他们通过在一种基体材料中嵌入周期排列的具有低频谐振特性的微结构单元, 制备了一种三维三组元局域共振型声子晶体, 理论及实验研究均证实这种声子晶体可以产生远低于传统Bragg带隙频率的低频局域共振带隙. 随后针对多种局域共振型声子晶体的研究还表明, 这种周期复合介质可以产生负质量密度^[17]、负模量^[3]、双负^[18]等新奇特性, 因此可以被视为一种声学超材料.

局域共振型声子晶体的概念已被引入到局域共振型声子晶体板结构的设计^[4,19-29], 人们希望利用局域共振带隙特性来操控板中的弹性波传播. 设计局域共振型声子晶体板结构主要有三种思路: 第一种思路是在一块开有周期性通透孔穴的板结构上嵌入局域共振单元或利用所开出的特殊孔穴

* 国家自然科学基金(批准号: 51305448)、航空科学基金(批准号: 2015ZA88003)和国家电网公司科学技术项目(批准号: 5299001352UC)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xiaoy@vip.sina.com

结构本身来实现局域共振单元^[19,26], 第二种是在一块外表面完整封闭的板结构的内部设计局域共振单元^[27], 第三种思路是在一块均质板上附加周期排列的共振型微结构^[20-22,25,28,29]. 考虑到制备成本、结构强度等方面的要求, 实际工程中应用的板结构很多情况下都不允许破坏其自身均匀性和完整性, 由于采用第三种思路设计的局域共振型声子晶体板结构不需要破坏基板结构的均匀性和完整性, 其应用前景非常广阔, 近几年已吸引了众多学者的研究兴趣.

Wu等^[20]和Pennec等^[21]都分别设计和分析了一种由均质薄板上贴附周期性排列的圆柱体构成的局域共振型声子晶体板结构, 他们的研究表明这种结构中会产生局域共振型完全带隙. Oudich等^[22,23]进一步研究了一种类似的局域共振型声子晶体板结构中的低频局域共振带隙特性和缺陷态波导特性, 并设计、制备了样件开展实验测试, 证实其存在一个可听声频范围内的完全带隙. 最近, Ma等^[28]进一步探讨了附有圆柱形共振单元的局域共振型声子晶体板结构的带隙形成机理, 解释了其不能形成宽频范围完全带隙的原因, 并提出了一种改进设计方案, 从而可以实现更宽的完全带隙. 2012年, Xiao等^[25]提出了一种附有周期性正方排列的“弹簧-质量”振子的局域共振型声子晶体板结构, 建立了这种结构弯曲波带隙计算的平面波展开法, 由于这种结构物理模型简洁直观, 可以方便地揭示其中的带隙调控规律及形成机理; 同年, Xiao等^[24]还研究了这种含“弹簧-质量”振子局域共振型板结构的隔声性能, 发现这种结构可以在低频段产生远高于同样面密度均质板的传声损失(隔声量), 在隔声降噪领域有重要应用前景. 2013年, Torrent等^[30]研究了含周期六边形排列“弹簧-质量”振子的局域共振型板结构, 他们的研究表明, 这种结构可以视为石墨烯的弹性介质类比, 存在非常奇异的波传播现象. 2015年, 刘娇等^[7]也针对含“弹簧-质量”振子的局域共振型板结构的带隙机理展开了深入研究, 指出其带隙产生既与共振子对板中弹性波的散射相位相关, 也与弹性波在共振体之间的几何传播相位有关. 2014年, Xiao等^[29]提出了一种新的局域共振型声子晶体板结构设计形式, 这种结构由一均质薄板上沿二维空间周期性布置“双悬臂梁式”结构而构成. 与文献^[20, 21, 23]研究的局域共振型板结构

相比, Xiao等^[29]所提出新结构的优点是: 1) 采用很薄的“双悬臂梁式”结构就可以实现很低频的带隙, 使得整体结构在厚度方向的尺寸更小; 2) 结构中所有组成单元都可以采用同一种金属材料来制备, 而不需要使用橡胶材料及多种材料复合单元, 因此新结构在某些特殊环境中(如高温环境)的适应性更好. 需要指出的是, 针对这种新型声子晶体板结构, Xiao等^[29]只对含有单种“双悬臂梁式”结构的情况展开研究, 并没有探讨同时附加多种“双悬臂梁式”子结构的情况, 而实际工程中通常需要同时利用多个带隙实现多个目标频带的减振. 此外, Xiao等所设计样件得到的局域共振带隙频率范围是465—860 Hz, 这在机械结构减振领域依然属于中高频范围. 为了解决低频减振问题, 需要设计更低频(400 Hz以下)的带隙.

本文拟进一步拓展Xiao等^[29]的工作, 研究含有多种“双悬臂梁式”子结构的多频局域共振型声子晶体板的带隙特性及其低频减振特性, 为其在低频范围的多目标频段下的板结构减振应用提供参考.

2 带隙计算理论模型

2.1 结构模型及其简化

本文设计的多频局域共振型声子晶体板结构如图1所示. 该结构由一薄板上附加周期性排列的多个“双悬臂梁式”子结构构成. 图1中向量 \mathbf{a}_1 和 \mathbf{a}_2 表示二维周期晶格的基矢, 一般可写成 $\mathbf{a}_1 = (a_{1x}, a_{1y})$ 和 $\mathbf{a}_2 = (a_{2x}, a_{2y})$. 本文仅仅考虑二维正方周期晶格形式, 设“双悬臂梁式”子结构沿 x 和 y 方向周期排列的最小间隔均为 a , 因此相应的晶格基矢为 $\mathbf{a}_1 = (a, 0)$ 和 $\mathbf{a}_2 = (0, a)$. 需要指出的是, 图1仅给出每个晶格点上附加三个“双悬臂梁式”子结构的情况, 实际一般情况是可附加 $N(N=1, 2, 3, \dots)$ 个.

图1所示局域共振型声子晶体板结构构型较为复杂, 为了便于理论建模, 本文将对附加的“双悬臂梁式”子结构做简化处理. 由于本文考虑的频率范围较低, 因此参考现有文献处理方法^[11], 可将“双悬臂梁式”连续结构等效处理为“质量-弹簧-质量”集中参数模型, 如图2所示. 图2(a)中 l 表示双悬臂梁式结构总长度的一半, l_s 表示双悬臂梁式结构被垫片刚性支撑的长度, l_r 表示双悬臂梁式结构

的实际悬臂长度. 易知, $l_r = l - l_s/2$. 此外, 设双悬臂梁式结构横截面为矩形, t_r 和 b_r 分别为梁结构的截面厚度和宽度. 图2(b)中 m 和 k 分别表示等效系统中的谐振子质量和弹簧刚度, m_0 表示等效系统中附加于基板结构上的集中质量.

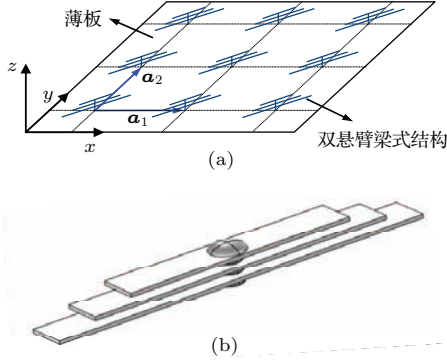


图1 多频局域共振型声子晶体板结构 (a) 含多个周期元胞的结构示意图; (b) 附加的双悬臂梁式结构示意图
Fig. 1. Schematic diagram of a multi-frequency locally resonant phononic plate: (a) Schematic diagram of the phononic plate with several periodic unit cells; (b) schematic diagram of the attached double-cantilevered beams.

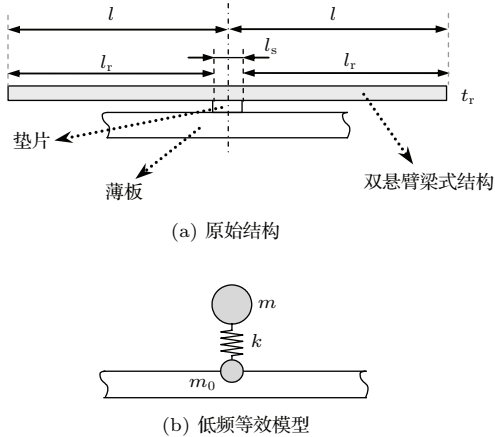


图2 双悬臂梁式结构的低频等效模型示意图
Fig. 2. Low frequency equivalent model of a double-cantilevered beam.

设双悬臂梁式结构的材料杨氏模量为 E_r , 密度为 ρ_r , 那么在低频范围内, 其等效模型的参数可表示为^[11]

$$m_0 = \rho_r A_r l_s + 0.395 \rho_r A_r (2l_r), \quad (1)$$

$$m = 0.605 \rho_r A_r (2l_r), \quad (2)$$

$$k = 14.953 \frac{E_r I_r}{l_r^3}, \quad (3)$$

其中 $A_r = b_r t_r$, 表示梁结构横截面积; 而 $I_r = b_r t_r^3/12$, 表示梁结构横截面二次矩. 双悬臂梁式

结构的共振频率为

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \frac{3.515}{l_r^2} \sqrt{\frac{E_r I_r}{\rho_r A_r}} = \frac{1}{2\pi} \frac{3.515 t_r}{l_r^2} \sqrt{\frac{E_r}{12 \rho_r}}. \quad (4)$$

基于上述等效处理方法, 图1所示局域共振型声子晶体板结构可简化为图3所示的模型. 每个晶格点上附加的第 j 个“双悬臂梁式”子结构的等效“质量-弹簧-质量”模型参数为 m_{0j} , m_j , k_j ($j = 1, 2, 3, \dots, N$) (可根据(1)–(3)式进行求解).

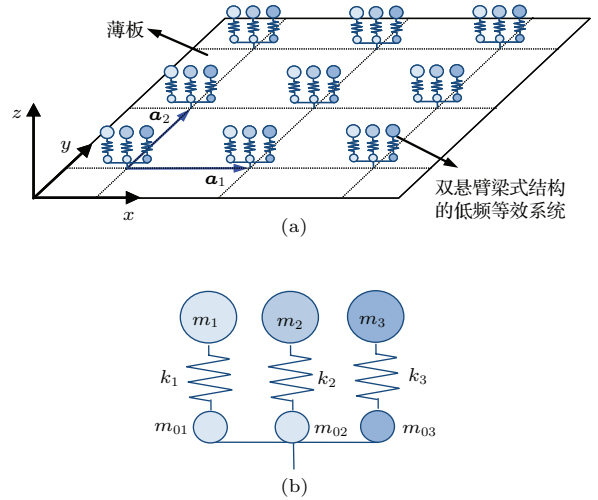


图3 多频局域共振型板结构的简化模型 (a) 含多个周期元胞的结构示意图; (b) 双悬臂梁式结构的低频等效“质量-弹簧-质量”系统

Fig. 3. Simplified model of the proposed multi-frequency locally resonant phononic plate: (a) Schematic diagram of the simplified model with several periodic unit cells; (b) the low-frequency equivalent “mass-spring-mass” systems of the attached double-cantilevered beams.

2.2 基于平面波展开的带隙计算方法

对于图3所示的二维多频局域共振型声子晶体板结构, 薄板上每个附加谐振子结构的位置向量可表示成

$$\mathbf{R} = \bar{p}\mathbf{a}_1 + \bar{q}\mathbf{a}_2, \quad (5)$$

式中 \bar{p} 和 \bar{q} 均为整数.

于是, 基于经典薄板假设, 基体薄板结构的运动方程可表示成如下联立方程组:

$$D\nabla^4 w(\mathbf{r}) - \omega^2 \rho h w(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \sum_{\mathbf{R}} [f_j(\mathbf{R}) + \omega^2 m_{0j} w(\mathbf{R})] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \quad (6)$$

$$f_j(\mathbf{R}) = -k_j[w(\mathbf{R}) - u_j(\mathbf{R})] \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

$$-\omega^2 m_j u_j(\mathbf{R}) = -f_j(\mathbf{R}) \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

其中 $\nabla^4 = (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)^2$, $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ 表示板的弯曲刚度, E 和 ρ 分别表示板材料的杨氏模量和密度, h 表示板的厚度, ω 表示角频率, $\mathbf{r} = (x, y)$ 是指板面所在平面上的任一点的位置向量(给定该点的坐标 x, y 即确定了 r), $w(\mathbf{r})$ 表示板在 \mathbf{r} 处的横向振动位移, $u_j(\mathbf{R})$ 表示位于 \mathbf{R} 处第 j 个谐振质量块 m_j 的振动位移, $f_j(\mathbf{R})$ 表示位于 \mathbf{R} 处的第 j 个谐振子对板的作用力. 另外, (6) 式中二维 δ 函数的展开形式为

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}) = \delta(x - R_x) \cdot \delta(y - R_y). \quad (9)$$

因结构周期性, 板的振动位移可表示成如下无穷阶平面波叠加形式^[25]:

$$w(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} W_{\mathbf{G}} e^{-i(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{r}}, \quad (10)$$

其中 \mathbf{k} 为 Bloch 波矢, \mathbf{G} 称为倒格矢, $W_{\mathbf{G}}$ 为平面波幅值. 倒格矢 \mathbf{G} 可表示成

$$\mathbf{G} = p\mathbf{b}_1 + q\mathbf{b}_2, \quad (11)$$

式中 p 和 q 均为整数, \mathbf{b}_1 和 \mathbf{b}_2 表示周期晶格的倒格子基矢, 可写为 $\mathbf{b}_1 = (b_{1x}, b_{1y})$ 和 $\mathbf{b}_2 = (b_{2x}, b_{2y})$. 倒格子基矢 $\mathbf{b}_{\bar{j}}$ ($\bar{j} = 1, 2$) 和晶格基矢 $\mathbf{a}_{\bar{i}}$ ($\bar{i} = 1, 2$) 之间满足如下关系

$$\mathbf{a}_{\bar{i}} \cdot \mathbf{b}_{\bar{j}} = \begin{cases} 2\pi & (\bar{i} = \bar{j}), \\ 0 & (\bar{i} \neq \bar{j}). \end{cases} \quad (12)$$

由结构周期性条件还可确立如下关系

$$w(\mathbf{R}) = w(\mathbf{0}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}}, \quad (13)$$

$$u_j(\mathbf{R}) = u_j(\mathbf{0}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}}. \quad (14)$$

另外, 根据 δ 函数的性质可推得

$$\sum_{\mathbf{R}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}) = e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \sum_{\mathbf{R}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}). \quad (15)$$

将 (13)—(15) 式代入 (6)—(8) 式得到

$$D\nabla^4 w(\mathbf{r}) - \omega^2 \rho h w(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \left\{ [-k_j[w(\mathbf{0}) - u_j(\mathbf{0})] + \omega^2 m_{0j} w(\mathbf{0})] \times e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \sum_{\mathbf{R}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \right\}, \quad (16)$$

$$-\omega^2 m_j u_j(\mathbf{0}) = k_j[w(\mathbf{0}) - u_j(\mathbf{0})] \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

注意到 (16) 式中右边的无穷求和式可以看成是一个周期性函数, 于是可以将其展开成如下傅里叶级数形式^[25]:

$$\sum_{\mathbf{R}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{R}) = \sum_{\mathbf{G}} \frac{1}{S} e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}}, \quad (18)$$

式中 $S = |\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2|$, 表示单个元胞的面积. 将 (10) 和 (18) 式代入 (16) 和 (17) 式可得:

$$DS|\mathbf{k} + \mathbf{G}|^4 W_{\mathbf{G}} + \sum_{j=1}^N \left\{ k_j \sum_{\mathbf{G}'} W_{\mathbf{G}'} \right\} - \sum_{j=1}^N k_j u_j - \omega^2 \rho h S W_{\mathbf{G}} - \omega^2 \sum_{j=1}^N \left\{ m_{0j} \sum_{\mathbf{G}'} W_{\mathbf{G}'} \right\} = 0, \quad (19)$$

$$-\omega^2 m_j u_j = k_j \left(\sum_{\mathbf{G}'} W_{\mathbf{G}'} - u_j \right) \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (20)$$

式中 u_j 代表 $u_j(\mathbf{0})$.

为了求解方程组 (19) 和 (20), 需要将无穷级数截断, 取有限阶平面波展开. 例如, 可将 m 和 n 取值范围定为 $(-M, -M+1, \dots, M-1, M)$, 于是计算中采用的总平面波阶数为 $\bar{M} = (2M+1) \times (2M+1)$. 于是方程组 (19) 和 (20) 可写成如下矩阵形式:

$$([\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}])\{\mathbf{W}\} = \mathbf{0}, \quad (21)$$

其中

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} DS[\mathbf{K}_{\mathbf{G}}] + \sum_{j=1}^N k_j[\mathbf{U}_j] & -k_1[\mathbf{P}] & -k_2[\mathbf{P}] & \cdots & -k_N[\mathbf{P}] \\ -k_1[\mathbf{P}'] & k_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2[\mathbf{P}'] & 0 & k_2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & 0 \\ -k_N[\mathbf{P}'] & 0 & \cdots & 0 & k_N \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} \rho h S [I] + \sum_{j=1}^N m_{0j} [U_j] & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & m_2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \ddots & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & \cdots & 0 & m_N \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$[K_G] = \begin{bmatrix} |\mathbf{k} + \mathbf{G}_1|^4 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & |\mathbf{k} + \mathbf{G}_2|^4 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & |\mathbf{k} + \mathbf{G}_M|^4 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{\bar{M} \times 1}, \quad [P'] = [P]^T, \quad [U] = [PP'], \quad (25)$$

$$[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{\bar{M} \times \bar{M}},$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_G \\ u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_G = \begin{bmatrix} W_{G_1} \\ W_{G_2} \\ \vdots \\ W_{G_M} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

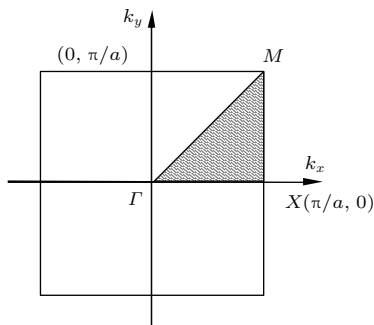


图4 不可约 Brillouin 区 (阴影) 示意图
Fig. 4. Schematic diagram of the irreducible region of the Brillouin zone.

可以发现, (21)式代表一个关于 ω^2 的广义特征值问题. 每给定一个 Bloch 波矢 \mathbf{k} , 可以求得 $(\bar{M} + N)$ 个特征值频率 ω . 在求解过程中, 一般将 $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ 的取值范围限定为不可约 Brillouin 区^[4]. 实际计算带隙时, 为了简便, 通常令波矢 \mathbf{k} 在不可约 Brillouin 区的边界上 (如图 4 中的 ΓX , XM , MX 的线段上) 取值, 画出本征频率 ω 随波矢的变化关系曲线 (色散曲线), 即可得到所谓的能带结构图. 在能带结构图中, 不存在色散曲线的频率范围即带隙范围.

3 带隙特性理论研究

本节针对多频局域共振型声子晶体板的带隙特性开展理论研究. 算例中采用的薄板参数如表 1 所列, 并将考虑在薄板上附加几种不同的双悬臂梁式结构 (矩形截面梁片), 其中第 1 种和第 2 种双悬臂梁式结构的参数如表 2 所列, 而第 3 种和第 4 种双悬臂梁式结构的参数如表 3 所列, 这些梁片结构的材料参数均和薄板一样 (参见表 1), 并假设其周期性排列的正方晶格常数为 $a = 100 \text{ mm} \times \sin(\pi/4)$. 根据 (4) 式可计算得到四种梁片的共振频率分别为 199.3, 300.3, 100, 400 Hz.

表 1 薄板的参数
Table 1. Parameters of thin plate.

| 厚度/mm | 杨氏模量/Pa | 密度/kg·m ⁻³ | 泊松比 |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----|
| 0.9 | 6.89×10^{10} | 2700 | 0.3 |

首先对单频局域共振型板和多频局域共振型板的带隙特性做比较分析. 图 5 给出了附加不同类型梁片的局域共振板的能带结构, 图中结果由第 2 节建立的理论模型计算得到. 图 5 (a) 算例对应于一种单频局域共振板, 该结构中每个晶格点位置附加了两个梁片 1; 图 5 (b) 算例对应于另一种单频局域共振板, 该结构中每个晶格点位置附加了两个梁片 2; 图 5 (c) 对应于一种多频局域共振板, 该结构中每个晶格点位置同时附加了两个梁片 1 和两个梁片 2.

观察图 5 中的能带结构图可知, 图 5 (a) 中存在一个 190.6—223.5 Hz 的低频带隙, 该带隙出现的频率位置对应于梁片 1 的共振频率 (199.3 Hz); 图 5 (b) 中存在一个 275—327.7 Hz 的低频带隙, 该

带隙出现的频率位置对应于梁片2的共振频率(300.3 Hz); 图5(c)中存在两个低频带隙, 频率范围分别是189.2—215.4 Hz和276.4—327.3 Hz, 带隙出现的频率位置依次对应于两种梁片的共振频率. 将图5(a)和图5(b)中的单频局域共振板的带隙范围与图5(c)中的多频局域共振板的带隙范围做比较可知, 虽然前者 and 后者附加同种梁片的数量及参数一样, 但多频局域共振板产生的带隙宽度和单频局域共振板的相比变得更窄些; 特别是多频局域共振板中更低频段的带隙, 其变窄的特征更为明显.

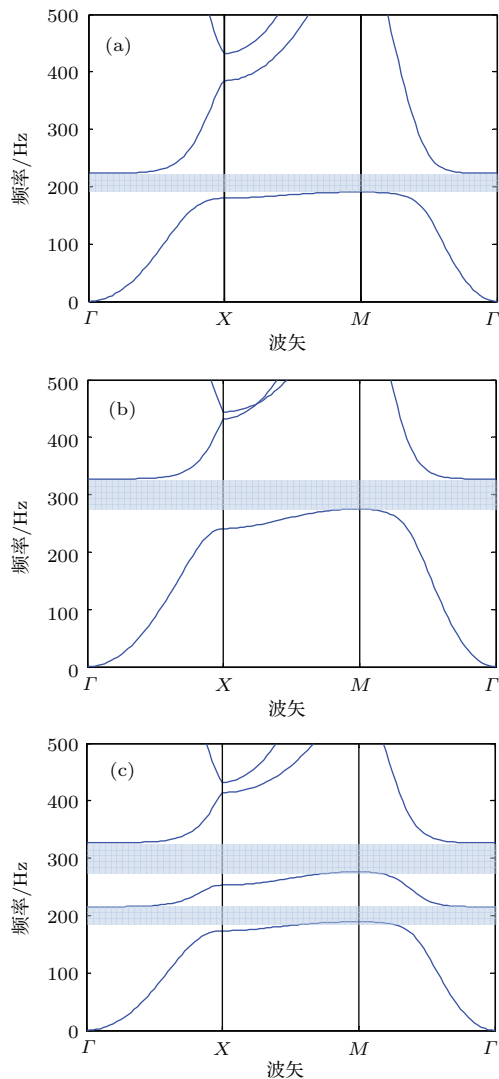


图5 不同局域共振型板结构的能带结构 (a) 附加两个梁片1; (b) 附加两个梁片2; (c) 附加两个梁片1 和两个梁片2

Fig. 5. Band structures of different locally resonant phononic plates: (a) Attached with periodic two type-1 beams; (b) attached with periodic two type-2 beams; (c) attached with periodic two type-1 beams and two type-2 beams.

表2 附加梁片的参数

Table 2. Parameters of attached thin beams.

| | 长度 /mm | 宽度 /mm | 厚度 /mm | 垫片支撑 长度/mm | 数量 /个 | 共振 频率/Hz |
|-----|-----------|-----------|-----------|---------------|----------|-------------|
| 梁片1 | 127 | 12 | 0.9 | 5.6 | 2 | 199.3 |
| 梁片2 | 104.5 | 12 | 0.9 | 5.6 | 2 | 300.3 |

表3 附加梁片的参数

Table 3. Parameters of attached thin beams.

| | 长度 /mm | 宽度 /mm | 厚度 /mm | 垫片支撑 长度/mm | 数量 /个 | 共振 频率/Hz |
|-----|-----------|-----------|-----------|---------------|----------|-------------|
| 梁片3 | 177 | 12 | 0.9 | 5.6 | 2 | 100 |
| 梁片4 | 91.3 | 12 | 0.9 | 5.6 | 2 | 400 |

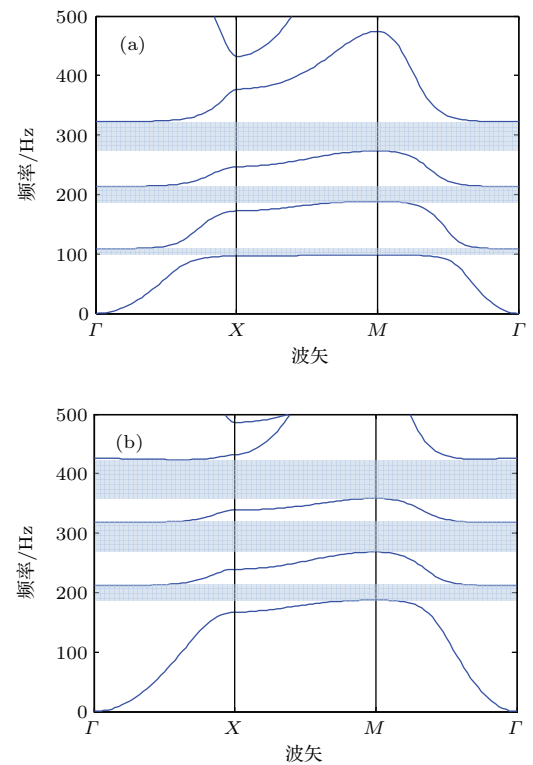


图6 不同局域共振型板结构的能带结构 (a) 附加两个梁片1、两个梁片2和两个梁片3; (b) 附加两个梁片1、两个梁片2和两个梁片4

Fig. 6. Band structures of different locally resonant phononic plates: (a) Attached with periodic two type-1 beams, two type-2 beams and two type-3 beams; (b) attached with periodic two type-1 beams, two type-2 beams and two type-4 beams.

然后在图5(c)中所考虑的局域共振板的基础上再增加一种梁片, 考察附有三种不同共振梁片的局域共振型板的带隙特性. 图6给出了附有三种不同类型梁片的局域共振板的能带结构, 图中结果由第2节建立的理论模型计算得到. 图6(a)算例对

应的局域共振板结构中每个晶格点位置同时附加了两个梁片1、两个梁片2和两个梁片3;图6(b)算例对应的局域共振板结构中每个晶格点位置同时附加了两个梁片1、两个梁片2和两个梁片4.观察图6中的能带结构图可知,与图5(c)中结果(存在两个低频带隙)相比,图6中所考虑的两种多频局域共振板都增加了一个带隙,即都存在三个低频带隙.其中,图6(a)中的第二、第三带隙频率位置与图5(c)中类似,它们分别对应于梁片1和梁片2的共振频率(199.3 Hz, 300.3 Hz),而增加的那个带隙(图6(a)中第一带隙)的频率位置则对应于新引入的梁片3的共振频率(100 Hz);图6(b)中的第一、第二带隙的频率位置同样与图5(c)中类似,也是分别对应于梁片1和梁片2的共振频率(199.3 Hz, 300.3 Hz),而增加的那个带隙(图6(b)中第三带隙)的频率位置则对应于新引入的梁片4的共振频率(400 Hz).由图5和图6中结果可以推断,对于这里考虑的多频局域共振板结构,在本文关心的低频减振目标频率范围内(400 Hz以下),如果确保将附加梁片的共振频率都设计在目标频率范围内(400 Hz以下),那么结构中附加了几种共振频率的梁片,就可在相应的共振频率附近处实现几个带隙.

接下来以图5(c)中所考虑的多频局域共振板为例来分析多频局域共振型板中附加梁片的相关参数对带隙特性的影响.

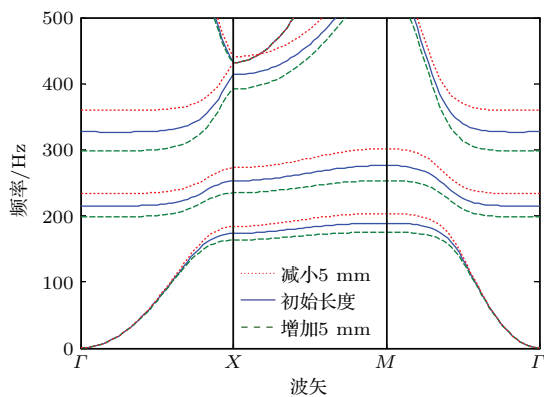


图7 附加梁片长度对带隙的影响

Fig. 7. Effects of the length of double-cantilevered beam on the band gaps of locally resonant phononic plate.

图7所示为附加梁片长度对带隙的影响,其中实线算例代表附加梁片长度为初始长度,该算例的局域共振板参数与图5(c)中算例完全一样,即梁片

1的长度为127 mm,梁片2的长度为104.5 mm(参见表2).图7中点线代表的是两种梁片长度都减小5 mm的局域共振板能带结构,而虚线代表两种梁片长度都增加5 mm的局域共振板能带结构.通过比较三种不同梁片长度对应结果可知,随着梁片长度的增加,两个带隙的起止频率都向低频移动,即带隙范围整体向低频移动.这是因为,随着梁片长度增加,由(4)式可知梁片的共振频率随之降低,因此产生的局域共振带隙也向低频范围转移.

图8所示为附加梁片的厚度对带隙的影响,其中实线算例代表附加梁片厚度为初始厚度,该算例的局域共振板参数与图5(c)中算例完全一样,即梁片1和梁片2的厚度均为0.9 mm(参见表2).图8中虚线代表的是两种梁片的厚度都减小0.1 mm的局域共振板能带结构,而点线代表两种梁片的厚度都增加0.1 mm的局域共振板能带结构.通过比较三种不同的梁片厚度对应结果可知,随着梁片厚度的增加,两个带隙的起止频率都向高频移动,即带隙范围整体向高频移动.这是因为,随着梁片厚度增加,由(4)式可知梁片的共振频率随之提高,因此产生的局域共振带隙也向高频范围转移.

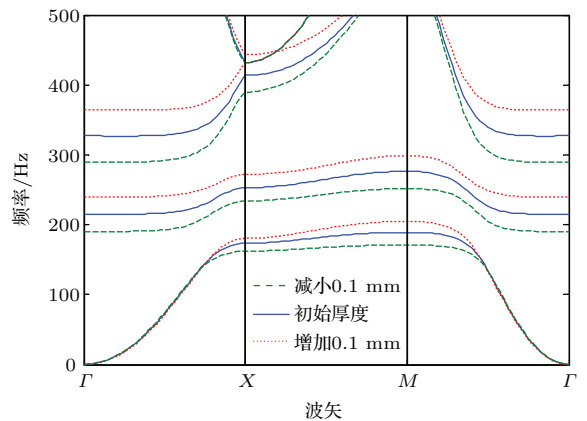


图8 附加梁片厚度对带隙的影响

Fig. 8. Effects of the thickness of double-cantilevered beam on the band gaps of locally resonant phononic plate.

图8中结果还说明,带隙出现的频率位置对梁片的厚度非常敏感,厚度仅变化0.1 mm就可以使带隙频率位置(或中心频率)产生非常显著的变化.此外,比较图8和图7可知,梁片厚度的增加对带隙的影响规律类似于梁片长度的减小对带隙的影响,两种调节方式都是使带隙整体向高频移动.

图9所示为附加梁片的宽度对带隙的影响,其中实线算例代表附加梁片的宽度为初始宽度,该算例的局域共振板参数与图5(c)中算例完全一样,即梁片1和梁片2的宽度均为12 mm(参见表2).图9中虚线代表的是两种梁片的宽度都减小6 mm的局域共振板能带结构,而点线代表两种梁片的宽度都增加6 mm的局域共振板能带结构.通过比较三种不同的梁片宽度对应结果可知,随着梁片宽度的增加,两个带隙的起始频率都向低频移动,而截止频率都向高频移动,也即两个带隙的频率范围都整体扩大,但中心频率位置则变化不大.带隙出现的频率位置(或中心频率)变化不大的原因是:由(4)式可知,梁片的共振频率与梁片宽度无关,因此梁片宽度的变化不会影响局域共振带隙出现的频率位置.但是,梁片的宽度增加会使等效谐振质量块的质量 m 增大(参见(2)式),因此产生的局域共振效应会更加显著,因而使得带隙的频率范围被拓宽.

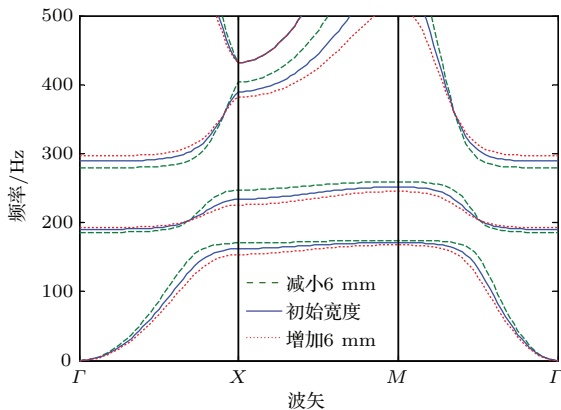


图9 附加梁片宽度对带隙的影响

Fig. 9. Effects of the width of double-cantilevered beam on the band gaps of locally resonant phononic plate.

图10所示为附加梁片的数量对带隙的影响,其中实线算例代表附加梁片的数量为初始个数,该算例的局域共振板参数与图5(c)中算例完全一样,即梁片1和梁片2的个数均为2(参见表2).图10中虚线代表的是两种梁片的个数都减少1个的局域共振板能带结构,而点线代表两种梁片的个数都增加1个的局域共振板能带结构.通过比较三种不同的梁片个数对应结果可知,随着梁片数量的增加,带隙的中心频率位置变化较小,但是两个带隙的起始频率都向低频移动,同时截止频率都向高频移动,也即两个带隙的宽度都整体拓展.带隙中

心频率变化不大是因为梁片的几何与材料参数都没改变,因此其共振频率保持不变.带隙宽度变宽是因为每增加一个相同的梁片,相当于增加了一个等效谐振子,因此局域共振效应变得更为显著,产生的带隙的频率范围随之被拓宽.

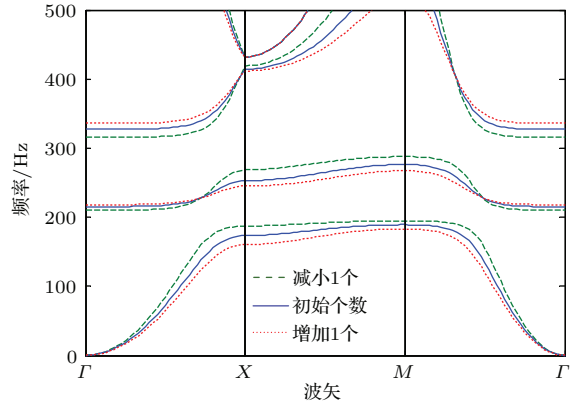


图10 附加梁片数量对带隙的影响

Fig. 10. Effects of the number of double-cantilevered beam on the band gaps of locally resonant phononic plate.

比较图10和图9中结果可知,梁片数量增加对带隙的影响规律与梁片宽度增加对带隙的影响规律类似,两种调节方式都使带隙的起始频率向低频移动,同时截止频率向高频移动,也即带隙的宽度整体拓展,而带隙中心频率变化不大.

4 带隙与减振特性实验研究

以图5(c)结果对应的多频局域共振板算例为依据,设计、制备了相应的实验样件,如图11所示.该样件中基体薄板形状为正方形,边长为840 mm,其他参数与图5(c)中算例参数一样.样件中的梁片结构与薄板之间通过螺栓连接,而不同梁片之间通过垫片隔开.整块薄板上共附加了113组梁片,每组梁片中包含两个梁片1和两个梁片2(梁片参数见表2).

实验中采用弹性细绳将局域共振板样件悬挂于一支撑框架上,用于模拟自由边界条件.在附加有“双悬臂梁式”子结构的板面中央位置连接了激振器(B&K 4824),激振杆与板面垂直以便激发出板的弯曲振动.此外,实验中采用激光扫描测振仪(Polytec PSV500)测试板的另一面(未附加“双悬臂梁式”结构的一面)的法向振动速度.实验测试系统照片如图12所示.

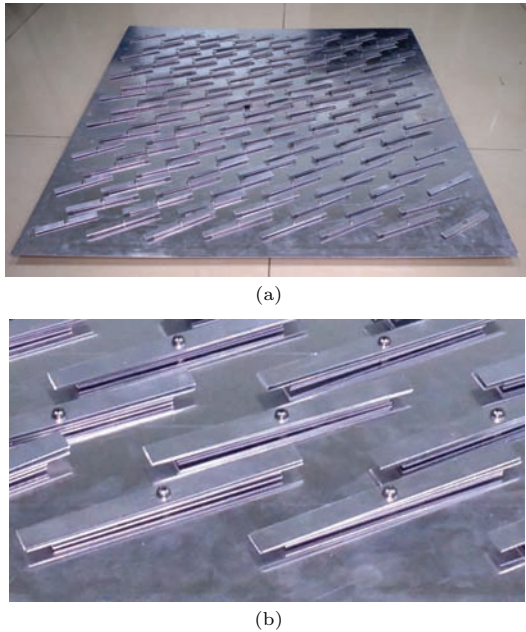


图 11 多频局域共振板实验样件 (a) 整体照片; (b) 局部照片
 Fig. 11. Experimental specimen of a multi-frequency locally resonant phononic plate: (a) Global photo; (b) locally zoomed photo.

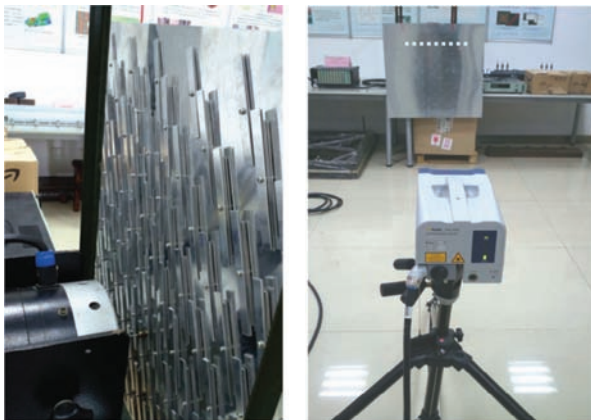


图 12 实验测试系统
 Fig. 12. Low model of a double-cantilevered beam.

实验中给激振器的输入信号为0—3200 Hz 的宽带白噪声信号. 激光扫描头采集板表面振动响应点共 10 个, 该 10 个点沿水平直线以 40 mm 距离等间距排列, 直线中心距离激励点 350 mm. 激光扫描测振仪自带软件对每个点的振速时域响应做快速傅里叶变换得到其频域响应, 并对 10 个点的振速频域响应幅值做平均处理, 基于此测得的实验结果如图 13 所示.

图 13 中阴影所示频率范围为图 5 (c) 中理论计算得到的两个低频带隙频率范围 (189.2—215.4 Hz 和 276.4—327.3 Hz). 从图 13 中可以看出, 在理论

预报的带隙频率范围内, 实验样件的板弯曲振动响应得到明显衰减, 从而证实结构中确实存在这两个低频带隙. 实验样件的减振频率范围与理论计算得到的带隙频率范围一致性非常好, 从而验证了本文带隙计算理论模型的有效性和准确性.

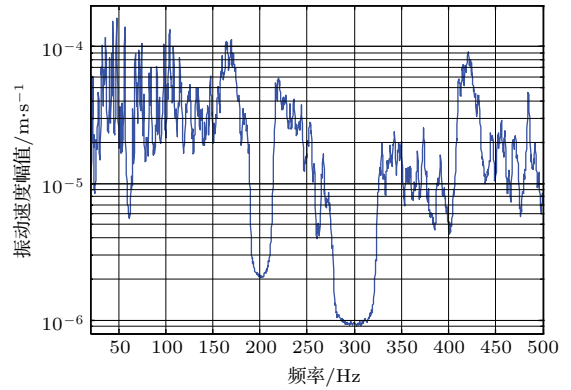


图 13 测试得到的薄板表面振动速度幅值频率响应
 Fig. 13. Measured frequency response function of the plate surface vibration velocity.

5 结 论

本文设计了一种多频局域共振型声子晶体板结构, 这种结构是通过在一张薄板上附加周期性排列的多个双悬臂梁式子结构而构成的. 本文针对这种多频局域共振型板结构进行了简化处理, 将其中的双悬臂梁式子结构近似等效为“质量-弹簧-质量”系统, 在此基础上再采用平面波展开法建立了这种多频局域共振型板的弯曲波带隙计算理论模型. 基于该模型, 理论计算和分析了这种多频局域共振型声子晶体板的带隙特性, 并开展了带隙与减振特性实验研究, 得到以下主要结论.

1) 多频局域共振型板中可以产生多个低频带隙, 但和附加相同双悬臂梁式子结构的单频局域共振板的相比, 多频局域共振型板中带隙范围变得更窄些; 特别是其中更低频段的带隙, 其变窄的特征更为明显.

2) 双悬臂梁式结构的厚度增加对带隙的影响规律类似于其长度减小对带隙的影响, 两种调节方式都使带隙整体向高频移动. 研究还表明, 带隙出现的频率位置对双悬臂梁式结构的厚度非常敏感, 厚度变化很小 (0.1 mm 量级) 就可以使带隙频率位置 (或中心频率) 产生非常显著的变化.

3) 双悬臂梁式结构的宽度增加对带隙的影响规律与其数量增加对带隙的影响规律类似, 两种调

节方式都使带隙的起始频率向低频移动,同时截止频率向高频移动,也即使带隙的宽度整体拓展,而带隙中心频率变化不大.

4) 实验结果证实了这种多频局域共振型板中可以产生多个低频带隙,在带隙频率范围内的振动被显著衰减.

参考文献

- [1] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, Djafari-Rouhani B 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2022
- [2] Liu Z, Zhang X, Mao Y, Zhu Y Y, Yang Z, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [3] Fang N, Xi D, Xu J, Ambati M, Strituranich W, Sun C, Zhang X 2006 *Nat. Mater.* **5** 452
- [4] Wen X S, Wen J H, Yu D L, Wang G, Liu Y Z, Han X Y 2009 *Phononic Crystals* (Beijing: National Defense Industry Press) pp196–291 (in Chinese) [温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 王刚, 刘耀宗, 韩小云 2009 声子晶体 (北京: 国防工业出版社) 第196—291页]
- [5] Wen J H, Wang G, Yu D L, Zhao H G, Liu Y Z, Wen X S 2008 *Sci. China E: Technol. Sci.* **51** 85
- [6] Cheng C, Wu F G, Zhang X, Yao Y W 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 024301 (in Chinese) [程聪, 吴福根, 张欣, 姚源卫 2014 物理学报 **63** 024301]
- [7] Liu J, Hou Z L, Fu X J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 154302 (in Chinese) [刘娇, 侯志林, 傅秀军 2015 物理学报 **64** 154302]
- [8] Zhang H, Wen J H, Chen S B, Wang G, Wen X S 2015 *Chin. Phys. B* **24** 036201
- [9] Xiao Y, Wen J, Wen X 2012 *Phys. Lett. A* **376** 1384
- [10] Xiao Y, Wen J, Yu D, Wen X 2013 *J. Sound Vib.* **332** 867
- [11] Xiao Y, Wen J, Wang G, Wen X 2013 *J. Vib. Acoust.* **135** 041006
- [12] Wang Y F, Wang Y S 2013 *J. Sound Vib.* **332** 2019
- [13] Xiao Y, Wen J, Wen X 2012 *New J. Phys.* **14** 033042
- [14] Zhang H, Wen J, Xiao Y, Wang G, Wen X 2015 *J. Sound Vib.* **343** 104
- [15] Zhang H, Xiao Y, Wen J, Yu D, Wen X 2015 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **48** 435305
- [16] Zhang Y, Wen J, Xiao Y, Wen X, Wang J 2012 *Phys. Lett. A* **376** 1489
- [17] Liu Z, Chan C T, Sheng P 2005 *Phys. Rev. B* **71** 014103
- [18] Li J, Chan C T 2004 *Phys. Rev. E* **70** 055602(R)
- [19] Yu D L, Liu Y Z, Qiu J, Zhao H G, Liu Z M 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1958
- [20] Wu T T, Huang Z G, Tsai T C, Wu T C 2008 *Appl. Phys. Lett.* **93** 111902
- [21] Pennec Y, Djafari-Rouhani B, Larabi H, Vasseur J O, Hladky-Hennion A C 2008 *Phys. Rev. B* **78** 104105
- [22] Oudich M, Assouar M B, Hou Z 2010 *Appl. Phys. Lett.* **97** 193503
- [23] Oudich M, Senesi M, Assouar M B, Ruzenne M, Sun J H, Vincent B, Hou Z, Wu T T 2011 *Phys. Rev. B* **84** 165136
- [24] Xiao Y, Wen J, Wen X 2012 *J. Sound Vib.* **331** 5408
- [25] Xiao Y, Wen J, Wen X 2012 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **45** 195401
- [26] Zhang S, Wu J H, Hu Z 2013 *J. Appl. Phys.* **113** 163511
- [27] Wang Y F, Wang Y S 2013 *J. Appl. Phys.* **114** 043509
- [28] Ma J, Hou Z, Assouar B M 2014 *J. Appl. Phys.* **115** 093508
- [29] Xiao Y, Wen J, Huang L, Wen X 2014 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **47** 045307
- [30] Torrent D, Mayou D, Sánchez-Dehesa J 2013 *Phys. Rev. B* **87** 115143

Low frequency band gaps and vibration reduction properties of a multi-frequency locally resonant phononic plate*

Wu Jian¹⁾ Bai Xiao-Chun¹⁾ Xiao Yong²⁾† Geng Ming-Xin¹⁾
Yu Dian-Long²⁾ Wen Ji-Hong²⁾

1) (State Grid Shaanxi Electric Power Research Institute, Xi'an 710054, China)

2) (Laboratory of Science and Technology on Integrated Logistics Support, and College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 7 August 2015; revised manuscript received 12 November 2015)

Abstract

A multi-frequency locally resonant (LR) phononic plate is proposed in this paper. The phononic plate consists of periodic arrays of multiple double-cantilevered thin beams attached to a thin homogeneous plate. This proposed phononic plate is simplified and modeled using a plane wave expansion method to enable the calculation of flexural wave band structures. The band gap behavior of the phononic plate is analyzed comprehensively. In addition, an experimental specimen is fabricated using a square aluminum plate with a thickness of 0.9 mm and an area of 840 mm × 840 mm, and attached to the specimens as periodic arrays of two types of double-cantilevered thin beams made of the same material as the host plate. And the specimen is measured by using a scanning laser Doppler vibrometer to verify the theoretical predictions of band gaps. Investigations of this paper yield the following findings and conclusions.

1) Due to the interaction of low-frequency vibrational modes of attached multiple double-cantilevered beams and flexural vibration of the host plate, the proposed multi-frequency LR phononic plate can exhibit multiple low-frequency flexural wave band gaps (stop bands). It is also found that the band gaps of a multi-frequency LR phononic plate, especially those appearing in a lower frequency range, are generally narrower than that of a single-frequency LR phononic plate with the same type of double-cantilevered beams.

2) The frequency location of band gaps moves to higher frequency range when the thickness of the double-cantilevered beams is increased, or when the length of the double-cantilevered beams is decreased. It is also shown that a very small variation of the thickness (e.g., 0.1 mm) may lead to significant changes of frequency position of the band gaps.

3) When the width of the double-cantilevered beams is enlarged or the number of the double-cantilevered beams is increased, the lower band gap edge will move to a lower frequency range, while the upper band gap edge will move to a higher frequency range. This implies that the bandwidth of the band gaps is broadened. However, at the same time, it is shown that the central frequencies of the band gaps remain almost unchanged.

4) Experimental measurements of the fabricated specimen evidence the existence of two low frequency band gaps, and confirm that the flexural plate vibrations are significantly reduced in the predicted band gaps.

Keywords: local resonance, phononic plate, flexural wave band gap, low-frequency vibration reduction

PACS: 46.40.-f, 63.20.D-, 62.30.+d

DOI: 10.7498/aps.65.064602

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51305448), the Aeronautical Science Fund, China (Grant No. 2015ZA88003), and the Science and Technology Project of State Grid Company of China (Grant No. 5299001352UC).

† Corresponding author. E-mail: xiaoy@vip.sina.com