

分形粗糙面合成孔径雷达成像研究

王童 童创明 李西敏 李昌泽

Synthetic aperture radar image of fractal rough surface

Wang Tong Tong Chuang-Ming Li Xi-Min Li Chang-Ze

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 070301 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.070301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.070301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I7>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[扩展性微动目标回波模拟与特征参数提取研究](#)

[Research on extended micro-motion target echo simulation and characteristic extraction](#)

物理学报.2015, 64(21): 210301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.210301>

[基于压缩感知的一维海面与二维舰船复合后向电磁散射快速算法研究](#)

[A new fast algorithm based on compressive sensing for composite electromagnetic back scattering from a 2D ship located on a 1D rough sea surface](#)

物理学报.2015, 64(6): 060301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060301>

[导电导磁管道外任意放置线圈激励下脉冲涡流场时域解析解](#)

[Analytical solutions to pulsed eddy current field excited by a differently oriented probe coil outside a conducting ferromagnetic pipe](#)

物理学报.2014, 63(24): 240301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240301>

[基于压缩感知的目标频空电磁散射特性快速分析](#)

[Fast analysis of electromagnetic scattering characteristics in spatial and frequency domains based on compressive sensing](#)

物理学报.2014, 63(17): 170301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.170301>

[有限元/边界积分方法在海面及其上方弹体目标电磁散射中的应用](#)

[Electromagnetic scattering from missile target above sea surface with finite element/boundary integral method](#)

物理学报.2013, 62(17): 170301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.170301>

# 分形粗糙面合成孔径雷达成像研究\*

王童<sup>†</sup> 童创明 李西敏 李昌泽

(空军工程大学防空反导学院, 西安 710051)

(2015年11月19日收到; 2016年1月19日收到修改稿)

研究了分形粗糙面的成像问题。分形粗糙面能够较好的逼近真实环境, 采用带限形式的Weierstrass-Mandelbrot函数建立了分形粗糙面几何模型, 对分形粗糙面参数的选取进行了讨论。对大尺度粗糙面散射问题提出了一种基于大面元的Kirchhoff近似方法, 采用面元模型来计算粗糙面总的后向散射场以及每一个面元的后向散射场, 并对面元的尺寸选取进行了研究, 通过与解析解进行对比证明了该方法的正确性。在分形理论建立的确定性粗糙面几何模型与面元的Kirchhoff方法获取的散射场的基础上, 采用正侧视条带式成像模式, 并选用距离多普勒算法对不同分形参数的粗糙面进行合成孔径雷达(SAR)成像模拟, 结果显示从SAR像中可以清晰地观察到不同分形参数对粗糙面几何轮廓的影响。该研究包括了从环境模型、电磁模型到SAR成像技术在内的完整的分形环境SAR像模拟过程, 仿真结果显示出分形环境的SAR像特点, 这对基于分形理论的自然环境的遥感探测以及参数反演具有一定的理论支撑作用。

**关键词:** 分形粗糙面, Weierstrass-Mandelbrot函数, Kirchhoff, 合成孔径雷达成像

**PACS:** 03.50.De, 03.65.Ge, 64.60.al, 42.79.Qx

**DOI:** 10.7498/aps.65.070301

SAR成像技术具有十分重要的意义。

## 1 引言

合成孔径雷达(SAR)具有全天时、全天候工作和高分辨率成像特性, 这使得SAR成像系统在民用和军用方面都发挥了极其重要的作用。尤其在环境遥感中应用, 为地形探测、防灾减灾提供了重要手段。对环境的SAR系统进行模拟仿真研究, 首先必须建立较为真实的环境几何模型, 其次要选择合适的电磁模型对环境的电磁散射特性进行仿真分析。在环境电磁分析中, 环境模型或者说粗糙面模型主要有高斯粗糙面、指数粗糙面、根据不同谱函数生成的各种海洋粗糙面以及分形粗糙面。SAR成像研究中前三者应用较多, 分形粗糙面在SAR模拟中的应用国际上较少, 国内则鲜有报道, 这与前三者对应的电磁模型更多、成果也更多有关。然而, 众多研究表明分形粗糙面更接近于真实的环境模型<sup>[1-3]</sup>, 所以研究分形环境模型的散射特性及其

国际上在分形环境的电磁散射研究方面已有一定的研究成果, 文献[1—4]针对适用于分形粗糙面的Kirchhoff方法进行了研究, 其中Franceschetti等<sup>[1]</sup>首次对分形粗糙面的参数特征进行了详细的分析, 并得出了分形粗糙面的Kirchhoff级数解, 然而该解在某些分形参数下并不收敛; Perna和Iodice<sup>[3]</sup>对该方法的收敛性进行了具体的研究, 得出了完全收敛的结果而且保证了较高的计算效率。文献[5]将微扰法(SPM)应用到了分形粗糙面中。文献[6]验证了Kirchhoff方法与SPM在分形粗糙面中的使用范围, 同时通过实验证明了分形粗糙面更接近真实模型。文献[7]提出了分形粗糙面的扩展边界条件法。文献[8]采用矩量法研究了分形粗糙面的散射问题。国内方面, 郭立新等<sup>[9]</sup>采用双尺度研究了分形海面的电磁散射问题; 文献[10]采用SPM研究了分层分形粗糙面的散射问题; 文献[11, 12]均采用Kirchhoff解析解对分形粗糙面的散射

\* 国家自然科学基金(批准号: 61372033)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: tong\_wang001@163.com

问题进行了研究; 文献[13]对改进的二维分形海面的极化散射问题进行了研究; 文献[14]则采用矩量法与Kirchhoff法对分层分形粗糙面的散射问题进行了研究。

这些方法或为统计模型, 即获取的散射场均为随机环境的统计值, 不能反映环境局部区域的散射特性, 或者是采用确定模型按电尺寸离散求解积分方程获取散射场并多次取样求平均。然而SAR的图像具有纹理与灰度特性, 也就是说要反映环境的局部特性, 所以统计的电磁模型不能直接应用在SAR成像中。而对于分形粗糙面的积分方程方法, 虽然该方法能够获取局部的散射场而且精度高, 但对于环境成像而言计算效率低, 实际应用十分有限。文献[15, 16]采用面元思想以半解析方法对粗糙面成像。文献[17]利用分形粗糙面SAR像距离向功率谱的统计特性, 提出了一种解析方法来反演分形参数。文献[18]利用双尺度模型, 认为大尺度粗糙面上某点的斜率服从高斯分布, 将小尺度叠加到面元上, 结合分布的斜率获取面元的散射场进而成像。该类成像方法的初衷是对分形环境SAR像的统计特性进行分析和反演, 所以不针对某一特定的分形粗糙面几何模型, 并不反映真实样本的轮廓特点。

本文依据分形参数建立分形粗糙面模型, 采用面元的Kirchhoff法对不同分形粗糙面进行成像。本文的仿真结果在于对分形粗糙面某一次样本的轮廓特征进行表征, 而非对其统计特性进行分析, 所以采用确定性模型, 分析分形参数对成像效果的影响。

## 2 分形粗糙面的建立

### 2.1 分形粗糙面基本理论

分形布朗运动(FBM)被广泛认为是建立自然环境的最佳分形处理方法。利用该方法描述自然环境仅需要两个参数, 即哈斯特系数 $H$ 和单位距离的标准差增量 $s$ 。设随机过程 $z(x, y)$ 表示一各向均匀的FBM表面, 表面上的任意点 $x, y, x', y'$ , 其增量过程满足如下关系:

$$\begin{aligned} & \Pr\{z(x, y) - z(x', y') < \bar{\zeta}\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}s\tau} \int_{-\infty}^{\bar{\zeta}} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{2s^2\tau^{2H}}\right) d\zeta, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\tau = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}, \quad (2)$$

其中,  $H$ 为哈斯特系数,  $s$ 为表面单位距离上高度变化的标准差。[\(1\)](#)式中 $0 < H < 1$ , 与分形维数 $D$ 的关系为

$$D = 3 - H. \quad (3)$$

$s$ 参数是表面粗糙度的一个指数, 其值越高则表面越粗糙。

该模型描述的表面满足自相似原理, 即对于任意的 $\gamma > 0$ , 令 $\Delta z = z(x, y) - z(x', y')$ , 则有 $\Delta z(\gamma\tau)$ 与 $\gamma^H\Delta z(\tau)$ 有相同的统计特性。分形表面的谱密度函数表达式为

$$W(k) = S_0 k^{-\alpha}, \quad (4)$$

$$S_0 = 2^{2H+1} \Gamma^2(1+H) \sin(\pi H) s^2, \quad (5)$$

$$\alpha = 2 + 2H = 8 - 2D, \quad (6)$$

其中 $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ 为空间域波数。

### 2.2 Weierstrass-Mandelbrot(WM) 函数分形粗糙面模型

FBM有多种实现方法, 包括随机中点位移法、泊松阶跃法、逆傅里叶变换法等方法。由于WM函数能够以解析表达式的形式表现确定性的分形模型, 且其具体的参数都有明确方程表示。所以这里我们采用WM函数来实现分形环境建模。

WM函数在数学上是无限正弦分量的叠加, 但在实际中, 自然表面分形特征表现为一定尺度宽度范围内, 模拟自然环境常采用带限形式的WM函数。

$$\begin{aligned} z(x, y) = & B \sum_{p=0}^{P-1} C_p \nu^{-Hp} \\ & \times \sin[k_0 \nu^p (x \cos \psi_p + \sin \psi_p) + \phi_p], \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $B$ 为幅度尺度因子;  $\nu$ 表示相邻谐波间的谱间隔;  $C_p$ ,  $\psi_p$ ,  $\phi_p$ 分别代表各个谱幅度、指向、相位的随机或确定数, 这里我们认为 $C_p$ 恒为1, 而 $\psi_p$ ,  $\phi_p$ 分别在 $[-\pi, \pi]$ 上均匀分布, 且相互独立, 这样建立的粗糙面为各向均匀的;  $p$ 是谐波数;  $k_0$ 为空间基频, 即 $k_0/(2\pi)$ 为粗糙面最低的空间频率, 它与粗糙面的尺寸 $\sqrt{X^2 + Y^2}$ 有关, 最高空间频率为 $k_0 \nu^{P-1}/(2\pi)$ 与电磁波的波长 $\lambda$ 有关, 其关系分别为

$$k_0 = \frac{2\pi\chi_1}{\sqrt{X^2 + Y^2}}, \quad (8)$$

$$k_0\nu^{P-1} = \frac{2\pi}{\chi_2\lambda}, \quad (9)$$

$\chi_1, \chi_2 \in (0, 1]$ ,  $\chi_2$ 一般取0.1. 谐波数  $P$  可根据下式确定:

$$p = \left\lceil \frac{\ln(\sqrt{X^2 + Y^2}/\chi_1\chi_2)}{\ln \nu} \right\rceil + 1, \quad (10)$$

其中  $\lceil \cdot \rceil$  表示按上限取整. 当  $\nu$  趋近于1的时候, WM函数的谐波间的间隔消失, 函数谱变为连续, 这时WM函数近似为FBM过程. 也就是说带限的分形布朗过程可通过谱域离散的WM函数来实现, 其表达参数间有如下关系:

$$B^2 = \frac{S_0}{2\pi H} k_0^{-2H} (\nu^H - \nu^{-H}). \quad (11)$$

### 3 分形粗糙面的面元Kirchhoff方法

#### 3.1 面元Kirchhoff方法

Kirchhoff也称为物理光学法, 核心是采用切平面近似, 采用该方法需满足电磁波照射的局部表面的曲率半径远大于入射波波长, 即

$$\sqrt[3]{k_0 r_c} \cos(\theta) \gg 1, \quad (12)$$

其中,  $k_0$  是入射波波数,  $r_c$  为表面曲率半径,  $\theta$  为入射角. Kirchhoff解来源于对Stratton-Chu积分方程的近似求解, 采用切平面近似与远场近似后平板A的散射场为

$$\begin{aligned} & \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \\ &= -\frac{jk \exp(-jkr)}{4\pi r} E_p \iint_A \mathbf{F}_p(\alpha, \beta) \\ & \quad \times \exp[-j(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{r}'] dA', \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{F}(\alpha, \beta) \\ &= \{(\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{v}}_l)[\hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{v}}_l)](1 + R_v) \\ & \quad + (\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{h}}_l)[\hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{h}})](1 + R_h) \\ & \quad + [(\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{h}})(\hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{v}}_l)(1 - R_h) \\ & \quad - (\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{v}}_l)(1 - R_v)]\} \sqrt{1 + \alpha^2 + \beta^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

式中,  $\mathbf{r} = [x, y, z(x, y)]$ ;  $E_p$  为入射波幅度;  $A$  为入射波照射区域;  $\hat{\mathbf{k}}_i, \hat{\mathbf{k}}_s$  分别为入射和散射方向矢量;  $\hat{\mathbf{n}}$  为表面法向单位矢量;  $\hat{\mathbf{v}}_l, \hat{\mathbf{h}}_l$  表示垂直极化与水平极化的入射波;  $\hat{\mathbf{p}}$  代表散射波的极化方式;  $\alpha$  和  $\beta$  分别为表面沿  $x$  和  $y$  方向的斜率,

$$\alpha = \frac{\partial z'(x', y')}{\partial x'}, \quad \beta = \frac{\partial z'(x', y')}{\partial y'}; \quad (15)$$

$R_h$  和  $R_v$  为菲涅耳反射系数, 对于相对介电常数为  $\varepsilon_r$ , 入射角为  $\theta$  的表面, 其菲涅耳系数为

$$\begin{aligned} R_h &= \frac{\cos \theta - \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta}}, \\ R_v &= \frac{\varepsilon_r \cos \theta - \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta}}{\varepsilon_r \cos \theta + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta}}. \end{aligned} \quad (16)$$

将积分区域分割为  $N$  个小面元, 总的散射场则为所有小面元场的叠加, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s &= \sum_{n=1}^N \mathbf{E}^{s,k} \\ &= -\frac{jk \exp(-jkr)}{4\pi r} \sum_{n=1}^N E_p \iint_{A_n} \mathbf{F}_p(\alpha, \beta) \\ & \quad \times \exp[-j(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{r}'] dA'. \end{aligned} \quad (17)$$

根据积分区域的不同, (17) 式可以得出不同的解析式. 当  $A$  在  $xy$  面上投影为矩形时, 其结果为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{s,k} &= -\frac{jk \exp(-jkr)}{4\pi r} E_p \mathbf{F}_p(\alpha, \beta) \sqrt{1 + \alpha_k^2 + \beta_k^2} \\ & \quad \times \exp[\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}'] L_x L_y \text{sinc}[(q_x + q_y \alpha_k) L_x / 2] \\ & \quad \times \text{sinc}[(q_y + q_z \beta_k) L_y / 2], \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{q} = -j(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s)$ ;  $L_x, L_y$  分别为面元在  $x$  轴和  $y$  轴上的投影;  $\alpha_k, \beta_k$  分别为第  $k$  个小面元沿  $x$  轴和  $y$  轴上的斜率.

当  $A$  为三角面元时有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{s,k} &= \frac{\exp(-jkr)}{4\pi r |\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{w}|} \sum_{m=1}^3 (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{w}) \\ & \quad \times \mathbf{a}_m \exp(jk_0 \mathbf{r}_m \cdot \mathbf{w}) \\ & \quad \times \text{sinc}\left(\frac{1}{2} k_0 \mathbf{a}_m \cdot \mathbf{w}\right), \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{w} = \hat{\mathbf{k}}_s - \hat{\mathbf{k}}_i$ ;  $\mathbf{r}_m$  表示三角面元上第  $m$  条边中点的位置矢量;  $\mathbf{a}_m$  为面元上第  $m$  条边的长度及取向, 同时取向与面元的法向矢量  $\hat{\mathbf{n}}$  构成右手螺旋关系.

环境表面散射率常采用归一化雷达散射截面(NRCS)来表示, 即

$$\sigma_{pq} = \frac{4\pi r^2 |E_{pq}^s|^2}{A |E_p^i|^2}. \quad (20)$$

对于一个确定性分形粗糙表面样本来说, 用三角形面元近似拟合其几何外形的效果要优于四边形, 所以采用面元模型计算分形粗糙面的散射场时采用(19)式的形式.

### 3.2 面元尺寸选取原则

如图 1 所示,  $A$  为粗糙面上电磁波照射的一点, 并且认为  $AB$  为粗糙面在  $A$  点的切平面边长的一半.

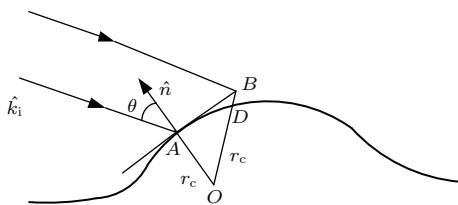


图 1 粗糙面局部散射示意图

Fig. 1. Rough surface scattering sketch map.

我们认为粗糙面即由许多这样的小面元拟合而成. 结合图 1 并根据文献 [19] 的理论有

$$AB \gg \frac{1}{k_0 \cos \theta}, \quad BD \ll \frac{\cos \theta}{k_0}. \quad (21)$$

同时又有

$$BD = OB - OD = \sqrt{AB^2 + r_c^2} - r_c, \quad (22)$$

其中  $r_c$  为粗糙面局部区域的曲率半径. 结合 (21) 和 (22) 式我们可以得出

$$AB \gg \frac{1}{k_0 \cos \theta}, \quad (23)$$

$$AB \ll \sqrt{\left(\frac{\cos \theta}{k_0}\right)^2 + 2\frac{r_c \cos \theta}{k_0}}. \quad (24)$$

面元的大小由  $AB$  决定, 所以 (23) 与 (24) 式就决定了面元大小选取的范围. 实际计算中, 在一定的精度的前提下, 我们往往希望面元越大越好, 这样会大大提高计算速度. 所以我们更关注 (24) 式对面元尺寸的限制. 文献 [17] 中在对大范围环境的散射特性进行计算时, 将 (24) 式不等号右边的条件进行了放宽, 即将不等号右边的值乘以 10, 这样可以建立尺寸大约为 1 m 量级的面元模型. 这样 (12) 式决定了采用 Kirchhoff 时粗糙面中包含的尺度分量, 而 (24) 式则决定了面元的尺寸大小.

### 3.3 模型验证

为了验证面元模型的准确性, 选取与文献 [5] 中的数据进行对比, 分形环境模型参数的选取与文献 [5] 中完全一致, 即  $k_0 = 5.71$ ,  $B = 0.011$ ,  $H = 0.7$ ,  $v = \exp(0.5)$ ,  $M = 20$ , 粗糙面尺寸为  $1.5 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$ . 采用三角面元模型的尺寸分别为

0.03 m 和 0.015 m, 相应分形粗糙面与仿真结果见图 2, 其中面元模型结果为 50 次样本结果取平均而得.

从图 2(b) 可以观察到在  $0^\circ$ — $50^\circ$  面元模型获得的结果与解析结果基本一致,  $50^\circ$  后相差较大. 我们知道 Kirchhoff 在大角度入射时, 其结果是不准确的, 也就是说  $50^\circ$  后较大误差相对于真实结果是没有意义的. 实际上 Kirchhoff 在大角度入射时的后向散射值远小于实际值, 文献 [5] 中给出了测量值, 相较于解析解, 面元模型在大角度的误差更小. 通过图 2 仿真, 我们验证了面元模型计算分形环境散射率的有效性.

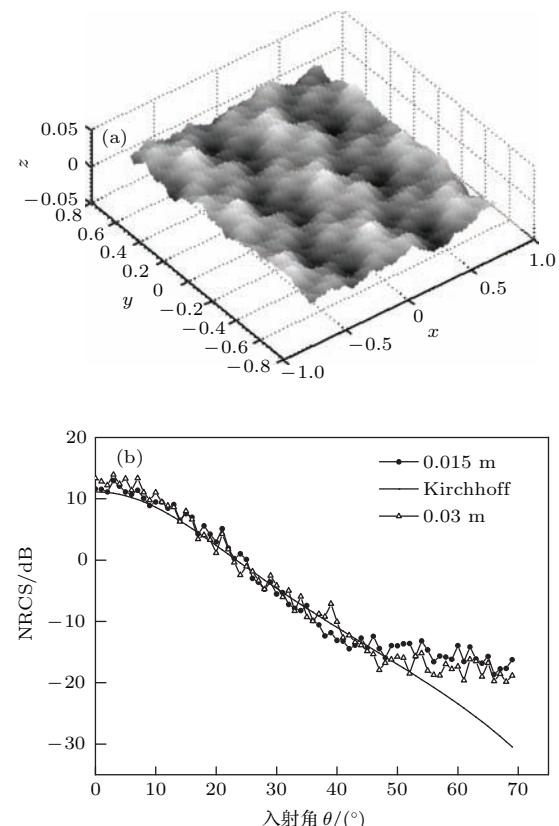


图 2 分形粗糙面面元模型散射结果 (a) 分形粗糙面几何轮廓; (b) 分形粗糙面后向散射场

Fig. 2. Results of fractal rough surface facet model scattering: (a) Fractal rough surface geometry; (b) fractal rough surface backscattering field.

## 4 分形粗糙面成像

### 4.1 SAR回波模型

SAR 图像是地面散射率的映射, SAR 成像过程实际上就是地海面或目标表面散射率的反演. 散射率是电磁波与物体相互作用的结果, 包含了地海

面或目标的类型、湿度、高度、几何特征等丰富信息,而且和雷达入射波的工作参数也密切相关。利用SAR模拟技术获取的环境图像可以研究电磁波和地面物体相互作用的过程和机理。

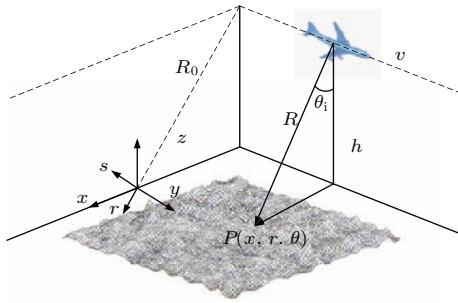


图3 条带式SAR像数据获取几何关系

Fig. 3. The geometrical relationship of data acquisition with stripmap mode.

SAR接收的环境回波信号是一个由距离向与方位向组成的二维信号, SAR的分辨率由距离向分辨率和方位向分辨率共同决定。采用文献[20]中的表达形式,条带式SAR成像,点目标原始回波为

$$\begin{aligned} h_{\text{strip}}(x', y') &= \iint \gamma(x, r) \exp\left(-j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta R\right) \\ &\quad \times \exp\left[-j\frac{4\pi}{\lambda}\frac{\Delta f}{fc\tau}(r' - r - \Delta R)^2\right] \\ &\quad \times \omega^2\left(\frac{x' - x}{X}\right) \text{rect}\left[\frac{2(r' - r - \Delta R)}{c\tau}\right] dx dr, \end{aligned} \quad (25)$$

其中 $\Delta R = R - r = \sqrt{r^2 - (x' - x)^2} - r$ 。如图3所示, $P(x, r, \theta)$ 为地面被入射波照射的一点在圆柱坐标系下的坐标,  $\theta$ 为斜视角; $A(x', 0, 0)$ 为雷达天线位置; $\gamma(x, r)$ 为环境相应点的散射率包括相位因子 $\exp[-j(4\pi/\lambda)r]$ ; $\lambda$ 和 $f$ 为雷达载波波长和频率; $R$ 为雷达到环境散射点的距离, $R_0$ 为雷达平台运动轨迹到场景的中心点的距离; $\Delta f$ 为信号带宽; $c$ 为光速; $\tau$ 为脉冲宽度; $\omega(\cdot)$ 天线方位向方向图; $X = \lambda R_0 / L$ 为天线在场景中方位向的照射宽度; $\text{rect}[t/T]$ 为矩形窗函数; $r'$ 为脉冲延迟时间与 $c/2$ 的乘积。

在环境SAR模拟中,我们认为雷达回波由照射区内的若干起伏的点回波叠加而成。在SAR仿真中,环境的几何轮廓可由分形理论生成的确定性粗糙面样本获得,由于环境可以观察到的轮廓以及SAR图像的纹理主要由大尺度分量决定,而本文主

要关心的是分形参数对SAR图像纹理的影响,所以这里暂时忽略小尺度对散射场的影响。点的散射率可视为面元中心的散射率,可通过 $|\gamma| = \sqrt{\sigma}$ 获得。

## 4.2 SAR图像纹理特征参数

分形参数对SAR成像结果的具体影响可通过灰度共生矩阵的统计参数表示。灰度共生矩阵的统计参数多达14种,其中最典型的为熵(ENT)与角二阶矩(ASM)。设灰度共生矩阵为一个 $G \times G$ 的方阵, $p(i, j)$ 为矩阵中的元素。则熵的表达式为

$$ENT = - \sum_{i=1}^G \sum_{j=1}^G p(i, j) \log p(i, j). \quad (26)$$

熵是图像信息量的度量,是测量图像灰度分布随机性的特征参数,表征了图像纹理的复杂程度。图像的灰度越均匀,熵值越小,图像的纹理越复杂,熵值则越大。角二阶矩又称能量,是图像灰度分布的均匀性或平滑性的度量,反映了图像灰度分布的均匀程度和纹理粗细度。当灰度共生矩阵中的数值分布较集中于主对角线附近时,图像呈现较粗的纹理,其相应的ASM值较大,反之较小。角二阶矩表达式为

$$ASM = \sum_{i=1}^G \sum_{j=1}^G p^2(i, j). \quad (27)$$

## 4.3 仿真分析

对区域为 $200 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ 的分形粗糙面范围进行成像,模式为正侧视条带式SAR像,具体参数如表1。

表1 SAR成像参数

Table 1. The parameters of SAR imaging.

参数类型	参数值
平台高度 $H/\text{m}$	8500
斜视角 $\theta/(\text{°})$	30
载频 $f/\text{GHz}$	10
带宽 $\Delta f/\text{MHz}$	200
脉冲宽度 $\tau/\mu\text{s}$	1.0
雷达速度 $v/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	300
方位向天线长度 $L/\text{m}$	1.5

采用距离多普勒算法对粗糙面进行成像,成像结果如图4。

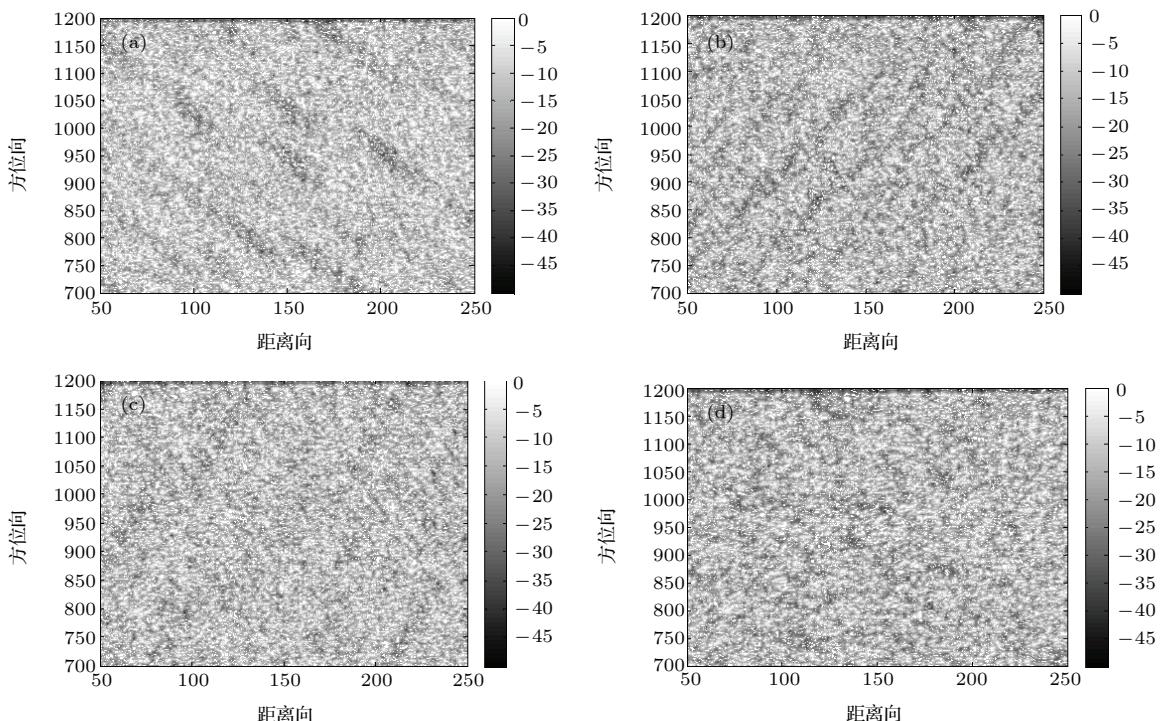


图4 分形粗糙面 SAR 像仿真结果 (a)  $D = 2.25, B_0 = 0.15, \kappa_0 = 0.05, \nu = 0.5e$ ; (b)  $D = 2.25, B_0 = 0.15, \kappa_0 = 0.1, \nu = 0.5e$ ; (c)  $D = 2.35, B_0 = 0.15, \kappa_0 = 0.05, \nu = 0.5e$ ; (d)  $D = 2.25, B_0 = 0.15, \kappa_0 = 0.05, \nu = 0.15e$

Fig. 4. Simulation results of fractal rough surface SAR imaging: (a)  $D = 2.25, B_0 = 0.15, \kappa_0 = 0.05, \nu = 0.5e$ ; (b)  $D = 2.25, B_0 = 0.15, \kappa_0 = 0.1, \nu = 0.5e$ ; (c)  $D = 2.35, B_0 = 0.15, \kappa_0 = 0.05, \nu = 0.5e$ ; (d)  $D = 2.25, B_0 = 0.15, \kappa_0 = 0.05, \nu = 0.15e$ .

图4中 SAR 像的熵与角二阶矩如表2.

表2 图4中熵值与角二阶矩值

Table 2. Values of entropy and angle secondary moment in Fig. 4.

	图4(a)	图4(b)	图4(c)	图4(d)
熵(ENT)	3.3597	3.5690	3.4972	3.6953
角二阶矩(ASM)	0.0977	0.0799	0.0835	0.0656

图4(a)的分形参数为  $D = 2.25, B = 0.15, \kappa_0 = 0.05, M = 20$ . 从图4(a)中的结果可以明显观察到褶皱现象, 由于入射角为  $30^\circ$ , 几乎所有的面元都能照射到, 所以没有遮挡现象, 颜色较暗的部分即为法线背离入射方向的面元区域, 或者说是分形粗糙面中的沟壑部分, 而且是面元法线与入射方向夹角较大的部分, 明亮部分则是面向入射方向的部分. 图4(a)较好地表现了分形粗糙面的纹理特征. 图4(b)是令  $\kappa_0 = 0.1$ , 图4(c)则是将  $D$  改为 2.35, 其余参数与图4(a)一致, 从图4(b)和图4(c)可以观察到增加空间基频或分形维数  $D$  后, 分形粗糙面的 SAR 像纹理变得模糊, 灰暗对比不如图4(a)中明显. 这是由于增加空间基频后粗糙面的尖峰数增加, 改变分形维数后粗糙面整体也变

得粗糙, 相应的 SAR 像纹理则更加随机无序, 从而导致了图像熵的增加与角二阶矩的减小. 两种改变都会使电磁波漫散射增强, 表现在 SAR 像上则是纹理对比的弱化. 图4(d)是将谱间隔改为  $0.15e$  ( $e$  为奈培数), 可以发现图中几乎看不到纹理, 因为谱间隔越小, 粗糙面越接近 FBM 效果, 粗糙面几何轮廓上表现为更细小部分的分形特征, 大尺度轮廓的特征更为无序. 而 SAR 像的结果主要表现的是大尺度的轮廓特征及其散射特性, 所以其 SAR 图像熵值的增加与角二阶矩的减小都十分明显. 综合以上仿真结果不难看出, 改变分形参数对粗糙面大尺度的影响能够通过 SAR 像直接表现出来.

分形粗糙面的参数与图4(a)保持一致, 分别改变雷达波斜视角与雷达波的入射频率, 其 SAR 像结果如图5, 对应的熵与角二阶矩如表3.

表3 图5中熵值与角二阶矩值

Table 3. Values of entropy and angle secondary moment in Fig. 5.

	图5(a)	图5(b)
熵(ENT)	3.6624	3.6273
角二阶矩(ASM)	0.0577	0.0665

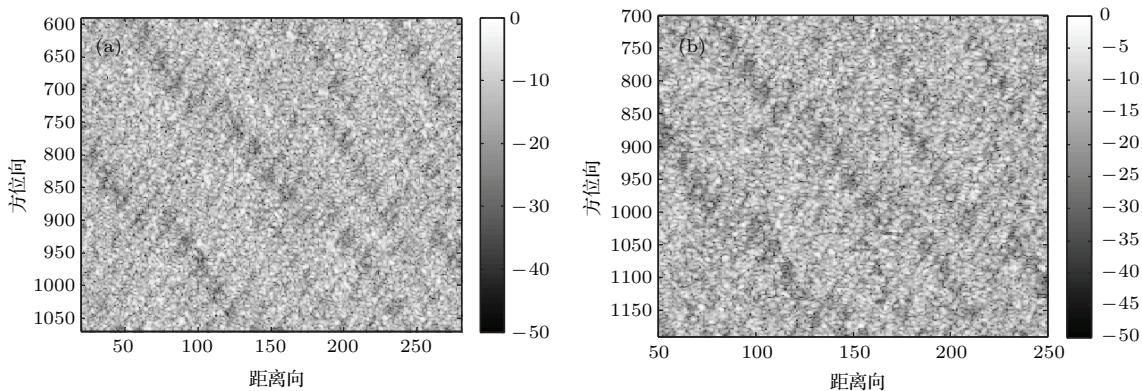
图5 分形粗糙面 SAR 像仿真结果 (a) 雷达波斜视角  $\theta = 45^\circ$ ; (b) 雷达波入射频率  $f = 12$  GHz

Fig. 5. Simulation results of fractal rough surface SAR imaging: (a) Squint angle of radar wave  $\theta = 45^\circ$ ; (b) incidence frequency of radar wave  $f = 12$  GHz.

对比图4(a), 结合表3观察图5可以发现, 由于粗糙面的粗糙度为相对概念, 与电磁波入射角及其频率密切相关, 雷达波斜视角的增大、雷达波入射频率的增加都会导致表面相对粗糙度的增加, 从而导致相比于图4(a)的统计参数, 其熵值会有相应的增加, 角二阶矩则会减小.

## 5 结 论

本文通过分形环境模型的建立、面元 Kirchhoff 电磁模型的提出以及粗糙面 SAR 成像技术的研究建立了一套完整的分形环境 SAR 像模拟仿真程序. 分形粗糙面能够很好地模拟真实的自然环境, 且其表征参数少、易于理解, 故采用分形粗糙面建立环境模型. 分析了 Kirchhoff 法在粗糙面散射问题中的适用条件, 采用三角面元模型逼近大尺度粗糙面, 采用一种面元 Kirchhoff 方法, 计算后向散射场, 通过与解析解对比验证了其正确性. 同时对面元尺寸进行了讨论, 在保证精度的前提下采用大面元模型可提高成像效率. 最后采用距离多普勒算法对不同分形参数的粗糙面模型进了成像, 从 SAR 像中我们可以观察到分形参数对粗糙面几何轮廓的影响十分明显. 由于本文重点研究的是分形参数对几何轮廓的影响, 而在一定成像精度下, 粗糙面几何轮廓主要由大尺度决定, 所以本文并未考虑小尺度的影响. 下一步工作计划将小尺度的影响结果考虑进来, 同时, 从 SAR 的原始图像中能直观观察到的信息十分有限, 对 SAR 图像进一步处理以便进行特征提取以及分形参数的反演也是下一步的研究计划.

## 参考文献

- [1] Franceschetti G, Iodice A, Migliaccio M, Riccio D 1999 *IEEE Trans. Anten. Propag.* **47** 1405
- [2] Semchuk O Y, Grechko L G, Kunitskaya L Y, Gichan O I 2009 *J. Appl. Spectro.* **76** 692
- [3] Perna S, Iodice A 2011 *IEEE Trans. Anten. Propag.* **59** 596
- [4] IoIodice A, Natale A, Riccio D 2013 *IEEE Trans. Anten. Propag.* **61** 2156
- [5] Ruello G, Sanchez P B, Iodice A, Mallorqui J, Riccio D, Broquetas A, Franceschetti G 2010 *IEEE Trans. Geosci. Remot.* **48** 1777
- [6] Franceschetti G, Iodice A 1999 *Radio Sci.* **34** 1043
- [7] Franceschetti G, Iodice A, Riccio D, Ruello G 2005 *IEEE Trans. Geosci. Remot.* **43** 1115
- [8] Schelrath J H, denhofer P E 2005 *Electro. Lett.* **41**
- [9] Guo L X, Wang Y H, Wu Z S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 96 (in Chinese) [郭立新, 王运华, 吴振森 2005 物理学报 **54** 96]
- [10] Ren X C, Guo L X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1627 (in Chinese) [任新成, 郭立新 2009 物理学报 **58** 1627]
- [11] Ren X C, Guo L X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2956
- [12] Tao R, Li Y, Bai X 2012 *IEEE Trans. Geosci. Remot.* **50** 3627
- [13] Liu W, Guo L X, Wu Z S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 074102
- [14] Tian W, Ren X C, Guo L X 2013 *Chin. J. Comput. Phys.* **30** 134 (in Chinese) [田炜, 任新成, 郭立新 2013 计算物理 **30** 134]
- [15] Zhang M, Zhao Y W, Zhao Y, Chen H 2013 *IEEE Trans. Aero. Electr. Sys.* **49** 2046
- [16] Chen H, Zhang M, Zhao Y W, Luo W 2010 *IEEE Trans. Anten. Propag.* **58** 3751
- [17] Iodice A, Natale A, Riccio D 2011 *IEEE Trans. Geosci. Remot.* **49** 2534
- [18] Martino G D, Riccio D, Zinno I 2012 *IEEE Trans. Geosci. Remot.* **50** 630
- [19] Clarizia M P, Bisceglie M D, Galdi C, Srokosz M 2012 *IEEE Trans. Geosci. Remot.* **50** 960
- [20] Franceschetti G, Guida R, Iodice A, Riccio D, Ruello G 2004 *IEEE Trans. Geosci. Remot.* **42** 2385

# Synthetic aperture radar image of fractal rough surface\*

Wang Tong<sup>†</sup> Tong Chuang-Ming Li Xi-Min Li Chang-Ze

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

(Received 19 November 2015; revised manuscript received 19 January 2016)

## Abstract

The synthetic aperture radar imaging of fractal rough surface is studied. The natural surface can be very accurately described in terms of fractal geometry. Such a two-dimensional fractional Brownian motion (FBM) stochastic process provides a very sound description of natural surface. The samples of band-limited FBM process are realized by using physical Weierstrass-Mandelbrot function. The parameters of fractal rough surface are discussed and how to choose the value is analyzed. The roughness is mostly determined by the Hurst coefficient or the fractal dimension. In the actual simulation, a fractal rough surface can be seen as the superposition of finite sinusoidal tones, and any scattering measurement is limited to a finite set of scales. In this paper, the surface is described with two-scale model, i. e., locally approximated by plane facets with dimension smaller than that of resolution cells, but much larger than wavelength. Because this paper focuses on the texture of the synthetic aperture radar (SAR) image and the overall image texture is related to the macroscopic scale, the microscopic roughness superimposed on the facets is neglected. For the macroscopic scale scattering problem, a facet Kirchhoff approach is proposed. The fractal rough surface consists of many triangle facets, and the scatter field of each facet can be obtained by the facet Kirchhoff approach. The principle of dimension selection is studied. The dimension of facet must follow the principle that the surface profile is not damaged. At the same time, the facet dimension should be as large as possible in order to increase the efficiency of imaging. After establishing the fractal geometry model and obtaining the field from each facet, the SAR image can be realized through Rang-Doppler method in the stripmap mode. The results show that in the SAR image, the effects of fractal parameters on the rough surface can be obviously observed. The peaks and ravines of rough surface are obviously observed at low fractal dimension or high Hurst coefficient. However, when the fractal dimension gets higher or Hurst coefficient gets higher, the peaks and ravines disappear because the surface becomes rougher and diffuse scattering is enhanced. The effect of fractal parameter on the SAR image can be specifically expressed with entropy and angle second moment. With the increase of fractal dimension  $D$ , the texture of SAR image behaves more randomly and disorderly. So the entropy of SAR image becomes larger and the angle second moment of SAR image becomes smaller. The texture of SAR image is also related to the squint angle and frequency of incidence wave. The relative roughness will become larger when the squint angle and frequency of incidence wave become larger. The research on a complete fractal surface SAR imaging system consists of establishing the environmental model, developing the electromagnetic scattering model, and using the SAR imaging technique. The achievements show the characteristics of fractal rough surface SAR image, which have a theoretical support for natural environment remote sensing and the environment parameters inversion.

**Keywords:** fractal rough surface, Weierstrass-Mandelbrot function, Kirchhoff, synthetic aperture radar image

**PACS:** 03.50.De, 03.65.Ge, 64.60.al, 42.79.Qx

**DOI:** 10.7498/aps.65.070301

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61372033).

† Corresponding author. E-mail: [tong\\_wang001@163.com](mailto:tong_wang001@163.com)