

基于 Monte Carlo 的热脉冲法数据分析

梁铭辉 郑飞虎 安振连 张冶文

Numerical extraction of electric field distribution from thermal pulse method based on Monte Carlo simulation

Liang Ming-Hui Zheng Fei-Hu An Zhen-Lian Zhang Ye-Wen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 077702 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.077702

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.077702>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I7>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

横磁模下介质表面二次电子倍增的抑制

Suppression of secondary electron multipactor on dielectric surface in TM mode

物理学报.2015, 64(13): 137701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.137701>

聚丙烯中电树枝生长机理研究

The mechanism of electrical treeing propagation in polypropylene

物理学报.2014, 63(17): 177701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.177701>

基于局部放电理论的聚合物电介质击穿动力学理论研究

Studies on the kinetic theory of polymer dielectric breakdown due to partial discharge

物理学报.2014, 63(11): 117701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.117701>

掺铁铌酸锂晶体的光电导衰减特性研究

Photo-conductivity decay properties of Fe-doped congruent lithium niobate crystals

物理学报.2013, 62(3): 037201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.037201>

交联聚乙烯电缆绝缘材料中电树枝的导电特性研究

Study on conducting characteristics of electrical trees in cross-linked polyethylene cable insulation

物理学报.2012, 61(8): 087701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.087701>

# 基于Monte Carlo的热脉冲法数据分析\*

梁铭辉 郑飞虎<sup>†</sup> 安振连 张冶文

(同济大学电气工程系, 上海 201804)

(2015年12月6日收到; 2016年1月12日收到修改稿)

热脉冲法是测量聚合物介质薄膜空间电荷分布的有效方法之一, 其数据的分析涉及第一类Fredholm积分方程, 只能采用合适的数值计算方法进行求解, 而Monte Carlo法是近年来提出的数值求解该方程的方法之一. 本文尝试使用Monte Carlo法在频域内实现热脉冲数据的分析, 通过一系列模拟计算讨论Monte Carlo法的分析效果. 计算结果表明: Monte Carlo法可实现对热脉冲法实验数据的有效分析, 提取被测薄膜内的电场分布, 而且计算的电场分布在整个样品厚度上都与真实分布较好地符合, 可有效地弥补尺度变换法只在样品表面附近获得较高准确度的缺陷. 该方法的局限性在于计算结果存在一定的振荡, 且在噪声和数据误差的影响下, 其准确性很大程度上依赖于奇异值分解过程中容差的选择, 在应用的方便程度方面还有待进一步提升.

**关键词:** Monte Carlo法, 空间电荷, 热脉冲法

**PACS:** 77.22.Jp, 72.20.Jv, 66.70.Hk

**DOI:** 10.7498/aps.65.077702

## 1 引言

随着电力和新能源汽车等行业的快速发展, 薄膜电容器的需求量不断增加. 作为薄膜电容器的主要绝缘介质, 聚合物薄膜在电场作用下特别是高电场下容易发生空间电荷的积累, 而空间电荷积累分布对薄膜电容器的性能和运行可靠性都有显著的影响<sup>[1]</sup>, 因而测量分析薄膜中的空间电荷分布是一项紧急而重要的任务. 目前, 测量介质中空间电荷分布的主要方法有电声脉冲 (pulsed electro-acoustic, PEA) 法<sup>[2]</sup>、压力波 (pressure wave propagation, PWP) 法<sup>[3,4]</sup>、热脉冲 (thermal pulse, TP) 法<sup>[5]</sup>、激光光强调制法 (laser intensity modulation method, L IMM) 等<sup>[6]</sup>, 其中PEA法和PWP法的测量技术已相当成熟, 是国际上应用最为广泛的空间电荷测量方法<sup>[7]</sup>. 然而, 目前许多工程电介质薄膜如电容器用聚合物薄膜的厚度往往只有微米量级, PEA法和PWP法的分辨率都难以达到这类薄

膜空间电荷分布的测量要求. 基于热扰动原理的热脉冲法和L IMM法可分别在时域和频域实现对微米级薄膜样品中空间电荷分布的测量<sup>[8]</sup>, 但热脉冲法获取一组完整实验数据所需要的时间远小于L IMM法<sup>[9]</sup>, 有利于实现电场和电荷分布的动态测量, 因而具有更广阔的应用前景.

区别于基于力学或电脉冲扰动原理的空间电荷测量方法在扰动波传播方向上保持类似的分辨率, 入射的扰动热脉冲与介质相互作用后在数微米深度内即有明显的色散与衰减, 导致无法根据波传播过程的时间-空间简单对应关系由介质对热脉冲响应的电流波形而直接获取介质内的空间电荷分布. 空间电荷分布的准确信息必须通过复杂的数学求解过程获得, 而其中涉及第一类Fredholm积分方程, 这是一个数学上的病态方程, 必须采用合适的数值计算方法求解. 针对热扰动方法的特点, 目前求解第一类Fredholm积分方程主要采用尺度变换 (scale transformation, ST) 法<sup>[10]</sup>和正则化法<sup>[11]</sup>, 而其中正则化法又以吉洪诺夫正则化

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51277133, 51477119, 51477118) 和教育部博士点基金 (批准号: 20130072110046) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: feihuzheng@tongji.edu.cn

(Tikhonov regularization)应用最为广泛<sup>[11]</sup>. 在对基于热扰动法测得的空间电荷分布响应信号的处理时, 利用ST法只在样品受热辐照面靠近电极处才有很好的分辨率. 通过正则化方法获得的数据在整个样品深度都有类似的分辨率, 但计算过程中采用的正则化约束条件(先验假设)可能导致解的光滑度提高, 丢失真实数据的某些细节信息. 显然, 采用合适的求解方法是还原基于热扰动法测得的介质薄膜中空间电荷分布的关键. 第一类Fredholm积分方程的Monte Carlo (MC)法求解<sup>[12]</sup>是近年来提出的一种新方法, 无需先验假设, 避免了吉洪诺夫正则化法的参数求解的繁琐过程. 本文尝试MC法同时结合最小二乘法, 可在无先验假设条件下还原基于热脉冲法测得的薄膜中的电场及空间电荷分布, 第一类Fredholm积分方程的不适定性造成数值解的不稳定性则通过多次MC数据求解平均及剔除部分奇异值的方式来消滅.

## 2 热脉冲法的原理

热脉冲法的测量原理如图1所示. 已见报道的热脉冲源有脉冲激光器<sup>[9]</sup>或发光时间长度可控制的闪光灯<sup>[5]</sup>, 当光脉冲辐射在样品表面的镀层电极时, 金属电极吸收部分光脉冲的能量并转化为热脉冲向样品内部传递, 由于样品内非均匀的温度变化, 内部的空间电荷随样品局部形变发生微小位移, 引起电极上感应电荷量的变化, 从而在外电路中产生微弱的位移电流, 其表达式如下<sup>[9]</sup>:

$$I(t) = A/d \int_0^d g(z) \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} dz, \quad (1)$$

其中,

$$g(z) = (\alpha_\varepsilon - \alpha_z) \varepsilon_0 \varepsilon_r E(z) + P(z), \quad (2)$$

式中,  $A$ 为样品的受辐照面积,  $d$ 为样品厚度,  $\alpha_\varepsilon$ 为样品介电常数的温度系数,  $\alpha_z$ 为样品的热膨胀系数,  $\varepsilon_0$ 为真空的介电常数,  $\varepsilon_r$ 为样品的相对介电常数,  $E(z)$ 为样品内部电场分布,  $P(z)$ 为极化强度,  $T(z,t)$ 为样品内部瞬时温升分布. 当热脉冲作用于横向尺寸相对于厚度可视为无限大的样品时, 而且满足热脉冲的宽度远小于热脉冲在样品中的渡越时间 $\tau$ , 样品内部瞬时温度增量的表达式为<sup>[13,14]</sup>

$$T(z,t) = T_0 e^{-t/\tau_{th}} + 2T_0 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi z}{d}\right) e^{-n^2 t/\tau}, \quad (3)$$

式中,  $T_0 = \eta q/c\rho Ad$ 为样品内部热平衡后的平均温升, 其中,  $\eta$ 为受辐照电极对光的吸收系数,  $q$ 为光脉冲能量,  $c$ 为比热容,  $\rho$ 为样品密度;  $\tau_{th}$ 为样品与周围环境达到热平衡的时间常数,  $\tau = d^2/(\pi^2 D)$ 是样品内部达到热平衡的时间常数,  $D$ 为热扩散系数, 一般而言, 有 $\tau_{th} \gg \tau$ . 在温度分布 $T(z,t)$ 已知的情况下, 测量出响应电流 $I(t)$ , 根据(1)和(2)式即可求出电场分布 $E(z)$ 或 $P(z)$ , 再由静电场的泊松方程计算空间电荷分布或极化参数. 在实际实验中, (3)式中的各参数并不容易获得, 而需要通过低电场下的标定获得<sup>[8]</sup>.

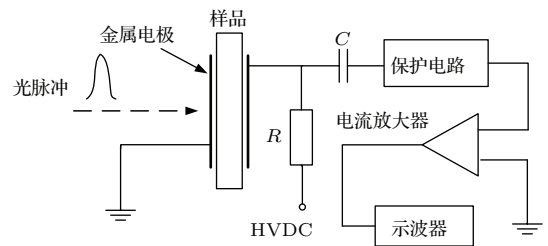


图1 热脉冲法测量原理示意图<sup>[8]</sup>

Fig. 1. Schematic diagram of thermal-pulse measurement<sup>[8]</sup>.

(1)式是典型的第一类Fredholm积分方程形式, 这类方程的求解是一个数学上的病态问题<sup>[10]</sup>, 非常小的数据误差有可能导致完全不同的结果, 即所谓的不适定性, 因此必须采用合适的数值计算方法. 将(2)式代入(1)式可获得数个与电荷分布和极化分布相关的精度有限的傅里叶系数, 并且从实验数据推得这些系数也存在许多困难<sup>[13,15]</sup>. ST法是目前最简单也是最常用的分析热脉冲数据的计算方法, 但它只适合于获取样品表面附近的电场和电荷分布, 在样品内部的分辨率明显降低, 难以用于检测样品较深处的空间电荷分布. MC法是最近提出的求解第一类Fredholm积分方程的一种新方法, 在分析介电弛豫时间<sup>[16]</sup>和LIMM数据处理<sup>[12]</sup>等不适定问题时都取得了很大的成功. 基于以上情况, 本文尝试将MC法用于热脉冲法数据的处理.

## 3 Monte Carlo 法

MC法是一种基于随机试验的数值计算方法, 其基本思想是, 先对待求解的问题进行大量独立的随机抽样试验, 然后对试验结果进行统计分析, 最终取得问题的近似解. 热脉冲法测量获得的原始信号是时域信号, 而在实际测量中热脉冲引起的位

移电流在经过测量线路时可能发生幅值和相位的失真, 而真实信号的校准需要在频域下完成, 校准细节可参考我们以前的工作<sup>[8]</sup>. 因此, 本文在利用MC法处理数据时是在频域下完成的. 其基本步骤如下<sup>[12,17]</sup>.

1) 确定响应电流频谱的频率范围与频率点数  $m$ . 频率范围原则上可以取电流放大器或者测量系统的整个带宽. 频率点数应保证足够多, 因为  $m$  的取值影响到后面的操作.

2) 将响应电流信号变换到频域, 并计算电流频谱的实部和虚部.

3) 在样品厚度  $0$  到  $d$  区间内随机选取  $n$  个  $z$  值,  $n$  应小于  $m$ , 产生的随机  $z$  值一般需服从  $[0, d]$  上的平均分布.

4) 对步骤3)中随机产生的每个  $z$  值以及步骤1)选取的每个频率值  $\omega$ , 计算瞬时温度对时间偏导数的复频谱  $\partial T(\omega, z)/\partial t$ , 并导出其实部和虚部. 根据文献<sup>[9]</sup>的研究, 热脉冲法的时域响应信号经过傅里叶变换可以得到与LIMM法完全相同的响应电流频谱  $I(\omega)$ , 即在频域内分析热脉冲数据和分析LIMM频谱是等效的, 而LIMM法的  $\partial T(\omega, z)/\partial t$  更加便于计算. 因此在热脉冲数据处理中,  $\partial T(\omega, z)/\partial t$  直接根据LIMM法的表达式进行计算<sup>[10]</sup>:

$$T_\omega = \frac{\partial T(\omega, z)}{\partial t} = \frac{\eta q}{c\rho A} \frac{k \cosh(k(d-z))}{\sinh(kd)}, \quad (4)$$

$$k = (1+i)\sqrt{\omega/2D}, \quad (5)$$

其中,  $\eta$  为光吸收率,  $q$  为激光脉冲的能量,  $c$  为比热容,  $\rho$  为介质密度. 类似于ST法, 对于给定的实验条件, 这些参数均为常数, 在处理真实实验数据时, 可通过其他已知的数据来进行整体标定完成, 而不需要进行一一测量. 表达式中的圆频率  $\omega$  选取与步骤1)中的一致,  $z$  的取点数为  $n$ , 所以  $T_\omega$  为一个  $m \times n$  的矩阵, 而且通常不是一个方阵.

5) 根据上述步骤, 可将方程(1)表达为矩阵形式,

$$T_\omega \times \mathbf{g} = \mathbf{I}, \quad (6)$$

$\mathbf{I}$  可通过测量的数据获得, 求解出  $\mathbf{g}$  向量是目标, 而作为核心矩阵的  $T_\omega$  通常是非方阵, 所以需要通过对伪逆的方式得到方程(6)的最小二乘解,

$$T_\omega^+ \times \mathbf{I} = \mathbf{g}, \quad (7)$$

在求解过程中必须舍去一些数值比较小的奇异值, 以克服解的病态性.

6) 重复执行步骤3)–5)的MC循环  $N$  次, 记录每次循环中的  $z$  值以及相应的  $\mathbf{g}(z)$ .

7) 将所有数据按  $z$  值大小进行排序并适当分成若干个组, 计算每一组中  $z$  和  $\mathbf{g}(z)$  的平均值, 各组的平均值构成电场分布, 根据泊松方程进一步求得电荷分布.  $z$  值分组的宽度决定了实验结果最终的分辨率,  $z$  值分组的宽度太小, 解的振荡性明显, 分组宽度也不宜太大, 否则结果的分辨率将降低.

## 4 基于MC法的模拟算例

本节通过一些典型内部电场分布下的模拟算例, 研究MC法处理热脉冲数据的效果. 对于每个算例, 模拟验证的过程是这样的: 先假定介质内的电场分布, 利用方程(1)和(3)模拟计算电流在时域的变化曲线. 再结合模拟计算获得的电流信号和温度频谱方程(4), 根据上节MC过程求解电场分布, 把结果和假定的电场分布进行对比. 需要注意的是, 在模拟计算时  $I(t)$  的采样起始时刻不可能取为热脉冲作用的瞬间即  $t = 0$  时刻, 只能从  $t = 0$  后的某个时刻  $t_1$  开始, 因此需按下式计算  $I(\omega)$  方可得到正确的结果<sup>[18]</sup>:

$$I(\omega) = \int_{t_1}^{t_n} I(t) e^{-i\omega t} dt + \frac{A}{d} \int_0^d g(z) T(z, t_1) dz, \quad (8)$$

式中,  $t_1$  和  $t_n$  分别为采样起始时刻和采样结束时刻. 在得到  $I(\omega)$  后, 按照上一节所述的MC法步骤计算电场分布. 由于方程(1)的求解是一个病态问题, 求解过程中可能会产生一些不可信的异常值, 为了削弱这些值对计算结果的影响, 在将所有计算结果进行分组平均时, 剔除每一组中若干个最大值和最小值.

在以下的模拟算例中, 假定热脉冲是作用于介质的前电极, 对应于  $z = 0$  的位置, 热脉冲沿介质厚度方向传播, 假定样品厚度  $d$  为  $9.8 \mu\text{m}$ . 模拟计算中用到的其他参数如表1和表2所示. 为了便于比较, 下面同时给出MC法与传统ST法的计算结果, 其中对于ST法, 为克服分辨率沿  $z$  增加方向明显下降的缺点, 将样品正反两面分别施加热脉冲得到的两组数据的计算结果拼接在一起<sup>[10]</sup>. 图2是假



定内部电场为阶梯分布时的模拟计算结果; 图3是假定内部电场按  $1 - \cos(2\pi z/d)$  规律分布时的计算结果. 上述例子均显示 MC 法得到的电场分布在整个样品厚度上都与实际分布较好地符合, 能有效地反映样品内部电场的分布情况, 而双面的 ST 法只在表面附近  $2.5 \mu\text{m}$  (约为  $d/4$ ) 以内获得较高的准确度, 在样品内部与实际分布相差较大. 不过, 对于局部的均匀电场, MC 法的计算结果总是在真实值附近上下波动, 这些波动在实际的电场分布中并不存在, 而是一种“假象”, 如果波动幅度较大, 就会影响到对结果的判断, 这方面可通过适当的分组方式得以改善. 例如, 适当减小分组的数目, 或者采用非均匀分组方式, 使表面附近波动较大的区域的

分组宽度比其他区域更大. 需要指出的是, 增加分组宽度必然会使计算结果的光滑性增加, 从而导致分辨率下降, 最佳的分组方式可根据样品厚度和具体要求确定. 图4是内部电场为梯形分布的例子. 显然, 如果背光面附近电场分布比较陡峭, MC 法的计算结果与真实值的偏差较大, 说明 MC 法并不能有效地提取出背光面附近的电场分布信息. 考虑到这种情况, 在实际应用中也需采取与 ST 法类似的技巧, 即进行双面的测量并对结果拼接处理以获得最佳的效果. 但 MC 法在整个厚度范围内与假设分布都有较高的符合度, 这相比于 ST 法具有明显的优势.

表1 模拟计算中使用的材料参数  
Table 1. Material parameters used in the simulations.

材料参数	取值	材料参数	取值
密度 $\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	910	相对介电常数 $\epsilon_r$	2.2
比热容 $c/\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	1900	介电常数温度系数 $\alpha_\epsilon/\text{K}^{-1}$	$-3.3 \times 10^{-4}$
热扩散系数 $D/\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	$1.2724 \times 10^{-7}$	热膨胀系数 $\alpha_z/\text{K}^{-1}$	$1.35 \times 10^{-4}$
辐照面积 $A/\text{m}^2$	$1.54 \times 10^{-4}$	光脉冲能量 $q/\text{mJ}$	15
光吸收系数 $\eta$	0.1	与环境的热平衡时间常数 $\tau_{\text{th}}/\text{s}$	0.2

表2 模拟计算中使用的 MC 计算参数  
Table 2. Computing parameters used in MC simulations.

计算参数	取值	计算参数	取值
频率点数 $m$	256	随机 $z$ 值个数 $n$	233
循环次数 $N$	128	分组数 $M$	64

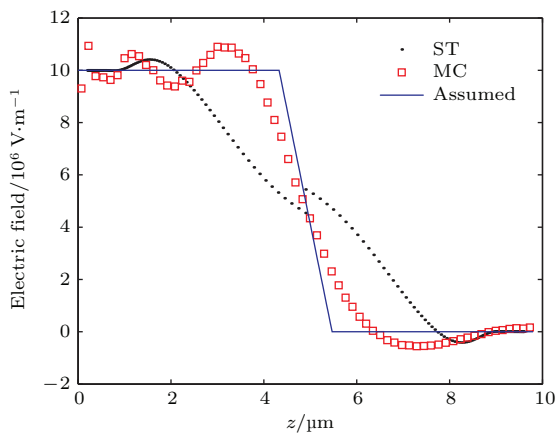


图2 内部电场为阶梯分布时的计算结果  
Fig. 2. The assumed step-like electric field distribution and the computing results with MC and ST methods.

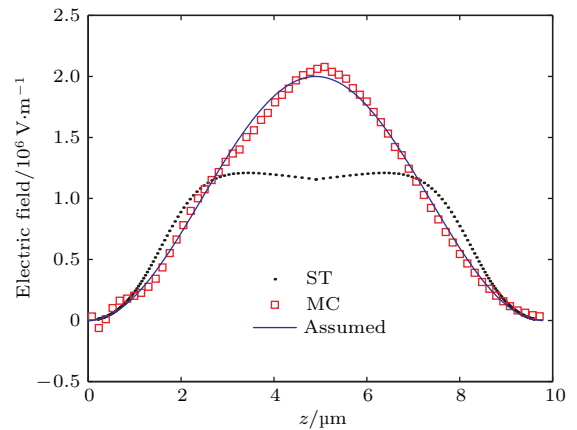


图3 内部电场按  $1 - \cos(2\pi z/d)$  规律分布时的计算结果  
Fig. 3. The assumed electric field distribution according to  $1 - \cos(2\pi z/d)$  and the computing results with MC and ST methods.

前面的模拟计算结果均是在无噪声的理想情况下得到的, 而实际测量中存在着各种干扰噪声. 为了研究噪声对 MC 法数据分析的影响, 在响应电流信号  $I(t)$  中以不同信噪比添加高斯噪声, 计算结果如图5所示. 可以看出, 噪声对 MC 法的计算结果有一定的影响, 随着信噪比的降低, 计算结果的

振荡幅度逐渐变大. 然而, 适当增大矩阵奇异值分解的容差  $tol$ , 就可以减小乃至消除噪声的影响, 如图 6 所示. 造成这一现象的原因是: 增大容差相当于舍弃了更多对数据扰动敏感的数值较小的奇异值, 从而消除了噪声引起的计算结果的振荡.

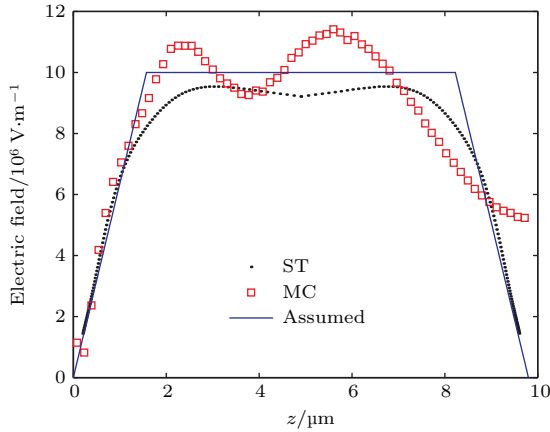


图 4 内部电场为梯形分布时的计算结果  
Fig. 4. The assumed trapezoidal electric field distribution and the computing results with MC and ST methods.

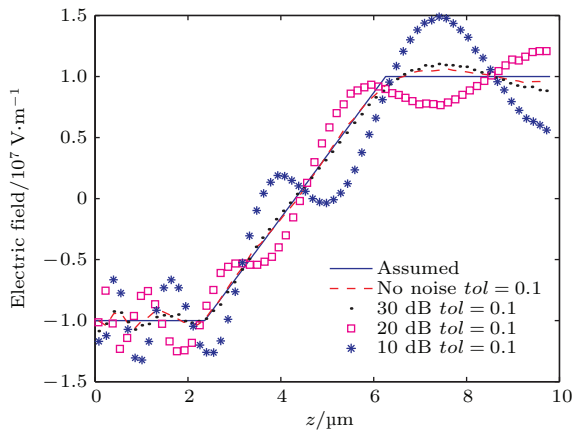


图 5 以不同信噪比添加高斯噪声后的计算结果  
Fig. 5. Computing results by Monte Carlo method with different Gaussian noise level.

由于不可避免地存在数据误差(包括噪声引起的误差和计算机处理数据的舍入误差), 容差是决定MC法计算结果的一个关键参数. 容差太小, 计算结果会发生不合理的振荡; 容差太大, 会造成有用信息的丢失, 准确度下降. 而对于不同的实验参数与不同的噪声水平, 所需的容差很可能不同, 甚至相差很大. 为了获得合理的结果, 必须对容差进行频繁的调整, 以确定合适的容差值. 这是一项相当繁琐的工作, 而容差的选择目前只能依靠经验和

试验. 对于通常的实验条件, 容差一般按照保留 4 到 5 个最大的奇异值的原则进行选择.

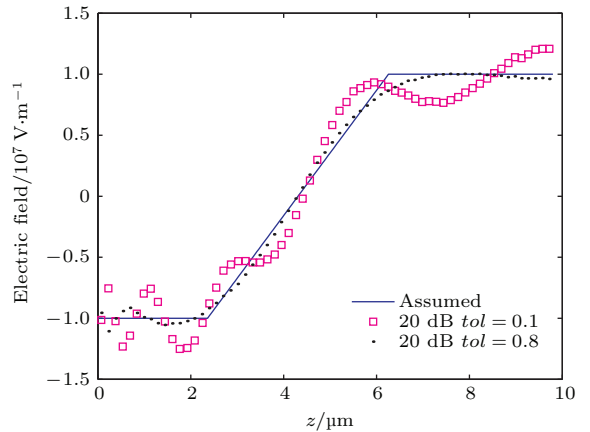


图 6 信噪比为 20 dB 时选择不同容差的计算结果  
Fig. 6. Computing results with a signal-to-noise ratio of 20 dB with the different values of tolerance.

### 5 实验数据的处理结果

实验所用的试样是厚度为 9.8  $\mu\text{m}$  的聚丙烯薄膜, 样品双面蒸镀不透明铝电极, 能量约 15 mJ, 脉冲宽度为 20 ns 的红外激光脉冲作用在镀层铝靶上产生热脉冲. 更详细的实验设备及过程参见文献 [8]. 图 7 是外加电场为 10 kV/mm 直流电场下测量得到的样品热脉冲响应信号, 对于聚丙烯样品, 在这种电场条件下可以认为没有电荷注入和积累, 内部电场是大致均匀的. 图 8 是图 7 的响应信号分别通过MC法和ST法计算得到的内部电场分布. 可见, MC法和ST法的计算结果均反映出样品内部电场的均匀性. 相比于ST法, MC法在均匀电场

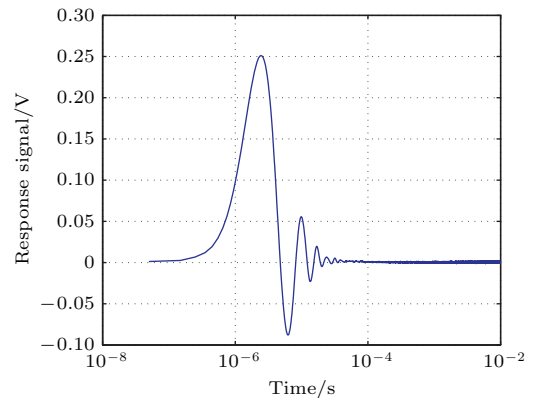


图 7 外加 10 kV/mm 直流电场下测量得到的聚丙烯样品热脉冲响应信号  
Fig. 7. Thermal-pulse response signal of the polypropylene sample under a DC applied electric field 10 kV/mm.

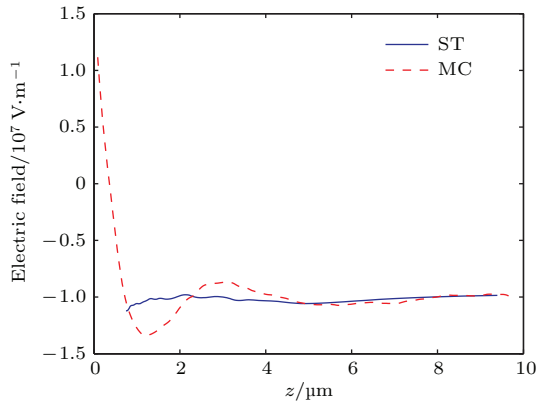


图8 由ST法和MC法得到的内部电场分布的对比

Fig. 8. Internal electric field distributions in the polypropylene sample obtained with scale transformation and Monte Carlo method.

下的计算结果存在一定的振荡,尤其在受热表面附近振荡幅度较大.这个现象与图2模拟计算的结果类似.由于电流放大器带宽限制,ST法无法得到贴近样品表面的一小段区域内的电场分布,而MC法不存在这个缺陷.图8中MC法的计算结果显示,在样品表面附近存在一个电场梯度很大的区域,这可能是由表面处的空间电荷导致的.

## 6 结 论

本文将用于分析LIMM数据的MC算法推广到热脉冲数据的分析.上述数值模拟以及实验数据的处理结果表明,MC法分析热脉冲数据是可行的.MC法得到的电场分布在整个样品厚度上都有较高的准确度,能有效地反映样品内部深处的电场和电荷的分布情况;但计算结果存在一定的振荡.在噪声和数据误差的影响下,计算结果很大程度上依赖于容差的选择,对容差的要求相当苛刻,目前在应

用上受到一定的限制.进一步的工作需要解决容差的智能选择等问题,才能实现MC法在热脉冲法数据处理的应用.

## 参考文献

- [1] Zheng F H, Lin C, Liu C D, An Z L, Lei Q Q, Zhang Y W 2012 *Appl. Phys. Lett.* **101** 172904
- [2] Takada T, Sakai T 1983 *IEEE Trans. Dielec. El. In.* **18** 619
- [3] Laurenceau P, Dreyfus G, Lewiner J 1977 *Phys. Rev. Lett.* **38** 46
- [4] Zheng F H, Zhang Y W, Wu C S, Li J X, Xia Z F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1137 (in Chinese) [郑飞虎, 张治文, 吴长顺, 李吉晓, 夏钟福 2003 物理学报 **52** 1137]
- [5] Collins R E 1977 *Rev. Sci. Instrum.* **48** 83
- [6] Lang S B, Das-Gupta D K 1986 *J. Appl. Phys.* **59** 2151
- [7] Zhou Y X, Wang N H, Wang Y S, Sun Q H, Liang X D, Guan Z C 2008 *Trans. China Electrotech. Soc.* **23** 16 (in Chinese) [周远翔, 王宁华, 王云杉, 孙清华, 梁曦东, 关志成 2008 电工技术学报 **23** 16]
- [8] Zheng F H, Liu C D, Lin C, An Z L, Lei Q Q, Zhang Y W 2013 *Meas. Sci. Technol.* **24** 065603
- [9] Mellinger A, Singh R, Gerhard-Multhaupt R 2005 *Rev. Sci. Instrum.* **76** 013903
- [10] Ploss B, Emmerich R, Bauer S 1992 *J. Appl. Phys.* **72** 5363
- [11] Petre A, Marty-Dessus D, Berquez L, Franceschi J L 2004 *Jpn. J. Appl. Phys.* **43** 2572
- [12] Tuncer E, Lang S B 2005 *Appl. Phys. Lett.* **86** 071107
- [13] DeReggi A S, Guttman C M, Mopsik F I, Davis G T, Broadhurst M G 1978 *Phys. Rev. Lett.* **40** 413
- [14] Bauer S, Ploss B 1991 *Ferroelectrics* **118** 363
- [15] Bauer S 1993 *Phys. Rev. B* **47** 11049
- [16] Tuncer E, Gubanski S M 2001 *IEEE Trans. Dielec. El. Inl.* **8** 310
- [17] Lang S B, Fleming R 2009 *IEEE Trans. Dielec. El. In.* **16** 809
- [18] Ploss B 1994 *Ferroelectrics* **156** 345

# Numerical extraction of electric field distribution from thermal pulse method based on Monte Carlo simulation\*

Liang Ming-Hui Zheng Fei-Hu<sup>†</sup> An Zhen-Lian Zhang Ye-Wen

(Department of Electrical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

( Received 6 December 2015; revised manuscript received 12 January 2016 )

## Abstract

Thermal-pulse method is a powerful tool for measuring space charge distributions in polymer films. The data analysis for thermal-pulse method involves the Fredholm integral equation of the first kind, which requires an appropriate numerical procedure to obtain a solution. Various numerical techniques, including scale transformation and regulation method, are proposed. Of those numerical methods, the scale transformation (ST) is the simplest and the most widely used method. However, it presents a high spatial resolution only near the sample surface. Monte Carlo (MC) method is one of the recently proposed ways to solve the equation numerically and has been successfully applied to the analysis of laser intensity modulation method data, which also involves the Fredholm integral equation of the first kind. In this paper we attempt to analyze thermal-pulse data in frequency domain with the MC method and discuss its effectiveness based on some numerical simulations. The simulation results indicate that the electric field profiles can be effectively extracted by the MC method. The computed profiles by the MC method consist well with the supposed distributions in the entire thickness of the sample, while the profiles reconstructed by the ST method fit very well to the supposed one at the vicinity of the target surface and distort sharply along the direction of the thermal pulse propagation in the sample bulk. On the other hand, the oscillations in the computed results by the MC method could deteriorate its accuracy in this study.

The influence of noise level on the analysis based on the MC method is also tested by the use of the simulated data. The results show that the computed profiles would become more fluctuant as the noise level increases. This problem can be solved by selecting a larger value of tolerance during the singular value decomposition procedure. Thus, the value of tolerance is considered to be one of the key parameters in this algorithm, which is actually hard to determine. Additionally, the experimental data obtained from a polypropylene film under applied electric field are analyzed to illustrate the feasibility of MC method to be applied to the thermal-pulse experimental data. The results also show that the spatial accuracy by the MC method in the entire sample thickness is higher than by the ST method, which verifies that the MC method is more suitable for detecting the electric field distribution in the deep bulk of the sample. Owing to noise and error, the accuracy of MC calculation depends on the chosen tolerance value, which is now considered to be an obstacle in applying this method to the practical thermal-pulse measurement.

**Keywords:** Monte Carlo method, space charge, thermal-pulse method

**PACS:** 77.22.Jp, 72.20.Jv, 66.70.Hk

**DOI:** 10.7498/aps.65.077702

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51277133, 51477119, 51477118) and the Ph. D. Programs Foundation of Ministry of Education of China (Grant No. 20130072110046).

† Corresponding author. E-mail: feihuzheng@tongji.edu.cn