

空间X射线观测确定脉冲星历表参数精度分析

周庆勇 刘思伟 郝晓龙 姬剑锋 贺珍妮 张彩红

Analysis of measurement accuracy of ephemeris parameters for pulsar navigation based on the X-ray space observation

Zhou Qing-Yong Liu Si-Wei Hao Xiao-Long Ji Jian-Feng He Zhen-Ni Zhang Cai-Hong

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 65, 079701 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.079701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.079701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I7>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多谐波脉冲星信号时延估计方法

[Multiple harmonic X-ray pulsar signal phase estimation method](#)

物理学报.2015, 64(21): 219702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.219702>

一种新的X射线脉冲星信号模拟方法

[A new simulation method of X-ray pulsar signals](#)

物理学报.2015, 64(21): 219701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.219701>

标定脉冲星导航探测器的荧光X射线光源

[Fluorescence X-ray source used for calibrating the detector of X-ray navigation](#)

物理学报.2015, 64(14): 149701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.149701>

一种脉冲星信号模拟新方法

[A new method for the pulsar signals simulation](#)

物理学报.2014, 63(21): 219701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.219701>

X射线脉冲轮廓稳定性对导航精度的影响

[Effect of stability of X-ray pulsar profiles on range measurement accuracy in X-ray pulsar navigation](#)

物理学报.2014, 63(6): 069701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.069701>

## 空间X射线观测确定脉冲星星历表参数精度分析\*

周庆勇<sup>1)2)†</sup> 刘思伟<sup>1)2)</sup> 郝晓龙<sup>3)</sup> 姬剑锋<sup>1)2)</sup> 贺珍妮<sup>4)</sup> 张彩红<sup>5)6)</sup>

1)(西安测绘研究所, 西安 710054)

2)(地理信息工程国家重点实验室, 西安 710054)

3)(北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094)

4)(装甲兵工程学院基础部, 北京 100072)

5)(武汉大学 GNSS 中心, 武汉 430079)

6)(中国地震局地震研究所, 地震大地测量重点实验室, 武汉 430071)

(2015年11月17日收到; 2016年1月19日收到修改稿)

脉冲星星历表维持着脉冲星导航所需的时空基准, 其精度直接影响着航天器导航定位结果, 是脉冲星导航系统的基本要素. 本文分析了脉冲星空间观测精度的估计方法, 探索性地研究了基于空间X射线观测获取星历表参数的可行性. 通过建立星历表参数拟合模型, 采用大样本重复事件仿真分析了空间X射线观测精度, 研究了星历表参数确定精度与观测精度、观测时间及观测频次的关系. 研究表明, 空间X射线观测可以确定脉冲星星历表参数, 但受限于脉冲星信号特征及探测器技术水平, 当前高精度导航用脉冲星星历表难以通过空间X射线观测手段获得, 可通过地面射电观测技术较好地建立与维持, 提出了推进我国大口径射电望远镜建设的建议.

关键词: 脉冲星导航, 计时模型, 脉冲星计时观测

PACS: 97.60.Gb, 95.85.Nv, 07.05.kf

DOI: 10.7498/aps.65.079701

## 1 引言

脉冲星具有可精确测定的空间位置和极其稳定的自转周期. 脉冲星犹如宇宙中的“灯塔”, 其位置可精确测定, 部分脉冲星的精度能优于毫角秒水平, 同时脉冲星特别是毫秒脉冲星的自转周期变化率可达  $10^{-19}$ — $10^{-21}$  s/s, 年稳定度可达  $10^{-15}$ , 优于目前国际上最先进的铷钟和氢钟, 被誉为自然界最精准的天文时钟. 观测脉冲星可确定高精度的时空基准, 故利用X射线脉冲星能够为深空乃至星际空间的各种航天器提供自主定时、定位和定姿能力<sup>[1]</sup>. X射线脉冲星导航是一种安全自主新型天文导航技术, 具有重要的战略意义和应用前景, 是当前世界上各航天大国竞相抢占的一个技术制高

点<sup>[2,3]</sup> 我国学者在探测器研制及导航算法等方面开展了大量的研究工作<sup>[4,5]</sup>.

脉冲星星历表维持着脉冲星导航所需的时空基准, 是脉冲星导航系统的基本要素. 脉冲星星历表是以脉冲计时模型参数为基础, 主要包括天体测量参数(位置、距离等)和钟模型参数. 相关研究表明, 实现100 m脉冲星导航定位精度需要位置精度达到1 mas(毫角秒)水平, 脉冲到达时间(TOA)预报精度优于100 ns<sup>[6]</sup>.

构建高精度脉冲星星历表是脉冲星导航的一项基础性工作, 星历表要求参数齐全、实时性强且精度高. 导航用脉冲星一般要求既有射电辐射又有X射线辐射, 实现脉冲星星历表参数测量有三种技术手段: 地面单天线观测技术、地面VLBI(甚长基线干涉测量)观测技术及空间X射线观测技术<sup>[7]</sup>,

\* 国家自然科学基金(批准号: 41304006, 41304022, 41574013)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zjlzqy1986@163.com

前两种也称地面射电观测技术. 国外研究机构利用配置高灵敏接收机的大型射电望远镜对一组毫秒脉冲星开展了长期计时观测或 VLBI 观测, 获得高精度的脉冲星参数 [8,9]. 受限于我国现有射电望远镜口径较小或台址电磁环境复杂 [10-12], 暂无 X 射线空间观测卫星平台, 当前我国脉冲星导航仿真试验分析使用的星历表基本源于国外脉冲星天文数据库或相关文献资料. 然而, 这些参数存在滞后性, 缺乏原始观测数据, 难以保障脉冲星导航对高精度星历表的要求.

空间 X 射线观测技术与地面单天线观测技术一样, 通过长期监测得到一系列的脉冲 TOA, 进行参数拟合, 即可更新星历表. 随着新型高性能 X 射线探测器的研制及空间应用, X 射线脉冲星空间计时观测精度将大幅度地提高 [3], 也为脉冲星星历表参数的确定提供了一种新的技术途径. 从观测角度看, 脉冲星位置至少能测量到角秒精度. 现有空间 X 射线观测主要开展脉冲星能谱等科学任务研究, 其能量分辨率高而时间分辨率差, 以 PSR B0540-69 的 RXTE 观测数据分析为例, 通过计时分析方法得到的位置与 Chandra 卫星对准观测位置差约 1 as(角秒) [13]. 国内 X 射线空间观测研究偏向于脉冲星辐射特征研究 [12,14], 开展计时分析建立星历表的研究尚属空白.

本文研究了 X 射线脉冲星信号模拟及脉冲 TOA 的估计方法, 重点研究了导航用脉冲星星历表参数的确定精度与计时观测水平的关系, 探索了基于空间 X 射线观测获取脉冲星星历表参数的可行性, 提出了建立及维持我国导航用脉冲星星历表的策略.

## 2 空间 X 射线观测精度估计方法

分析空间 X 射线观测确定脉冲星星历表参数的精度, 首先需分析 X 射线脉冲星空间观测的精度. 由于高精度真实空间观测数据的缺乏, 我们通过脉冲星信号模拟、脉冲轮廓折叠及脉冲 TOA 估计等步骤仿真实现脉冲星信号处理过程, 分析 X 射线空间观测精度.

### 2.1 X 射线脉冲星信号模拟

X 射线脉冲星辐射的光子到达探测器, 并被探测器记录的过程可表示为非齐次泊松过程 [15], 如

下式所示:

$$P(N_{a,b} = k) = \frac{1}{k!} \left( \int_a^b \lambda(t) dt \right)^k \times \exp \left( - \int_a^b \lambda(t) dt \right), \quad (1)$$

式中,  $P(N_{a,b} = k)$  为在时间间隔  $[a, b]$  内探测到  $k$  个光子的概率;  $\lambda(t)$  为 X 射线光子到达探测器的概率函数, 是脉冲星 X 射线光子到达概率  $\lambda_s$  与背景 X 射线光子到达概率  $\lambda_b(t)$  之和,

$$\lambda(t) = \lambda_s h \left( \phi_0 + (t - t_0) \left( 1 + \frac{v}{c} \right) f \right) + \lambda_b(t), \quad (2)$$

其中,  $h(\cdot)$  为脉冲轮廓的归一化函数,  $f$  为 X 射线脉冲星的自转频率. 脉冲相位函数  $\phi = \phi_0 + (t - t_0) \left( 1 + \frac{v}{c} \right) f$  中,  $\frac{v}{c} f$  表示由于航天器运动引起的多普勒频移, 即航天器在轨动态效应,  $\phi_0$  为初始脉冲相位,  $t_0$  为初始时刻,  $t$  为观测时刻,  $v$  为航天器速度,  $c$  为在真空中光速. (1) 式所示的泊松随机过程对应数学期望值及方差为

$$E(N_{a,b}) = var(N_{a,b}) = \Lambda(a) - \Lambda(b), \quad (3)$$

其中  $\Lambda(\cdot)$  为泊松过程的积分到达率函数,  $\Lambda(a) = \int_0^a \lambda(t) dt$ ,  $\Lambda(b) = \int_0^b \lambda(t) dt$ .

根据 (1) 式及泊松分布性质可知, 以  $t_n$  为起点至  $t_{n+1} = t_n + z$  时刻点探测到 X 射线光子的概率分布函数为

$$F(z | t_n = t) = 1 - \exp[-(\Lambda(t+z) - \Lambda(t))]. \quad (4)$$

其反函数为

$$F^{-1}(z | t_n = t) = -t + \Lambda^{-1}(\Lambda(t) - \ln(1-z)). \quad (5)$$

基于反函数法产生随机数的理论, 已知  $U$  为  $[0, 1]$  区间均匀分布的随机数, 随机数  $X$  满足概率分布函数  $F(x)$ , 则随机数  $X$  可以通过下式产生:

$$X = F^{-1}(U). \quad (6)$$

由 (5) 和 (6) 式可得到随机 TOA 数据  $t_{n+1}$  为

$$t_{n+1} = \Lambda^{-1}(\Lambda(t_n) - \ln(1-U)). \quad (7)$$

由于  $U$  为  $[0, 1]$  区间上的均匀分布的随机数, 经数学推导可知  $-\ln(1-U)$  为满足期望值为 1 的指数分布的随机数, 以  $E$  表示, 则 (7) 式可表示为

$$t_{n+1} = \Lambda^{-1}(\Lambda(t_n) + E). \quad (8)$$

经过(8)式产生光子TOA随机数序列 $\{t_i\}$ 满足脉冲星辐射光子TOA信号的分布函数<sup>[15]</sup>.

## 2.2 脉冲轮廓折叠

前节模拟产生的X射线光子,通过脉冲星轮廓重建算法可从随机数序列 $\{t_i\}$ 恢复出脉冲轮廓函数 $p(t)$ ,光子历元折叠过程如图1所示.折叠周期为观测脉冲周期 $P$ ,记折叠周期的起点为 $t_0$ ,将折叠周期分为 $N_b$ 个格(Bin),每个Bin的长度为 $\tau_b = P/N_b$ ,依次计算光子序列中每个光子TOA在折叠周期中位置,若位于第 $i$ 个Bin,则相应Bin处光子计数 $C_i$ 加1,这样 $C_i$ 便以离散的形式代表了折叠后的脉冲轮廓,进行归一化处理得到观测脉冲轮廓 $p(t)$ <sup>[16]</sup>.

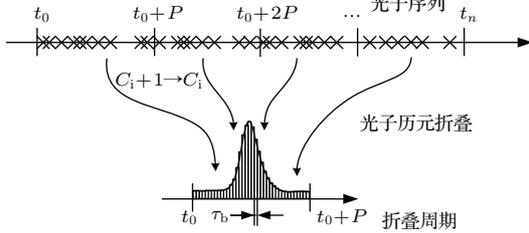


图1 光子历元折叠过程示意图

Fig. 1. The process of X-ray photons epoch folding.

## 2.3 脉冲TOA估计方法研究

观测脉冲轮廓 $p(t)$ 可以与标准脉冲轮廓 $s(t)$ 建立以下关系:

$$p(t) = a + bs(t - \tau) + g(t), \quad (9)$$

式中, $a, b, \tau$ 是一个常数,分别为起始时间偏差、比例系数,时间延迟量; $g(t)$ 是代表X射线光子探测器背景噪声的随机变量; $0 \leq t \leq P$ , $P$ 为脉冲星周期.

在通常的实际应用中,脉冲星轮廓会进行离散化采样( $t_j \equiv j\Delta t$ ), $\Delta t = P/N$ , $\Delta t$ 为脉冲轮廓的采样间隔, $N$ 为采样点数,时间长度 $T = (N - 1)\Delta t$ ,且 $(2\Delta t)^{-1} \geq f_c$ , $f_c$ 为脉冲星观测得到脉冲轮廓的截止频率.假设 $P_k, \theta_k$ 分别为观测脉冲轮廓 $p_j$ 经过离散傅里叶变换的幅值与相位, $S_k, \phi_k$ 分别为标准脉冲轮廓 $s_j$ 经过离散傅里叶变换的幅值与相位,即

$$P_k \exp(i\theta_k) = \sum_{j=0}^{N-1} p_j e^{i2\pi jk/N}, \quad (10)$$

$$S_k \exp(i\phi_k) = \sum_{j=0}^{N-1} s_j e^{i2\pi jk/N}, \quad (11)$$

式中频率指数 $k$ 从0到 $N - 1$ .利用傅里叶变换的线性和时频平移特性,对(9)式做傅里叶变换进一步可得

$$P_k \exp(i\theta_k) = aN + bS_k \exp[i(\phi_k + k\tau)] + G_k \\ (k = 0, 1, \dots, (N - 1)), \quad (12)$$

式中 $G_k$ 代表了随机噪声 $g(t_j)$ 对应的傅里叶变换值.需要注意的是,偏差 $a$ 、比例系数 $b$ 在时域和频域具有相同的规律和作用.在零频率处可推导出:

$$a = (P_0 - bS_0)/N. \quad (13)$$

所求的脉冲到达时间 $\tau$ 以及增益因子 $b$ 可以通过统计最小方差值进行估计:

$$\chi^2(b, \tau) = \sum_{k=1}^{N/2} \left| \frac{P_k - bS_k \exp[i(\phi_k - \theta_k + k\tau)]}{\sigma_k} \right|^2, \quad (14)$$

式中, $\sigma_k$ 是在频率 $k$ 处噪声振幅的均方根.因为 $P_k, S_k$ 随频率衰减得比噪声快,因此在实际数据处理中,一般将 $\sigma_k$ 看作常数.

对(14)式中指数项替换为三角函数,并假设每个观测量噪声相等,可得:

$$\chi^2 = \sigma^{-2} \sum (P_k^2 + b^2 S_k^2) - 2b\sigma^{-2} \sum P_k S_k \cos(\phi_k - \theta_k + k\tau). \quad (15)$$

当 $\chi^2(\tau, b)$ 全局最小,可通过计算该函数对 $\tau, b$ 的偏导数值等于0来解算 $\tau, b$ .

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \tau} = \frac{2b}{\sigma^2} \sum k P_k S_k \sin(\phi_k - \theta_k + k\tau) = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = 2b\sigma^{-2} \sum S_k^2 - 2\sigma^{-2} \sum P_k S_k \cos(\phi_k - \theta_k + k\tau), \quad (17)$$

$$b = \sum P_k S_k \cos(\phi_k - \theta_k + k\tau) / \sum S_k^2. \quad (18)$$

$\tau$ 值的确定由(16)式通过迭代算法求解(如Brent方法),进而可得 $b$ .基于快速傅里叶变换FFT的脉冲时间延迟测量精度不依赖于脉冲轮廓的时间分辨率,而仅依赖于脉冲轮廓的信噪比<sup>[17]</sup>.

### 3 星历表参数精度分析

#### 3.1 星历表参数拟合过程

空间 X 射线观测与地面单天线观测一样, 都是对脉冲星长期计时观测, 得到一系列脉冲计时残差, 进行最小二乘法拟合并迭代运算, 获得更新的天体测量参数和脉冲星自转参数.

脉冲计时残差计算公式如下:

$$R_i = (\varphi_i - \phi_i)/\nu \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (19)$$

式中,  $\varphi_i$  为计时观测得到第  $i$  个脉冲峰值处相位,  $\phi_i$  是以基于脉冲星钟模型预报的第  $i$  个脉冲峰值处的相位,  $\nu$  为脉冲星自转频率. 脉冲星钟模型通常以泰勒多项式表示<sup>[2]</sup>:

$$\phi(t) = \phi_0 + \nu(t - t_0) + \frac{1}{2}\dot{\nu}(t - t_0)^2 + \dots, \quad (20)$$

式中,  $\phi(t)$  为  $t$  时刻的脉冲相位,  $\phi_0$  是初始历元  $t_0$  时的脉冲相位,  $\dot{\nu}$  为脉冲星自转频率一阶导数.

无论是地面单天线观测还是空间 X 射线观测, 都需要将测站或卫星处脉冲到达时刻  $t$  转换为钟模型参考原点处脉冲到达时间  $T$ . 钟模型的参考框架理论上应建立在脉冲星本征坐标系, 框架原点为脉冲星质心, 时间尺度为脉冲星固有时. 对于空间 X 射线观测数据处理, 参考框架一般选为太阳质心坐标系, 框架原点为太阳系质心, 时间尺度为质心坐标时. TOA 转换需考虑信号几何传播时延、太阳系天体引力效应及时间尺度转换. 参考地面计时观测数据处理模型, 脉冲 TOA 转换公式如下<sup>[18]</sup>:

$$T = t - \Delta_S - \Delta_I - \Delta_B, \quad (21)$$

式中,  $\Delta_S$  表示太阳系几何传播及相对论时间延迟, 主要包括太阳系 Roemer 时延、视差时延、太阳系 Shapiro 时延以及太阳系 Einstein 时延;  $\Delta_I$  为脉冲星信号在星际介质传播时延, 主要包括真空几何传播时延及星际色散延迟;  $\Delta_B$  为双星系统时延, 主要包括脉冲星信号在双星系统中传播时延及伴星引起相对论效应时延. 双星系统时延模型相对复杂, 需要对双星系统轨道运动建模, 常用的双星系统模型为 Blandford-Teukolsky 模型与 Damour-Deruelle 模型<sup>[18]</sup>. 由于 X 射线光子频率较高, 对于空间 X 射线观测数据处理, 一般不考虑色散效应.

脉冲星星历表参数通过计时残差拟合获得, 计时残差拟合就是使

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n (R_i/\sigma_i)^2 \quad (22)$$

最小化, 其中  $n$  为观测数据点个数,  $\sigma_i$  为权值, 若  $\sigma_i = 1$ , 进行等权拟合. 通常情况下,  $\sigma_i$  为第  $i$  个脉冲 TOA 的观测误差, 也称为加权最小二乘算法, (22) 式修改为

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_{i=1}^n (R_i/\sigma_i)^2 = \sum_{i=1}^n [(\varphi_i - \phi_i)/\nu\sigma_i]^2 \\ &= \sum_{i=1}^n [(\varphi_i - H\xi_i)/\nu\sigma_i]^2, \end{aligned} \quad (23)$$

式中,  $H = \frac{\partial\phi}{\partial\xi}$ ,  $\xi$  为要求解的拟合参数向量, 脉冲相位  $\phi$  是所有拟合参数的函数. 通过对奇异值分解算法, 减小了最小二乘的复杂度, 进行迭代运算, 直到残差收敛, 获得最佳的脉冲星计时参数和最小的拟合后残差.

#### 3.2 空间 X 射线观测精度分析

空间 X 射线脉冲星观测精度受到多种因素影响, 其中最主要因素为探测器接收到信号强度. 1983 年, Downs 与 Reichley<sup>[19]</sup> 给出了忽略其他因素理想情况下的脉冲 TOA 精度  $\sigma$  与信噪比 (SNR) 的关系:

$$\sigma = 1 / \left[ \text{SNR} \times \int (U')^2 d\tau \right], \quad (24)$$

式中, 分母项的  $U$  是脉冲星轮廓模版函数,  $U$  代表  $U$  的导数, 因此脉冲星轮廓越尖锐, TOA 精度越好; 此外, TOA 精度与信号信噪比成反比. 该公式分析结果与 Parkes 望远镜射电观测精度较符合. 2005 年, Sheikh 博士<sup>[2]</sup> 也给出脉冲 TOA 精度估计公式:

$$\sigma_T = \frac{1}{2} W / \text{SNR}, \quad (25)$$

其中  $W$  为脉冲宽度; SNR 为信噪比, 由下式给出:

$$\text{SNR} = \frac{F_X A p_f \Delta t_{\text{obs}}}{\sqrt{[B_X + F_X (1 - p_f)] (A \Delta t_{\text{obs}} d) + F_X A p_f \Delta t_{\text{obs}}}}, \quad (26)$$

式中  $F_X$  为 X 射线光子流量;  $A$  为接收面积;  $p_f$  为流量的脉冲占用率;  $\Delta t_{\text{obs}}$  为观测时间;  $B_X$  为 X 射线背景流量;  $d = W/P$  为脉宽周期比. (25) 式与 (26) 式本质上是等价的, 后者主要是对脉冲星轮廓特征参数化描述.

由于脉冲星轮廓模板难以用函数精确构建,且空间观测易受星云本底与空间背景噪声的影响,本文采用大样本重复数值仿真试验进行X射线脉冲星空间观测精度的估计.按照第一节描述的方法,实现脉冲星信号的模拟,重构观测轮廓,进行互相关计算得到脉冲时延(若忽略标准轮廓误差,其等价于计时残差).重复仿真过程1000次,统计脉冲星在一系列观测时间内脉冲到达精度.我们仿真实现了 $1\text{ m}^2$ 面积探测器不同时间段内对四颗脉冲星光子TOA系列,折叠出观测脉冲轮廓,分析了脉冲到达精度,并拟合出其与观测时间的关系,见图2.需要说明的是,在脉冲星信号即单光子事件模拟中,脉冲星标准轮廓数据是基于RXTE卫星实测数据处理获得[20,21],见图3,其中PSR B1821-24的标准轮廓是基于Chandra卫星数据[22].由于PSR B1821-24和PSR B1937+21的X射线辐射流量弱且卫星数据时间分辨率较低,文中标准轮廓是基于实际轮廓进行平滑内插得到.在对脉冲星标准轮廓进行抽样生成脉冲星单光子事件时,还需考虑脉冲星星云本底与空间背景噪声(下面简称本底)的影响,本文基于实测的空间卫星脉冲星观测数据,获得脉冲星辐射流量与本底强度,同时考虑了一个随

机的白噪声本底,见表1.

由图2可知,脉冲星TOA精度 $\sigma_{\text{TOA}}(T)$ 与观测时间 $T$ 的关系: $\sigma_{\text{TOA}}(T) \propto K\sqrt{T}$ , $K$ 为比例系数,不同脉冲星比例系数不一样,且与脉冲轮廓结构、观测条件有关.表2列出了四颗脉冲星在1000 s, 1 h及1 d观测时间内脉冲到达时刻测量精度.

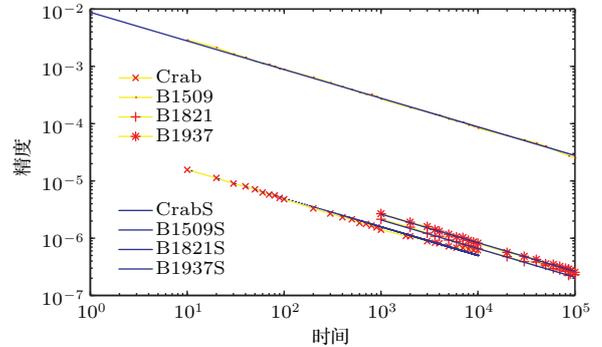


图2 四颗脉冲星空间计时观测TOA精度(图中黄色线上红色点是计算值,蓝色线是根据计算值拟合出TOA精度与观测时间的关系)

Fig. 2. The TOA precision of 4 X-ray pulsars space timing during different observation durations (the red points on yellow lines are calculations, and the blue lines are drawn by fitting the relationship between TOA precision and observation durations).

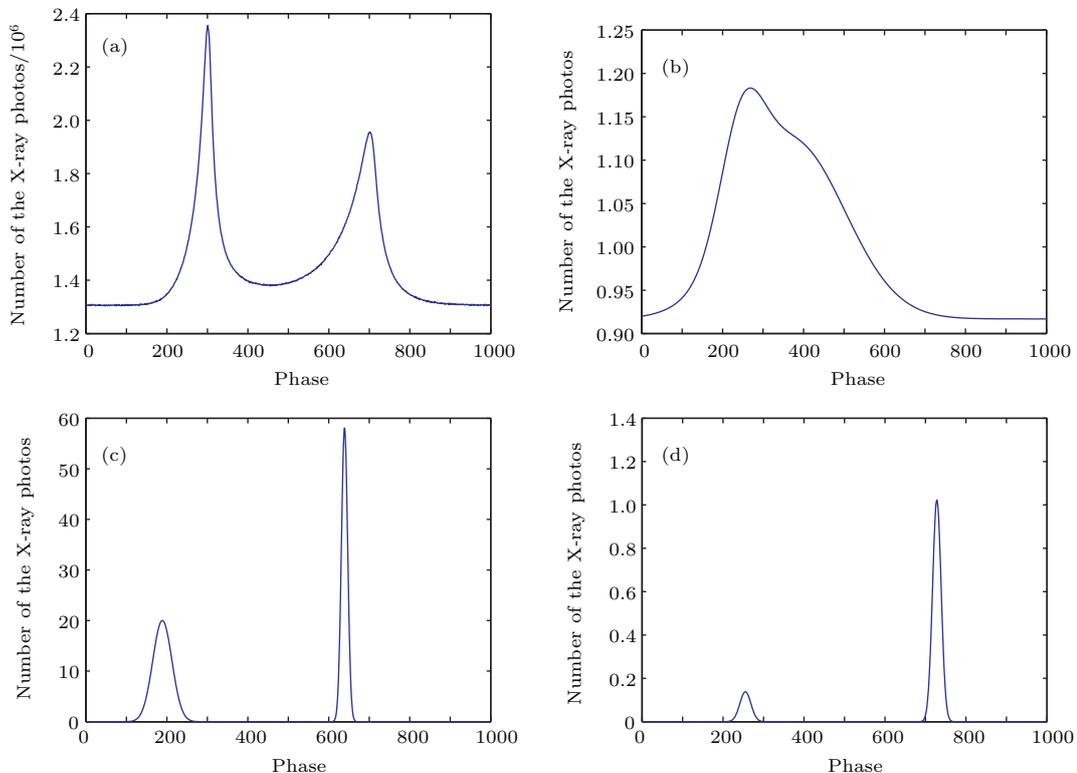


图3 四颗导航用脉冲星标准轮廓 (a) Crab; (b) B1509-58; (c) B1821-24; (d) B1937+21

Fig. 3. The standard profile of four pulsars: (a) Crab; (b) B1509-58; (c) B1821-24; (d) B1937+21.

表1 脉冲星辐射流量与本底噪声水平(单位: ph/cm<sup>2</sup>/s)  
Table 1. The X-ray radiation flux and background noise of four pulsars (in ph/cm<sup>2</sup>/s).

名称	光子流量	仿真本底水平	白噪声本底
Crab	0.46	4	10 <sup>-2</sup>
B1509-58	1.62 × 10 <sup>-2</sup>	0.5	10 <sup>-4</sup>
B1821-24	1.93 × 10 <sup>-4</sup>	0.01	10 <sup>-5</sup>
B1937+21	4.99 × 10 <sup>-5</sup>	0.005	10 <sup>-6</sup>

表2 四颗脉冲星计时观测精度  
Table 2. The timing precision of four pulsars.

脉冲星	脉冲 TOA 精度/μs		
	1000 s	3600 s	86400 s
Crab	1.41	0.83	—
B1937+21	2.68	1.41	0.28
B1821-24	2.16	1.08	0.22
B1509-58	268.90	146.33	27.31

注: —表示由于运算量巨大没有仿真计算.

### 3.3 星历表参数精度

在前述的星历表参数确定理论的基础上, 编程实现其过程, 分析基于空间观测确定脉冲星星历表精度的影响因素. 与国际脉冲星计时阵 (IPTA) 观测项目一样<sup>[8]</sup>, 假设空间卫星每半个月观测一次脉冲星, 仿真观测时间包括3个月、6个月、1年、2年、5年、10年六个时间段, 单次观测精度水平服从100 ns, 1 μs, 10 μs, 100 μs 和1 ms 五种白噪声误差, 并忽略脉冲星周期跃变的影响. 每次试验重复100次, 计算了四颗脉冲星星历表参数与观测精度、观测时间的关系, 其中初始脉冲星星历表参数由Fermi网站提供, 其是基于IPTA项目最新观测数据解算获得. 下面以PSR B1821-24为例, 结果见图4—图6.

由图4—图6可知, 随着观测精度的提高, 星历表参数精度呈线性地提高; 随着观测时间延长, 观测次数增加, 星历表参数也相应地提高. 然而对于相同观测精度与观测时间, 赤经精度远好于赤纬精度, 脉冲星位置精度严重地受到赤纬精度制约, ANTF星表中脉冲星位置误差也呈现相同的规律, 这是由于地球周年运动轨道平面不利于纬度测量.

统计分析其他三颗脉冲星的观测结果, 也呈现相同结论.

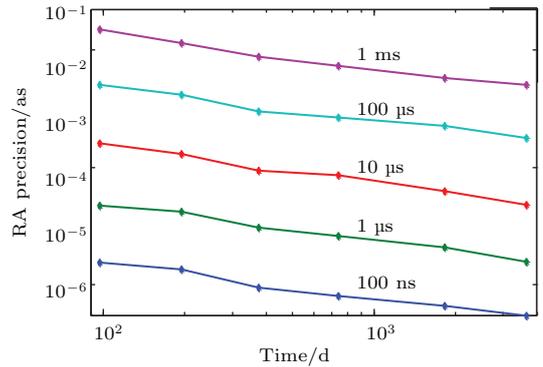


图4 PSR B1821-24的赤经位置精度与 TOA 精度、观测时间的关系

Fig. 4. The relationship of the RA precision of PSR B1821-24 with precision of TOAs and observation durations.

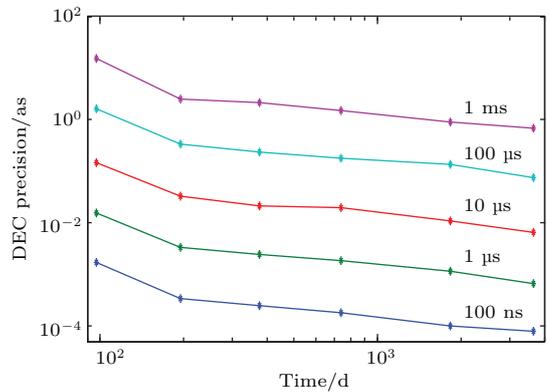


图5 PSR B1821-24的赤纬位置精度与 TOA 精度、观测时间的关系

Fig. 5. The relationship of the DEC precision of PSR B1821-24 with precision of TOAs and observation durations.

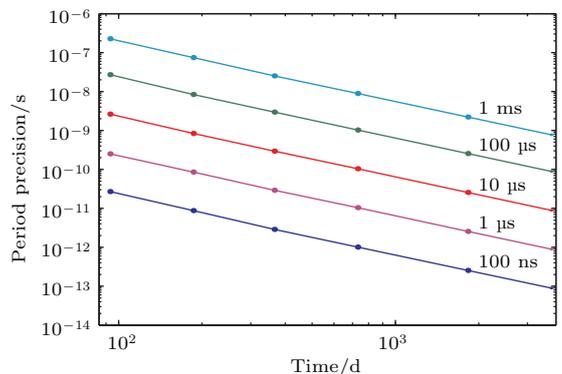


图6 PSR B1821-24的自转周期与 TOA 精度、观测时间的关系

Fig. 6. The relationship of the period precision of PSR B1821-24 with precision of TOAs and observation durations.

表3 脉冲星星历表基本参数与观测次数的关系 (每次观测精度约 10 μs)

Table 3. The relationship of the pulsar ephemeris parameters with the observation times (10 μs timing precision each time).

Interval/d	Duration/d	Times	RA/as	DEC/s	P/s
1	729.800	733	$1.899 \times 10^{-5}$	0.004900	$1.85 \times 10^{-11}$
2	729.927	367	$2.699 \times 10^{-5}$	0.007549	$2.32 \times 10^{-11}$
3	729.916	245	$3.294 \times 10^{-5}$	0.009533	$3.31 \times 10^{-11}$
7	733.020	106	$5.681 \times 10^{-5}$	0.014015	$5.22 \times 10^{-11}$
14	739.856	54	$7.315 \times 10^{-5}$	0.019810	$5.82 \times 10^{-11}$
30	747.659	26	$7.571 \times 10^{-5}$	0.021411	$7.72 \times 10^{-11}$
60	777.652	14	$1.408 \times 10^{-4}$	0.039312	$1.07 \times 10^{-10}$
90	807.598	10	$1.748 \times 10^{-4}$	0.043715	$1.29 \times 10^{-10}$

表4 四颗导航用脉冲星星历表参数确定精度

Table 4. The precision of ephemeris parameters for 4 pulsars.

Pulsar	TOA 精度/μs	赤经/mas	赤纬/mas	自转周期/s
Crab	1.41	23.4	806.0	$8.1213 \times 10^{-8}$
B1937+21	2.68	0.021236	0.41446	$4.7145 \times 10^{-12}$
B1821-24	2.16	0.03053	8.0	$1.9022 \times 10^{-12}$
B1509-69	268.90	4.4	46.7	$4.8376 \times 10^{-12}$

脉冲星星历表参数确定精度与观测次数密切相关. 下面仿真分析 PSR B1821-24 星历表与观测次数的关系, 仿真观测时间约 2 年, 观测时间间隔从 1 d 到 90 d 共 8 个时间段, 观测次数相应地从 733 次减少到 10 次, 其他仿真条件同前, 相关结果见表 3.

相同观测时间内, 随着观测时间间隔减小, 观测次数增加, 脉冲星星历表精度相应地增加. 脉冲星星历表精度与观测次数关系如下:

$$\begin{aligned} \sigma_{RA} &\propto 0.51686/\sqrt{N}(\text{mas}), \\ \sigma_{DEC} &\propto 0.1389/\sqrt{N}(\text{s}), \\ \sigma_P &\propto 4.5381 \times 10^{-10}/\sqrt{N}(\text{s/s}), \end{aligned} \quad (27)$$

式中,  $\sigma_{RA}$ ,  $\sigma_{DEC}$ ,  $\sigma_P$  分别是星历表参数赤经、赤纬及自转周期确定精度;  $N$  代表观测次数. 可见提高星历表参数精度有效途径是增加观测次数.

同前面的分析一样, 假如探测器有效面积为  $1 \text{ m}^2$ , 空间卫星平台每隔半个月分别对四颗脉冲星观测一次, 每次观测 1000 s, 累积观测 1 年时间, 获得四颗脉冲星星历表参数如表 4.

由表 4 可知, 四颗脉冲星中只有 PSR B1937+21, B1821-24 在观测一年可获取约 mas 水平位置误差的参数. TOA 精度越高并不意味着脉

冲星星历表参数拟合精度最高, 星历表参数拟合精度与脉冲星自转稳定性、星历表参数初始值等密切相关. 相比于其他三颗脉冲星, Crab 脉冲星的 TOA 测量精度最高, 其是一颗年轻的脉冲星, 计时残差使用 10 阶函数拟合. 然而 Crab 的计时噪声比较大 [23], 增加观测时间未必增加位置的测量精度. 需要说明的是, 四颗脉冲星的脉冲 TOA 精度估计中探测器面积较大, 并忽略了脉冲星自转不稳定、计时观测误差、卫星轨道与时间同步误差, 特别是脉冲星 B1937+21、B1821-24 标准脉冲轮廓信噪比高, 而在实际工程中, 四颗脉冲星计时观测精度可能会受到更多因素的影响, 其精度会大幅度下降. 故基于空间观测手段一般在较短时间难以获取高精度脉冲星星历表参数.

## 4 讨论与总结

脉冲星星历表参数可以通过三种观测技术进行测定, 其中 VLBI 观测技术只能测定脉冲星天体位置参数. 实际上空间 X 射线观测与地面单天线观测确定星历表都是对观测数据进行计时分析, 然而这种方法获得的星历表参数精度与计时观测水平密切相关. 对于相同的脉冲星, 地面单天线计时观

测精度远高于空间X射线观测. 2013年, IPTA组织全球九大望远镜对毫秒脉冲星 J1713+0747 进行了一次24小时全球接力观测<sup>[24]</sup>, 结果表明地面大口径射电望远镜口径可以在较短时间内获取高精度的脉冲TOA. GBT, Acribo望远镜观测约10 s, Parkes望远镜观测约60 s, 其计时残差水平在微秒量级, 特别是GBT观测得到的脉冲轮廓信噪比高达5904.535. IPTA项目中部分脉冲星观测精度可达几十纳秒, 如脉冲星J0437-15达到30 ns量级水平. 由于脉冲星X射线辐射流量较弱, 除Crab脉冲星(0.46 ph/cm<sup>2</sup>/s), 一般都小于0.01 ph/cm<sup>2</sup>/s<sup>[12]</sup>, 同时考虑脉冲星在高分段的脉冲轮廓比低能段展宽, 空间X射线背景噪声大, 限于目前X射线望远镜的探测能力, 脉冲星的X射线轮廓信噪比不足, 很难得到高精度的TOA观测结果. 高信噪比的脉冲轮廓获取, 需要大面积探测、长时间观测及精确的卫星轨道时钟同步信息<sup>[25]</sup>, 这些都给工程实现提出很大的挑战. 当然脉冲星导航使用的X射线脉冲轮廓只能通过空间X射线观测获得. 此外, 脉冲星在射电与X射线频段上辐射特性及数据处理的差异性, 尚需研究基于地面射电观测预报X射线辐射行为的方法.

脉冲星星历表建立与精化是一个长期的过程, 建议采取地面射电观测技术, 而地面射电观测精度与望远镜性能(含接收机)、数据处理能力等息息相关. 当前我国已经建成一批望远镜, 或口径小、或地理位置电磁环境干扰太大、或专门服务于深空探测任务, 且同时国内CVN由于口径较小没有对导航用脉冲星进行成功观测, 故我国还没有形成高精度导航用脉冲星星历长期维持的能力. 建议加强全国力量合作, 积极参加国际SKA的建设<sup>[26]</sup>, 加快FAST工程建设<sup>[27]</sup>, 推动大口径射电望远镜建设<sup>[10]</sup>. 同时充分利用国内现有望远镜开展导航用脉冲星射电观测<sup>[28]</sup>, 并加强我国VLBI网脉冲星观测、积累观测与数据处理经验.

本文得到中国科学院国家天文台韩金林研究员及其研究团队(王陈、王鹏飞博士)大力支持! 感谢中国科学院高能物理研究所葛明玉博士对文章的修改! 文中使用Tempo2软件及脉冲星星表参数对澳大利亚ANTF和Femri LAT研究团队表示感谢! 使用了RXTE与Chandra卫星观测数据, 对NASA数据管理中心(Heasarc)开放态度表示感谢!

## 参考文献

- [1] Zhou Q Y 2011 *M. S. Dissertation* (Zhengzhou: PLA Information Engineering University) (in Chinese) [周庆勇 2011 硕士学位论文(郑州: 解放军信息工程大学)]
- [2] Sheikh S I 2005 *Ph. D. Dissertation* (Maryland: Department of Aerospace Engineering, University of Maryland)
- [3] Jason W M, Munther A H, Luke M B. <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20150001327.pdf> [2015-08-10]
- [4] Sun H F, Bao W M, Fang H Y, Li X P 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 069701 (in Chinese) [孙海峰, 包为民, 方海燕, 李小平 2014 物理学报 **63** 069701]
- [5] Sheng L Z, Zhao B S, Wu J J, Zhou F, Song J, Liu Y A, Shen J S, Yan Q R, Deng N Q, Hu H J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 129702 (in Chinese) [盛立志, 赵宝升, 吴建军, 周峰, 宋娟, 刘永安, 申景诗, 鄢秋荣, 邓宁勤, 胡慧君 2013 物理学报 **62** 129702]
- [6] Zhou Q Y, Ren H F 2013 *Geomatics Science and Engineering* **33** 21 (in Chinese) [周庆勇, 任红飞 2013 测绘科学与工 **33** 21]
- [7] Lorimer D R, Kramer M 2005 *Handbook of Pulsar Astronomy* (London: Cambridge University Press)
- [8] Manchester R N 2013 *Classical and Quantum Gravity* **30** 224010
- [9] Deller A T 2009 *Ph. D. Dissertation* (Hawthorn: Faculty of Information and Communication Technology Swinburne University)
- [10] Wang N 2014 *Sci. China G* **44** 783 (in Chinese) [王娜 2014 中国科学: 物理学 力学 天文学 **44** 783]
- [11] Zhang S N 2012 *Sci. China G* **42** 1308 (in Chinese) [张双南 2012 中国科学: 物理学 力学 天文学 **42** 1308]
- [12] Ge M Y 2012 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Chinese Academy of Sciences) (in Chinese) [葛明玉 2012 博士学位论文(北京: 中国科学院研究生院)]
- [13] Livingstone M A, Kaspi V M, Gavriil F P 2005 *Astrophys. J.* **633** 1095
- [14] Xu C X, He H L, He H H, Chen Y Z, Li H D, Jiang Y L 1999 *Acta Phys. Sin. (Overseas Edition)* **8** 63
- [15] Emadzadeh A A, Speyer J 2011 *Navigation in Space by X-ray Pulsars* (London: Springer)
- [16] Huang L W 2013 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Tsinghua University) (in Chinese) [黄良伟 2013 博士学位论文(北京: 清华大学)]
- [17] Taylor J H 1992 *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **341** 117
- [18] Edwards R T, Hobbs G B, Manchester R N 2006 *MNAS* **372** 1549
- [19] Downs G S, Reichley P E 1983 *Astrophys. J. (Supplement Series)* **53** 169
- [20] Zhou Q Y, Ji J F, Ren H F 2014 *Acta Phys. Sin.* **62** 139701 (in Chinese) [周庆勇, 姬剑锋, 任红飞 2013 物理学报 **62** 139701]
- [21] The Rossi X-ray timing explorer [1995-2002] <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/xte/xte.-1sthtml> [2015-01-12]
- [22] NASA's Chandra X-ray observatory <http://www.nasa.gov/mission-pages/Chandra/main/index.html> [2015-01-12]

- [23] Scott D M, Finger H M, Wilson E A 2003 *MNAS* **344** 412
- [24] Dolch T, Lam M T, Cordes J, *et al.* 2014 *Astrophys. J.* **794** 21
- [25] Graven P, Collins J, Sheikh S I, *et al.* 2008 *31st Annual AAS Guidance and Control Conference* Breckenridge, Colorado, February 1–6, 2008 AAS 08-054
- [26] Peng B, Jin C J, Du B, *et al.* 2012 *Sci. China G* **42** 1292 (in Chinese) [彭勃, 金乘进, 杜彪, 等 2012 中国科学: 物理学 力学 天文学 **42** 1292]
- [27] Nan R D 2005 *Sci. China G* **35** 449 (in Chinese) [南仁东 2005 中国科学: 物理学 力学 天文学 **35** 449]
- [28] Shen Z Q 2013 *Science (KEXUE)* **63** 15 (in Chinese) [沈志强 2013 科学 **63** 15]

## Analysis of measurement accuracy of ephemeris parameters for pulsar navigation based on the X-ray space observation\*

Zhou Qing-Yong<sup>1)2)†</sup> Liu Si-Wei<sup>1)2)</sup> Hao Xiao-Long<sup>3)</sup> Ji Jian-Feng<sup>1)2)</sup>  
He Zhen-Ni<sup>4)</sup> Zhang Cai-Hong<sup>5)6)</sup>

1) (Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, Xi'an 710054, China)

2) (State Key Laboratory of Geo-information Engineering, Xi'an 710054, China)

3) (Beijing Tracking and Communication Technology Research Institute, Beijing 100094, China)

4) (Department of Fundamental Courses, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China)

5) (GNSS Center, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

6) (Key Laboratory of Earthquake Geodesy, Institute of Seismology, China Earthquake Administration, Wuhan 430071, China)

( Received 17 November 2015; revised manuscript received 19 January 2016 )

### Abstract

The pulsar ephemeris that maintains the time-space benchmark for pulsar navigation is an important part of X-ray pulsar navigation system. The parameters of pulsar timing model which are contained in the pulsar ephemeris can influence directly the accuracy of pulsar navigation. Some studies have shown that 100 m target of X-ray pulsar navigation should need 1 mas angle position and 100 ns pulse time of arrival, the high-level precision of parameters of some pulsars can be reached by ground radio observations with large-diameter telescope. Owing to the development of high-performance X-ray detector and stable space observation platform, the technology that the parameters of pulsar ephemeris are measured by space X-ray observations may be achieved, so the feasibility of this technology is studied in this paper by reconstructing the analysis process. The process includes mainly three parts. Firstly, the methods of simulating X-ray pulsar signals, replicating pulse profile and getting the time of arrival between the observed pulse profile and the standard one from analyzing observation data of the RXTE and Chandra satellite are studied, then the accuracies of X-ray space observations for four pulsars are estimated by using the large sample duplication events. Secondly, the process of fitting model for ephemeris parameters is established and realized by computer program in C++ language. Finally, the relationships between the accuracies of ephemeris parameters and those of the following factors are analyzed: the observation accuracy, the observation duration, the observed frequency. Those results of four pulsars (Crab, B1937+21, B1821–24 and B1509–58) are concluded below. 1) The X-ray space timing precisions of Crab pulsars in the observation durations of 1000 s and an hour are 1.41  $\mu$ s and 0.83  $\mu$ s respectively, the ones of other 3 pulsars in

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41304006, 41304022, 41574013).

† Corresponding author. E-mail: zjlzqy1986@163.com

three different observation durations of 1000 s, an hour, and a day are also gained. 2) The ephemeris parameters of four pulsars are achieved by the X-ray space simulation observations, which are similar to the result of ground pulsar radio timing, the precision of right ascension is better than that of declination. 3) The precisions of ephemeris parameters can be improved by increasing the times of observation. 4) If each pulsar can be observed for 1000 s by space satellite every half an month with a  $1 \text{ m}^2$  effective area detector, the precisions of the estimated parameters (RA, DEC and Period) for Crab pulsar are 23.4 mas 806.0 mas,  $8.1213 \times 10^{-8}$  s, those of other three pulsars are gained and analyzed. However, owing to the low-flux radiation characteristics of millisecond X-ray pulsar and the demand for light and efficient large detector, the high-precision ephemeris parameters can be achieved difficultly by using the space X-ray observations, but can be established and maintained well by the ground radio observation technology. The suggestion for promoting the construction of some large-diameter telescopes is made, and the method that the behavior of X-ray emissions from pulsar is predicted by the ground radio observations still needs be studied.

**Keywords:** pulsar navigation, timing model, pulsar timing

**PACS:** 97.60.Gb, 95.85.Nv, 07.05.kf

**DOI:** [10.7498/aps.65.079701](https://doi.org/10.7498/aps.65.079701)