

基于多项式调频 Fourier 变换的信号分量提取方法

路文龙 谢军伟 王和明 盛川

Signal component extraction method based on polynomial chirp Fourier transform

Lu Wen-Long Xie Jun-Wei Wang He-Ming Sheng Chuan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 080202 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.080202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.080202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I8>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

混沌干扰中基于同步挤压小波变换的谐波信号提取方法

Harmonic signal extraction from chaotic interference based on synchrosqueezed wavelet transform

物理学报.2015, 64(10): 100201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.100201>

用于光频传递的通信波段窄线宽激光器研制及应用

Development and application of communication band narrow linewidth lasers

物理学报.2015, 64(19): 190601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.190601>

锶玻色子的“魔术”波长光晶格装载实验研究

Experimental research on loading strontium bosons into the optical lattice operating at the “magic” wavelength

物理学报.2015, 64(13): 130601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130601>

基于光纤的光学频率传递研究

Study of optical frequency transfer via fiber

物理学报.2015, 64(12): 120602 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.120602>

振动不敏感球形光学参考腔研究

Study of a spherical vibration-insensitive optical reference cavity

物理学报.2014, 63(9): 090601 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.090601>

基于多项式调频 Fourier 变换的信号分量提取方法

路文龙[†] 谢军伟 王和明 盛川

(空军工程大学防空反导学院, 西安 710051)

(2015年11月25日收到; 2016年1月10日收到修改稿)

为了从含有噪声的混合信号中有效提取各个信号分量, 提出一种基于多项式调频 Fourier 变换的分量提取方法. 通过研究 Fourier 变换和分数阶 Fourier 变换的信号能量积累方式及变换基函数的时频表示, 提出利用时频平面上的多项式调频曲线族代替 Fourier 变换和分数阶 Fourier 变换的调频直线族, 将变换的适用范围扩展到非线性调频信号. 采用粒子群智能优化算法搜索调频曲线族的最优多项式参数, 使混合信号中的某一分量在多项式调频 Fourier 域上能量谱集中. 最后对能量谱集中的分量进行窄带滤波, 并利用多项式调频逆 Fourier 变换重构信号分量. 仿真实验结果表明, 该方法不仅能够提取混合信号中的线性调频分量, 还能够实现非线性调频分量的能量谱集中、信号分离和时频特征提取.

关键词: 多项式调频 Fourier 变换, 非线性调频信号, 粒子群算法, 分量提取

PACS: 02.30.Nw, 06.30.Ft, 07.50.Qx, 43.60.+d

DOI: 10.7498/aps.65.080202

1 引言

调频信号是典型的非平稳信号, 广泛地存在于自然界和各类人工系统中, 如地震波信号^[1]、生物电信号^[2]、语音信号^[3]、机械振动信号^[4,5]和雷达波信号等^[6], 研究这类信号具有重要的应用价值和实践意义. 但实际采集的信号一般是目标信号分量和其他信号分量混合的多分量信号, 且被淹没在复杂的环境噪声中, 给信号分量的提取与分析带来很大困难.

针对这些问题, 研究人员进行了深入的研究, 并提出多种分析理论和方法. 其中, 时频分析方法将一维时域信号变换到二维的时间-频率平面进行分析, 能够更好地揭示各个信号分量的时频变化规律, 克服了 Fourier 变换 (Fourier transform, FT) 不反映信号时频特性的缺点, 因而获得广泛的应用^[7]. 最早提出的时频分析方法主要有短时 Fourier 变换^[8]、小波变换^[9]和 Wigner-Ville 分布^[10,11]. 然而, 短时 Fourier 变换和小波变换易受到窗效应的影响, 时频分辨率不高, 对信号参数的

估计不够精确. 虽然 Wigner-Ville 分布具有信号能量脊集中的优点, 尤其是对线性调频信号可以获得最佳的时频聚集性, 但在处理非线性调频信号和多分量信号时, 受自交叉项和互交叉项的影响很大. 改进的 Wigner-Ville 分布^[12,13]通过加窗函数可以抑制交叉项, 但会降低信号的时频聚集性, 而且计算量太大, 不利于实时应用.

随着时频分析理论的发展, 学者们通过组合、参数化已有的时频变换并结合多种后处理方法, 进一步提升时频变换检测、提取非平稳信号分量的能力. 例如, S 变换^[14]作为对短时 Fourier 变换和小波变换的一种组合和扩展, 被用于脉冲星辐射脉冲信号的检测^[15]; 同步挤压小波变换是基于连续小波变换的一种非线性时频重分配算法, 可用于实现对谐波信号的提取^[16]. 上述方法虽然改善了原有变换的时频表示能力, 但是仍然无法克服窗函数带来的固有缺陷. 作为一种参数化的时频分析方法, 分数阶 Fourier 变换^[17,18] (fractional Fourier transform, FRFT) 将信号的坐标轴绕时频平面的原点作逆时针旋转, 通过搜索合适的旋转角度寻找信号能量谱最集中的分数阶 Fourier 域. 该方法能

[†] 通信作者. E-mail: youranqixia521@126.com

够实现线性调频信号的检测及参数估计^[19], 但无法有效检测非线性调频信号分量.

本文在分析了 FT 以及 FRFT 物理意义的基础上, 通过改进传统 Fourier 变换对信号的能量积累方式, 提出一种多项式调频 Fourier 变换 (polynomial chirp Fourier transform, PCFT). 该变换利用时频平面上的一族多项式调频曲线代替传统 Fourier 变换中与时间 (或 v) 轴无关的时频直线族, 从而获得分量能量更加集中的信号频谱; 将多项式调频曲线族的寻优转化为多项式调频曲线参数的估计, 然后使用粒子群优化算法 (particle swarm optimization, PSO) 估计多项式调频曲线的参数. 最后, 通过多项式调频 Fourier 域上的窄带滤波器分离信号分量, 利用 PCFT 的逆变换恢复信号分量. 仿真实验结果表明, 该方法不仅可以提取时频曲线分离的多个信号分量, 而且对时频曲线交叉的多分量信号也能进行较好的分离与重构, 且分离误差很小.

2 多项式调频 Fourier 变换

2.1 传统 Fourier 变换

FT 属于一类重要的调和分析方法, 可以将任意一个函数表示成无穷多个正 (余) 弦函数的加权和^[20]. 这些正弦函数的频率域固定不变且波形无始无终, 在时频平面上表示为无数条与时间轴平行的无限长直线, 可以给出任意信号的频率组成成分以及各成分的幅值. FT 及其逆变换架起了信号在时间域和频率域之间的桥梁, 可以很好地表示信号的时间特性和频率特性, 本质上是给出了信号能量的两种不同表现形式. 但对非平稳信号, 时、频域表示不能反映信号频率的变化规律, 无法揭示信号能量变化的全部信息; 当信号分量在时、频域同时存在能量交叉时, FT 也不能分离、重构信号的各个分量.

作为 FT 的改进, FRFT 的一个重要概念就是时频平面的旋转. Namias^[21] 从 FT 的对称形式出发

$$S(\omega) = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp(-j\omega t) dt, \\ s(t) = \sqrt{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \exp(j\omega t) d\omega, \quad (1)$$

将信号的 FT 看作时频平面上时间轴逆时针旋转 $\pi/2$ 到频率轴的信号表示, 并将时间轴逆时针旋转任意角度 $\alpha = p\pi/2$ 后的信号表示定义为 FRFT (p 阶). 此时 (t, f) 轴变为 (u, v) 轴, t 轴变换到 u 轴的 FRFT 为

$$X_\alpha(u) = F^p[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) K_\alpha(t, u) dt, \quad (2)$$

其中 p 可以是任意实数, F^p 是 FRFT 的算子符号, $K_\alpha(t, u)$ 是 FRFT 的变换核,

$$K_\alpha(t, u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{2\pi}} \exp \left\{ j \left[\frac{t^2 + u^2}{2} \cot \alpha - \frac{ut}{\sin \alpha} \right] \right\}, & \alpha \neq n\pi, \\ \delta(t - u), & \alpha = 2n\pi, \\ \delta(t + u), & \alpha = (2n + 1)\pi. \end{cases} \quad (3)$$

从 FRFT 的定义中可以推出其逆变换为

$$x(t) = F^{-p}[X(u)] \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} X(u) K_{-\alpha}(t, u) du. \quad (4)$$

图 1 给出了 FT 与 FRFT 的时频平面及信号频谱的变化示意图. 如图 1 (a) 所示, 一个含有噪声的线性调频信号在时频平面上表现为倾斜直线的背脊形分布, 但频域中信号能量分布在较宽的频带上, 与信号噪声混叠在一起, 且无法揭示信号频率的变化规律. 图 1 (b) 中, 经过时频坐标轴的旋转, 在适当的分数阶 Fourier 域中信号能量积累到一个频点上形成冲激函数, 而噪声的能量仍然均匀分布在整个时频平面上. 因此存在某一阶数的 FRFT 对给定的线性调频信号具有最好的能量聚集性, 该分数阶 Fourier 域中信号能量因为集中在一个频点而出现峰值; 滤波后, 使用 FRFT 的逆变换可以对信号进行有效重构. 两个变换中使用的基函数虽然都是平行于坐标轴的直线, 但旋转坐标轴后, FT 的点频基函数变为 FRFT 的线性调频基函数, 使线性调频信号的能量可以聚集在分数阶 Fourier 域的一个频点上.

实质上, 信号在分数阶 Fourier 域上的表示, 不仅是融合了信号的时域和频域信息, 更重要的是改变了信号在时频平面上的能量积累方式. 坐标轴旋转后, 变换基函数由与时间轴无关的谐波函数变为频率线性时变的调频函数, 因而通过搜索旋转角度

可以找到任意线性调频信号对应的FRFT. 但对非线性调频信号, 旋转坐标轴无法找到合适的基函数聚集信号能量, 因而FRFT在处理此类信号时会出现较大误差甚至失效.

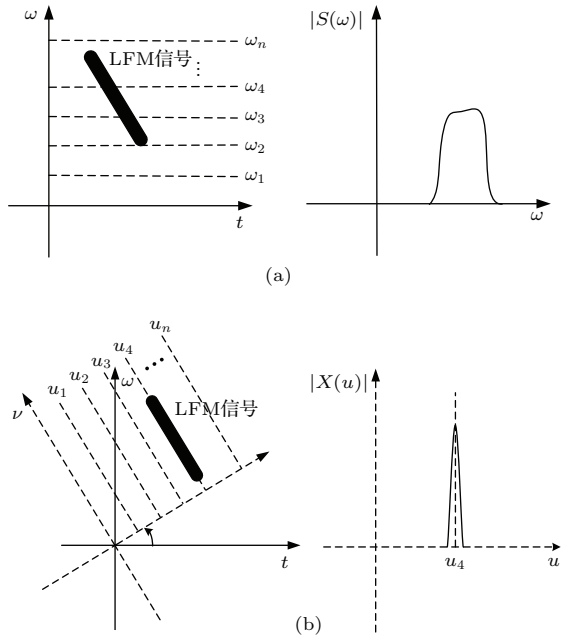


图1 FT与FRFT的时频平面及信号频谱示意图 (a) FT; (b) FRFT

Fig. 1. Sketch map of time-frequency plane and signal spectrum from FT to FRFT: (a) FT; (b) FRFT.

2.2 多项式调频Fourier变换

由2.1节分析可知, 当信号为非线性调频信号时, FT和FRFT会出现较大误差甚至失效. 因此, 考虑使用一族频率随时间非线性变化的基函数, 来代替FT中频率不随时间变化的谐波函数, 实现对信号能量的非线性积累. (1)式中, 令

$$\omega = \tilde{\omega} + \sum_{i=1}^n \alpha_i t^i, \quad (5)$$

其中, n 表示多项式的阶数. 由此可得PCFT的标准形式为

$$\begin{cases} S(\tilde{\omega}) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \exp \left[-j \left(\tilde{\omega} + \sum_{i=1}^n \alpha_i t^i \right) t \right] dt, \\ s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\tilde{\omega}) \exp \left[j \left(\tilde{\omega} + \sum_{i=1}^n \alpha_i t^i \right) t \right] d\tilde{\omega}. \end{cases} \quad (6)$$

(6)式中, 多项式曲线函数使原基函数的时频曲线不再是平行于坐标轴的直线, 而变为一族在时频平面上的曲线, 如图2所示.

图2中, 相比于FT和FRFT, PCFT的多项式调频基函数能够更好地逼近非线性调频信号的时频曲线, 对信号能量进行积累, 从而获得更好的信号频谱聚集性. 此处, 一般取2阶多项式函数, 如果增加到3阶或更高阶, 实际的精度会有所提升; 但是随着阶数的增加, PCFT需要搜索的参数也会增加, 进而大幅增加参数求解的计算量. 另一方面, 高阶多项式在参数求解过程中会出现“龙格”现象, 反而不能够很好地逼近信号的时频曲线; 尤其在多分量信号中, “龙格”现象更加明显. 因此, 一般情况下 $n \leq 3$.

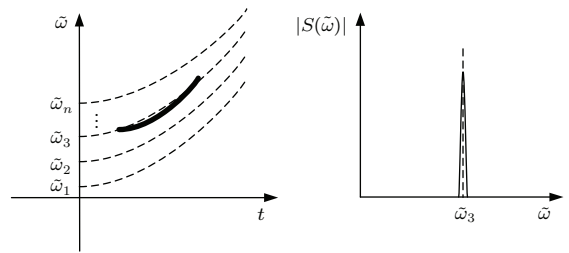


图2 PCFT的时频平面及信号频谱示意图

Fig. 2. Sketch map of time-frequency plane and signal spectrum of PCFT.

(5)式中, 一组多项式参数对应时频平面上的族调频曲线. 只有当基函数的调频曲线与信号的瞬时频率曲线相同或相近时, 才能使PCFT后的信号能量集中在一个频点上并出现峰值. 因此, 时频平面上曲线族的确定可以转变为最优参数的搜索. 求解的基本思路是以多项式参数 $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 为变量, 对每一组给定的参数进行PCFT, 并搜索变换后的能量峰值^[22]. 问题的求解模型如下:

$$\begin{aligned} & \{ \tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n \} \\ & = \arg \max_{\tilde{\omega}} |S(\tilde{\omega}; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)|. \end{aligned} \quad (7)$$

求解该非线性最优化问题的算法有很多, 包括遗传算法^[23,24]、神经网络^[25]以及PSO^[26,27]等. 兼顾估计精度和计算复杂度的要求, 本文使用PSO进行PCFT参数的求解. PSO运用并行随机的搜索策略和简单的位移-速度模型, 在整个可行解空间中实施全面搜索, 不仅具有算法简单、控制参数少、便于操作等特点, 还具有启发性、多样性、全局寻优性和鲁棒性等优点.

搜索过程中, PSO算法首先初始化一群随机粒子(随机解), 粒子数 M 一般取20—40, 粒子的维度取决于问题的维度, 每一维的搜索范

围可以单独设定; 然后粒子群会追随当前的最优粒子在解空间进行搜索, 即通过迭代找到最优解. 假设 N 维搜索空间中的第 i 个粒子的位置和速度分别是 $\mathbf{A}_i = (\alpha_{i,1}, \alpha_{i,2}, \dots, \alpha_{i,N})$ 和 $\mathbf{V}_i = (\nu_{i,1}, \nu_{i,2}, \dots, \nu_{i,N})$, 最大速度 \mathbf{V}_{\max} 一般设置为粒子的搜索范围宽度. 在每一次迭代中, 粒子通过跟踪两个最优解来更新自己, 第一个是粒子本身所找到的最优解, 即个体极值 $pbest$, 对应局部最优位置 $\mathbf{P}_i = (p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,N})$; 另一个是整个种群目前找到的最优解, 即全局最优解 $gbest$, 对应全局最优位置 $\mathbf{P}_g = (p_{g,1}, p_{g,2}, \dots, p_{g,N})$. 在每次迭代中, 粒子根据 (8) 式更新自己的速度和位置:

$$\begin{cases} v_{i,j}^{(k)} = wv_{i,j}(t) + c_1r_1[p_{i,j} - \alpha_{i,j}^{(k-1)}] \\ \quad + c_2r_2[p_{g,j} - \alpha_{i,j}^{(k-1)}], \\ \alpha_{i,j}^{(k)} = \alpha_{i,j}^{(k-1)} + v_{i,j}^{(k)}, \\ i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (8)$$

其中, w 为惯性权因子, 决定了粒子对当前速度的继承能力、探索能力和开发能力, 惯性因子的取法一般有常数法、线性递减法、自适应法等; c_1 和 c_2 为正的学习因子, 使粒子具有自我总结和向群体中优秀个体学习的能力, 从而向群体内或邻域内的最优点靠近, 通常取 2, 一般 c_1 等于 c_2 , 且范围在 0—4 之间; r_1 和 r_2 为 0 到 1 之间均匀分布的随机数.

使用 PSO 求解 PCFT 参数的基本步骤如下.

步骤 1 随机初始化种群中各个粒子的位置 $\mathbf{A}_i^{(0)}$ 和速度 $\mathbf{V}_i^{(0)}$, $i = 1, 2, \dots, M$.

步骤 2 计算每个粒子的目标函数 $\max_{\tilde{\omega}} |S(\tilde{\omega}; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)|$, 将当前各粒子的局部最优位置和个体极值存储在 \mathbf{P}_i ($i = 1, 2, \dots, M$) 和 $pbest$ 中, 将所有 \mathbf{P}_i 中最优粒子的位置和个体极值存储在 \mathbf{P}_g 和 $gbest$ 中.

步骤 3 通过 (8) 式更新第 k 次迭代中粒子群中各粒子的位置 $\mathbf{V}_i^{(k)}$ 和速度 $\mathbf{A}_i^{(k)}$, $i = 1, 2, \dots, M$.

步骤 4 计算第 k 次迭代中每个粒子的目标函数, 根据每个粒子目标函数值的大小更新 \mathbf{P}_i 和 $pbest$, 根据全体粒子的个体极值大小更新 \mathbf{P}_g 和 $gbest$. 如果 $|gbest(k) - gbest(k-1)| < \varepsilon$ (ε 为预设的误差允许值), 则停止并输出 \mathbf{P}_g 和 $gbest$; 否则, 转入步骤 5.

步骤 5 如果 $k < K$ (K 为预设的迭代次数), 则转入步骤 3; 否则, 停止并输出 \mathbf{P}_g 和 $gbest$.

3 多分量信号的参数估计与分离

3.1 多分量信号模型

根据瞬时频率分量的数目, 可以将非平稳信号分为单分量信号和多分量信号两类. 一个实调频信号 $s(t)$ 表示为 $s(t) = A \cos \phi(t)$, A 为信号幅度, $\phi(t)$ 为信号相位. 由于实信号的负频率部分完全冗余, 一般通过 Hilbert 变换获得信号的解析形式, 只对正频率频谱部分的信号进行时频分析. 信号的解析形式定义为

$$z(t) = s(t) + jH[s(t)] = A \exp[j\phi(t)], \quad (9)$$

其中, $H[s(t)]$ 为柯西主值意义下的积分

$$H[s(t)] = \frac{1}{\pi} P.V. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau. \quad (10)$$

(9) 和 (10) 式为单分量信号的定义, 可以理解为局部仅含有一个频率成分或者含有某个中心频率的局部窄带信号, 在时频平面上如一条隆起的脊背. 根据相位的调制规律, 信号可以分为:

$$\phi(t) = \sum_{i=1}^k a_i t^i, \quad \begin{cases} k = 1, & \text{点频信号,} \\ k = 2, & \text{线性调频信号,} \\ k \geq 3, & \text{多项式调频信号.} \end{cases} \quad (11)$$

多分量信号可以看作多个单分量信号的线性叠加, 含有噪声的信号模型如下:

$$\begin{aligned} z(t) &= \sum_{i=1}^N z_{x,i}(t) + z_n(t) \\ &= \sum_{i=1}^N A_i \exp(j\phi_i(t)) + z_n(t), \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $z_n(t)$ 表示信号噪声. (12) 式说明信号中包含 N 个信号分量, 每个信号分量具有幅度 A_i 和相位 $\phi_i(t)$. $N = 1$ 时, 信号退化为单分量信号.

3.2 多分量信号的分离与重构

一般情况下多分量信号的各个分量在能量上存在一定差异, 通过不断搜索, PSO 的解会逐渐向强信号分量聚集, PCFT 后的强信号分量在多项式调频 Fourier 域上能量谱集中, 理想情况下会集中在一个频点上. 对于分量时频变化规律不同的多分量信号, 可以分为两种情况: 一种是信号分量在时

频平面不存在交叉现象, 另一种是存在交叉现象. 图3和图4给出了两种情况下, 信号经过PCFT后的频谱情况.

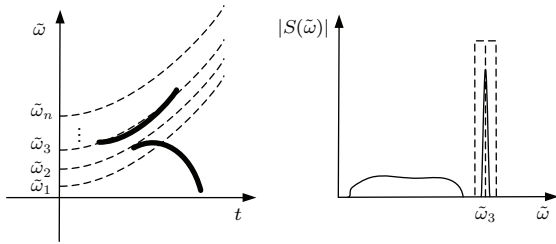


图3 时频曲线不交叉的两分量信号情况
Fig. 3. Two components without time-frequency intersection.

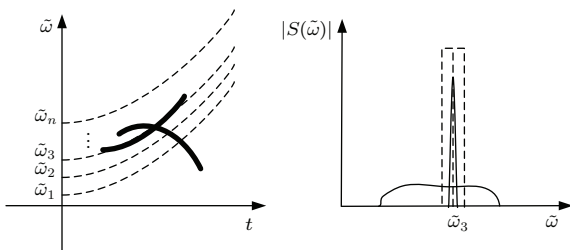


图4 时频曲线交叉的两分量信号情况
Fig. 4. Two components with time-frequency intersection.

图3所示情况下, 信号的两个分量在时频平面上相互分离, 可以通过在新的变换域上构造滤波器分离两个信号分量^[28]. 在多项式调频Fourier域的峰值频点附近做带通滤波可得

$$X_B(\tilde{\omega}) = \begin{cases} X(\tilde{\omega}), & \tilde{\omega}_0 - B/2 < \tilde{\omega} < \tilde{\omega}_0 + B/2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (13)$$

选择适当的带宽, 可以从混合信号中分离出当前信号分量的绝大部分能量. 此处的滤波器可看作一个开环的自适应滤波器, 中心频率跟随能量峰值的位置而变化, 实现对信号的自适应滤波. 根据(6)式, 对滤波的信号 $X_B(\tilde{\omega})$ 做多项式调频Fourier逆变换获得重构信号.

如图4所示, 对时频曲线交叉的两分量信号, 强信号分量经过PCFT后频谱集中在多项式调频Fourier域的一个频点上, 而另一个信号分量仍然分布在较宽的频带上. 此时构造的滤波器仍然可以提取频谱集中的信号分量, 但是会携带另一分量的部分能量, 此时需要合理地设置滤波器的带宽.

图5给出了多分量信号分离的流程图. 每次提取信号分量时, PSO通过搜索都会检测到强信号分

量的PCFT参数, 然后进行滤波并根据(6)式进行信号的重构. 对剩余信号重复这一过程, 可以实现信号分量的逐一分离.

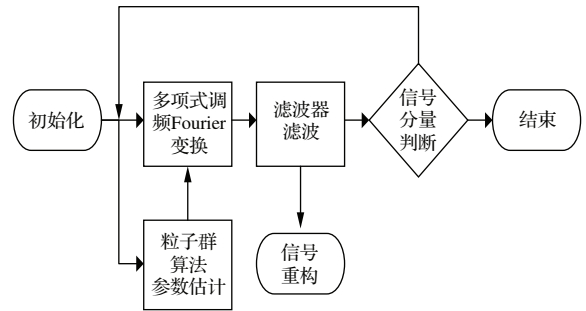


图5 多分量信号分离流程图
Fig. 5. Flowchart of multicomponent signal separation.

4 仿真实验

为了检验文中提出的方法, 分别通过仿真信号和实际采样信号进行实验验证, 并与FT和FRFT进行比较.

实验I 单分量非线性调频信号的PCFT. 信号的数学模型如下:

$$x(t) = \sin(1.2526t + 2.0226 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 - 1.0159 \cdot 10^{-6} \cdot t^3) + n(t). \quad (14)$$

信号采样频率已做归一化处理, $n(t)$ 为加性高斯白噪声, 信噪比为0 dB, 信号采样点数为1024. 图6(a)中, 由于噪声的干扰, 信号的时域波形不能反映信号的任何变化规律; 图6(b)中, 信号经过FT在0.4 Hz附近出现峰值, 但信号能量分布在较宽的频带上, 与噪声混叠在一起, 无法使用窄带滤波器提取目标分量.

图7给出了信号在FRFT和PCFT后的变换谱. 其中, FRFT采用一维搜索法, 搜索信号最佳的FRFT阶数; PCFT中, PSO的粒子数选为30, 搜索范围设置为[-0.1, 0.1], 惯性因子采用线性递减法, 范围从0.8—0.2. 图7(a)中, 对信号的时频坐标轴连续旋转, 通过一维搜索估计出最佳分数阶 $p = 1.0300$, 对应的最佳旋转角度 $\theta_0 = 2.1812$ rad, 然后利用该参数对信号进行FRFT. 虽然经过旋转坐标轴, 信号在920 s出现峰值, 但能量谱仍然分散并与噪声重叠, 无法通过窄带滤波器提取、重构信号. 图7(b)中, 通过PSO, 信号的PCFT参数 $\alpha_1 = 2.0243 \times 10^{-3}$, $\alpha_2 = -1.0169 \times 10^{-6}$. 在该组

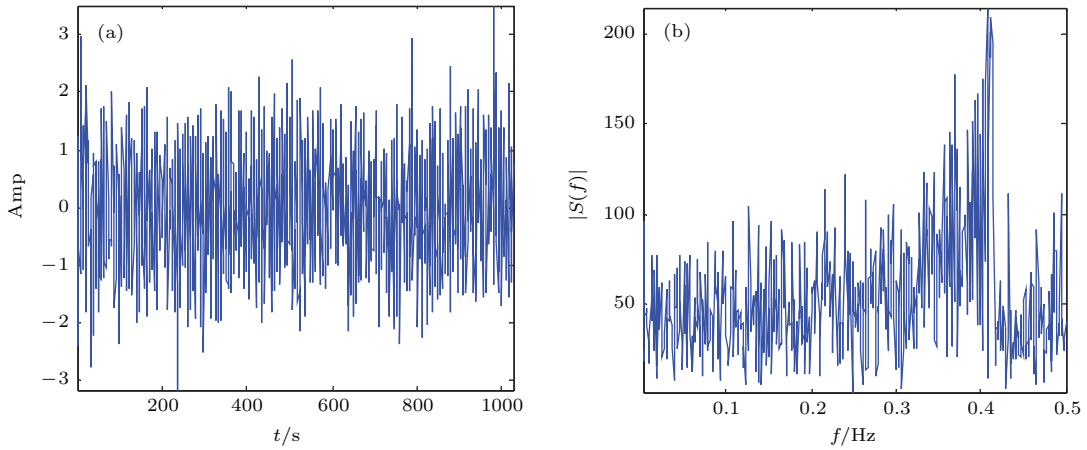


图6 时域信号及其频谱图 (a) 时域信号; (b) 信号的频谱图

Fig. 6. Time Signal and its spectrum: (a) Time signal; (b) signal spectrum.

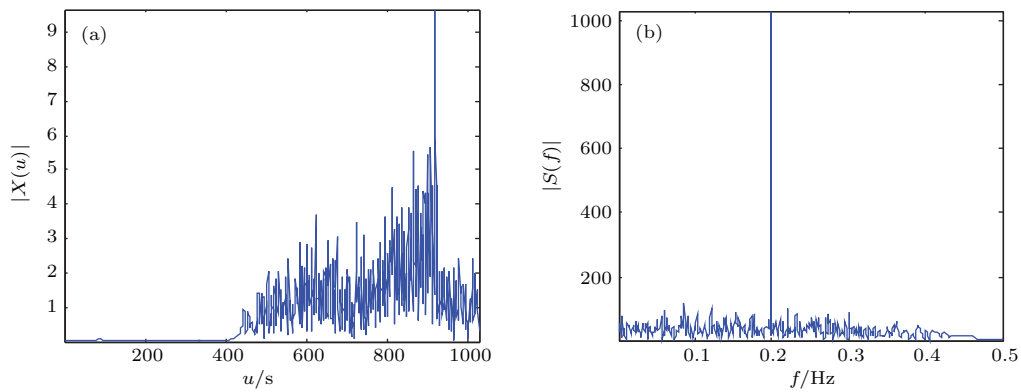


图7 非线性调频信号的变换谱 (a) FRFT; (b) PCFT

Fig. 7. Transform spectrum of nonlinear frequency modulated signal: (a) FRFT; (b) PCFT.

参数下, 对信号进行PCFT后, 信号的能量谱集中性大大提高, 通过窄带滤波器对信号进行提取、重构, 可以有效抑制噪声的影响.

实验II 两分量信号的PCFT. 两分量信号的数学模型为

$$\begin{aligned}
 x(t) = & 0.8 \sin(2.8325t - 2.5148 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 \\
 & + 1.3360 \cdot 10^{-6} \cdot t^3) + 0.6 \sin(0.6283t \\
 & + 9.2039 \cdot 10^{-4} \cdot t^2) + n(t), \quad (15)
 \end{aligned}$$

其中包括一个非线性调频分量和一个线性调频分量, 并加入信噪比为0 dB的高斯白噪声, 信号采样点数为1024. PSO的粒子数仍设置为30, 搜索范围设置为[-0.1, 0.1], 惯性因子采用线性递减法, 范围从0.8—0.2.

图8给出了信号的时域波形和频谱图. 图8(a)中, 两个信号分量和噪声信号混合在一起, 在时间域上完全无法区分; 图8(b)中, 噪声分布在整个频

段上, 两个分量的能量几乎分布在整个频带上, 并在0.3 Hz附近出现峰值; 分量的能量谱分散且在频域上出现交叉混叠, 无法通过窄带滤波器分离分量以及抑制噪声.

图9给出了FRFT和PCFT分离的两个分量信号的时频表示, 出于节省空间, 两个分量信号叠加在同一个时频平面上给出. 图9(a)中, FRFT通过旋转时频坐标轴将线性调频信号很好地分离出来, 显示了FRFT对线性调频信号良好的频谱聚集性; 但对非线性调频信号, FRFT则几乎失效, 不能实现分量分离和噪声抑制. 图9(b)中, 与FRFT不同, PCFT首先分离出能量较大的非线性调频分量, 然后在剩余信号中提取出线性调频分量. 对比两种变换的结果可以看出, 相对于FRFT, PCFT不仅适用于线性调频分量, 对非线性调频分量也具有很好的能量谱聚集性. FRFT的最佳分数阶 p 和PSO搜索的最佳多项式参数 α_1, α_2 如表1所列.

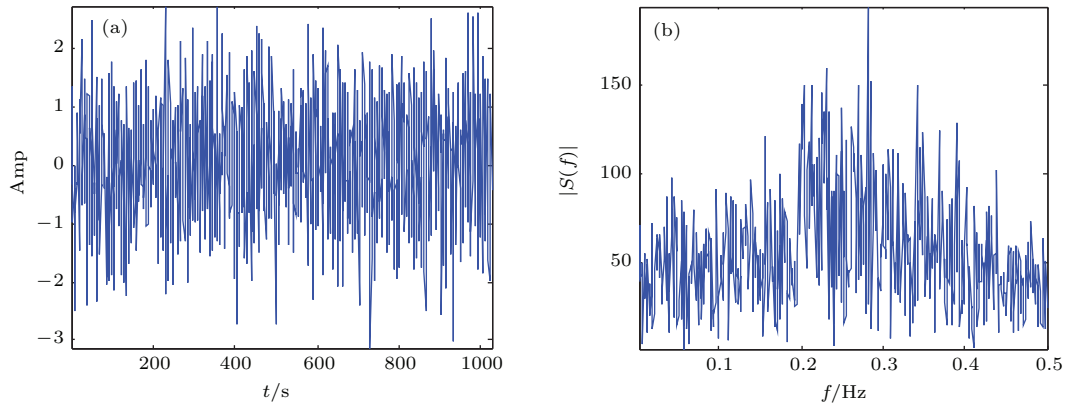


图8 时域信号及其频谱图 (a) 时域信号; (b) 信号的频谱图

Fig. 8. Time Signal and its spectrum: (a) Time signal; (b) signal spectrum.

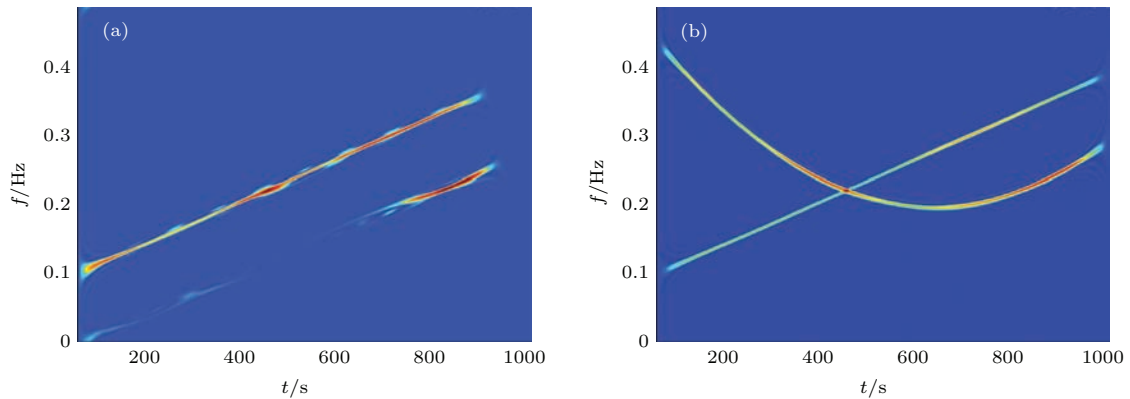


图9 (网刊彩色) 两个信号分量的时频表示 (a) FRFT; (b) PCFT

Fig. 9. (color online) Time-frequency representation of two components: (a) FRFT; (b) PCFT.

表1 FRFT 和 PCFT 的最优参数

Table 1. Optimal parameters of FRFT and PCFT.

参数	p	α_1	α_2
分量 1	1.1850	9.0867×10^{-4}	7.8222×10^{-9}
分量 2	1.1770	2.5074×10^{-3}	1.3319×10^{-6}

实验 III 蝙蝠回声定位信号^[29]的 PCFT. 为了进一步检验算法的有效性, 采用真实的蝙蝠回声定位信号进行实验验证. 其中, 信号的采样周期为 $7 \mu\text{s}$, 采样点数为 400.

图 10 给出了蝙蝠回声定位信号的时域波形和频谱图. 图 10(a) 中, 信号的各个分量在信号的时域上相互混叠, 无法区分; 图 10(b) 中, 频谱图显示信号的能量分布在 20—60 kHz 之间, 但不能反映信号的分量组成以及各分量的频率变化.

如图 11 所示, 实验中分别对蝙蝠回声定位信号进行 FRFT 和 PCFT, 并通过窄带滤波分离信号中的各个分量, 然后将各自分离的多个分量表示在

同一个时频平面上. 图 11(a) 中, FRFT 从蝙蝠回声定位信号中分离出两个分量, 由于前两个分量的剩余能量较多, 对第三个分量造成严重干扰, 导致无法提取第三个信号分量; 同时受变换基函数的限制, 蝙蝠回声定位信号分量近似表示为两个线性调频分量. 图 11(b) 中, 相对于 FRFT, PCFT 对信号分量能量的提取更加充分, 能更细致地描述蝙蝠回声定位信号的时频特征, 也能够实现弱信号分量的分离. FRFT 的最佳分数阶和 PSO 搜索的最优 PCFT 参数如表 2 所列.

表2 FRFT 和 PCFT 的参数

Table 2. Optimal parameters of FRFT and PCFT.

参数	p	α_1	α_2	α_3
分量 1	0.8220	-7.331×10^4	4.317×10^6	4.212×10^{13}
分量 2	0.8830	-1.633×10^5	1.170×10^{10}	-3.643×10^{14}
分量 3		-7.652×10^4	7.639×10^7	1.053×10^{13}

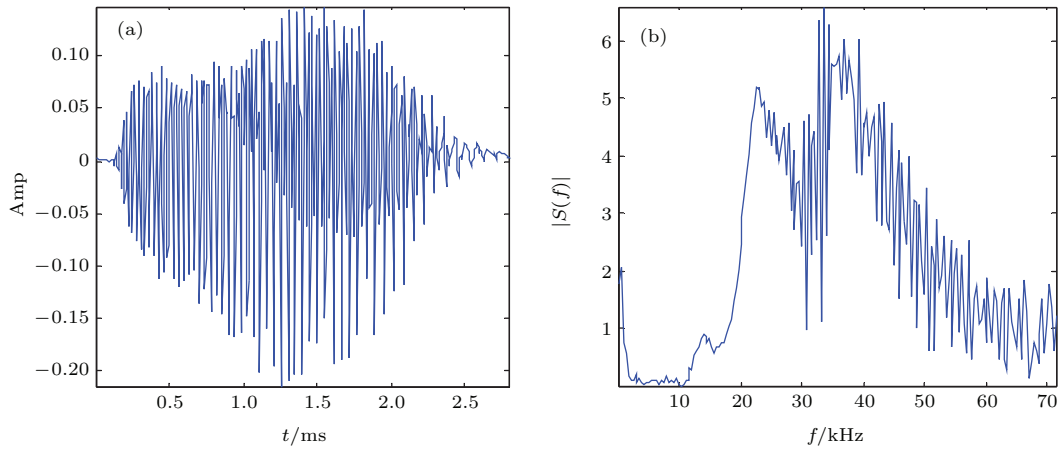


图10 蝙蝠回声的时域信号和频谱图 (a) 时域信号; (b) 频谱图

Fig. 10. Time wave and its spectrum of bat echolocation signal: (a) Time signal; (b) signal spectrum.

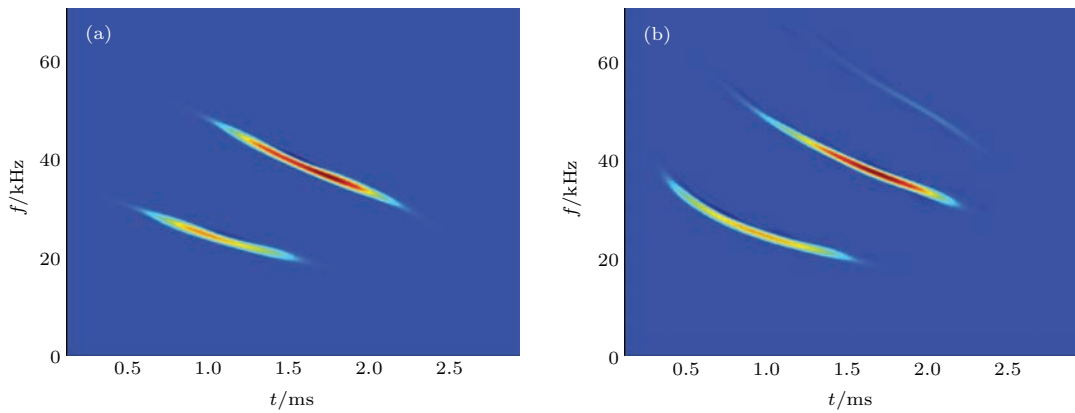


图11 (网刊彩色) 蝙蝠回声信号分量的时频表示 (a) FRFT; (b) PCFT

Fig. 11. (color online) Time-frequency representation of bat echolocation signal components: (a) FRFT; (b) PCFT.

5 结 论

本文在FT和FRFT的基础上,提出了一种PCFT方法,克服了传统Fourier变换后非线性调频信号频谱分散、能量不集中的缺点,能够使非线性调频信号在新的变换域上频谱能量集中,有助于实现非线性调频分量的分离以及时频特征提取.仿真实验结果表明,相比于FT和FRFT,该方法能更有效地分离非线性调频信号分量,具有一定的实际应用价值.

感谢伊利诺伊州立大学Beckman中心的Curtis Condon, Ken White和Al Feng三位学者为本文提供了真实的蝙蝠回声数据.

参考文献

[1] Ba J 2010 *Sci. Sin.: Phys. Mech. Astron.* **40** 1398 (in Chinese) [巴晶 2010 中国科学: 物理学 力学 天文学 **40**

1398]
 [2] Liu X Y, Pei L Q, Wang Y, Zhang S M, Gao H L, Dai Y D 2011 *Chin. Phys. B* **20** 047401
 [3] Dugnol B, Fernandez C, Galiano G, Velasco J 2008 *Signal Process.* **88** 1817
 [4] Li S M 2005 *Chin. J. Appl. Mech.* **22** 579 (in Chinese) [李舜酩 2005 应用力学学报 **22** 579]
 [5] Yang Y, Dong X J, Peng Z K, Zhang W M, Meng G 2015 *J. Sound Vib.* **335** 350
 [6] Lei P, Wang J, Guo P, Cai D D 2011 *AEU-Int. J. Electron. Commun.* **65** 806
 [7] Xu L J, Yang Y X, Yang L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 174304 (in Chinese) [徐灵基, 杨益新, 杨龙 2015 物理学报 **64** 174304]
 [8] Kuang W T, Morris A S 2002 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **51** 440
 [9] González D, Bialasiewicz J T, Balcells J, Gago J 2008 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **55** 3167
 [10] Alarcon V C, Daviu J A A, Guasp M R 2012 *Electr. Pow. Syst. Res.* **91** 28
 [11] Shi P, Cao G W, Li Y P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 074201
 [12] Barkat B, Boashash B 1999 *IEEE Trans. Signal Process.* **47** 2480

- [13] Andria G, Savino M 1996 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **45** 818
- [14] Yin B Q, He Y G, Li B, Zuo L, Yuan L F 2015 *Chin. J. Electron.* **24** 115
- [15] Wang L, Xu L P, Zhang H, Luo N 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 139702 (in Chinese) [王璐, 许录平, 张华, 罗楠 2013 物理学报 **62** 139702]
- [16] Wang X L, Wang W B 2015 *Chin. Phys. B* **24** 080203
- [17] Chen B X, Li M, Zhang A J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4535 (in Chinese) [陈宝信, 李明, 张爱菊 2007 物理学报 **56** 4535]
- [18] Huang Y, Liu F, Wang Z Z, Xiang C W, Deng B 2013 *Acta Aeronaut. Et Astronaut. Sin.* **34** 846 (in Chinese) [黄宇, 刘锋, 王泽众, 向崇文, 邓兵 2013 航空学报 **34** 846]
- [19] Xu G L, Wang X T, Xu X G 2010 *Chin. Phys. B* **19** 014203
- [20] Zou H X 2002 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Tsinghua University) (in Chinese) [邹红星 2002 博士学位论文 (北京: 清华大学)]
- [21] Namias V 1980 *J. Inst. Maths. Appl.* **25** 241
- [22] Yang Y, Peng Z K, Dong X J 2014 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **63** 3169
- [23] Chen Z, Tong Q N, Zhang C C, Hu Z 2015 *Chin. Phys. B* **24** 043303
- [24] Janeiro F M, Ramos P M 2009 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **58** 383
- [25] Deng W Y, Zheng Q H, Chen L, Xu X B 2010 *Chin. J. Comput.* **33** 279 (in Chinese) [邓万字, 郑庆华, 陈琳, 许学斌 2010 计算机学报 **32** 279]
- [26] Nguyen H A, Guo H, Low K S 2011 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **60** 3619
- [27] Liu H H, Liu Y H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 026102
- [28] Bi G, Zeng Y 2007 *J. Electron. Inform. Technol.* **29** 1399 (in Chinese) [毕岗, 曾宇 2007 电子与信息学报 **29** 1399]
- [29] Condon C, White K, Feng A <http://dsp.rice.edu/software/bat-echolocation-chirp> [2015-10-7]

Signal component extraction method based on polynomial chirp Fourier transform

Lu Wen-Long[†] Xie Jun-Wei Wang He-Ming Sheng Chuan

(Air and Missile Defense School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

(Received 25 November 2015; revised manuscript received 10 January 2016)

Abstract

As frequency modulated (FM) signals widely exist in the natural world as well as in different artificial applications, it is of great practical significance to explore the ways to extract such signal components in the complex and noisy environment. To extract one component from the noisy multicomponent signal effectively, a component extraction method based on polynomial chirp Fourier transform (PCFT) is presented in this paper. First, the physical meanings of Fourier transform (FT) and fractional Fourier transform (FRFT) are analyzed and their internal relations are expounded from the perspective of signal energy accumulation. Essentially, the FT accumulates signal energy along the time-frequency beelines parallel to the time axis and obtains an energy-concentrated spectrum from the narrow-band stationary signals whose frequency does not change, whereas it fails to process non-stationary signals with changeable frequencies. By rotating the time-frequency axis, the FRFT changes the energy accumulation mode of the signal in the old time-frequency plane and achieves a more concentrated spectrum for the linear frequency modulated (LFM) signal, but with larger error or even invalidation when dealing with nonlinear frequency modulated (NLFM) signal. Using FT and FRFT, in this paper we attempt to improve the energy accumulation mode of the conventional transform method and propose the PCFT. In this transform, the beeline families in the traditional transform, independent of time (or v) axes, are replaced by a family of polynomial chirping curves in the time-frequency plane. These polynomial chirping curves are capable of approaching more closely to the instantaneous frequency curve of FM signal so as to obtain a more concentrated transform spectrum and thereby extend the application of PCFT from LFM signal to NLFM signal. When selecting the polynomial chirping curve, we build up a nonlinear optimization model guided by the principle of energy spectrum concentration and in this way convert the problem of determining the polynomial curve families into the one of optimizing the polynomial parameters. Then particle swarm optimization algorithm is employed to search for the optimal polynomial parameters so as to concentrate the energy of one component in the new transform domain, i.e., the polynomial chirp Fourier domain. After doing that, each component is separated into its concentrated spectrum with a narrow-band filter and reconstructed with the inverse PCFT. Moreover, to extract components from a noisy multicomponent signal successfully, an iteration involving parameter estimation, PCFT, filter and recovery is introduced. To verify the effectiveness of the PCFT-based method, a series of examples, including simulated and real-world signals, is chosen for simulations and experiments. The experimental results indicate that compared with FT and FRFT, the proposed method overcomes the shortcoming of distributed energy spectrum for NLFM components in the traditional transforms and obtains a concentrated energy spectrum in the polynomial chirp Fourier domain, therefore realizing component separation and time-frequency characteristic extraction. The PCFT-based method not only has the capability of dealing with the extraction of LFM components, but also performs well in the separation of crossed NLFM components, and with little extraction error.

Keywords: polynomial chirp Fourier transform, nonlinear frequency modulated signal, particle swarm optimization algorithm, component extraction

PACS: 02.30.Nw, 06.30.Ft, 07.50.Qx, 43.60.+d

DOI: 10.7498/aps.65.080202

[†] Corresponding author. E-mail: youranqixia521@126.com