

基于超图的超网络相继故障分析

马秀娟 赵海兴 胡枫

Cascading failure analysis in hyper-network based on the hypergraph

Ma Xiu-Juan Zhao Hai-Xing Hu Feng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 088901 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.088901

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.088901>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I8>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

异质自适应网络中的核心-边缘结构及其对疾病传播的抑制作用

Core-periphery structure in heterogeneous adaptive network and its inhibiting effect on epidemic spreading

物理学报.2016, 65(5): 058901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.058901>

两层星形网络的特征值谱及同步能力

Synchronizability and eigenvalues of two-layer star networks

物理学报.2016, 65(2): 028902 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.028902>

网络集聚性对节点中心性指标的准确性影响

Effect of variable network clustering on the accuracy of node centrality

物理学报.2016, 65(2): 028901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.028901>

基于联合矩阵分解的节点多属性网络社团检测

Community detection based on joint matrix factorization in networks with node attributes

物理学报.2015, 64(21): 218901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.218901>

负荷作用下相依网络中的级联故障

Load-induced cascading failure in interdependent network

物理学报.2015, 64(4): 048901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.048901>

基于超图的超网络相继故障分析*

马秀娟¹⁾²⁾ 赵海兴^{2)†} 胡枫²⁾

1)(陕西师范大学计算机科学学院, 西安 710062)

2)(青海师范大学计算机科学学院, 西宁 810008)

(2015年11月9日收到; 2016年1月4日收到修改稿)

分析了快递超网络和电子元件超网络的相继故障扩散方式, 结合超图理论提出了2-section图分析法和线图分析法, 并仿真分析了无标度超网络耦合映像格子的相继故障进程. 结果表明: 无标度超网络对外部攻击表现出了既鲁棒又脆弱的特性. 针对相继故障的不同扩散方式, 无标度超网络的相继故障行为表现出不同的特点. 超网络的相继故障行为和超网络的超度以及超边度分布有密切的联系, 也和超网络中超边的个数有关. 通过和同规模的Barabasi-Albert (BA) 无标度网络对比, 在同一种攻击方式下同规模的无标度超网络都比BA无标度网络表现出了更强的鲁棒性. 另外, 基于超边扩散的相继故障进程比基于节点扩散的相继故障进程更加缓慢.

关键词: 超图, 无标度超网络, 相继故障, 耦合映像格子

PACS: 89.75.Fb, 64.60.aq, 05.45.-a, 05.45.Ra

DOI: 10.7498/aps.65.088901

1 引言

网络的图表示已经成为研究复杂网络的有力工具. 但在一些真实网络中, 超图表示的超网络比普通图表示的普通网络更加适合刻画实际网络的某些性质. 例如, 基于普通图的科研合作网络只能描述两个作者之间是否有合作, 但不能描述多个作者多次合作的情形, 也不能反映一篇文章是否由两个以上作者合作发表. 再比如, 普通图表示的快递网络, 只能反映任意两个快递公司之间的业务往来, 却不能反映它们是否为同一个商家服务, 也无法描述不同的商家是否选择了相同的快递公司. 基于二部图的网络虽然能解决上述问题, 但节点的“同质性”却无法得到保证. 而基于超图的超网络既能很好地描述文章和作者、快递公司和商家之间的关系, 又能保证网络中节点的“同质性”. 正是由于超图表示的优越性, 基于超图的超网络引起了研

究者的广泛关注^[1-24].

1973年, Berge等^[25,26]首先提出并研究了超图理论的基本概念和基本性质, 奠定了超网络研究的理论基础. 之后, Estrada和Rodríguez-Velázquez^[27]研究了超网络的子图中心性和聚集系数等相关性质. 另外, 研究者又提出了有向超网络^[28,29]、随机超图等^[30]超网络模型以及超网络的其他拓扑量^[31,32]. 2013年, Bretto^[33]整理并完善了超图理论的相关概念, 使研究者对超图理论有了更清晰的认识. 随着研究者对超图的深入了解, 超图理论被广泛应用于复杂超网络的研究中, 并在超网络的建模^[1-9]、动力学性质^[10-20]以及超网络的应用等^[21-24]方面获得了一些重要的结果. 随着各种超网络模型的出现, 超网络的动力学性质也逐渐成为研究者关注的热点. 目前, 对于超网络动力学性质的研究主要集中在同步^[10-12]、传播^[13-15]、随机游走^[16]和相继故障等^[17-19,34,35]方面.

相继故障广泛存在于许多真实系统中, 对相继

* 国家自然科学基金(批准号: 61164005)、教育部春晖计划项目(批准号: Z2012101)、青海省科技厅项目(批准号: 2013-Z-Y17, 2015-ZJ-723)、藏文信息处理教育部重点实验室和藏文信息处理与机器翻译省级重点实验室资助的课题.

† 通信作者. E-mail: h.x.zhao@163.com

故障的研究也一直是复杂网络动力学系统的一个重要主题. 目前, 对于复杂网络相继故障的研究已取得了众多成熟的研究结果. 丁琳和张嗣瀛的综述文献 [36] 给出了较为详细的介绍. 相继故障现象同样也存在于复杂超网络中. Buldyrev 等 [17] 研究了相互依存网络的灾难相继故障并将相关结果发表在《Nature》杂志上. 此后, Dong 等分别研究了网络中的网络 [18] 和具有部分支持依赖关系的 n 重依存网络 [19] 的鲁棒性. 然而上述对超网络相继故障的相关研究都是针对多个复杂网络依存形成的超网络开展的, 而对基于超图的超网络相继故障的相关研究结果很少. 但基于超图的实证超网络中也会出现相继故障现象. 例如, 在一个快递超网络中, 节点表示快递公司, 超边表示为同一个商家服务的所有快递公司, 如果一个快递公司承接的快递任务超出了它的运送能力, 则该快递公司就会因负载过量而陷入瘫痪, 此时它所服务的商家就会把它承担的快递任务分给其他的快递公司. 这样, 其他的快递公司也会因为快递任务的增加而负载过量, 从而陷入瘫痪. 这种情况会在整个快递超网络中蔓延, 直至引起超网络的全局崩溃, 这种现象与复杂网络的相继故障类似. 因此, 研究基于超图的超网络的相继故障行为及其扩散特点有实际的应用价值.

本文将耦合映像格子 [37] 的相继故障模型作用于胡枫等 [5] 提出的基于超图结构的具有增长和优先连接机制的无标度超网络演化模型, 结合快递超网络和电子元件超网络相继故障的扩散特点提出了 2-section 图分析法和线图分析法, 分别分析了无标度超网络在遭受蓄意攻击和随机攻击时其相继故障的进程, 得到了无标度超网络相继故障行为的特点.

论文的第二部分给出了超图的相关概念; 第三部分结合快递超网络和电子元件超网络分析了超网络的两种相继故障类型及分析方法; 第四部分介绍了耦合映像格子的相继故障模型、 k 均匀无标度超网络耦合映像格子的仿真实验及仿真分析结果; 最后一部分是对论文的总结.

2 超图及其拓扑量

设 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, 若 $e_i \neq \emptyset (i = 1, 2, \dots, m)$, 且 $\bigcup_{i=1}^m e_i = V$, 则称二元关系 $H = (V, E)$ 为超图. 其中 V 称为超图的

顶点集合, E 称为超图的边集. 如果顶点 $v_i \in e_k$ 且顶点 $v_j \in e_k$, 则称顶点 v_i 和 v_j 邻接; 如果超边 $e_i \cap e_j \neq \emptyset$, 则超边 e_i 和 e_j 邻接 [33]. 超图中节点 i 的度定义为与节点 i 邻接的其他节点的个数, 记为 $d(i)$ [33], 它类似于普通图中节点的度. 节点 i 的超度定义为包含节点 i 的超边的数目, 记为 $d_H(i)$ [33]. 超边度指的是与超图中的一条超边 e_i 邻接的其他超边的个数, 记为 $d_{hd}(e_i)$ [33]. 图 1 是一个包含 10 个节点和 6 条超边的超图.

Bretto 在文献 [33] 中给出了超图的 2-section 图和线图的定义. 设 $H = (V, E)$ 是一个包含 n 个节点, m 条超边的超图, H 的 2-section 图是一个含有普通边的超图, 记为 $[H]_2$. $[H]_2$ 的顶点集等于 H 的顶点集, 若 H 中的两个节点包含在一条超边中, 则这两个节点在 $[H]_2$ 中用一条普通边连接, 因此超图的 2-section 图的超边中的节点间是全连接的.

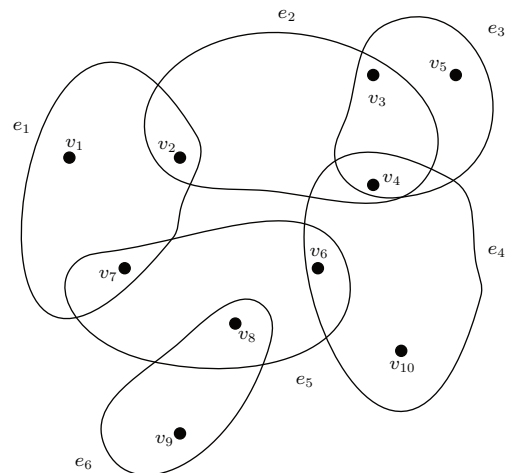


图 1 一个包含 10 个节点 6 条超边的超图

Fig. 1. A hypergraph has 10 nodes and 6 hyperedges.

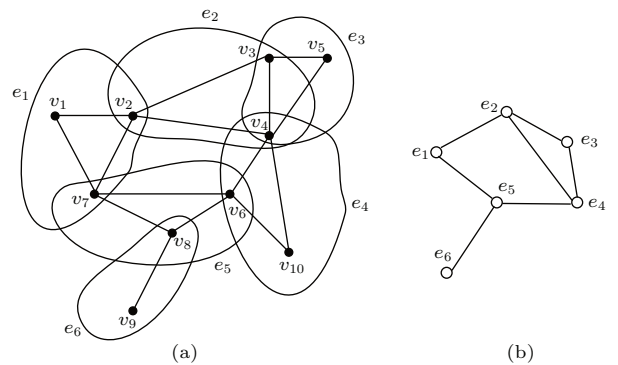


图 2 超图 1 的 2-section 图 (a) 和线图 (b)

Fig. 2. 2-section graph (a) and line-graph (b) of hypergraph Fig. 1.

超图 H 的线图是一个普通图, 记为 $L(H)$, $L(H) = (V', E')$, 当 H 没有重复超边时, $V' := E$; 线图 $L(H)$ 中的两个顶点 e_i 和 e_j 相邻, 当且仅当在 H 中 $e_i \cap e_j \neq \emptyset$. 图 2(a) 是图 1 所示超图的 2-section 图, 图 2(b) 则是它的线图.

3 无标度超网络的相继故障及分析方法

考虑到现实超网络的特性, 胡枫等^[5]将基于普通图的 Barabasi-Albert (BA) 无标度网络模型扩展为基于超图的无标度超网络模型. 通过每次增加一个节点和网络中已有的 $m(m \geq 1)$ 个旧节点结合生成超边, 采取增长和超度优先连接机理构造了超网络演化模型, 该超网络模型的超度分布表现出无标度的特性, 其幂指数为 $2 + 1/m$, 当 $m = 1$ 时, 恰好退化为 BA 无标度网络的幂指数. 为了获得无标度超网络相继故障的特点, 本文将汪小帆和许建^[38,39]提出的耦合映像格子的相继故障模型作用于该无标度超网络演化模型上, 通过仿真分析获得了无标度超网络相继故障的特点.

超网络的相继故障行为与普通网络类似, 但又更加复杂. 本文结合快递超网络和电子元件超网络上相继故障的不同扩散方式提出了两种相继故障类型及分析方法.

3.1 基于节点扩散的相继故障及分析方法

在一个快递超网络中, 节点表示快递公司, 超边表示有快递需求的商家, 超边中的节点数表示为该商家提供服务的快递公司的个数. 若一个快递公司同时为两个商家服务, 则这两个商家表示的超边间存在邻接关系. 节点的超度代表快递公司服务的商家数, 超边度表示与该商家有相同快递公司的其他商家的个数. 假设在如图 3(a) 所示的一个快递超网络中, 某一个快递公司 Express₁ 因某种原因无法工作时, 可以看作表示快递公司 Express₁ 的节点出现了故障. 此时商家 Shop₁ 将会把快递公司 Express₁ 承接的快递任务转给在同一条超边中的其他快递公司 Express₂, Express₃ 和 Express₄, 继而 Express₂, Express₃, Express₄ 将会因为承接的快递任务超出自身的运送能力而陷入瘫痪; 另外, 出现故障的节点会把故障扩散到与该条超边有邻

接关系的其他超边中, 例如 Express₂ 和 Express₃ 将会把自身的故障分别扩散到与其有合作关系的商家 Shop₂ 和 Shop₄ 中. 随后这种情况会在整个快递超网络中蔓延, 最终导致快递超网络的全局崩溃. 这种现象与网络中的相继故障类似, 故障初始发生在一条超边中的某个节点上, 之后通过节点间的邻接关系在整个超网络中扩散, 本文将这种情形的相继故障称为基于节点扩散的相继故障, 而故障在不同超边中也是通过节点扩散的.

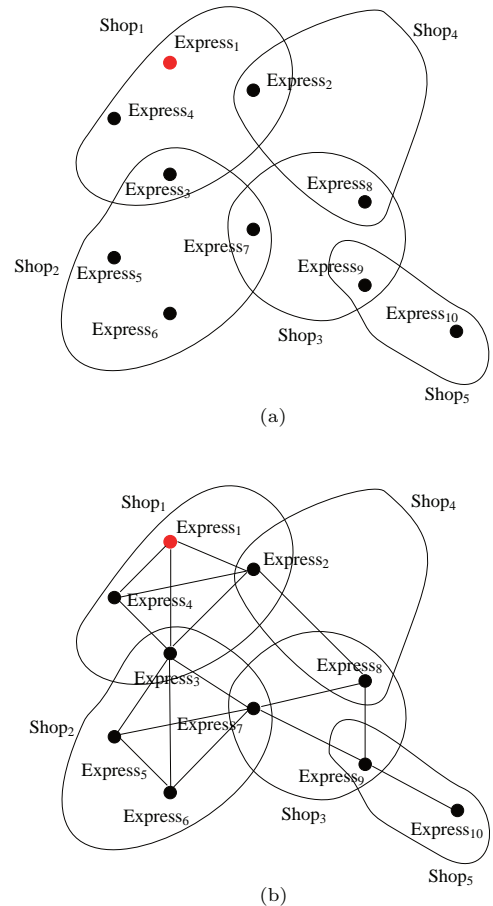


图 3 (网刊彩色) 一个快递超网络 (a) 及其 2-section 图 (b)
Fig. 3. (color online) An express hyper-network (a) and its 2-section graph (b).

当超网络的相继故障通过节点扩散时, 就等价于故障是在其 2-section 图的节点间扩散. 在这种情形下, 2-section 图的节点间的相继故障就相当于普通网络的节点间的相继故障. 因此在分析超网络的节点扩散的相继故障时, 本文结合超图理论, 提出了 2-section 图分析法, 将超网络转换成它的 2-section 图形式, 如图 3(b) 就是图 3(a) 的快递超网络的 2-section 图网络, 然后将普通网络的耦合映像格子的相继故障模型作用于超网络的 2-section

图网络上,通过分析其2-section 图网络的相继故障进程得到超网络基于节点扩散的相继故障特点.

3.2 基于超边扩散的相继故障及分析方法

与快递超网络中基于节点扩散的相继故障不同的是发生在电子元件超网络上的相继故障.在电子元件超网络中,节点表示电子元件,超边表示由多个电子元件集成的功能块.如果两个功能块使用了相同的电子元件,则这两个功能块在超网络中存在邻接关系.在电子元件超网络中,节点的超度表示电子元件参与的功能块的个数,超边度表示与功能块有邻接关系的其他功能块的个数.在如图4所示的一个电子元件超网络中,当功能块 B_1 中的某个电子元件 C_1 发生故障时,则会导致其所在的功能块整体失效,同时通过 C_1 与 B_1 相邻接的其他功能块也会发生故障,继而这种故障会在整个电子元件超网络中蔓延,最终导致电子元件超网络的全局崩溃.这种情形下故障初始发生在一条超边中的某个节点上,随即该节点所在的超边发生故障,即该超边包含的所有节点全部失效.之后,故障通过超边间的邻接关系在整个网络中进行扩散,本文称这种情形的相继故障为基于超边扩散的相继故障.

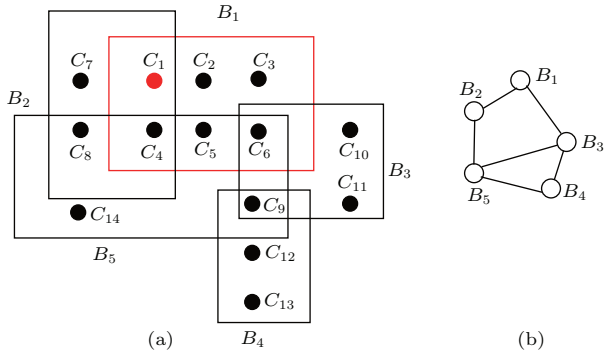


图4 (网刊彩色) 一个电子元件超网络 (a) 及其线图 (b)
Fig. 4. (color online) An electronic hyper-network (a) and its line-graph (b).

针对相继故障通过超边扩散的形式,本文结合超图理论提出利用超网络的线图网络来分析基于超边扩散的相继故障特点.在电子元件超网络中,故障初始发生在一个功能块中的某个电子元件上,继而整个功能块失效,同时这种故障会通过超边间的邻接关系扩散到其他超边中.此时,超网络的基于超边扩散的相继故障等价于故障在其线图网络中的扩散.因此,本文首先将一个超网络转换成它

的线图网络,然后将耦合映像格子的相继故障模型作用到该线图网络上,通过分析线图网络的相继故障进程得到超网络基于超边扩散的相继故障特点.

4 无标度超网络相继故障的仿真分析

4.1 耦合映像格子的相继故障模型

在分析超网络的上述两种相继故障进程时,本文采用了汪小帆和许建^[38,39]提出的基于耦合映像格子理论(couple map lattice, CML)的相继故障模型,简称为CML相继故障模型.该模型可用方程(1)描述^[38]:

$$x_i(t+1) = \left| (1-\varepsilon)f(x_i(t)) + \varepsilon \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{a_{i,j}f(x_j(t))}{k(i)} \right| \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (1)$$

其中, $x_i(t)$ 表示第 i 个节点在 t 时刻的状态; N 个节点的连接信息用邻接矩阵 $\mathbf{A} = (a_{i,j})_{N \times N}$ 表示; $k(i)$ 是节点 i 的度; $\varepsilon \in (0, 1)$ 表示耦合强度; 非线性函数 f 表征节点自身的动态行为, 这里选择混沌 Logistic 映射, $f(x) = 4x(1-x)$. 若已知节点 i 在 t 时刻的状态值, 利用方程(1)可演化得到节点 i 在 $t+1$ 时刻的状态值. 如果节点 i 的状态值始终在 $(0, 1)$ 区间, 称节点 i 处于正常状态. 若节点 i 在 t 时刻的状态值 $x_i(t) \geq 1$, 则称节点 i 在 t 时刻出现故障. 在没有外部扰动的情况下, 网络中的所有节点的状态值通过方程(1)演化得到, 且都在 $(0, 1)$ 之间, 即所有节点都保持正常状态. 如果在 $t+1$ 时刻给节点 c 施加一个外部扰动值 $R (R \geq 1)$, 如方程(2)所示:

$$x_c(t+1) = \left| (1-\varepsilon)f(x_c(t)) + \varepsilon \sum_{j=1, j \neq c}^N \frac{a_{c,j}f(x_j(t))}{k(c)} \right| + R \quad (R \geq 1). \quad (2)$$

根据方程(2), 在 $t+1$ 时刻节点 c 的状态值 $x_c(t+1) \geq 1$, 此时, 称节点 c 在 $t+1$ 时刻发生故障. 在下一时刻, 节点 c 的邻居节点的状态值都受到 $t+1$ 时刻 c 节点的状态值的影响, 具体的值可通过方程(1)演化得到. 此时, 节点 c 的邻居中会出现新的故障

节点, 并且随着时间演化该故障会继续在整个网络中扩散, 最终导致网络的全局崩溃.

本文的仿真实验中将 CML 的相继故障模型分别作用于超网络的 2-section 图网络和线图网络, 通过分析超网络的 2-section 图和线图的相继故障行为, 从而得到超网络基于节点扩散和基于超边扩散的相继故障行为特点.

4.2 仿真实验及参数设置

在分析超网络的两种相继故障时, 本文设计了如下的仿真实验步骤, 对无标度超网络在蓄意攻击和随机攻击两种策略下的相继故障行为进行了仿真模拟, 并记录了相关实验数据.

步骤 1 生成规模为 1000 的 k 均匀无标度超网络;

步骤 2 分别得到该超网络的 2-section 图网络和线图网络;

步骤 3 将 CML 的相继故障模型分别作用到步骤 2 中得到的 2-section 图网络和线图网络上;

步骤 4 分别统计网络在遭受蓄意攻击和随机攻击时其故障节点的个数, 得到故障节点随扰动值的变化曲线图.

仿真实验中的相关参数列于表 1.

表 1 超网络 CML 相继故障仿真实验参数及取值
Table 1. The simulation experimental parameters and value of CML cascading failure in hypernetworks.

参数名称	参数含义	参数取值
t	超网络的总演化时数	1000
m_0	超网络的初始节点数	3,5,7
m	每个时间步超边选择的老节点的个数	2,4,6
k	每个超边中的节点数	3,5,7
N	超网络的总结点数	$m_0 + t$
E	超网络的总超边数	$t + 1$
$f(x)$	混沌 Logistic 映射	$f(x) = 4 \times x(1 - x)$
ε	耦合强度	0.4
$\max T_{\text{CML}}$	相继故障最大演化时刻	20
I	实验运行的次数	50

4.3 仿真结果分析

仿真结果显示, 无标度超网络的相继故障行为与普通无标度网络类似, 但又不完全相同. 超网络中的某个节点上施加一个外部扰动后, 该节点将出现故障, 随后网络中的其他节点的状态根据方程

(1) 演化得到, 最终在一定的扰动阈值下超网络中的所有节点都会发生故障, 即网络达到全局崩溃. 在不同的攻击策略下, 超网络达到全局崩溃的扰动阈值也不一样, 扰动阈值大意味着超网络对某种攻击呈现出了较强的鲁棒性; 扰动阈值小说明超网络在某种攻击策略下是脆弱的. 4.3.1 和 4.3.2 节分别分析了 k 均匀无标度超网络基于节点扩散和基于超边扩散的相继故障的特点.

4.3.1 基于节点扩散的相继故障分析

图 5 显示了 k 均匀无标度超网络基于节点扩散的故障规模随外部扰动值的变化曲线. 图中结果表明: 在蓄意攻击和随机攻击两种策略下, 故障规模随着扰动值的增大呈递增趋势, 并在一定的扰动阈值下达到全局故障. 当外部扰动值较小时, k 均匀无标度超网络的故障规模也较小, 随着扰动值的增大, 故障规模开始增长并最终达到全局崩溃. k 均匀无标度超网络 CML 相继故障的这一特点与普通无标度网络 CML 的相继故障特点类似. 另外, 图 6 中的结果进一步表明, k 均匀无标度超网络 CML 的相继故障表现出了既鲁棒又脆弱的特性, 且超网络对随机攻击鲁棒, 对蓄意攻击脆弱. 同时, k 均匀无标度超网络的相继故障对超网络演化时超边选择的老节点的数目 m 有较强的敏感性, 即随着 m 的增大, 其鲁棒性逐渐增强, 从图中结果可知, 当 $m = 2$ 时, 网络较脆弱, 当 $m = 6$ 时, 网络表现出了更强的鲁棒性.

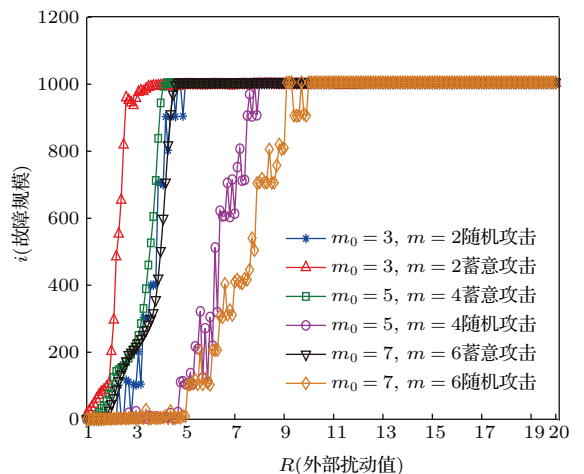


图 5 k 均匀无标度超网络基于节点扩散的故障节点随扰动值的变化

Fig. 5. The size of I of cascade based on node varying with disturbed value R in k uniform scale-free hypernetwork.

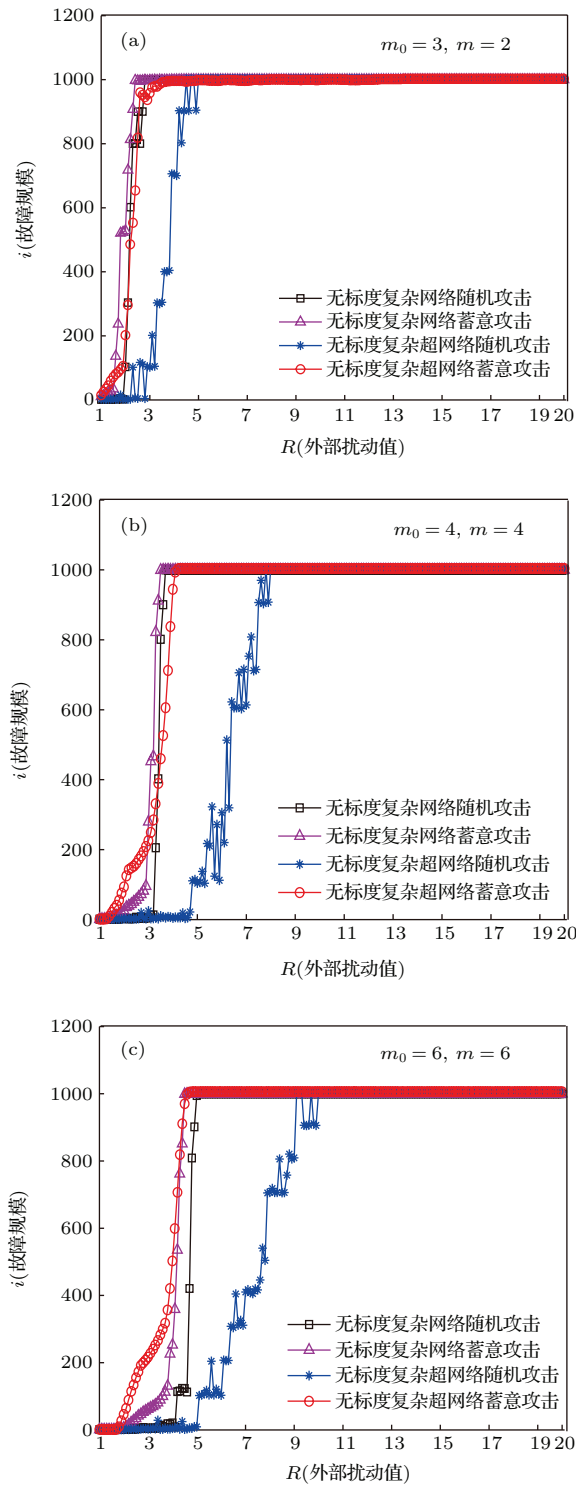


图6 (网刊彩色) (a) $m = 2$ 时, BA无标度网络和 k 均匀无标度超网络相继故障的对比; (b) $m = 4$ 时, BA无标度网络和 k 均匀无标度超网络相继故障的对比; (c) $m = 6$ 时, BA无标度网络和 k 均匀无标度超网络相继故障的对比

Fig. 6. (color online) (a) The compare of cascade failure in BA scale-free network and k uniform scale-free hypernetwork for $m = 2$; (b) the compare of cascade failure in BA scale-free network and k uniform scale-free hypernetwork for $m = 4$; (c) the compare of cascade failure in BA scale-free network and k uniform scale-free hypernetwork for $m = 6$.

为了获得相继故障在无标度超网络与普通网络上的区别, 仿真中将CML的相继故障模型分别作用于同规模的BA无标度网络和 k 均匀无标度超网络并获得了相关的数据. 图6(a), (b), (c)三个子图是同规模的BA无标度网络和 k 均匀无标度超网络在不同的 m 值下其相继故障的对比图. 图6的结果表明, 当 $m = 2, 4, 6$ 时, 在蓄意攻击和随机攻击两种方式下, k 均匀无标度超网络均比BA无标度网络表现出了更强的鲁棒性.

4.3.2 基于超边扩散的相继故障分析

基于超边扩散的相继故障行为特点是通过分析超网络对应的线图网络的相继故障获得的. 图7是当 $m = 2, 4, 6$ 时, k 均匀无标度超网络基于超边扩散的故障规模随扰动值的变化曲线. 图中结果表明, 当超网络中的一条超边发生故障后, 会导致与该超边相邻的其他超边也发生故障, 并且在一定的时间步内故障会在整个超网络中扩散, 最终使整个超网络崩溃. 同时, 超网络的故障规模随着扰动值的增大逐步增长, 最终达到全局故障. 仿真结果表明: 对于同规模的 k 均匀无标度超网络, 基于超边扩散的相继故障表现出了与基于节点扩散的相继故障不同的特点. 当 $m = 2, 4$ 时, 基于超边扩散的相继故障对随机攻击脆弱, 而对蓄意攻击鲁棒; 当 $m = 6$ 时, 基于超边扩散的相继故障又对蓄意攻击脆弱, 而对随机攻击更加鲁棒. 分析其原因是由于无标度超网络的超边度分布并没有表现出严格的无标度的特性, 特别是当网络规模较小时, 其无标

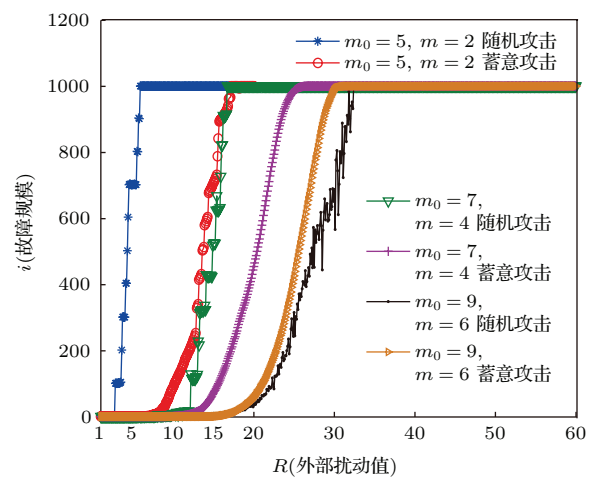


图7 k 均匀无标度超网络基于超边扩散的故障节点随扰动值的变化

Fig. 7. The size of I of cascade based on hyperedge varying with disturbed value R in k uniform scale-free hypernetwork.

度的特性越不明显;随着 m 的增大,其超边分布的无标度特性开始明显.图8给出了 $N = 4000, m = 2$ 时演化得到的 k 均匀无标度超网络的超边度分布,超边度分布的前端与Erdős-Rényi (ER) 随机网络的度分布类似,服从泊松分布;其后端服从幂律分布,但从后端的分布可以看出, m 越大其无标度性质越强.因此,当 m 较小时, k 均匀无标度超网络基于超边扩散的相继故障行为表现出了与随机网络类似的结果,即对蓄意攻击更加鲁棒,而对随机攻击脆弱;当 $m(m = 6)$ 较大时,由于超边度分布的无标度性质的影响,其相继故障又表现出了与BA 无标度网络类似的结果,对蓄意攻击变得脆弱,而对随机攻击鲁棒.

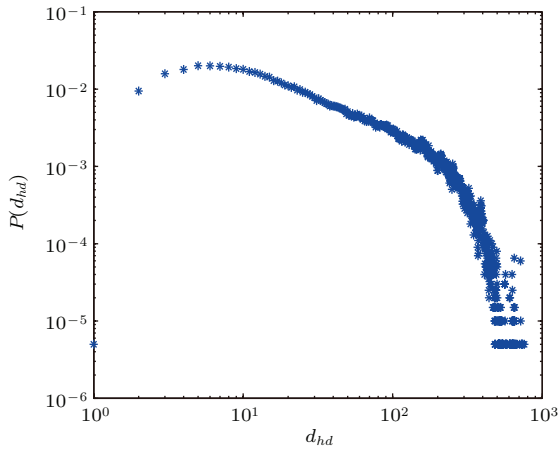


图8 k 均匀无标度超网络的超边度分布 ($N = 4000, m = 2$)
Fig. 8. Hyperedge degrees distribution of hypernetwork ($N = 4000, m = 2$).

4.3.3 节点扩散相继故障与超边扩散相继故障的比较

图9给出了 $m_0 = 7, m = 6$ 时演化的 k 均匀无标度超网络的超边扩散和节点扩散的相继故障进程的对比结果.图中结果表明: k 均匀无标度超网络基于超边扩散的相继故障进程比基于节点扩散的相继故障进程缓慢,即 k 均匀无标度超网络的相继故障如通过超边扩散,则需要更大的外部扰动值才能使网络达到全局崩溃.分析其原因是由于超边扩散的相继故障是通过分析其线图网络的相继故障得到的,而节点扩散的相继故障是通过分析其2-section 图网络获得的.这两种转换方式下的网络具有不同的边数.图10显示了无标度超网络转换成2-section 图网络和线图网络后不同规模下的网络的边数比较.图中结果表明,同规模的无标度超

网络转换成线图后的网络比2-section 图网络有更多的边,且随着节点规模的增大,线图网络的边数呈指数型增长,因此线图网络中节点间的联系也更加紧密,从而在遭受外部攻击时,线图网络表现出了更强的鲁棒性.

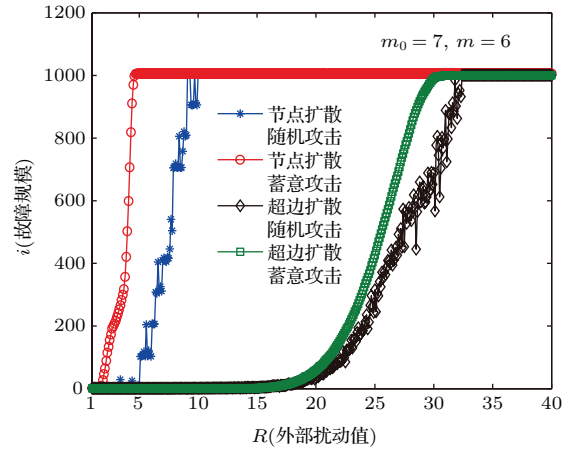


图9 k 均匀无标度超网络的超边扩散和节点扩散的相继故障进程对比
Fig. 9. The cascading failure processes based on node and hyperedge of k uniform scale-free hypernetwork.

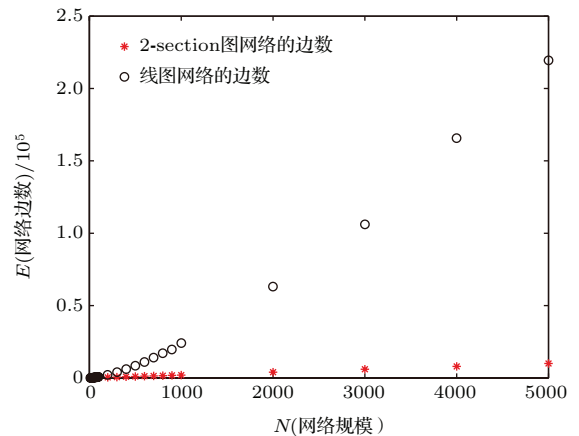


图10 k 均匀无标度超网络的2-section 图网络和线图网络的边数对比 ($m = 2$)
Fig. 10. The hyperedge numbers of 2-section and line-graph of k uniform scale-free hypernetwork ($m = 2$).

图11显示了不同规模的网络在两种相继故障扩散方式下达到全局故障的扰动阈值的比较,图中结果显示,对于任何规模的网络,超边扩散的相继故障需要更大的扰动阈值,结合图10和图11,超网络的两种相继故障的扰动阈值与网络转换成2-section 图网络及线图网络后网络中的边数呈正相关,即2-section 图网络及线图网络中的边数越多,其扰动阈值更大,同时随着网络规模的增大,节

点扩散的相继故障的阈值增长比较缓慢, 而超边扩散的相继故障增长较快, 这也和线图网络中边数的增长呈指数增长有关.

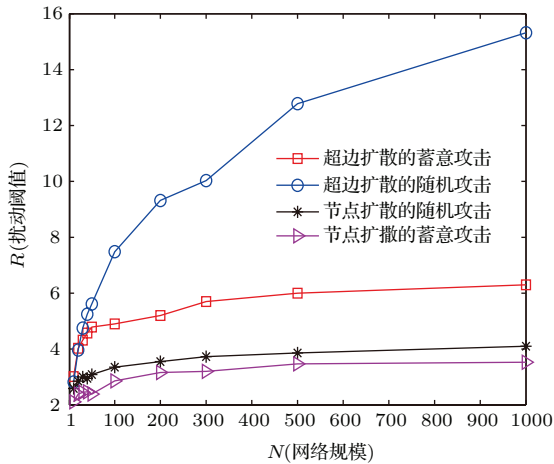


图 11 k 均匀无标度超网络扰动阈值随网络规模的增长 ($m = 2$)

Fig. 11. The curve of the disturbed threshold R varying with the size of network ($m = 2$).

5 结 论

本文依据快递超网络和电子元件超网络上相继故障的扩散特点, 将超网络上的相继故障分为基于节点扩散的相继故障和基于超边扩散的相继故障, 结合超图理论提出用 2-section 图分析法和线图分析法分别分析超网络的这两种相继故障的进程, 并通过仿真得到了 k 均匀无标度超网络耦合映像格子的相继故障特点.

k 均匀无标度超网络在遭受外部攻击时与普通的无标度网络类似, 也表现出了既鲁棒又脆弱的性质. 其中基于节点扩散的相继故障在 m 取任何值时都对随机攻击鲁棒, 对蓄意攻击脆弱, 这与 k 均匀无标度超网络的超度分布服从幂律分布的性质有关. 但基于超边扩散的相继故障在 m 较小时, 超网络对蓄意攻击鲁棒, 对随机攻击脆弱, 但当 m 较大时, 超网络又对随机攻击表现出了更强的鲁棒性. 这与超网络的超边度分布有关, 超网络的超边度分布的前端服从泊松分布, 后端服从幂律分布, 且 m 越小, 其泊松分布越明显, 因此超网络基于超边扩散的相继故障在 m 较小时对随机攻击表现出了更强的鲁棒性. 另外, k 均匀无标度超网络在遭受外部攻击时都比普通的无标度网络更加鲁棒, 这是由于 k 均匀无标度超网络的节点间既有原来的

节点间的联系, 同时还通过超边进行连接. 因此, 超网络节点间的联系要比普通的网络更加紧密, 在遭受外部攻击时就表现出了比普通网络更强的鲁棒性. 通过比较超网络的两种扩散方式下的相继故障得知, 同规模的超网络在遭受同一种攻击时, 其超边扩散的相继故障进程比节点扩散的相继故障进程更加缓慢.

本文的研究结果对进一步认识超网络的相继故障行为有重要的意义和价值, 相关的研究方法既可以用于分析其他类型超网络的相继故障行为, 也可以用于分析超网络的其他动力学行为, 如传播和控制等.

参考文献

- [1] Wang J J, Rong L L, Deng Q H, Zhang J Y 2010 *Eur. Phys. J. B* **77** 493
- [2] Zhang Z K, Liu C 2010 *J. Stat. Mech. -Theory E* **2010** 10005
- [3] Krawiecki A 2013 *Acta Phys. Polon. A* **123**
- [4] Gómez-Gardeñes J, Reinares I, Arenas A, Floría L M 2012 *Sci. Reports* **2** 620
- [5] Hu F, Zhao H X, Ma X J 2013 *Sci. Sin.: Phys. Mech. Astron.* **43** 16 (in Chinese) [胡枫, 赵海兴, 马秀娟 2013 中国科学: 物理学 力学 天文学 **43** 16]
- [6] Hu F, Zhao H X, He J B, Li F X, Li S L, Zhang Z K 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 198901 (in Chinese) [胡枫, 赵海兴, 何佳培, 李发旭, 李淑玲, 张子柯 2013 物理学报 **62** 198901]
- [7] Yang G Y, Liu J G 2014 *Chin. Phys. B* **23** 018901
- [8] Liu J G, Yang G Y, Hu Z L 2014 *PLoS One* **9** e89746
- [9] Pei W D, Xia W, Wang Q L, et al. 2010 *J. Univ. Sci. Technol. China* **40** 1186 (in Chinese) [裴伟东, 夏玮, 王全来 等 2010 中国科学技术大学学报 **40** 1186]
- [10] Sorrentino F 2012 *New J. Phys.* **14** 033035
- [11] Wu Z Y, Duan J Q, Fu X C 2014 *Appl. Math. Model* **38** 2961
- [12] Krawiecki A 2014 *Chaos, Soliton. Fract.* **65** 44
- [13] Gómez S, Díaz-Guilera A, Gómez-Gardeñes J, Pérez-Vicente C J, Moreno Y, Arenas A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 028701
- [14] Wang J P, G Q, Yang G Y, Liu J G 2015 *Physica A* **428** 250
- [15] Yang G Y, Hu Z L, Liu J G 2015 *Physica A* **419** 429
- [16] Solé-Ribalta A, Domenico de M, Gómez S, Arenas A 2013 *arXiv preprint arXiv:1506.07165* [physics.soc-ph]
- [17] Buldyrev S V, Parshani R, Paul G, Stanley H E, Havlin S 2010 *Nature* **464** 1025
- [18] Dong G G, Gao J X, Du R J, Tian L X, Stanley H E, Havlin S 2013 *Phys. Rev. E* **87** 052804
- [19] Dong G G, Tian L X, Zhou D, Du R J, Xiao J, Stanley H E 2013 *Euro. Lett.* **102** 68004
- [20] Dong G G, Tian L X, Du R J, Stanley H E 2014 *Physica A* **394** 370

- [21] Segovia-Juarez J L, Colombano S, Kirschner D 2007 *Biosystems* **87** 117
- [22] Akram M, Dudek W A 2013 *Inform. Sci.* **218** 182
- [23] Rangasamy P, Akram M, Thilagavathi S 2013 *Inform. Process. Lett.* **113** 599
- [24] Segovia-Juarez J L, Colombano S 2003 *BioSystems* **68** 187
- [25] Berge C, Minieka E 1973 *Graph and Hypergraph* (North Holland: North-Holland Publishing Company Amsterdam) pp389–413
- [26] Berge C, Sterboul F 1977 *J. Comb. Theory B* **22** 97
- [27] Estrada E, Rodríguez-Velázquez J A 2006 *Physica A* **364** 581
- [28] Volpentesta, A P 2008 *Eur. J. Oper. Res.* **188** 390
- [29] Pretolani D 2013 *Eur. J. Oper. Res.* **230** 226
- [30] Ghosal G, Zlatić V, Caldarelli G, Newman M E J 2009 *Phys. Rev. E* **79** 066118
- [31] Zlatić V, Ghoshal G, Caldarelli G 2009 *Phys. Rev. E* **80** 036118
- [32] Neubauer N, Obermayer K 2009 *HT 09 Torino, Italy, June 29–July 1, 2009*
- [33] Bretto A 2013 *Hypergraph Theory: An Introduction* (New York: Springer Science & Business Media)
- [34] Peng X Z, Yao H, Du J, Wang Z, Ding C 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 048901 (in Chinese) [彭兴钊, 姚宏, 杜军, 王哲, 丁超 2015 物理学报 **64** 048901]
- [35] Chen S M, Lü H, Xu Q G, Xu Y F, Lai Q 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 048902 (in Chinese) [陈世明, 吕辉, 徐青刚, 许云飞, 赖强 2015 物理学报 **64** 048902]
- [36] Ding L, Zhang S Y 2012 *Comput. Sci.* **39** 8 (in Chinese) [丁琳, 张嗣瀛 2012 计算机科学 **39** 8]
- [37] Kanoko K 1992 *Couple Map Lattice* (Singapore: World Scientific)
- [38] Wang X F, Xu J 2004 *Phys. Rev. E* **70** 056113
- [39] Xu J, Wang X F 2005 *Physica A* **349** 685

Cascading failure analysis in hyper-network based on the hypergraph*

Ma Xiu-Juan¹⁾²⁾ Zhao Hai-Xing^{2)†} Hu Feng²⁾

1) (School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

2) (School of Computer Science, Qinghai Normal University, Xining 810008, China)

(Received 9 November 2015; revised manuscript received 4 January 2016)

Abstract

In this paper, we analyze the diffusion patterns of cascading failure, which happen in the express hypernetwork and electronic hypernetwork respectively. The cascading failure of the express hypernetwork is diffused by the node, and the cascading failure of the electronic hypernetwork is diffused by the hyper-edge. According to hyper-graph theory, we propose two methods to characterize these cascading failures, which are 2-section graph analytical method and line-graph analytical method. We analyze the characteristics of the cascading failures based on node by using the 2-section graph analytical method and based on hyper-edge by using line-graph analytical method, respectively. We construct a k uniform scale-free hypernetwork and analyze the cascading failure process of this hypernetwork based on the couple map lattice according to our methods. The simulation results show that the scale-free hypernetworks are both robust and vulnerable for attack. It is found that the cascading failure based on the node of k uniform scale-free hypernetwork is associated with the hyper-degree distribution of nodes, and the scale-free hypernetwork is robust for random attack and vulnerable for deliberate attack. The more nodes a hyper-edge has, the better robustness the hypernetwork has.

The cascading failure based on the hyper-edge is different from the cascading failure based on the node. The cascading failure based on the hyper-edge is associated with the hyper-edge degree distribution. The hyper-edge degree distribution of the scale-free hypernetwork is not entirely the power-law distribution. When the cascading failure is diffused by the hyper-edge, the hypernetwork is vulnerable for random attack and robustness for deliberate attack if there are 3 or 5 nodes in a hyper-edge. Moreover, the hypernetwork becomes robust for the random attack if there are 7 nodes in a hyper-edge. Furthermore, the k uniform scale-free hypernetwork is more robust than the same size Barabasi-Albert scale-free network for the same attack. The cascading failure process based on the hyper-edge is slower than based on the node. We find that the edge number is another influential factor of robustness. The network is more robust if it has more edges for fixed node number. The line-graph has more edges than the 2-section graph in the same size scale-free hypernetwork, so the cascading failure of node is slower than that of hyper-edge.

Keywords: hypergraph, scale-free hypernetwork, cascading failure, couple map lattice

PACS: 89.75.Fb, 64.60.aq, 05.45.-a, 05.45.Ra

DOI: 10.7498/aps.65.088901

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61164005), the Chunhui Program of Ministry of Education of China (Grant No. Z2012101), the Project of Qinghai Office of Science and Technology, China (Grant Nos. 2013-Z-Y17, 2015-ZJ-723), the Key Laboratory of Tibetan Information Processing (Qinghai Normal University), Ministry of Education, China, and the Key Laboratory of Tibetan Information Processing and Machine Translation, Qinghai Province, China.

† Corresponding author. E-mail: h.x.zhao@163.com