

复杂噪声场下对角减载技术的原理及应用

夏麾军 马远良 刘亚雄

Principle and application of diagonal reducing method in the complex noise fields

Xia Hui-Jun Ma Yuan-Liang Liu Ya-Xiong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 014304 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.014304

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014304>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I1>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

局部固体填充的水中复杂目标声散射计算与实验

Acoustic scattering of a complex target with partially solid-filling immersed in water: numerical simulation and experiment

物理学报.2016, 65(18): 184301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.184301>

水下目标声散射信号的时频域盲抽取

Blind source extraction based on time-frequency characteristics for underwater object acoustic scattering

物理学报.2016, 65(16): 164301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.164301>

大深度接收时深海直达波区的复声强及声线到达角估计

Complex acoustic intensity with deep receiver in the direct-arrival zone in deep water and sound-ray-arrival-angle estimation

物理学报.2016, 65(16): 164302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.164302>

海洋环境噪声场对称性分析及噪声消除方法

Analysis of the symmetry of the ambient noise and study of the noise reduction

物理学报.2016, 65(14): 144302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.144302>

陆架斜坡海域声场特性对常规波束形成阵增益的影响

Array gain of conventional beamformer affected by structure of acoustic field in continental slope area

物理学报.2016, 65(14): 144303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.144303>

复杂噪声场下对角减载技术的原理及应用

夏麾军¹⁾²⁾ 马远良^{1)2)†} 刘亚雄³⁾

1)(西北工业大学航海学院, 西安 710072)

2)(西北工业大学, 海洋声学信息感知工业和信息化部重点实验室, 西安 710072)

3)(长沙金信诺防务技术有限公司, 长沙 410000)

(2016年7月5日收到; 2016年10月9日收到修改稿)

实际水下噪声场是非常复杂的, 它具有一定的相关性, 且各阵元接收到的噪声的功率不相等, 因此归一化的噪声协方差矩阵不是单位矩阵, 会使得一些阵列信号处理算法的性能下降. 针对这个问题, 本文充分分析了复杂噪声场的物理特性, 建立了噪声协方差矩阵的物理模型, 提出了一种复杂噪声场下的协方差矩阵对角减载技术. 首先将数据协方差矩阵减去一个减载系数矩阵, 在使得波束输出信噪比达到最大的约束条件下, 获得了减载系数矩阵的理论表达式和近似表达式. 然后利用最小二乘方法, 估计减载系数矩阵, 并且理论分析了噪声场的相关性及输入信噪比对估计误差的影响. 仿真实验和湖试数据处理结果表明, 在复杂噪声场条件下, 该算法提高了输出信噪比, 改善了阵列信号处理算法的性能, 并且该算法计算复杂度低, 可以实时处理.

关键词: 水下噪声场, 对角减载, 波束形成, 最小二乘法

PACS: 43.30.+m, 43.30.Nb, 43.60.+d

DOI: 10.7498/aps.66.014304

1 引言

在实际应用中, 水下噪声场非常复杂, 它存在一定的相关性, 且各阵元接收到的噪声的功率不相等, 造成这种不相等的原因很多, 比如空间噪声存在指向性, 阵元响应不一致以及通道的自噪声不同等. 然而, 在很多阵列信号处理算法的推导和仿真验证的过程中, 往往假设噪声场是不相关的高斯白噪声, 使得噪声协方差矩阵为对角矩阵, 且对角线上的元素相等, 为噪声功率, 从而得到最优的结果. 但是在复杂的噪声场条件下, 这些基于假设背景噪声为白噪声的算法的性能将严重下降^[1-3]. 因此研究复杂噪声场条件下的处理算法至关重要, 使得这类算法更加贴合实际噪声. 近些年来, 主要从以下几个方面进行了研究, 一是假设背景噪声为色噪声, 利用最大似然估计等方法对信号方位和噪声参数进行联合估计^[4]; 二是设法测量噪声协方差矩阵, 再将噪声协方差矩阵从阵列接收数据协方

差矩阵中剔除^[5]; 三是假定噪声协方差矩阵满足 Toeplitz 结构, 再通过线性变换将噪声部分从接收数据协方差矩阵中剔除^[6]; 四是假设背景噪声为不均匀的白噪声, 得到噪声子空间的估计^[7-9]. 这些方法均对噪声协方差矩阵进行了假设, 而实际采集的噪声场往往会与假设存在偏差.

由于水声环境具有低信噪比的特点, 在水声信号处理中, 一般需要通过阵列信号处理的方式来提高处理增益, 而空间谱估计方法是水声阵列信号处理中的常用方法^[10]. 空间谱估计方法包括子空间分解方法和波束形成方法. 基于子空间分解方法的算法有多重信号分类算法 (multiple signal classification, MUSIC)^[11] 和旋转子空间不变算法 (estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)^[12] 以及相关演变算法等, 这些算法最大的缺点是当信号源数估计不正确时, 其性能可能会严重下降. 波束形成方法包括延迟求和和波束形成方法 (delay-

† 通信作者. E-mail: yлма@nwpu.edu.cn

and-sum beamforming, DAS) 和最小方差无畸变响应波束形成方法 (minimum variance distortionless response, MVDR) [13] 等, 这些方法均是水声阵列信号处理中最常用的技术手段. 当快拍数较少或者阵列存在位置误差和通道相幅误差时, MVDR 波束形成方法的稳健性较差. 相比之下, DAS 波束形成方法具有较好的稳健性, 在实际水下环境中得到了较为广泛的应用, 但是其阵增益受到了阵列孔径的限制. 在阵元间距一定的情况下, 阵元数越多则阵增益越高. 在水声应用中, 大尺度的阵列多为拖线阵, 但是拖线阵使用条件较为苛刻, 且阵列位置误差较大. 故如何在有限阵列尺度的前提下尽可能地提高 DAS 方法的阵增益是一个亟待解决的问题. 为了提高 DAS 波束形成方法的阵增益, 国内外的学者研究了基于 DAS 波束形成方法的各种改进方法 [14,15]. 噪声协方差矩阵的准确获取难度较大, 而在大部分实际情况下, 阵元之间的噪声成分是不相关的, 或者相关性较小 [16], 因此噪声成分主要体现在协方差矩阵的对角线上. 基于这个思想, 有学者将协方差矩阵对角线置 0, 改善了 DAS 的性能 [17]. 赵安邦等 [18] 将协方差矩阵的对角线乘以一个非负常数, 通过使得阵增益最大化, 得到了同样的结论. 这些方法一定程度上提高了阵增益, 但是牺牲了对角线上的信号成分, 并且没有考虑复杂噪声场的相关性对 DAS 性能的影响.

针对上述两个问题, 本文从复杂噪声场的物理特性出发, 给出了噪声协方差矩阵的一般模型, 该模型可以表征任意实际采集的噪声场. 基于此模型, 本文提出了在复杂噪声场条件下的基于对角减载的 DAS 波束形成方法 (DAS beamforming based on the diagonal reducing method, DR-DAS), 减去数据协方差矩阵对角线上的噪声成分, 而不减少信号成分, 使得阵增益达到最大, 并且分析了噪声相关性和输入信噪比对该算法的影响. 最后利用在千岛湖采集的湖试数据验证该算法的有效性及应用性. 结果表明该方法计算复杂度低, 可以满足实时处理的要求.

后文结构安排如下, 第二部分给出了信号模型及复杂噪声的物理模型; 第三部分提出了对角减载 DAS 方法, 利用对角减载技术提高 DAS 波束形成方法输出信噪比, 并且给出了减载系数矩阵的迭代估计方法, 最后分析了噪声相关性和输入信噪比对减载系数矩阵估计的影响, 进而对波束输出产生的

影响; 第四和第五部分分别利用仿真实验的结果和对湖试试验数据的处理结果分析了对角减载技术在复杂噪声场下的性能, 进而验证了其有效性; 最后给出了结论.

2 信号与噪声物理模型

由 M 个水听器组成的均匀线阵接收空间中 L 个中心频率为 f 的窄带目标信号, 信号功率为 $\sigma_{sl}^2, l = 1, 2, \dots, L$. 假设阵列与目标在同一平面内, 则阵列输出表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}(t) + \mathbf{N}(t), \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_M(t)]^T$ 表示阵列接收数据, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_L]$ 表示 L 个目标的入射角, 对应的目标信号的响应向量为 $\mathbf{a}(\theta_l)$. $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$ 是由 L 个目标的响应向量组成的矩阵, 表示为

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_L)]. \quad (2)$$

$\mathbf{s}(t)$ 表示参考阵元处的信号波形, $\mathbf{N}(t)$ 是由 M 个阵元接收到的噪声组成的向量, 分别表示为

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_L(t)]^T, \quad (3)$$

$$\mathbf{N}(t) = [n_1(t) \ n_2(t) \ \dots \ n_M(t)]^T, \quad (4)$$

式中 $s_l(t)$ 为参考阵元接收到的第 l 个目标的信号波形, $n_m(t)$ 为第 m 号阵元的噪声.

假设信号与噪声互不相关, 则协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX} &= E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] \\ &= \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{P}\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{R}_n \\ &= \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_n, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 \mathbf{R}_n 为噪声协方差矩阵, $\mathbf{R}_s = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{P}\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\theta})$ 为信号协方差矩阵, $\mathbf{P} = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$.

实际的水下环境噪声不是白噪声, 存在一定的相关性, 则噪声协方差矩阵包含相关噪声和不相关噪声成分, 写为

$$\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_{cn} + \mathbf{R}_{un}, \quad (6)$$

式中, \mathbf{R}_{cn} 为相关噪声的协方差矩阵, \mathbf{R}_{un} 为不相关噪声的协方差矩阵. 显然 \mathbf{R}_{un} 是个对角矩阵, 表示为

$$\mathbf{R}_{un} = \text{diag}(\sigma_1^2 \ \sigma_2^2 \ \dots \ \sigma_M^2), \quad (7)$$

式中 $\text{diag}()$ 表示对角矩阵; $\sigma_m^2, m = 1, 2, \dots, M$ 表示第 m 号阵元接收到的不相关噪声的功率.

在过去的研究中,多数假设噪声为白噪声,得到了波束形成器的最佳性能.而实际的噪声不仅存在相关性,并且由于通道接收噪声的不一致性等原因,导致各阵元接收到的噪声的功率也不相等.为了更加准确地近似实际情况,可以认为各阵元接收到的相关噪声的功率不相等,并且接收到的不相关噪声的功率也不相等,即 \mathbf{R}_{cn} 和 \mathbf{R}_{un} 对角线上的元素分别不相等.相关噪声的功率定义为 $\sigma_{\text{cn}}^2 = \text{tr}(\mathbf{R}_{\text{cn}})/M$, $\text{tr}()$ 表示求矩阵的迹,不相关噪声的功率定义为 $\sigma_{\text{un}}^2 = \text{tr}(\mathbf{R}_{\text{un}})/M$.

存在特殊情况,各阵元的不相关噪声的一致性较好,即 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_M^2 = \sigma_{\text{un}}^2$,此时 \mathbf{R}_{un} 可以表示为

$$\mathbf{R}_{\text{un}} = \sigma_{\text{un}}^2 \mathbf{I}, \quad (8)$$

\mathbf{I} 表示 M 阶的单位矩阵.

3 对角减载技术

3.1 问题的提出

尽管噪声场具有一定的相关性,但是在噪声协方差矩阵中,主要能量集中在对角线上,基于此,我们减去协方差矩阵对角线上的噪声,避免了噪声协方差矩阵估计的复杂问题,同时又提高了波束形成器的性能.

假设导向向量和协方差矩阵都没有误差,将协方差矩阵对角减去一个正实数,得到的新的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX}^\lambda &= \begin{bmatrix} r_{11} - \lambda_1 & r_{12} & \cdots & r_{1M} \\ r_{21} & r_{22} - \lambda_2 & \cdots & r_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{M1} & r_{M2} & \cdots & r_{MM} - \lambda_M \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{R}_{XX} - \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{R}_s^\lambda + \mathbf{R}_n^\lambda, \end{aligned} \quad (9)$$

上式中, \mathbf{R}_s^λ 和 \mathbf{R}_n^λ 分别为减载后的信号协方差矩阵和噪声协方差矩阵, λ_m 为减载系数, $\boldsymbol{\lambda}$ 为减载系数矩阵,记为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\lambda} &= \text{diag}(\lambda_1 \ \lambda_2 \ \cdots \ \lambda_M), \\ \lambda_m &> 0, \quad m = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (10)$$

可以得到DR-DAS方法的波束输出的功率为

$$P^\lambda = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{XX}^\lambda \mathbf{w}$$

$$= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_s^\lambda \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_n^\lambda \mathbf{w} = P_s^\lambda + P_n^\lambda, \quad (11)$$

上式中, P_s^λ 和 P_n^λ 分别为减载后的信号输出功率和噪声输出功率; \mathbf{w} 为DAS方法的加权向量, $\mathbf{w} = \bar{\mathbf{a}}(\theta)/M$, 其中 $\bar{\mathbf{a}}(\theta)$ 为阵列流型向量.则输出信噪比为

$$SNR_o = \frac{P_s^\lambda}{P_n^\lambda} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s^\lambda \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_n^\lambda \mathbf{w}}. \quad (12)$$

根据阵增益的公式,可以得到减载后的阵增益为

$$\begin{aligned} G^\lambda &= 10 \lg \left(\frac{SNR_o}{SNR_l} \right) \\ &= 10 \lg \left(\frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s^\lambda \mathbf{w} \sigma_{sl}^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_n^\lambda \mathbf{w} \sigma_n^2} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $SNR_l = \sigma_{sl}^2/\sigma_n^2$ 为输入信噪比,且 $\sigma_n^2 = \sigma_{\text{cn}}^2 + \sigma_{\text{un}}^2$.

3.2 对角减载DAS方法

根据(13)式,为了提高阵增益,且保证信号无损失或者无畸变,需要使得分母最小,而分子不变.因此,我们需要将协方差矩阵中的噪声减去,而信号不变.那么根据(9)式,得到的减载后的协方差矩阵可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{XX}^\lambda &= \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_n^\lambda \\ &= \mathbf{A}(\theta) \mathbf{P} \mathbf{A}^H(\theta) + (\mathbf{R}_n - \boldsymbol{\lambda}). \end{aligned} \quad (14)$$

当 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_l) = \mathbf{a}(\theta_l)$, 且只存在一个信号时,将(14)式的结果代入(13)式,得到阵增益为

$$\begin{aligned} G^\lambda &= 10 \lg \left(\frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w} \sigma_n^2}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_n - \boldsymbol{\lambda}) \mathbf{w} \sigma_{sl}^2} \right) \\ &= 10 \lg \left(\frac{1}{\mathbf{w}^H (\mathbf{R}_{\text{cn}} + \mathbf{R}_{\text{un}} - \boldsymbol{\lambda}) \mathbf{w} / \sigma_n^2} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

令 $f(\boldsymbol{\lambda})$ 为上式中的分母

$$f(\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{w}^H (\mathbf{R}_{\text{cn}} + \mathbf{R}_{\text{un}} - \boldsymbol{\lambda}) \mathbf{w} / \sigma_n^2, \quad (16)$$

显然当 $f(\boldsymbol{\lambda}) = 0$ 时, G^λ 最大,则求得最佳减载系数矩阵.将(16)式展开,写成求和的形式,得到

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\lambda}) &= \sum_{i=1}^M w_i^2 \frac{(\sigma_i^2 - \lambda_i)}{\sigma_n^2} + \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M w_j w_i^* \frac{c_{ij}}{\sigma_n^2} \\ &= \sum_{i=1}^M w_i^2 \frac{(\sigma_i^2 + c_{ii} - \lambda_i)}{\sigma_n^2} \\ &\quad + \sum_{j=1}^M \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^M w_j w_i^* \frac{c_{ij}}{\sigma_n^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

式中 w_m 是加权值, $()^*$ 表示共轭, c_{ij} 表示 \mathbf{R}_{cn} 中的第 i 行第 j 列的元素.

从 (17) 式的结果发现, 相关噪声的相关性越小, 则 \mathbf{R}_{cn} 的主对角线上的元素相比非对角线上的元素越大, 故 (17) 式中等号右边的最后一项越趋于 0. 考虑到以下两个原因: 在大部分实际水下环境噪声的情况下, 噪声相关性较弱; c_{ij} 的先验知识很难获得. 故我们忽略 (17) 式中等号右边的最后一项. 通过降低复杂度获得了准最优的性能, 得到 λ_i 为

$$\lambda_i = \sigma_i^2 + c_{ii}, \quad (18)$$

显然, $\boldsymbol{\lambda}$ 为协方差矩阵主对角线上的噪声成分. 将协方差矩阵中对角线上的噪声成分全部减掉, 而只留下信号, 这样做的结果是大大提高了输出信噪比.

综上所述, DR-DAS 方法的优点在于它具有与 DAS 方法同样的稳健性, 却有比 DAS 方法更高的输出信噪比.

3.3 减载系数矩阵估计

根据 (5) 式, 满秩矩阵 \mathbf{P} 能够分解成矩阵相乘, 如下:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}\mathbf{B}^H, \quad (19)$$

式中 \mathbf{B} 是个 $L \times L$ 的非奇异矩阵, 且定义 $\mathbf{S} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{B}$, 因此根据 (5) 式, 协方差矩阵可以重写为

$$\mathbf{R}_{XX} = \mathbf{S}\mathbf{S}^H + \mathbf{R}_{od} + \mathbf{D}, \quad (20)$$

式中 \mathbf{D} 是由 \mathbf{R}_n 的主对角线上的元素组成的对角矩阵, $\mathbf{R}_{od} = \mathbf{R}_n - \mathbf{D}$. 引入函数 $f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}})$, 表示为

$$f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}}) = \|\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H - \hat{\mathbf{D}}\|_F^2, \quad (21)$$

式中 $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数, $\hat{\mathbf{S}}$ 和 $\hat{\mathbf{D}}$ 分别表示 \mathbf{S} 和 \mathbf{D} 的估计值. 根据上一节的分析, \mathbf{R}_{od} 中的元素是次要成分, 故先忽略 \mathbf{R}_{od} . 后文将从理论上定性分析, 从仿真中定量分析 \mathbf{R}_{od} 对估计结果的影响. 利用最小二乘来求解 (20) 式, 则有

$$\min_{\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}}} f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}}). \quad (22)$$

将 $f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}})$ 展开, 得到

$$f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}}) = \text{tr}[(\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H - \hat{\mathbf{D}}) \times (\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H - \hat{\mathbf{D}})^H]$$

$$= \text{tr}(\mathbf{R}_{XX}^2) + \text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H) + \text{tr}(\hat{\mathbf{D}}^2) - 2\text{tr}(\mathbf{R}_{XX}\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H) - 2\text{tr}(\mathbf{R}_{XX}\hat{\mathbf{D}}) + 2\text{tr}(\hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H). \quad (23)$$

为了求解 (22) 式, 令 $f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}})$ 对 $\hat{\mathbf{S}}$ 和 $\hat{\mathbf{D}}$ 的偏导为 0, 结果如下^[19]:

$$\frac{\partial f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}})}{\partial \hat{\mathbf{D}}} = 2\hat{\mathbf{D}} - 2d(\mathbf{R}_{XX}) + 2d(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H) = 0, \quad (24)$$

$$\frac{\partial f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}})}{\partial \hat{\mathbf{S}}^*} = 2\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H\hat{\mathbf{S}} - 2\mathbf{R}_{XX}\hat{\mathbf{S}} + 2\hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{S}} = 0, \quad (25)$$

式中 $d()$ 表示由矩阵主对角线上的元素组成的对角矩阵.

根据 (24) 式, 得到 $\hat{\mathbf{D}}$ 的计算结果为

$$\hat{\mathbf{D}} = d(\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H). \quad (26)$$

从 (26) 式结果可以发现, 对于给定的 $\hat{\mathbf{S}}$, 当且仅当利用 (26) 式计算 $\hat{\mathbf{D}}$ 时, $f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}})$ 达到最小值.

根据 (25) 式, 得到 $\hat{\mathbf{S}}$ 的计算结果为

$$(\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}})\hat{\mathbf{S}} = \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H\hat{\mathbf{S}}. \quad (27)$$

观察 (20) 式, 发现 $\hat{\mathbf{S}}$ 没有惟一解, 这是因为对于任意一个正交矩阵 \mathbf{Z} , 使得下式成立

$$\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H = \hat{\mathbf{S}}\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H\hat{\mathbf{S}}^H = (\hat{\mathbf{S}}\mathbf{Z})(\hat{\mathbf{S}}\mathbf{Z})^H. \quad (28)$$

由于 $\hat{\mathbf{S}}$ 没有惟一解, 故可以取 $\hat{\mathbf{S}}$ 的一个特殊形式, 使得 $\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H$ 是一个 $L \times L$ 的对角矩阵. 则 $\hat{\mathbf{S}}$ 是 $\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}}$ 的 L 个特征向量, 进而可以得到 (23) 式的结果为

$$f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}}) = \text{tr}(\mathbf{R}_{XX}^2 - 2\mathbf{R}_{XX}\hat{\mathbf{D}} + \hat{\mathbf{D}}^2) + \text{tr}(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H) - 2\text{tr}[(\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}})\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H] = \text{tr}(\mathbf{R}_{XX}^2 - 2\mathbf{R}_{XX}\hat{\mathbf{D}} + \hat{\mathbf{D}}^2) - \text{tr}[(\hat{\mathbf{S}}^H\hat{\mathbf{S}})(\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H)^H]. \quad (29)$$

可以发现, 对于给定的 $\hat{\mathbf{D}}$, 且约束 $\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H$ 是一个 $L \times L$ 的对角矩阵, 当且仅当 $\hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H$ 取 $\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}}$ 的 L 个最大的特征值时, $f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}})$ 达到最小值.

为了计算 $\hat{\mathbf{S}}$ 的值, 令 $\boldsymbol{\Lambda}_L$ 和 \mathbf{T}_L 分别表示 $\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}}$ 的 L 个最大的特征值及对应的特征向量, 则有

$$(\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}})\mathbf{T}_L = \mathbf{T}_L\boldsymbol{\Lambda}_L. \quad (30)$$

进而有

$$\begin{aligned} & (\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}})(\mathbf{T}_L \mathbf{A}_L^{1/2}) \\ &= \mathbf{T}_L \mathbf{A}_L^{1/2} \mathbf{A}_L^{1/2} \mathbf{T}_L^H \mathbf{T}_L \mathbf{A}_L^{1/2}, \\ & (\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}})(\mathbf{T}_L \mathbf{A}_L^{1/2}) \\ &= (\mathbf{T}_L \mathbf{A}_L^{1/2})(\mathbf{T}_L \mathbf{A}_L^{1/2})^H (\mathbf{T}_L \mathbf{A}_L^{1/2}), \end{aligned} \quad (31)$$

即 $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{T}_L \mathbf{A}_L^{1/2}$.

综上所述, 可以通过初始化 $\hat{\mathbf{D}}_0$, 迭代计算得到 $\hat{\mathbf{D}}_k$ 和 $\hat{\mathbf{S}}_k$, k 表示第 k 次迭代. 结束条件为 $|f(\hat{\mathbf{S}}_{k+1}, \hat{\mathbf{D}}_{k+1}) - f(\hat{\mathbf{S}}_k, \hat{\mathbf{D}}_k)| < \varepsilon$, ε 为用户设定的门限值. 最终的计算结果记为 $\hat{\mathbf{D}}_{\text{op}}$ 和 $\hat{\mathbf{S}}_{\text{op}}$. 因此减载系数矩阵 λ 等于 $\hat{\mathbf{D}}_{\text{op}}$.

在实际应用中, 协方差矩阵 \mathbf{R}_{XX} 是未知的, 可以通过有限次采样条件下做时间上的平均得到采样协方差矩阵, 用该矩阵来代替数据协方差矩阵, 记为 \mathbf{R} .

$$\mathbf{R} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{X}(n) \mathbf{X}^H(n). \quad (32)$$

3.4 误差分析

由于迭代计算过程中忽略了 \mathbf{R}_{od} , 必将使得迭代计算的结果存在误差. 本小节将分析 \mathbf{R}_{od} 以及输入信噪比对迭代结果的影响.

观察 (21) 式, $f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}})$ 表示为

$$\begin{aligned} & f(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}}) \\ &= \|\mathbf{S}\mathbf{S}^H + \mathbf{D} - \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H - \hat{\mathbf{D}} + \mathbf{R}_{\text{od}}\|_F^2. \end{aligned} \quad (33)$$

(33) 式结果显示, 当不存在 \mathbf{R}_{od} 时, 上一小节的迭代估计算法能够准确的估计出 \mathbf{S} 和 \mathbf{D} . 因此 \mathbf{R}_{od} 一定会影响 \mathbf{S} 和 \mathbf{D} 的估计结果, 使之存在一定的误差.

将 (20) 式代入 (27) 式, 得到

$$(\mathbf{S}\mathbf{S}^H + \mathbf{D} - \hat{\mathbf{D}} + \mathbf{R}_{\text{od}})\hat{\mathbf{S}} = \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H\hat{\mathbf{S}}, \quad (34)$$

式中, \mathbf{R}_{XX} 通过减去 $\hat{\mathbf{D}}$ 得到信号子空间, 使得 $\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}}$ 中信号对应的特征值较大. 然而由于 \mathbf{R}_{od} 的存在, 使得信号子空间存在误差, 信号对应的特征值产生波动, 波动越大, 则估计误差越大. 定义 \mathbf{D}_S 和 \mathbf{V}_S 分别是矩阵 $\mathbf{S}\mathbf{S}^H$ 的所有特征值组成的对角矩阵和对应的特征向量组成的矩阵, 接下来需要分析 $\mathbf{S}\mathbf{S}^H$ 加上 \mathbf{R}_{od} 以后, 对 \mathbf{D}_S 的扰动情况. 容易得到

$$\mathbf{S}\mathbf{S}^H = \mathbf{V}_S \mathbf{D}_S \mathbf{V}_S^H,$$

$$\mathbf{D}_S = \text{diag}(\eta_1 \ \eta_2 \ \cdots \ \eta_M), \quad (35)$$

其中 $\eta_m, m = 1, 2, \dots, M$ 是矩阵 $\mathbf{S}\mathbf{S}^H$ 的特征值. 令矩阵 $\mathbf{Q} = \mathbf{V}_S^H(\mathbf{S}\mathbf{S}^H + \mathbf{R}_{\text{od}})\mathbf{V}_S = (q_{ij})_{M \times M}$, 则 \mathbf{Q} 有特征值 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_M$, 若记 $\mathbf{V}_S^H \mathbf{R}_{\text{od}} \mathbf{V}_S = (b_{ij})_{M \times M}$, 则 \mathbf{Q} 的对角元素可写为 $\eta_m + b_{mm}, m = 1, 2, \dots, M$.

定理 矩阵 $\mathbf{A} = (a_{ij})_{n \times n}$ 的一切特征值都在它的 n 个盖尔圆的并集之内, 且盖尔圆定义为由下面不等式在复平面上确定的区域

$$|z - a_{ii}| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}|. \quad (36)$$

由定理知, 存在 η_i , 使得

$$|\mu_k - (\eta_i + b_{ii})| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M |q_{ij}| = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M |b_{ij}|. \quad (37)$$

于是有

$$|\mu_k - \eta_i| \leq \sum_{j=1}^M |b_{ij}| \leq \|\mathbf{V}_S^H \mathbf{R}_{\text{od}} \mathbf{V}_S\|_{\infty}, \quad (38)$$

式中 $\|\cdot\|_{\infty}$ 表示矩阵的无穷范数. 根据矩阵范数的相容性, (38) 式可以改写为

$$|\mu_k - \eta_i| \leq \|\mathbf{V}_S^H\|_{\infty} \|\mathbf{V}_S\|_{\infty} \|\mathbf{R}_{\text{od}}\|_{\infty}. \quad (39)$$

观察 (39) 式, 发现 $\mathbf{S}\mathbf{S}^H$ 加上 \mathbf{R}_{od} 以后, 对 \mathbf{D}_S 的扰动受 $\|\mathbf{R}_{\text{od}}\|_{\infty}$ 的影响.

观察 (26) 式, $\hat{\mathbf{D}}$ 只取了 $\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{S}}^H$ 对角线上的元素, 而 \mathbf{R}_{od} 的对角线为 0, 因此 \mathbf{R}_{od} 并不能对 $\hat{\mathbf{D}}$ 估计产生直接影响, 而是通过影响 $\hat{\mathbf{S}}$ 的估计准确性间接影响 $\hat{\mathbf{D}}$ 的估计.

用表格的形式定性分析各参数对估计误差的影响情况, 得到的一些结论见表 1.

表 1 各参数对估计误差的影响

Table 1. The effect of the parameters on the estimated error.

	σ_n^2	$\ \mathbf{R}_{\text{od}}\ _{\infty}$	σ_{sl}^2	η_i	Per	RMSE
cor \leftrightarrow , SNR _i $\uparrow \leftrightarrow$	\leftrightarrow	\leftrightarrow	\uparrow	\uparrow	\downarrow	\downarrow
cor \leftrightarrow , SNR _i $\downarrow \leftrightarrow$	\leftrightarrow	\leftrightarrow	\downarrow	\downarrow	\uparrow	\uparrow
cor \uparrow , SNR _i $\leftrightarrow \leftrightarrow$	\leftrightarrow	\uparrow	\leftrightarrow	\leftrightarrow	\uparrow	\uparrow
cor \downarrow , SNR _i $\leftrightarrow \leftrightarrow$	\leftrightarrow	\downarrow	\leftrightarrow	\leftrightarrow	\downarrow	\downarrow

表中变量的定义如下.

1) 假设 L 个信号的输入信噪比是一样的, 即 $\text{SNR}_i = \text{SNR}_l, l = 1, 2, \dots, L$.

2) cor 是噪声的相关性与 $\|\mathbf{R}_{od}\|_\infty$ 的一种函数关系, 定义为

$$cor = \frac{\|\mathbf{R}_{od}\|_\infty}{\sigma_n^2}, \quad (40)$$

可以发现, cor 与相关系数的绝对值及阵元个数有关. 在噪声功率及阵元个数一定的前提下, 噪声的相关系数的绝对值越大, 则系数 cor 越大, 从而 $\|\mathbf{R}_{od}\|_\infty$ 越大.

3) 特征值的相对扰动量 Per 用来表征矩阵 $\mathbf{R}_{XX} - \hat{\mathbf{D}}$ 的 L 个特征值为信号对应的特征值的可能性, Per 越小, 则可能性越大, 估计误差也就会越小. Per 定义为

$$Per = \frac{\|\mathbf{R}_{od}\|_\infty}{|\eta_i|}. \quad (41)$$

4) $RMSE$ 用来表征估计误差的大小, $RMSE$ 越大, 则估计误差越大. $RMSE$ 定义为

$$RMSE = \sqrt{\frac{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M (D_m - \sigma_m^2 - c_{mm})^2}{\frac{1}{K} \sum_{m=1}^M (\sigma_m^2 + c_{mm})^2}}, \quad (42)$$

式中, D_m 是 $\hat{\mathbf{D}}_{op}$ 对角线上对应的元素, K 是总的计算次数.

从表 1 的结果分析可得, 噪声相关性的减小和输入信噪比的增大都会减小估计误差.

4 仿真与讨论

在空间复杂噪声场中, 考虑一个 8 元均匀线列阵, 阵元间距为 0.75 m, 存在两个目标, 方位角为 10° 和 -20° . 阵列接收的窄带 CW 信号中心频率为 1000 Hz, 带宽为 50 Hz, 采样频率为 8000 Hz. 定义信噪比为信号和噪声功率之比. 由于信号、噪声都是随机过程, 每次仿真得到的结果有所不同, 需要采用大量独立实验估计平均性能. 在后文中考察各种随机过程的定量性能时, 如无特别说明, 显示的都是 200 次独立试验取平均值的结果.

当快拍数为 500, 迭代计算门限值 ε 设为 0.01, cor 取 1, 初始化 $\hat{\mathbf{D}}$ 取 $d(\mathbf{R}_{XX})$ 时, 得到角度谱如图 1 所示, 其中图 1 (a) 是信噪比为 -10 dB 的角度谱, 图 1 (b) 是对应的 8 个阵元的接收噪声功率估计

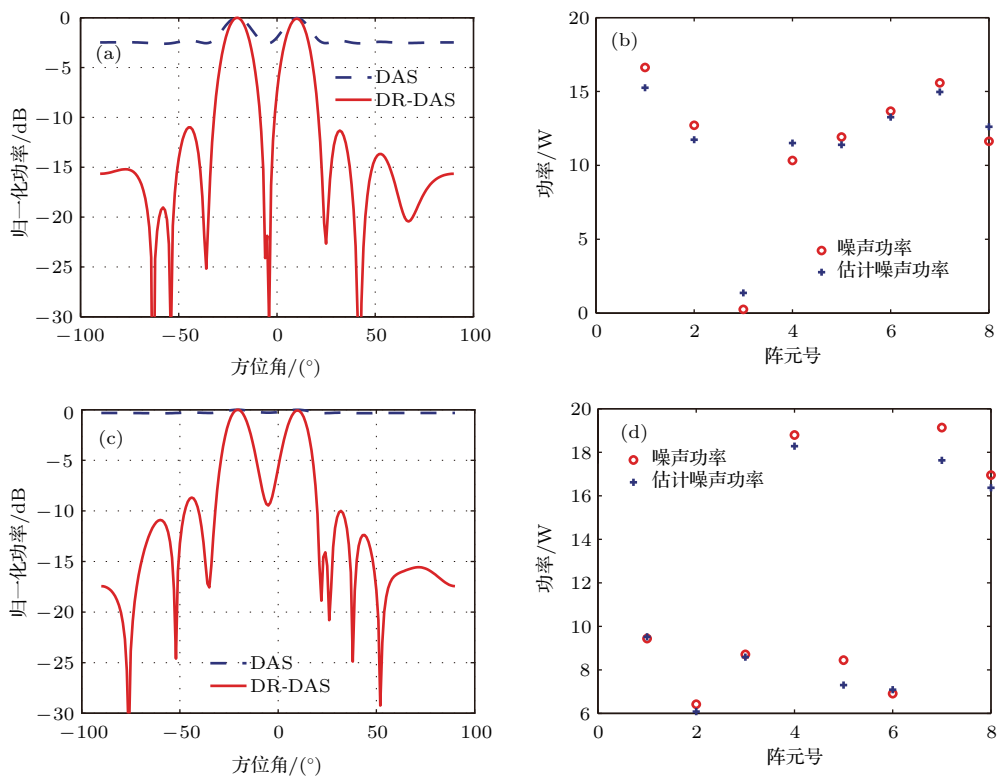


图 1 (网刊彩色) 角度谱及对应的噪声功率估计 (a) -10 dB 时的角度谱; (b) -10 dB 时的噪声功率估计; (c) -20 dB 时的角度谱; (d) -20 dB 时的噪声功率估计

Fig. 1. (color online) Direction spectrum and the estimation of the noise power: (a) Direction spectrum with -10 dB; (b) the estimation of the noise power with -10 dB; (c) direction spectrum with -20 dB; (d) the estimation of the noise power with -20 dB.

结果, 图1(c)是信噪比为-20 dB的角度谱, 图1(d)是对应的噪声功率估计结果. 图1(a)和图1(c)的结果显示, DR-DAS方法优于DAS方法, 通过对角减载, 降低了噪声功率的输出, 从而获得更低的旁瓣. 利用-20°处的信号, 代入(13)式中, 分别得到-10 dB, -20 dB时DR-DAS方法的阵增益为22.2 dB和21.8 dB, 相比于DAS获得了较大的提高. 图1(b)和图1(d)给出了不同信噪比下噪声协方差矩阵对角线上噪声功率的估计误差, 其中图1(b)对应的RMSE为0.045, 图1(d)对应的RMSE为0.065, 随着信噪比的降低, RMSE变大.

当信噪比为-10 dB, 快拍数为500, 迭代计算门限值 ϵ 为0.01, 初始化 \hat{D} 取 $d(\mathbf{R}_{XX})$ 时, 得到噪声功率估计误差随 cor 的变化情况如图2所示, 阵增益随 cor 的变化情况如图3所示. cor 越小, 则噪声协方差矩阵越近似于对角矩阵, 即噪声的相关性越小, 反之噪声的相关性越大. 在实际情况下, 不同的噪声环境下, 噪声相关性是不一样的. 从图2中可以看出, 随着噪声的相关性增大, 估计误差随之增大. 从图3中可以看出, 当噪声相关性较弱时, 由于噪声功率的估计误差较小, 对角减载技术减去了大部分噪声, 从而使得阵增益获得较大的提高. 而随着噪声相关性的增强, 一方面, 使得噪声功率的估计误差增大, 从而增大了对角减载后协方差矩阵对角线上残留的噪声, 另一方面, 使得(17)式中 c_{ij}/σ_n^2 变大, 两方面的原因导致了阵增益的降低.

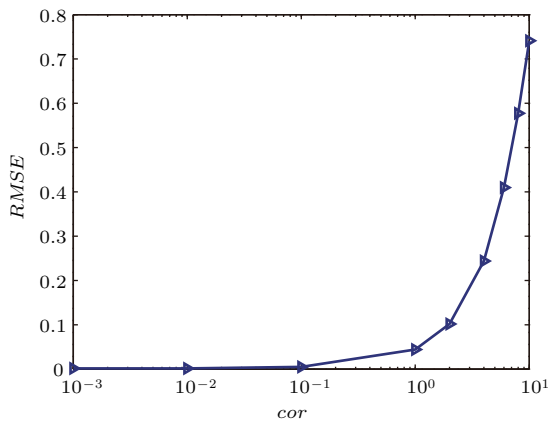


图2 噪声功率估计误差随 cor 的变化
Fig. 2. The change of the estimated error with cor .

当 cor 取1, 快拍数为500, 迭代计算门限值 ϵ 为0.01, 初始化 \hat{D} 取 $d(\mathbf{R}_{XX})$ 时, 得到噪声功率估计误差随输入信噪比的变化情况如图4所示, 阵增

益随输入信噪比的变化情况如图5所示. 从图4可以看出, 随着信噪比的降低, 噪声功率估计误差逐渐增大, 当信噪比较高时, 这种误差不会持续下降.

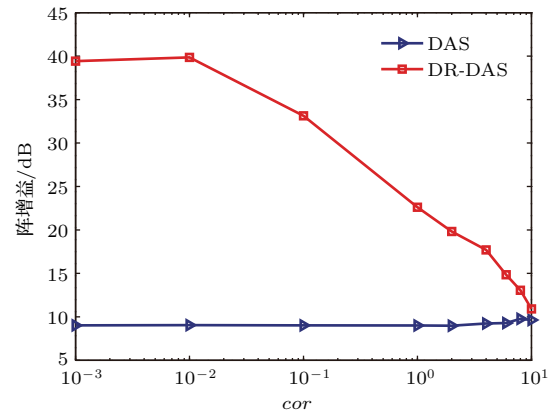


图3 阵增益随 cor 的变化

Fig. 3. The change of the array gain with cor .

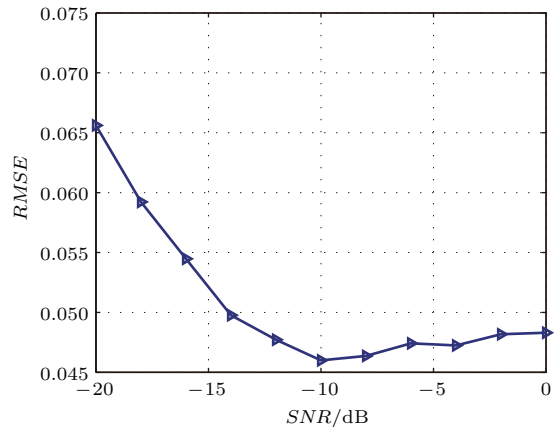


图4 噪声功率估计误差随输入信噪比的变化

Fig. 4. The change of the estimated error with the input SNR.

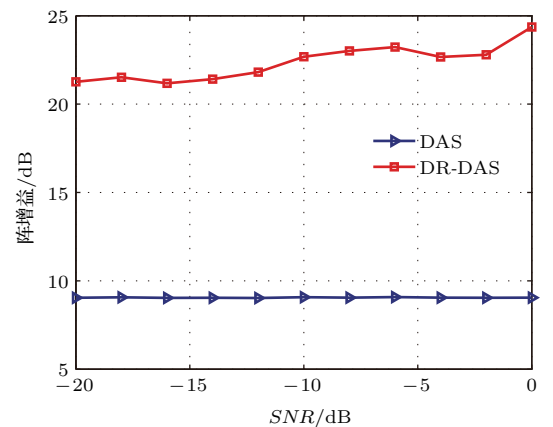


图5 阵增益随输入信噪比的变化

Fig. 5. The change of the output SNR with the input SNR.

相应的DR-DAS方法的阵增益随着误差的减小而逐渐增大, 相比于DAS方法的增益, 获得了较大的提高. 以上这些通过仿真实验得到的结论与理论分析得到的结论一致.

5 试验验证

对千岛湖采集的湖试试验数据进行处理, 以验证算法的有效性. 接收端为13元均匀线列阵, 阵元间距是25 cm, 水平布放, 深度约10 m, 采样频率为15 kHz. 发射端为球形换能器, 布放深度约10 m, 发射频率为3000 Hz的单频信号, 脉宽3 s, 周期5 s. 发射端与接收端的水平距离约40 m. 首先通过一个带通滤波器, 下限频率为2500 Hz, 上限频率为3500 Hz. 然后利用DAS和DR-DAS方法, 得到角度谱, 如图6(a)所示. 并且利用一段不含信号的纯噪声数据, 计算得到噪声相关系数矩阵如图6(b)所示, 进而计算得到 cor 约为1.23. 从图6中可以看出, DR-DAS方法对角度谱起到较好的改善作用, 这是由于 cor 较小, 使得减载系数矩阵与噪声功率的误差较小, 进而使得这种改善作用较好.

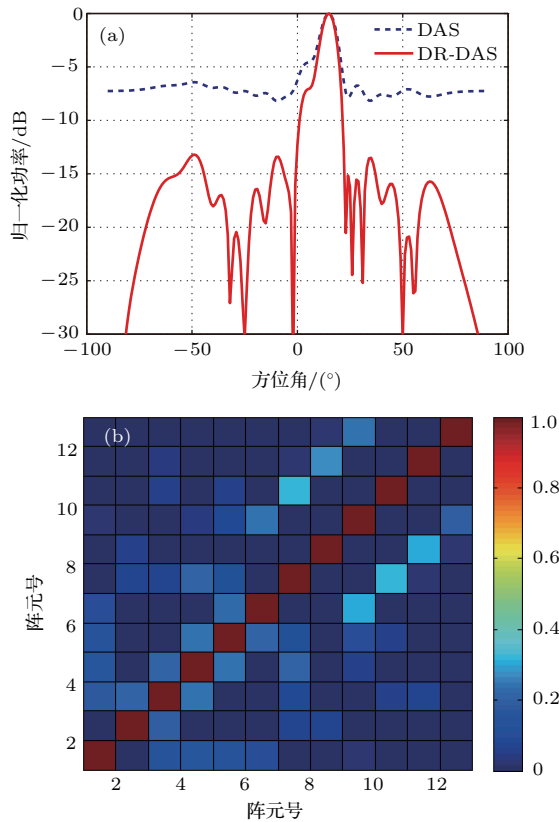


图6 (网刊彩色) (a) 角度谱; (b) 相关系数矩阵
Fig. 6. (color online) (a) Direction spectrum; (b) correlation coefficient matrix.

为了进一步分析DR-DAS方法对输出信噪比的改善作用, 通过近似方法计算输出信噪比, 我们认为在较短的时间内, 噪声是平稳的. 第一步利用存在信号的数据段做DAS和DR-DAS, 获得信号输出功率 P_s 与噪声输出功率 P_n 的总和; 第二步, 选择存在信号数据的前一段纯噪声数据, 计算得到DAS方法的噪声输出功率, 再结合上一步中估计得到的减载系数矩阵计算得到DR-DAS方法的噪声输出功率; 第三步, 计算输出信噪比, 见表2.

表2 输出信噪比
Table 2. The output SNR.

方法	P_s /dB	P_n /dB	SNR_o
DAS	16.22	10.16	6.06
DR-DAS	16.22	-3.72	19.94

表2中数据显示, DR-DAS方法通过对角减载减去了噪声成分, 使得噪声输出功率减小, 而信号无失真, 从而使得输出信噪比比DAS方法的输出信噪比大了将近14 dB. 在理论和仿真时, 发现 cor 较小时, 则噪声功率估计误差减小, 使得DR-DAS方法改善DAS方法性能的能力较强, 试验结果很好地验证了这一点.

6 结论

实际的水下噪声场非常复杂, 存在一定的相关性, 并且各阵元接收到的噪声的功率并非相等, 使得噪声协方差矩阵变得非常复杂. 基于这种噪声模型, 本文提出了对角减载方法, 提高了DAS波束形成方法在复杂噪声背景下的性能. 得到如下结论: 1) 复杂噪声场条件下, 由于噪声存在相关性等原因, 噪声协方差矩阵并非是对角矩阵; 2) 对角减载技术能够提高DAS波束形成器的阵增益, 理论推导给出了减载系数矩阵的解析表达式和近似表达式, 发现减载系数矩阵近似为各阵元接收到的噪声的功率组成的对角矩阵; 3) 利用迭代算法的思想估计噪声功率, 从而得到减载系数矩阵; 4) 分析复杂噪声场条件下噪声的相关性以及输入信噪比对噪声功率估计误差的影响, 发现噪声相关性越小, 输入信噪比越大, 则估计误差越小; 5) 仿真实验分析了所提算法在复杂噪声场下的性能, 验证了理论分析的结论, 提高了DAS方法的性能; 6) 试验数据验证了算法的有效性.

参考文献

- [1] Fishler E, Poor H V 2005 *IEEE Trans. Signal Process.* **53** 3543
- [2] Wu Y, Hou C, Liao G, Guo Q 2006 *IEEE J. Ocean. Eng.* **31** 504
- [3] Madurasinghe D 2005 *IEEE Signal Process. Lett.* **12** 337
- [4] Li M H, Lu Y L 2008 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **44** 1079
- [5] Prasad S, Williams R T, Mahalanabis A K, Sibul L H 1988 *IEEE Trans. on ASSP* **36** 631
- [6] Moghaddamjoo A 1991 *IEEE Trans. Signal Process.* **39** 219
- [7] Liao B, Chan S C, Huang L, Guo C T 2016 *IEEE Trans. Signal Process.* **64** 3008
- [8] Vorobyov S A, Gershman A B, Wong K M 2005 *IEEE Trans. Signal Process.* **53** 34
- [9] Chen C E, Lorenzelli F, Hudson R E, Yao K 2008 *IEEE Trans. Signal Process.* **56** 3038
- [10] Van T H L 2002 *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory* (New York: Wiley) pp428–429
- [11] Reddy V V, Boon P N, Khong A W H 2013 *IEEE Trans. Signal Process.* **61** 2551
- [12] Roy R, Kailath T 1989 *IEEE Trans. on ASSP* **37** 984
- [13] Xia H J, Ma Y L, Wang Y, Liu Y X 2016 *Acta Acust.* **41** 449 (in Chinese) [夏麾军, 马远良, 汪勇, 刘亚雄 2016 声学学报 **41** 449]
- [14] Xia H J, Yang K D, Ma Y L, Zhu S H, Liu Y X, Lei Z X 2016 *Proceedings of Oceans* Shanghai, China, April 10–13, 2016 p1
- [15] Xia H J, Ma Y L, Liu Y X 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 144302 (in Chinese) [夏麾军, 马远良, 刘亚雄 2016 物理学报 **65** 144302]
- [16] Emanuël A P H, Sharon G 2007 *J. Acoust. Soc. Am.* **122** 3464
- [17] Robert P D 2004 *Proceedings of the 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference* Manchester, England, May 10–12, 2004 p1
- [18] Zhao A B, Zhou B, Song X J, Bi X J 2014 *J. Harbin. Eng. Univ.* **35** 1327 (in Chinese) [赵安邦, 周彬, 宋雪晶, 毕雪洁 2014 哈尔滨工程大学学报 **35** 1327]
- [19] Petersen K B, Pedersen M S 2012 *The Matrix Cookbook* (Denmark Tech. Univ. of Denmark) pp8–14

Principle and application of diagonal reducing method in the complex noise fields

Xia Hui-Jun¹⁾²⁾ Ma Yuan-Liang^{1)2)†} Liu Ya-Xiong³⁾

1) (School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

2) (Key Laboratory of Ocean Acoustics and Sensing (Northwestern Polytechnical University), Ministry of Industry and Information Technology, Xi'an 710072, China)

3) (Kingsignal Defence, Changsha 410000, China)

(Received 5 July 2016; revised manuscript received 9 October 2016)

Abstract

Acoustic environment has low signal-to-noise ratio (SNR); hence, array signal processing is always used for reducing noise and enhancing signal. Because the delay-and-sum beam forming method is robust, so it is almost widely used, but the array gain is limited by the array aperture. The actual underwater ambient noise is complex, which includes uncorrelated noise and correlated noise. The noise powers of array elements are unequal to each other. The noise covariance matrix is not a scaled identity matrix. Consequently, the performance of array signal processing method decreases obviously. Aiming at these two problems, a diagonal reducing method of the covariance matrix in the complex noise field is proposed. Firstly, a reducing matrix, which is defined as a diagonal matrix with unequal diagonal elements, is subtracted from the covariance matrix so as to reduce the noise, and a new matrix is obtained. Secondly, the delay-and-sum beamforming is done by using the new matrix to obtain the beaming output. The analytic solution and approximate solution of reducing matrix are obtained under the constraint condition that the output SNR attains its maximum. Thirdly, the estimation of the reducing matrix is determined by minimizing the function that is defined as the error between the covariance matrix and the estimated covariance matrix. This minimization problem is accomplished in an iterative method. Fourthly, if the noise is uniform white noise or the nonuniform white noise, this proposed method performs well. While, under the complex noise field the performance of the proposed method may be deteriorated. So the effects of the correlation of the noise field and the input SNR on the estimated error are analyzed. In fact, the weaker the correlation is, or the larger the input SNR is, the smaller the estimated error is. Lastly, the simulation experiment and the lake trial are implemented. The simulation results show that the diagonal reducing method of the covariance matrix reduces some ambient noises, the noise output power decreases, the output SNR increases, and the proposed method improves the performance of array signal processing. The experimental results show that the output SNR of the target by using the proposed method is increased by about 14 dB. The diagonal reducing method of covariance matrix has definite value for engineering application, and is computationally attractive.

Keywords: underwater noise field, diagonal reducing, beamforming, least square method

PACS: 43.30.+m, 43.30.Nb, 43.60.+d

DOI: [10.7498/aps.66.014304](https://doi.org/10.7498/aps.66.014304)

† Corresponding author. E-mail: ylma@nwpu.edu.cn