

基于声散射的水下气泡群空间关联性研究

范雨喆 李海森 徐超 陈宝伟 杜伟东

Spatial correlation of underwater bubble clouds based on acoustic scattering

Fan Yu-Zhe Li Hai-Sen Xu Chao Chen Bao-Wei Du Wei-Dong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 014305 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.014305

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014305>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I1>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

局部固体填充的水中复杂目标声散射计算与实验

Acoustic scattering of a complex target with partially solid-filling immersed in water: numerical simulation and experiment

物理学报.2016, 65(18): 184301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.184301>

水下目标声散射信号的时频域盲抽取

Blind source extraction based on time-frequency characteristics for underwater object acoustic scattering

物理学报.2016, 65(16): 164301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.164301>

大深度接收时深海直达波区的复声强及声线到达角估计

Complex acoustic intensity with deep receiver in the direct-arrival zone in deep water and sound-ray-arrival-angle estimation

物理学报.2016, 65(16): 164302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.164302>

海洋环境噪声场对称性分析及噪声消除方法

Analysis of the symmetry of the ambient noise and study of the noise reduction

物理学报.2016, 65(14): 144302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.144302>

陆架斜坡海域声场特性对常规波束形成阵增益的影响

Array gain of conventional beamformer affected by structure of acoustic field in continental slope area

物理学报.2016, 65(14): 144303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.144303>

# 基于声散射的水下气泡群空间关联性研究\*

范雨喆 李海森 徐超 陈宝伟† 杜伟东

(哈尔滨工程大学水声工程学院, 水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001)

(2016年7月6日收到; 2016年9月29日收到修改稿)

基于气泡空间位置非独立分布气泡群的线性声散射, 从统计观点对气泡间的空间关联性进行了研究, 通过对气泡群进行子区域划分, 提出了等效空间关联函数这一概念. 由于等效空间关联函数随气泡空间位置变化而变化, 提出了基于子气泡群散射声波的气泡分布以及聚集趋势的声学反演方法. 通过对理论进行建模仿真发现, 这一方法不但能准确反演出气泡群的分布及聚集趋势, 还具有在被多个含聚集中心气泡群“掩埋”的条件下对目标气泡群聚集趋势的检测能力. 为了进一步对理论进行验证, 对船舶气泡尾流进行了声学测量, 实验获得的等效空间关联函数符合尾流中气泡群的分布和聚集趋势. 本文的研究工作可为海洋中不同成因的气泡群识别以及恶劣海况下风浪形成气泡群“掩埋”下的尾流、鱼群等水下气泡群检测提供理论基础.

**关键词:** 声散射, 气泡群, 空间关联, 尾流

**PACS:** 43.30.+m, 43.30.Pc, 43.20.Fn

**DOI:** 10.7498/aps.66.014305

## 1 引言

含气泡群液体中的小振幅声传播已有大量研究, Kargl<sup>[1]</sup>将这些研究方法大致分为两类, 一是由Foldy<sup>[2]</sup>提出的基于声波多重散射的研究方法<sup>[3,4]</sup>, 二是Commander和Prosperetti<sup>[5]</sup>所采用的基于连续介质理论(continuum theory)的研究方法<sup>[6,7]</sup>. 然而, 无论哪种方法, 一般均假设气泡位置分布是统计独立的随机变量. 事实上, 无论是气泡自身存在体积导致其不能叠加, 还是流体对气泡群的影响, 都将导致这一假设不能成立<sup>[8]</sup>.

Weber<sup>[9]</sup>通过将Shaw等<sup>[10]</sup>对大气中液滴聚集度的分析方法引入水下气泡群, 对非独立分布的气泡群进行了研究, 并对理论进行了初步的实验验证<sup>[11]</sup>. 研究非独立分布的气泡群时, 引入空间关联函数(spatial correlation function)<sup>[12]</sup>(两气泡间的空间关联函数也称径向关联函数, pair-correlation function or radial distribution function, 本文统一称为空间关联函数)描述气泡分布, 进一步表征空

间关联的水下气泡群对声波的传播、衰减和散射的明显改变. 空间关联函数描述气泡群中气泡的分布方式以及聚集趋势, 然而, 气泡群中气泡数量、大小以及湍流的不确定性导致空间关联函数难以用准确的模型描述; 空间关联函数自身特点表明其不能通过散射声波反演得到. 因此, 对气泡位置非独立分布气泡群的研究具有重大意义.

本文通过对气泡群进行子区域划分, 从统计意义上对气泡的空间关联性进行了研究, 提出了等效空间关联函数这一概念. 随子气泡群划分细致程度增加, 子气泡群间的等效空间关联函数将逼近相应固定位置处气泡空间关联函数的期望. 由于等效空间关联函数随子气泡群的空间位置变化而变化, 提出了通过等效空间关联函数对气泡群中气泡分布以及聚集趋势的声学反演方法. 仿真结果表明, 该方法不但能反演出气泡群的分布及聚集趋势, 还具有在被多个含聚集中心气泡群“掩埋”条件下对目标气泡群聚集趋势的检测能力. 为进一步对理论进行验证, 对船舶气泡尾流进行了声学探测, 实验获

\* 国家自然科学基金(批准号: 41306038, 41576102, 41606115)和中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: HEUCF160510)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cbwwin@163.com

得的等效空间关联函数符合尾流气泡群分布、聚集趋势.

## 2 气泡群声散射理论模型

### 2.1 独立分布气泡群

当声波在气泡群中传播时, 对各个气泡中心位置固定的气泡群, 每个气泡都会对声波进行吸收和再辐射, 而其辐射的声波又会被其他气泡再吸收和再次辐射. 理论上, 这一辐射链可以是无限的, 忽略气泡的形成、破裂与合并, 忽略气泡间的相互作用力<sup>[13]</sup>, 对  $\mathbf{r}$  处的声波, 可以用一组方程来表示这一过程<sup>[2]</sup>:

$$p(\mathbf{r}) = p_0(\mathbf{r}) + \sum_i s(a_i) p^i(\mathbf{r}_i) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i), \quad (1)$$

$$p^i(\mathbf{r}_i) = p_0(\mathbf{r}_i) + \sum_{i' \neq i} s(a_{i'}) p^{i'}(\mathbf{r}_{i'}) G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_{i'}), \quad (2)$$

其中,  $p_0$  是在无气泡群时的声压;  $s(a_i)$  是第  $i$  个气泡的散射系数, 为其气泡半径  $a_i$  的函数;  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$  表示点源在无界空间上的格林函数;  $p^i$  则表示第  $i$  个气泡位置处其余气泡及入射声场的声压值. 然而, 对气泡群而言, 相比于研究分布位置确定的气泡群, 更有意义的研究是统计意义上气泡群对声场的平均影响<sup>[2]</sup>.

对含  $N$  个气泡的气泡群而言, 每个气泡的位置  $\mathbf{r}_i$  及其半径  $a_i$  大小都是一个随机变量, 因此, 气泡群的概率密度函数为

$$\rho = f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_3, a_1, a_2, \dots, a_3). \quad (3)$$

对气泡群的气泡密度函数  $n(\mathbf{r}, a)$  有  $n(\mathbf{r}) = \int_a n(\mathbf{r}, a) da$  和  $N = \int_r \int_a n(\mathbf{r}, a) da dr$ . 对气泡空间位置独立分布的气泡群(后文简称独立分布气泡群), 联合概率密度可表示为边缘概率密度的乘积, 因此, (3) 式可以表示为

$$\rho = (1/N)^N n(\mathbf{r}_1, a_1) n(\mathbf{r}_2, a_2) \cdots n(\mathbf{r}_N, a_N). \quad (4)$$

对独立分布气泡群, 在满足空隙率较低或气泡群非谐振时, 含气泡液体具有如下形式的等效波数<sup>[2]</sup>:

$$\kappa^2 = k^2 + 4\pi F_s, \quad (5)$$

其中  $k$  为不含气泡液体中声波波数;  $F_s = \int f_s n(\mathbf{r}, a) da$ ,  $f_s$  为气泡散射函数<sup>[3]</sup>. 实际上, (5)

式中的等效波数只考虑了单向散射(one-way scattering). 当气泡群空隙率较高或气泡群谐振时, 在气泡群中多次再辐射的声波仍不可忽视, 因此需用多向散射(multi-way scattering)描述气泡群等效波数<sup>[3]</sup>:

$$\kappa^2 = k^2 + 4\pi(F_s + F_{s^2} I_D F_s), \quad (6)$$

其中,  $F_{s^2} = \int f_s^2 n(\mathbf{r}, a) da$ ,  $I_D = \int_r \frac{e^{2ikr}}{r^2} dr$ .

### 2.2 非独立分布气泡群

水下自然生成的气泡群, 气泡自身具有体积, 且受到流体作用, 所以各个气泡所处的空间位置是相互影响的. 在气泡群中各个气泡位置随机分布的一次实现中, 各个气泡的位置可表示为

$$N(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (7)$$

其中, 对任意位置处的气泡  $\mathbf{r}_i$ , 其边缘概率密度函数为  $n(\mathbf{r}_i, a_i)$ . 对独立分布气泡群, 其中某一气泡空间位置其相对于另一个固定位置处气泡的条件概率密度为

$$f_{\mathbf{r}_2|\mathbf{r}_1}(\mathbf{r}_2|\mathbf{r}_1) = \frac{n(\mathbf{r}_2)}{N}. \quad (8)$$

独立分布不成立时, 引入空间关联函数表示两气泡间的空间关联性, 将条件概率密度改写为

$$f_{\mathbf{r}_2|\mathbf{r}_1}(\mathbf{r}_2|\mathbf{r}_1) = \frac{n(\mathbf{r}_2)}{N} g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (9)$$

其中,  $g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$  为空间关联函数<sup>[12]</sup>. 由于气泡自身存在体积及流体对气泡群的作用<sup>[8,14]</sup>, 空间关联函数与两气泡中心间隔、气泡半径和气泡在气泡群中的位置均有关. 当两气泡中心间距小于半径和时, 气泡不能叠加存在, 因此空间关联函数取最小值 0. 气泡独立分布时, (9) 式退化为 (8) 式,  $g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = 1$ ; 气泡非独立分布时,  $g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) > 1$  表示气泡间存在相互吸引,  $0 < g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) < 1$  表示气泡间存在相互排斥.

引入空间关联函数后, 对气泡空间位置非独立分布气泡群(后文简称非独立分布气泡群)也可以求取其平均声场. 不同于 (1) 式对多重散射理论的描述方式, 将散射声波依多重散射时路径上所经历的气泡个数分类, 并以此描述多重散射理论<sup>[9]</sup>, 可以得到另一种适合于引入空间关联函数的平均声场表示方式:

$$\begin{aligned}
 \langle p(\mathbf{r}) \rangle &= p_0(\mathbf{r}) + \sum_{i=1}^N \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_i} s_i p_0(\mathbf{r}_i) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \\
 &\times \frac{n(\mathbf{r}_i, a_i)}{N} da_i d\mathbf{r}_i \\
 &+ \sum_{j=1}^N \sum_{i \neq j}^{N-1} \int_{\mathbf{r}_j} \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_j} \int_{a_i} s_j s_i p_0(\mathbf{r}_j) \\
 &\times G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \frac{n(\mathbf{r}_j, a_j)}{N} \frac{n(\mathbf{r}_i, a_i)}{N} \\
 &\times g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) da_j da_i d\mathbf{r}_j d\mathbf{r}_i \\
 &+ \dots, \tag{10}
 \end{aligned}$$

式中,  $s_i$  为  $s(a_i)$  的简写, 各项通过声波在传播的路径上所经历的气泡个数不同进行划分, 如: 第一项表示直达声波, 第二项表示经过单个气泡散射后的声波等.

如果假设空间关联函数只与气泡相对距离有关而与气泡位置和半径无关<sup>[11]</sup>, 那么空间关联函数便能从积分中提取出来, 这就为其声学反演及蕴含的气泡群分布信息提取提供了可能. 然而, 无论是由气泡本身导致的井洞修正 (hole correction)<sup>[14]</sup> 还是湍流导致的微粒具有集中度的分布<sup>[8,15]</sup>, 都表明空间关联函数与气泡大小和气泡位置密不可分. 从文献<sup>[11]</sup>图6的实验数据也可观测到, 其最小间隔空间关联函数的最小值已经小于其最大间隔处空间关联函数的期望值, 这进一步证实了空间关联函数与气泡大小和气泡位置密切相关, 即假设不能成立.

### 2.3 等效空间关联函数

对体积  $V$  内存在  $N$  个气泡, 将体积  $V$  无重叠地划分为  $K$  个子区域, 各个子区域表示为  $V_1 \dots V_K$ ,  $\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_K$  为每个子区域中心位置. 气泡位置随机分布的每次实现, 子气泡群内气泡数量不是恒定的, 而是围绕着期望值上下浮动. 任取其中两个区域  $V_k$  和  $V_q$ , 一次实现中, 子气泡群间各对气泡的空间关联函数和为

$$g_s = \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{q=1}^{N_q} g(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q), \tag{11}$$

式中,  $N_k$  和  $N_q$  分别为该次实现中两区域子气泡群内气泡个数. 对  $g_s$  求期望, 并除以相应的两区域气泡数均值, 可得

$$\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) = \frac{\left\langle \sum_k \sum_q g(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) \right\rangle}{\bar{N}_k \bar{N}_q}, \tag{12}$$

式中,  $\bar{N}_k$  和  $\bar{N}_q$  分别为区域  $V_k$  和  $V_q$  中气泡数量均值. 可见,  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q)$  是两个子气泡群各对空间相关函数的均值, 对两个子气泡群而言, 其空间关联性可以用  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q)$  表示. 类比于等效波数, 将这种统计意义上的空间关联函数简称等效空间关联函数.

当气泡为独立分布时,  $g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = 1$ , 进而有  $\left\langle \sum_k \sum_q g(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) \right\rangle = \bar{N}_k \bar{N}_q$ , 可得  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) = 1$ ; 同理, 当气泡非独立分布时,  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) > 1$  表示气泡间存在相互吸引,  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) < 1$  表示气泡间存在相互排斥.

相比于空间关联函数, 定义等效空间关联函数的其中一个重要意义在于,  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q)$  只与两个区域的空间位置有关, 而与子区域内各个气泡的大小、位置及分布方式无关, 因此避免了与各个气泡位置直接相关, 也避免了因气泡体积不可忽略导致的井洞修正问题.

当划分子气泡群的区域足够小, 以至于  $\bar{N}_k = 1$  时 (区域均匀划分时, 显然有  $\bar{N}_q = 1$ ),  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) = \langle g(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) \rangle$ , 等效空间关联函数退化为固定位置处的空间关联函数期望.

每个子区域内部仍存在空间关联性, 在忽略直达声的情况下,  $\mathbf{r}$  处的任一子气泡群平均散射声场为

$$\begin{aligned}
 \langle p_k(\mathbf{r}) \rangle &= \sum_{i=1}^{N_k} \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_i} s_i p_0(\mathbf{r}_i) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \\
 &\times \frac{n(\mathbf{r}_i, a_i)}{N} da_i d\mathbf{r}_i \\
 &+ \sum_{j=1}^{N_k} \sum_{i \neq j}^{N_k-1} \int_{\mathbf{r}_j} \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_j} \int_{a_i} s_j s_i p_0(\mathbf{r}_j) \\
 &\times G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \frac{n(\mathbf{r}_j, a_j)}{N} \frac{n(\mathbf{r}_i, a_i)}{N} \\
 &\times g(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) da_j da_i d\mathbf{r}_j d\mathbf{r}_i \\
 &+ \dots. \tag{13}
 \end{aligned}$$

声波经过两个子气泡群时,  $\mathbf{r}$  处的子气泡群平均声散射为

$$\begin{aligned}
 \langle p_k(\mathbf{r}_q) p_q(\mathbf{r}) \rangle &= \sum_{i=1}^{N_q} \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_i} s_i \langle p_k(\mathbf{r}_i) \rangle G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \\
 &\times \frac{n(\mathbf{r}_i, a_i)}{N} \nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) da_i d\mathbf{r}_i \\
 &+ \sum_{j=1}^{N_q} \sum_{i \neq j}^{N_q-1} \int_{\mathbf{r}_j} \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_j} \int_{a_i} s_j
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times s_i \langle p_k(\mathbf{r}_j) \rangle G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \\
 & \times \frac{n(\mathbf{r}_j, a_j)}{N} \frac{n(\mathbf{r}_i, a_i)}{N} g(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \\
 & \times \nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) da_j da_i d\mathbf{r}_j d\mathbf{r}_i \\
 & + \dots, \quad (14)
 \end{aligned}$$

式中,  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q)$  即为子区域  $V_k$  和  $V_q$  之间的等效空间关联函数, 如果将 (13) 式代入 (14) 式, 将得到和 (10) 式近似的形式, 只将子区域  $V_k$  和  $V_q$  间每对气泡的空间关联函数改写为等效空间关联函数. 综合上式, 可得  $\mathbf{r}$  处的平均声散射为

$$\begin{aligned}
 \langle p(\mathbf{r}) \rangle &= p_0(\mathbf{r}) + \sum_{k=1}^K \langle p_k(\mathbf{r}) \rangle \\
 &+ \sum_{k=1}^K \sum_{q \neq k}^{K-1} \langle p_k(\mathbf{r}_q) p_q(\mathbf{r}) \rangle + \dots. \quad (15)
 \end{aligned}$$

必须强调的是, 本文将含气泡液体体积  $V$  无间隙地分成  $K$  份, 然而, 对每个子区域而言, 都会有声波从其相邻子区域的气泡间穿过而不受气泡影响. 因此, (15) 式的定义方式是成立的.

对非谐振频率的入射声波或气泡群空隙率较低时, 认为经过单气泡散射的声波占主导地位. 如果发射基阵和接收基阵都经波束形成后具有指向性, 且入射声波不能直达接收基阵, 就可以将 (15) 式化简为

$$\langle p(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{k=1}^K \langle p_k(\mathbf{r}) \rangle, \quad (16)$$

式中, 对具有指向性的基阵而言, 能单独获得各个区域的散射声波. 其中, 两个子气泡群的相关函数可写为

$$\begin{aligned}
 & \langle p_k(\mathbf{r}) p_q(\mathbf{r}) \rangle \\
 &= \sum_{j=1}^{N_k} \sum_{i=1}^{N_q} \int_{\mathbf{r}_j} \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_j} \int_{a_i} s_j s_i p_0(\mathbf{r}_j) p_0(\mathbf{r}_i) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j) \\
 & \times G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \frac{n(\mathbf{r}_j, a_j)}{N} \frac{n(\mathbf{r}_i, a_i)}{N} \\
 & \times \nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) da_j da_i d\mathbf{r}_j d\mathbf{r}_i \\
 &= \int_{\mathbf{r}_j} \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_j} \int_{a_i} s_j s_i p_0(\mathbf{r}_j) G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) \\
 & \times n(\mathbf{r}_j, a_j) n(\mathbf{r}_i, a_i) \\
 & \times \nu(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) da_j da_i d\mathbf{r}_j d\mathbf{r}_i, \quad (17)
 \end{aligned}$$

式中,  $\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q)$  与气泡的位置、大小及分布无关, 将其从积分中提出得

$$\langle p_k(\mathbf{r}) p_q(\mathbf{r}) \rangle$$

$$\begin{aligned}
 &= \nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) \int_{\mathbf{r}_j} \int_{a_j} s_j p_0(\mathbf{r}_j) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j) \\
 & \times n(\mathbf{r}_j, a_j) da_j d\mathbf{r}_j \\
 & \times \int_{\mathbf{r}_i} \int_{a_i} s_i p_0(\mathbf{r}_i) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) n(\mathbf{r}_i, a_i) da_i d\mathbf{r}_i \\
 &= \nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) \langle p_k(\mathbf{r}) \rangle \langle p_q(\mathbf{r}) \rangle. \quad (18)
 \end{aligned}$$

因此, 空隙率较低或气泡非谐振时气泡群的等效关联函数简化为

$$\nu(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) = \frac{\langle p_k(\mathbf{r}) p_q(\mathbf{r}) \rangle}{\langle p_k(\mathbf{r}) \rangle \langle p_q(\mathbf{r}) \rangle}. \quad (19)$$

可见, 任意两子气泡群的平均散射声波的相关函数与各自子气泡群的平均散射声波的比值, 即为这对子气泡群间的等效空间关联函数.

### 3 模型仿真与实验分析

#### 3.1 模型仿真

为验证等效空间关联函数, 对统计独立和非统计独立的气泡群进行建模. 不失一般性, 假设气泡群中所有气泡大小相等, 均为  $50 \mu\text{m}$ . 对每次实现, 保持气泡群孔隙率不变,  $1 \text{ m}^3$  内气泡数量恒为 12000 个.

模拟水下非独立气泡群如图 1 所示, 不失一般性简化模型, 在直角坐标系中, 假定所有气泡在同一平面内, 该平面平行于  $x-z$  平面, 为  $y = 0.5$ . 为与独立分布气泡群进行对比分析, 图 1(a) 为均匀分布的气泡群, 气泡间的独立分布通过泊松分布表示<sup>[10]</sup>; 图 1(b) 为单聚集中心气泡群, 不失一般性, 采用方差为 0.15 的正态分布, 保证其中心位置在 (0.5, 0.5, 1) 附近随机分布; 图 1(c) 将气泡群均分成两部分, 围绕两个中心保持正态分布, 方差不变, 两个中心的位置分别在点 (0.2, 0.5, 1) 和 (0.8, 0.5, 1) 附近随机分布; 为观察等效空间关联函数对气泡聚集中心的分辨能力, 图 1(d) 将气泡群均分成三部分, 围绕三个中心保持正态分布, 方差不变, 三个中心的位置分别在点 (0.1, 0.5, 1), (0.5, 0.5, 1) 和 (0.9, 0.5, 1) 附近随机分布. 为保证孔隙率恒定, 当气泡在  $1 \text{ m}^3$  外时, 将该气泡以其邻边为轴对折进  $1 \text{ m}^3$  内.

图 1(b) 和图 1(c) 气泡聚集中心较为明显, 可以观测出气泡分布以及聚集趋势, 但是图 1(d) 中三个聚集中心不同的气泡群的相互叠加, 中间的气泡群被两侧“掩埋”, 无法直接观测到任何及聚集趋势.

观察子气泡群间的空间关联性, 将气泡群所在平面均分为2500个正方形子区域, 并取其顶层子区域作为观测目标. 对, 保持恒等于0.02 m, 即反演相邻两子区域间的等效空间关联性, 根据(19)式, 等效空间关联函数将分别由图1中各个气泡群进

行一千次实现来计算, 对沿 $x$ 轴入射的平面波处各子气泡群声散射反演得到的空间关联性如图2示. 图中, 各个子气泡群位置处的等效空间关联函数表示该位置与其右侧相邻自气泡群的空间关联函数大小(即 $r_q = r_{k+1}$ ).

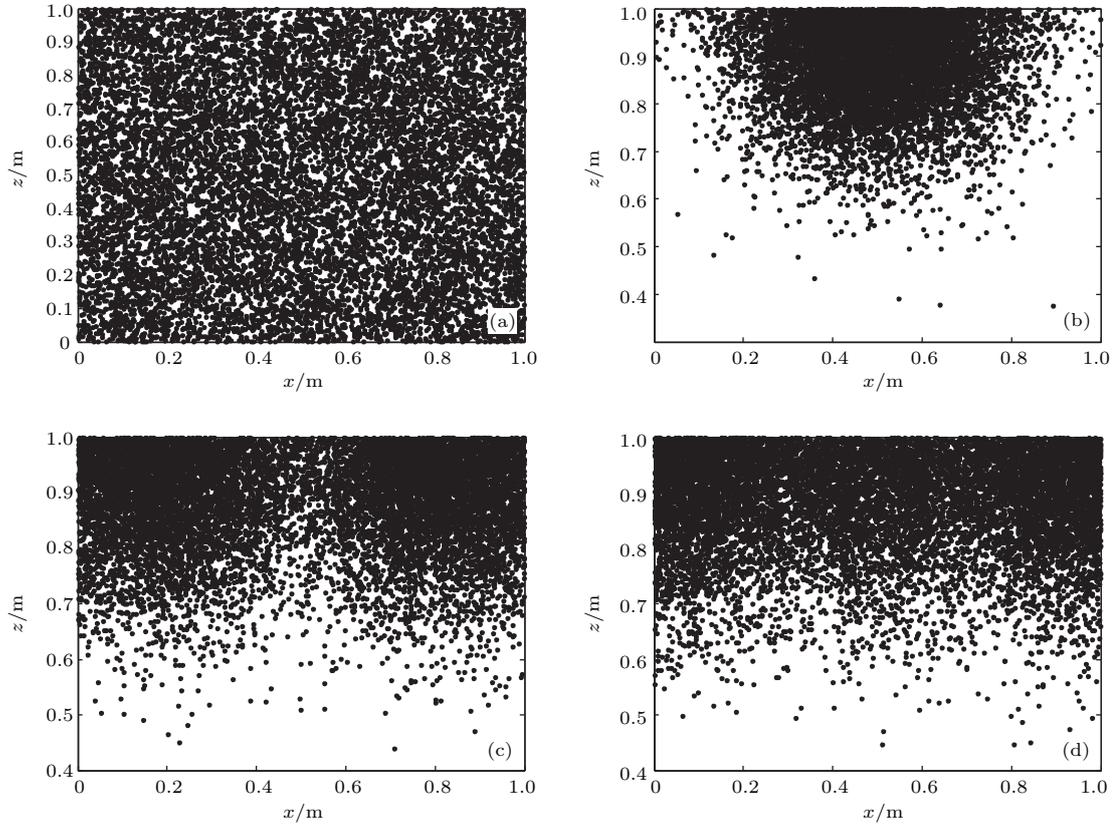


图1 气泡群空间分布 (a) 泊松分布; (b) 单聚集中心分布; (c) 双聚集中心分布; (d) 三聚集中心分布

Fig. 1. The bubble clouds distribution: (a) Poisson-distributed population; (b) distributed around one cluster centers; (c) distributed around two cluster centers; (d) distributed around three cluster centers.

图2(a)为独立分布气泡群的等效关联函数, 其中各个气泡所占据的空间位置互不影响. 由图2(a)可见, 该气泡群等效关联函数在1附近小幅度上下浮动, 准确地反映出了图1(a)描述的气泡群模型不具有聚集趋势这一特点.

图2(b)为单聚集中心气泡群的等效关联函数, 其为图1(b)所采用的正态分布气泡群模型的声学反演, 该气泡群在中心处气泡数量远远高于边缘处. 图2(b)中, 中心位置处等效空间关联函数较大, 表明中心存在聚集趋势; 在边缘处等效空间关联函数逐渐减小, 表明边缘处无聚集中心, 可见等效空间关联函数对单聚集中心气泡群可以进行有效的声学反演.

图2(c)为双聚集中心气泡群的等效关联函数, 为图1(c)所采用的双正态分布气泡群叠加形成气泡群模型的声学反演. 该模型中, 两侧有明显的聚集中心, 气泡趋于分布在两侧, 中心处气泡较少, 但由于气泡群模型中心为两个气泡群边缘叠加, 所以该模型中心气泡数量仍高于图1(b)模型边缘处气泡数量. 图2(c)中, 两侧等效关联函数较大, 表明存在气泡聚集趋势, 由于为保证孔隙率恒定, 对 $1\text{ m}^3$ 外气泡做了对折处理, 所以气泡群外侧边缘位置必然难以观测到下降趋势; 中心位置处等效空间关联函数急剧下降, 表明该位置气泡聚集程度明显减弱, 可见等效空间关联函数能对双聚集中心气泡群进行有效的声学反演.

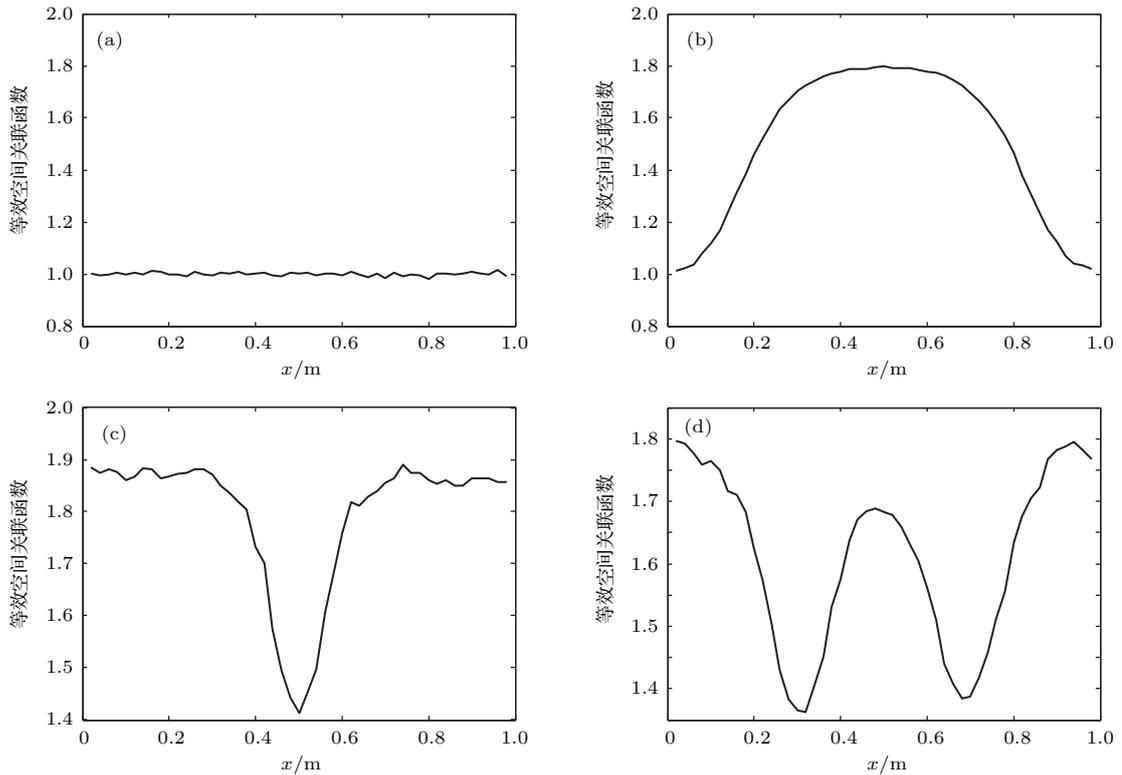


图2 等效空间关联函数 (a) 泊松分布; (b) 单聚集中心分布; (c) 双聚集中心分布; (d) 三聚集中心分布

Fig. 2. Effective spatial correlation function of: (a) Poisson-distributed population; (b) distributed around one cluster centers; (c) distributed around two cluster centers; (d) distributed around three cluster centers.

图2(d)为三聚集中心气泡群的等效关联函数,其是对图1(d)所采用的三正态分布气泡群叠加形成气泡群模型的声学反演,该模型中,观察到的气泡群模型十分模糊,这一情况与恶劣海况时大量风浪形成海面气泡群“掩埋”下的气泡尾流或鱼群的情况十分相似.该情况下,已经不能通过声信号或成像声纳有效辨识目标.图2(d)中,两侧等效关联函数较大,表明两侧存在气泡群聚集中心,同样由于模型采取对折处理的缘故,不能观察到确切的下降趋势;受到两侧的气泡群边缘“掩埋”的影响,中间位置处等效空间关联函数相对较小,但仍能反映出模型中心处的聚集趋势.如果缩小方差,聚集趋势将随之更为突出,这是显然的.

综上,仿真结果与模型符合良好,表明等效空间关联函数不但能反演出气泡群的分布及聚集趋势,还具有多聚集中心气泡群干扰条件下对被“掩埋”的聚集趋势探测能力,而这一能力对探测风浪产生气泡群掩埋下的尾流、鱼群等气泡群具有重大意义.进一步观察等效空间关联函数随气泡群聚集中心变化程度,在图2(d)的基础上,将外侧气泡群的中心位置向内侧偏移,使其三个中心的位置分别

在点(0.2, 0.5, 1), (0.5, 0.5, 1)和(0.8, 0.5, 1)附近随机分布,其余不变,气泡群如图3所示.

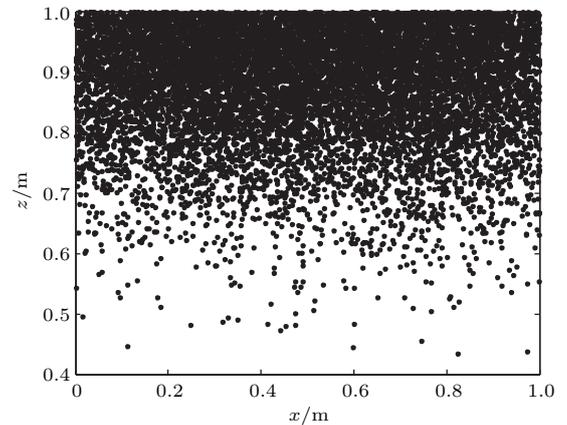


图3 中心偏移后三聚集中心气泡群

Fig. 3. Bubble clouds around three centers after shifting of clustered centers.

该气泡群等效空间关联函数如图4所示.

图4中,中心处等效空间关联函数明显降低,这是因为中心处的气泡聚集中心处分布的两侧聚集中心散布的气泡增加了,此外可观察到两个波谷向中心处略有偏移,仿真结果与理论符合良好.可

以预测,随着气泡聚集中心间隔变小,对模型在中心处聚集中心的分辨将更加困难,就孩子气泡群划分程度而言,聚集中心的间隔低至0.25 m时,聚集中心将难以分辨.

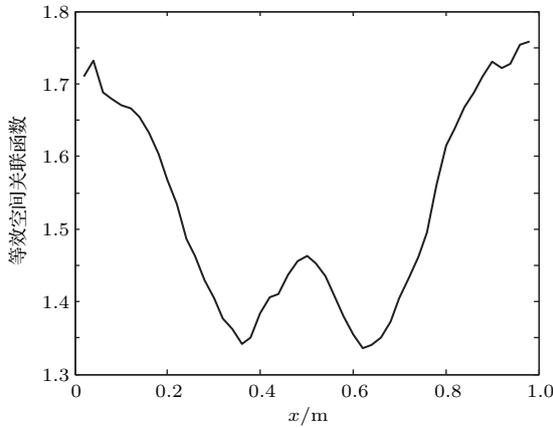


图4 中心偏移后三聚集中心气泡群的等效空间关联函数  
Fig. 4. Effective spatial correlation function of the bubble clouds around three centers after shifting of centers.

### 3.2 实验分析

舰船在航行过程中由于螺旋桨空化、兴波破碎以及吃水线部分大量空气卷入,其形成的尾迹是大量处于湍流中的气泡群,其在剧烈湍流作用下,将迅速扩散<sup>[16]</sup>. 随时间演变,一般将尾流分为近场尾流和远场尾流<sup>[17]</sup>,现有文献表明,随近场尾流向远场尾流演变,尾流中的气泡群由中心向两侧呈横向扩散状<sup>[18,19]</sup>.

本文通过多波束声纳对尾流进行观测,于2013年8月,采用哈尔滨工程大学自主研制的HT-300S-P便携式多波束测深系统在中国吉林省松花湖进行了湖上实船尾流测量试验. 多波束声纳发射信号频率为300 kHz,发射脉冲宽度为0.15 ms,测量ping率为4 (ping率指单位时间内完成扇面扫描的次数,1 ping为一次测量周期),测量水深为15.28 m<sup>[20]</sup>. 本次试验中,采用水下沉底定点上视多波束声纳基阵布放形式,如图5所示. 多波束声纳探头布放在水底固定位置,测量扇面朝向正上方水面.

对小型实验船尾流进行测量,其上视尾流图像<sup>[21]</sup>(多波束声纳成像)如图6所示. 图中坐标原点为多波束声纳基阵位置,横坐标和纵坐标分别代表成像点相对多波束声纳基阵的水平距离和垂直距离. 由图6可见,水平距离-25—-15 m之间是

舰船尾流所在位置. 水平0 m处垂直入射的波束导致海面回波较强,其回波能量泄露进入了其他波束主瓣,导致图6中心区域存在圆弧状的“隧道效应”.

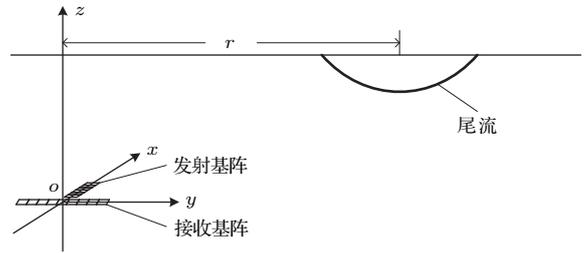


图5 多波束声纳与尾流的位置示意图  
Fig. 5. Positions of multi-beam sonar and the ship wake.

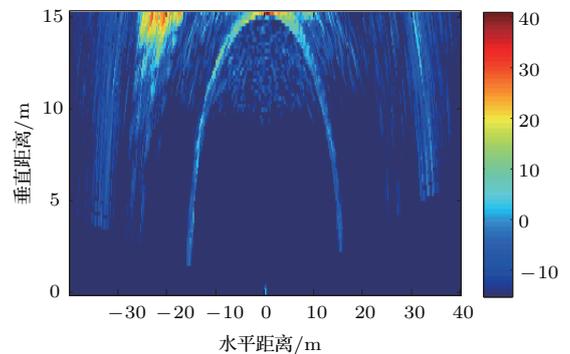


图6 (网刊彩色) 尾流图像  
Fig. 6. (color online) Wake image.

考虑尾流中的气泡分布,现有文献表明<sup>[22,23]</sup>,尾流中的气泡分布主要集中在20—500 μm之间. 对该区间气泡,根据Minnaert角频率公式<sup>[24]</sup>

$$f_M = \frac{1}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho_0}}, \quad (20)$$

式中,  $R_0$  为气泡平衡半径,  $P_0$  和  $\rho_0$  为环境静压力和密度,  $\gamma$  为绝热指数. 根据(20)式,可得到尾流主要气泡分布的谐振频率约为6.5—163.7 kHz.

实验中,初始尾流被35个波束覆盖,随时间增长,覆盖波束数增至41个,尾流在40 ping时形成. 为划分气泡群的子区域,对每个波束,都取尾流恒定高度处的回波信号作为观测值,该观测值则对应各个波束恒定高度处的子气泡群. 观察尾流回波强度,发现其间隔在30 ping以内变化幅度较小,可以认为尾流处于相同状态. 基于上述考虑,分别观测70—100, 120—150, 360—390和660—690 ping时船舶尾流的空间关联性,其各个阶段的尾流图像(多波束声纳成像)如图7所示.

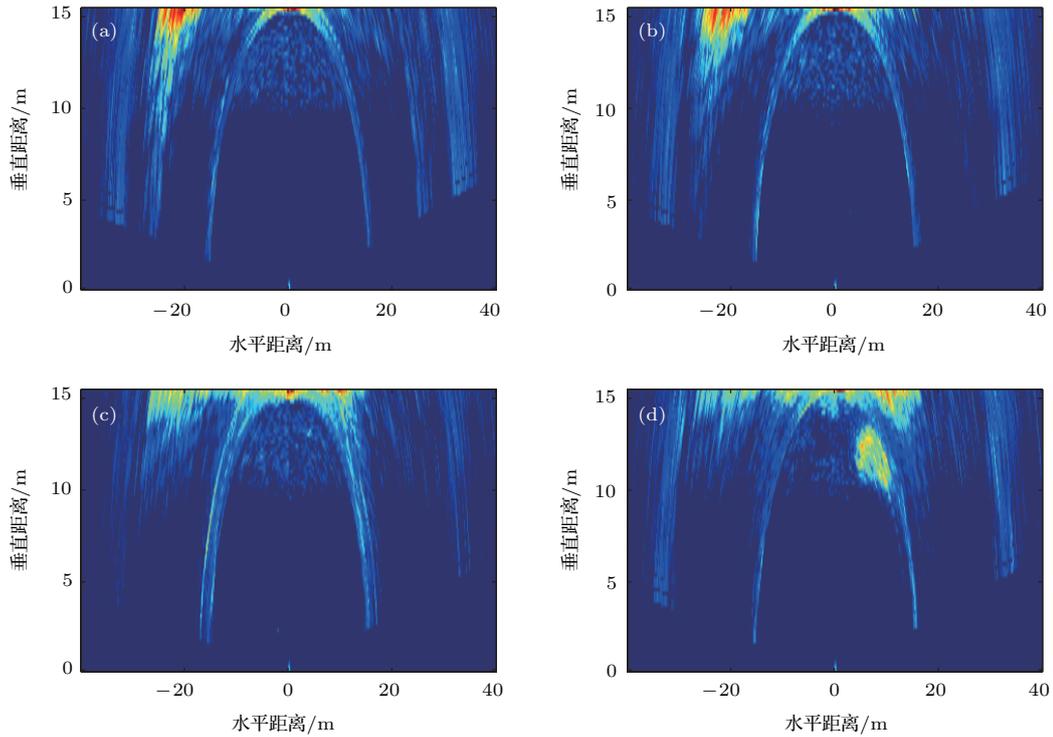


图7 (网刊彩色) 随时间演变的尾流图像 (a) 70—100 ping; (b) 120—150 ping; (c) 360—390 ping; (d) 660—690 ping  
 Fig. 7. (color online) Image of ship wake during: (a) 70—100 ping; (b) 120—150 ping; (c) 360—390 ping; (d) 660—690 ping.

图7(d)中, 水平距离4 m、垂直距离12 m左右出现较强回波, 应为经过的鱼群, 这与本文无关, 不做深入研究.

进一步观察等效空间关联函数, 如图8所示. 其中, 每个波束号对应的等效空间关联函数是相同尾流高度下该波束与其右侧相邻波束的等效空间关联函数.

图8中, 70—100 ping对应近场尾流的等效空间关联函数, 其在63号波束处达到峰值, 并在峰值两侧都呈下降趋势, 表明尾流在中心处气泡空间关联度最大, 气泡分布最多, 存在气泡聚集中心, 图中最大值与中心波束稍有偏离, 一方面是由于船姿随波浪晃动, 另一方面是因为螺旋桨安装位置与船正中心略有偏差. 随时间推移, 等效空间关联函数迅速衰减, 在120—150 ping时已经降到1.11左右, 且聚集度由单峰曲线变为多峰曲线, 次峰值也达到1.08左右, 可见尾流的聚集度有迅速扩散的趋势, 尾流中的聚集中心由一个扩散为多个. 其后, 随着尾流由近场向远场过渡, 尾流逐渐展宽, 由35个波束覆盖展宽到41个波束覆盖. 远场尾流中心处的空间关联度急剧减弱, 无论是360—390 ping, 还是660—690 ping, 其中间位置处的等效空间关联函

数都在1.04上下浮动, 可以认为此时尾流中心位置不再有聚集中心. 相比于尾流中心位置, 尾流两侧不但呈扩展趋势, 其空间关联度也呈上升趋势, 在660—690 ping时, 两侧等效空间关联函数已经接近于1.1. 这表明尾流中的聚集中心已经转移到两侧, 气泡群也由中心向两侧持续横向扩散. 可见, 等效空间关联函数可以有效描述气泡尾流中气泡分布以及聚集趋势.

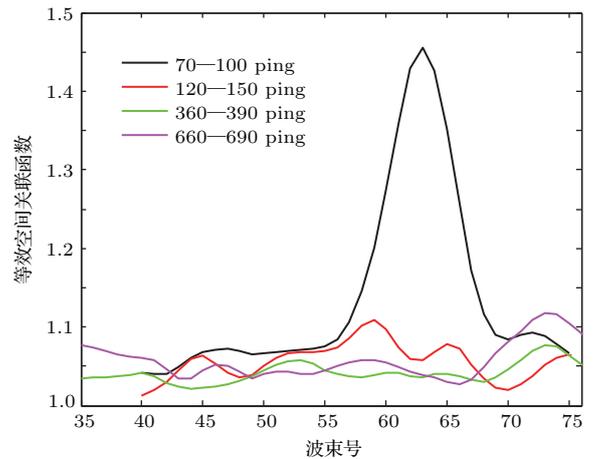


图8 (网刊彩色) 气泡尾流的等效空间关联函数  
 Fig. 8. (color online) Effective spatial correlation function of bubbly wake.

## 4 结 论

非独立分布水下气泡群对声场的影响与独立分布气泡群有较大差异. 实际情况中, 水下独立分布气泡群的假设很难成立. 本文讨论了非独立气泡群对小振幅声波的声散射特性, 通过对气泡群进行子区域划分, 从统计意义上对气泡的空间关联性进行了研究, 提出了等效空间关联函数这一概念, 并进一步提出了气泡群中气泡分布以及聚集趋势的声学反演方法.

该方法能对多聚集中心气泡群进行有效探测, 反演出被“掩埋”目标气泡群的聚集中心. 通过调整聚集中心间隔, 对该方法的分辨能力进行了分析讨论. 此外, 通过对小型实验船产生的气泡尾流进行声学观测, 对理论做了进一步印证. 本文可为海洋中不同成因气泡群识别及恶劣海况下被“掩埋”的尾流、鱼群等水下气泡群检测提供理论基础.

## 参考文献

- [1] Kargl S G 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **111** 1
- [2] Foldy L L 1945 *Phys. Rev.* **67** 107
- [3] Ye Z, Ding L 1995 *J. Acoust. Soc. Am.* **98** 3
- [4] Henyey F S 1999 *J. Acoust. Soc. Am.* **105** 4
- [5] Commander K W, Prosperetti A 1989 *J. Acoust. Soc. Am.* **85** 732
- [6] Wang Y 2014 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Shanxi Normal University) (in Chinese) [王勇 2014 博士学位论文 (西安: 陕西师范大学)]
- [7] Wang Y, Lin S Y, Zhang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064304 (in Chinese) [王勇, 林书玉, 张小丽 2013 物理学报 **62** 064304]
- [8] Eaton J, Fessler J 1994 *Int. J. Multiphase Flow* **20** 94
- [9] Weber T C, Lyons A P, Bradley D L 2007 *IEEE J. Ocean Eng.* **32** 2
- [10] Shaw R A, Kostinski A B, Larsen M L 2002 *Qu. J. R. Meteorol Soc.* **128** 582
- [11] Weber T C 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **124** 5
- [12] Landau L D, Lifshitz E M (translated by Shu R G, Shu C) 2011 *Statistical Physics* (Beijing: Higher Education Press) p309 (in Chinese) [朗道 L D, 栗弗席兹 (E M) 著 (束仁贵, 束莼译) 2014 统计物理学 I (北京: 高等教育出版社) 第 309 页]
- [13] Ma Y, Lin S Y, Xian X J 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 014301 (in Chinese) [马艳, 林书玉, 鲜小军 2016 物理学报 **65** 014301]
- [14] Caleap M, Drinkwater B W, Wilcox P D 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 3
- [15] Gustavsson K, Mehlig B 2016 *Adv. Phys.* **65** 1
- [16] Sun C S 2008 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology University) (in Chinese) [孙春生 2008 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [17] Peltzer R D, Garrett W D, Smith P M 1987 *Int. J. Remote Sens.* **8** 5
- [18] Trevorror M V, Vagle S, Farmer D M 1994 *J. Acoust. Soc. Am.* **95** 4
- [19] Weber T C, Lyons A P, Bradley D L 2005 *J. Geophys. Res.* **110** C 4
- [20] Li S 2014 *Ph. D. Dissertation* (Harbin: Harbin Engineering University) (in Chinese) [李珊 2014 博士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工程大学)]
- [21] Li H, Li S, Chen B, Xu C, Zhu J, Du W 2014 *Oceans'14 MTS/IEEE* St. John's, Canada, September 14–19, 2014 pp1–5
- [22] Vagle S, Burch H 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **117** 1
- [23] Leighton T G, Ginfel D C, Chua G H, White P R, Dix J K 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **130** 5
- [24] Chen W Z, 2014 *Acoustic Cavitation Physics* (Beijing: Science Press) p214 (in Chinese) [陈伟中 2014 声空化物理 (北京: 科学出版社) 第 341 页]

# Spatial correlation of underwater bubble clouds based on acoustic scattering\*

Fan Yu-Zhe Li Hai-Sen Xu Chao Chen Bao-Wei<sup>†</sup> Du Wei-Dong

(Acoustic Science and Technology Laboratory, College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

( Received 6 July 2016; revised manuscript received 29 September 2016 )

## Abstract

With using the effective medium theory to describe acoustic scattering from bubble clouds, one of the underlying assumptions shows that the probability of an individual bubble located at some position in space is independent of the locations of other bubbles. However, bubbles within the clouds that naturally occur are usually influenced by the motion of the fluid, which makes them preferentially concentrated or clustered. According to Weber's method, it is a useful way of introducing the spatial correlation function to describe this phenomenon in bubble cloud. The spatial correlation function is involved in acoustic scattering and it is important to notice that the spatial correlation should be dependent on the position and radius of each bubble due to the "hole correction" or the effect of the dynamics of the fluid. Because of these reasons, it is hard to invert the spatial distribution of bubble clouds by using the spatial correlation function in acoustic scattering. A method is described here in which bubble clouds are separated into many small subareas and the conception, called effective spatial correlation function which is the statistic of spatial correlation function, is used to describe the correlation between subareas of bubble clouds. Since the effective spatial correlation function is independent of bubble radius and positions, the bubble cloud distribution and the trend of clustering can be inverted by using this function. The simulation indicates that the effective spatial correlation function can precisely trace the position of the clustering center, even the clustering center covered by other bubble clouds can be detected. With using the multi-beam sonar for measuring the bubbly ship wake generated by a small trial vessel, the method is used to invert the spatial distribution and clustering centers of bubble field in the ship wake. The results show that the effective spatial correlation function accurately inverts the distribution and clustering centers of bubbles in ship wake. Furthermore, the method presented in this paper could distinguish between the bubble clouds caused by different reasons and detect upper ocean bubble clouds covered by other bubbles generated by wave breaking as well.

**Keywords:** acoustic scattering, bubble clouds, spatial correlation, wake

**PACS:** 43.30.+m, 43.30.Pc, 43.20.Fn

**DOI:** [10.7498/aps.66.014305](https://doi.org/10.7498/aps.66.014305)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41306038, 41576102, 41606115) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Ministry of Education of China (Grant No. HEUCF160510).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [cbwwin@163.com](mailto:cbwwin@163.com)