

缺陷致非线性电路孤子非对称传输

刘昊华 王少华 李波波 李桦林

Defect induced asymmetric soliton transmission in the nonlinear circuit

Liu Hao-Hua Wang Shao-Hua Li Bo-Bo Li Hua-Lin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **66**, 100502 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.100502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.100502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I10>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

玻色-爱因斯坦凝聚体中的双孤子相互作用操控

Controlling interactions between bright solitons in Bose-Einstein condensate

物理学报.2016, 65(11): 110502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.110502>

非自治物质畸形波的传播操控

Control of nonautonomous matter rogue waves

物理学报.2016, 65(5): 050501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.050501>

非均匀光纤中暗孤子传输特性研究

Study on transmission characteristics of dark solitons in inhomogeneous optical fibers

物理学报.2015, 64(9): 090504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.090504>

二元玻色-爱因斯坦凝聚体中矢量孤子的转化行为

Transformation of vector solitons in twospecies Bose-Einstein condensates

物理学报.2014, 63(20): 200507 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200507>

光晶格势阱中二元凝聚体的矢量孤子的振荡和分裂

Oscillation and fission behavior of bright-bright solitons in two-species Bose-Einstein condensates trapped in an optical potential

物理学报.2014, 63(19): 190502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.190502>

## 缺陷致非线性电路孤子非对称传输\*

刘昊华 王少华† 李波波 李桦林

(南京大学声学研究所, 近代声学教育部重点实验室, 南京 210093)

(2016年11月8日收到; 2017年3月2日收到修改稿)

设计了一种有缺陷的非线性电感-电容(LC)电路, 简单方便地实现了电路能量非对称传输, 且其能量的载体是非线性波——孤子. 在LC电路中, 当缺陷靠近驱动时, 驱动频率接近缺陷本振频率, 缺陷共振致电路导通. 远离驱动时, 电路不导通. 缺陷的引入改变电路的均一性, 实现小驱动振幅下孤子的单向释放, 提高驱动能量转化为孤子能量的效率. 对非线性LC电路的传输能量、缺陷系数和驱动振幅三者的关系进行了讨论.

**关键词:** 缺陷, 非线性电路, 孤子, 能量

**PACS:** 05.45.Yv, 43.25.Rq

**DOI:** 10.7498/aps.66.100502

## 1 引言

半导体二极管的出现给我们的社会和生活带来了巨大改变. 电子二极管能很好地实现能量整流和能量非对称传输. 其中, 能量非对称传输是指能量只能沿特定方向传播, 反向则被阻止. 受此启发, 人们开始关注和研究其他领域内的能量非对称传输现象<sup>[1-7]</sup>. 在声学方面, Li等<sup>[1]</sup>通过声子晶体的非对称排布, 打破空间反演对称性实现单向声传播. Liang等<sup>[2]</sup>采用耦合超晶格和强非线性媒质的方式, 制备了声二极管. 在热传导方面, Li等<sup>[3]</sup>用两条耦合的非线性晶格链建立了热二极管模型, Hu等<sup>[4]</sup>进一步探讨了非线性晶格链中耦合强度对非对称热传导的影响. 在光学方面, Konotop和Kuzmiak<sup>[5]</sup>利用两种双层光子晶体的组合, 实现了光的单向传播. 然而据我们所知, 目前仅有陈伟中课题组<sup>[8,9]</sup>对非线性电感-电容(LC)电路中的能量不对称传播现象进行了研究, 但是在小驱动电压振幅下电路单向导通能量的效率低, 甚至不导通. 另外, 自Hirota和Suzuki<sup>[10]</sup>采用非线性LC电路模拟 Toda 晶格链之后, 所得研究结果受到了高度重视. 这主要是因为非线性LC电路为研究非线

性色散媒质中的波传输现象提供了一种简单而又有效的途径. 同时, 非线性LC电路在能量和能流的测量方面具有独特的优势, 如电压和电流可通过数字示波器和电流表直接测量并记录分析, 而且其电路容易实现, 电子器件便于更换和调整. 非线性LC电路支持着孤子的存在<sup>[11-14]</sup>, 且孤子通信具有容量大、误码率低、抗干扰能力强、不用中继站等特点<sup>[15]</sup>, 因此如何高效方便地实现电路中孤子非对称传输具有重要意义. 针对此目标, 本文以非线性LC电路为研究对象, 通过引入缺陷(电容缺陷及电容电感缺陷)的方式<sup>[16]</sup>, 实现LC电路中的孤子非对称传输. 依托非线性LC电路的系统微分方程组, 对系统禁带内的能量流动进行了详尽的分析. 本方案具有结构简单、功耗低、孤子能量转换效率高优点, 且不同于Tao等<sup>[8]</sup>的耦合非线性电路方式和Liu等<sup>[17]</sup>的变振幅方法.

## 2 理论模型

本文采用标准的非线性LC电路, 其基本元件包括线性电感 $L$ 和非线性电容 $C(V_n)$ , 如图1所示. 非线性电容的实现采用反向偏置二极管BB112的方式, 偏置电压 $V_b = 2\text{ V}$ , 非线性电容容值与其两

\* 国家自然科学基金(批准号: 11174140, 11574149)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: shitoucheng\_w@sina.com

端电压关系的二阶泰勒形式为<sup>[18]</sup>

$$C(V_n) = C(1 - 2\alpha V_n + 3\beta V_n^2) \quad (1)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots,$$

其中  $C = 320 \text{ pF}$ ,  $\alpha = 0.21 \text{ V}^{-1}$ ,  $\beta = 0.0197 \text{ V}^{-2}$ .

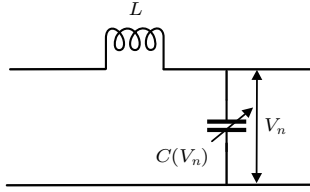


图1 系统的单元结构

Fig. 1. A unit of the system.

对图1单元结构组成的电路系统,应用基尔霍夫定律,得到系统的非线性微分方程组:

$$\frac{d^2}{dt^2}(V_n - \alpha V_n^2 + \beta V_n^3) = \frac{1}{LC}(V_{n+1} + V_{n-1} - 2V_n) \quad (2)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

由基础解  $\exp[i(kn - \omega t)]$ , 得到该周期系统典型的线性色散关系式:

$$\omega^2 = \omega_c^2 \sin^2 \frac{k}{2}, \quad \omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}, \quad (3)$$

其中  $\omega_c$  是系统的截止角频率,  $\omega$  是驱动角频率,  $k$  是传播波数. 归一化驱动角频率  $\omega_N = \omega/\omega_c$  和传播波数  $k$  的曲线关系见图2.

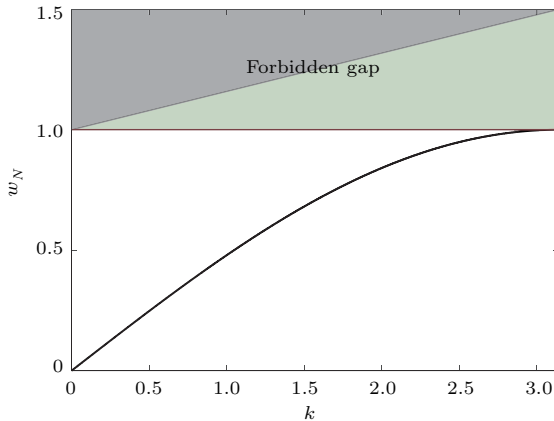


图2 非线性LC电路的线性色散曲线

Fig. 2. Linear dispersion curve of the nonlinear LC line.

如图2所示,我们关注的是系统在禁带(forbidden gap)内的非线性行为. 已有研究表明非线性

LC电路在禁带内存在电压阈值<sup>[19]</sup>:

$$V_{th} = 4\sqrt{\frac{\omega - \omega_c}{\omega_c(2\alpha^2 - 3\beta)}}. \quad (4)$$

当驱动电压  $V = V_0 \cos(\omega t)$ , 且驱动振幅  $V_0 > V_{th}$ ,  $\omega > \omega_c$  时, 驱动激发的渐消波失稳, 进入不稳定状态, 导致有包络孤子产生并传播.

本文主要研究非线性LC电路第一个单元结构中引入线性缺陷所诱导的非对称孤子传输现象. 按固体物理的理论, 均匀晶格中的缺陷会产生局域在缺陷附近的高频振动, 称为局域波. 当缺陷是第一个电容 ( $C_1$ ) 时, 其本征频率为<sup>[20]</sup>

$$f_r = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}\sqrt{m}}\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{1-m}}}, \quad (5)$$

其中  $m$  是缺陷系数, 定义为  $m = C_1/C$ . 缺陷引起的局域化的波是一种本征束缚态模式, 它以本征频率  $f_r$  振动. 在线性状态下, 局域波的能量不会辐射掉, 因为其本征频率  $f_r$  在系统线性波的禁带之内. 但当外界驱动靠近缺陷且驱动频率接近线性本征频率  $f_r$  时, 局域的振动模式将会进入非线性共振态, 进而引起局域波动模式的不稳定, 从而导致包络孤子的发射. 由于局域共振的特点, 很小的驱动振幅就可以使得局域化模式被共振放大, 当储存在局域化模式的能量足够大时, 局域波动能量几乎全部转换为行波孤子能量. 当外界驱动远离缺陷, 小驱动振幅不能发射孤子.

### 3 数值模拟

本文讨论两种缺陷形式, 电容缺陷和电容电感缺陷.

#### 3.1 电容缺陷

如图3所示, 电容缺陷处于第一个单元的位置, 紧邻A端. 以缺陷系数  $m = 0.7$  为例, 由(5)式得缺陷处的本征频率  $f_r = 1.2052 \text{ MHz}$ . 仿真中取1200个单元结构, 电感  $L = 220 \text{ }\mu\text{H}$ , 非线性电容如(1)式. 驱动电压  $V = V_0 \cos(\omega t)$ ,  $V_0 = 0.15 \text{ V}$ ,  $\omega = 2\pi f$ . 由上述参数, 该系统的线性截止频率  $f_c = 1.1997 \text{ MHz}$ , 而关注的是系统在禁带之内的非线性行为, 且驱动频率  $f$  靠近缺陷处的本征频率  $f_r$ , 因此选取  $f = 1.2 \text{ MHz}$ . 分别置驱动于A, B端,

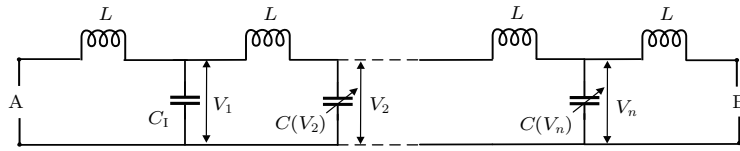


图3 电容缺陷

Fig. 3. Capacitance impurity.

观察电路中电压值的分布和变化情况. 利用四阶龙格-库塔计算方法对系统非线性微分方程组(2)进行积分运算. 积分时间  $t = 3$  ms. 驱动振幅  $V_0$  由零逐渐增长到最大值, 防止初始冲击带来错误的仿真结果. 图4展示了时间  $t = 2.5$  ms、分别从A, B端驱动时电路系统内的波形. 可清楚地看到, 从电路系统的A端驱动, 系统内会有能量流动, 而且能量的载体是包络孤子. 进一步的数值模拟发现, 随着模拟时间的延长, 孤子传播的距离也越远. 而从B端驱动, 系统的能量基本局限在表面, 能量无法远距离传输. 图5给出了离驱动的第90个非线性电容两端电压随时间变化的波形图. 观察到, A端驱动, 有孤子电压信号通过第90个非线性电容, 1.25 ms之前是孤子的产生和传播的过程; B端驱动, 没有孤子信号通过第90个电容, 并且几乎没有能量通过. 由(4)式, 得到  $V_{th} = 0.37$  V. 虽然数值仿真的驱动振幅  $V_0 < V_{th}$ , 但A端驱动, 即缺陷靠近驱动时, 缺陷共振<sup>[21]</sup>会向驱动吸收大量能量并且存储, 存储到一定程度会释放能量, 产生传播孤子, 电路导通. B端驱动时, 缺陷远离驱动(本文

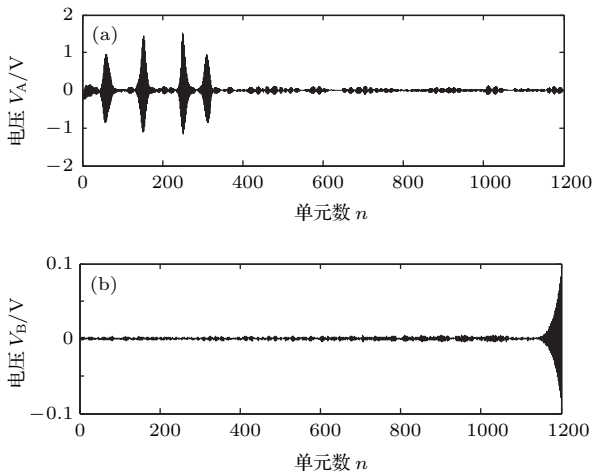


图4  $m = 0.7, t = 2.5$  ms、分别从A, B端驱动时电路系统内的波形(驱动振幅  $V_0 = 0.15$  V, 频率  $f = 1.2$  MHz)

Fig. 4. Emulation oscillograms at  $t = 2.5$  ms and  $m = 0.7$  of the electrical line which is driven from A and B respectively for a driving frequency of 1.2 MHz and amplitude of 0.15 V.

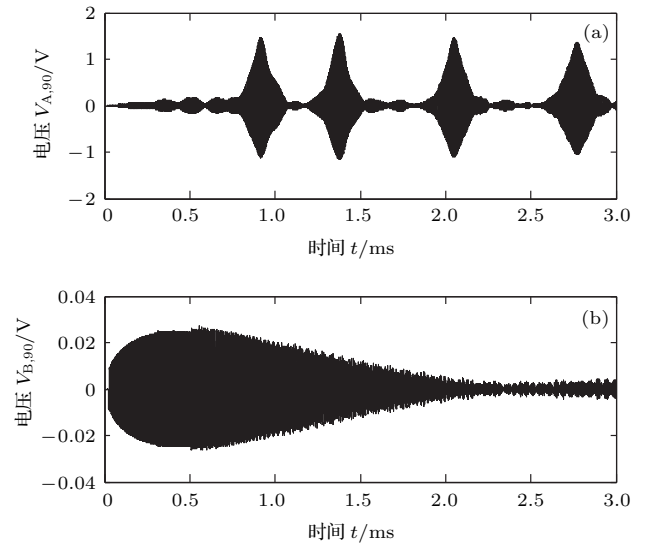


图5 离驱动的第90个非线性电容两端电压  $V$  随时间  $t$  的变化  
Fig. 5. The time domain waveforms of voltage  $V$  and time  $t$  of the nonlinear capacitance which is the 90th away from driver.

中缺陷离B端驱动接近1200个单元), 能量传输指数衰减, 缺陷几乎不能从驱动吸收到能量, 更达不到能量积攒, 因此电路不导通. 缺陷靠近驱动源时, 缺陷共振吸收驱动能量的能力远大于没有缺陷的电路, 可实现小振幅释放孤子的目的, 提高了非线性LC电路释放孤子的效率.

### 3.2 相关性参数分析

电容缺陷下, 进一步研究LC电路传输能量、缺陷系数和驱动振幅三者的关系. 通过离驱动的第  $i$  个电容归一化能量定义为<sup>[19]</sup>

$$E_i = \int_0^{t_{\max}} \left( \frac{V_i(t)}{V_0} \right)^2 dt. \quad (6)$$

#### 3.2.1 缺陷系数

驱动振幅一定时(以  $V_0 = 0.15$  V为例), 图6给出了离驱动的第90个电容归一化能量  $E_{j,90}$  ( $j = A, B$ ) 和缺陷  $m$  的关系. 这个位置离驱动端足够远, 从而可以忽略渐消波和局域化波对平均能流的影响. 观察到A端驱动, 缺陷系数  $0.6 < m < 0.9$ ,  $E_{A,90}$  会出现陡增, 此时系统会产生能量超传输现

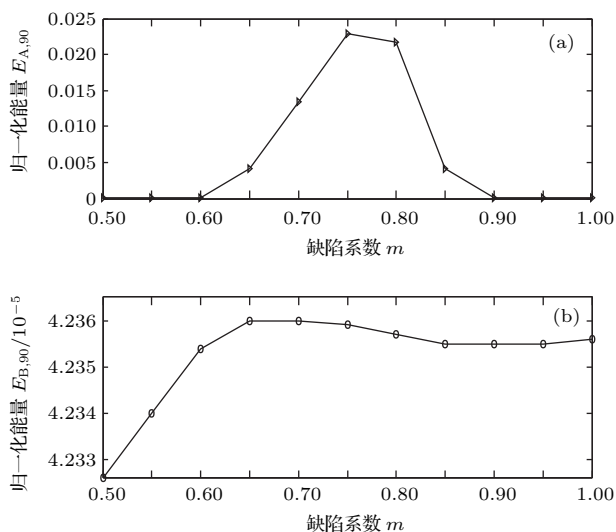


图6 离驱动的第90个电容归一化能量和缺陷的关系 (驱动振幅  $V_0 = 0.15$  V, 频率  $f = 1.2$  MHz)

Fig. 6. The relation of normalized energy and impurity of the corresponding 90th nonlinear capacitances for a driving frequency of 1.2 MHz and amplitude of 0.15 V.

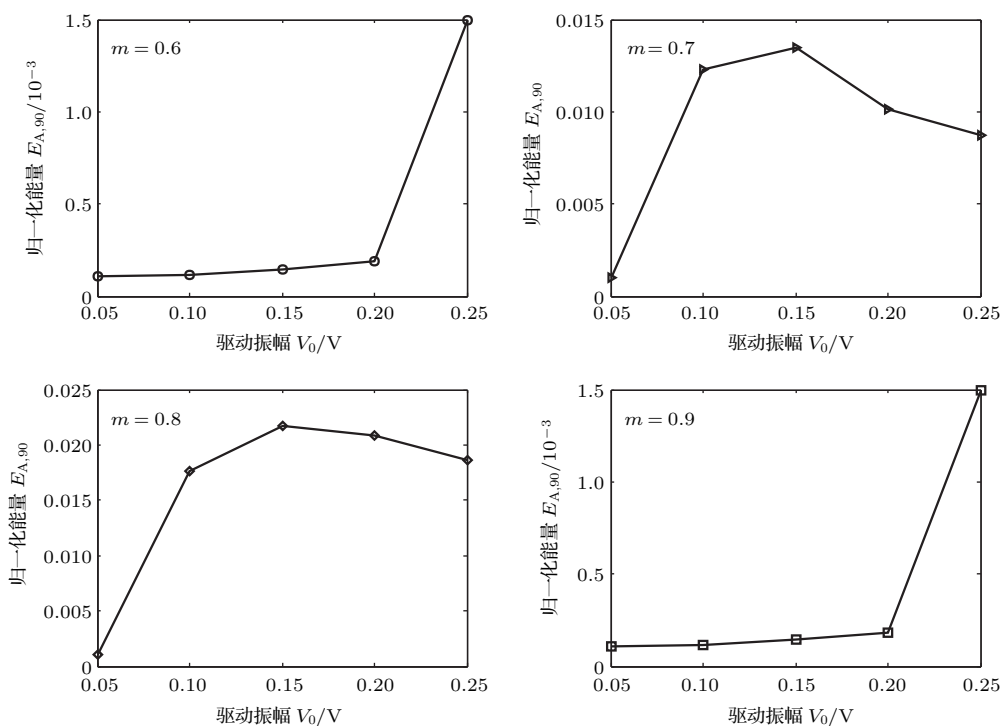


图7 不同缺陷下  $E_{A,90}$  和  $V_0$  的关系 (驱动频率  $f = 1.2$  MHz)

Fig. 7. The  $E_{A,90}$  versus  $V_0$  with different impurities for a driving frequency of 1.2 MHz.

### 3.3 电容电感缺陷

前面关注的都是电容缺陷, 当  $m = 0.6$ ,  $V_0 = 0.15$  V, 非线性LC电路系统不能产生孤子非对称传输现象. 在不改变缺陷系数和驱动振幅下, 如何进一步实现孤子非对称传输呢? 如图8所示, 在第一个单元结构中, 继续引入电感缺

象, 数值模拟表明能量的载体是包络孤子. B端驱动时,  $E_{B,90}$  都很小 (注意图6(b)的纵坐标量级  $10^{-5}$ ), 这说明系统基本没有能量传输. 驱动振幅一定, 选择合适的缺陷, 可实现孤子非对称传输.

#### 3.2.2 驱动振幅

缺陷系数一定时, 驱动振幅对于实现LC电路孤子非对称传输非常重要. B端驱动, 驱动振幅  $V_0 < V_{th}$  时, 由于缺陷远离驱动 (本文中缺陷离B端驱动接近1200个单元), 非线性LC电路系统不能实现能量远距离传输. 图7是A端驱动、不同缺陷下通过第90个非线性电容的能量和驱动振幅的关系. 我们发现, 每种缺陷下, 小于某个驱动振幅值, 传输能量都很小, 超过该值, 传输能量会出现陡增现象, 此时LC电路产生传播孤子. 进一步, 随着模拟时间的延长, 孤子会继续传播. 据此, 实现孤子的可控单向激发, 即孤子非对称传输.

陷  $L_I = nL$ , 其中  $n$  同样是缺陷系数. 数值模拟中取  $n = 3.3$ , 其他器件及参数与上文一样. 图9是电容电感缺陷下, 时间  $t = 3$  ms、分别从A, B端驱动时电路系统内的波形. 我们看到刻意的电感缺陷引入, 促使原本不能产生孤子的非线性LC电路继续发射孤子, 而B端驱动能量依旧指数衰减, 不能长距离传输, 因此继续实现了孤子非对称传输.

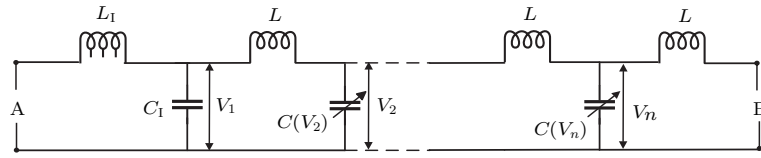


图8 电感电容缺陷

Fig. 8. Impurities of inductance and capacitance.

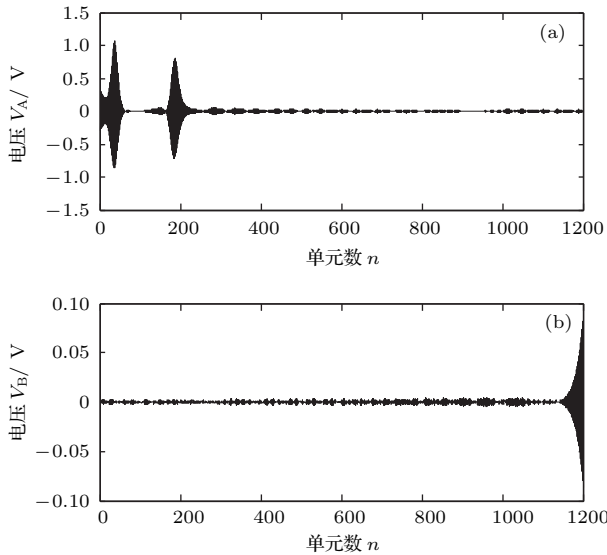


图9  $t = 3 \text{ ms}$ ,  $m = 0.6$ ,  $n = 3.3$ , 分别从 A, B 端驱动时, 电路系统内的波形 (驱动参数如图 4)

Fig. 9. Waveforms of the electrical line which is driven from A and B respectively at  $t = 3 \text{ ms}$ ,  $m = 0.7$  and  $n = 3.2$ . The driving parameters are as same as in Fig. 4.

## 4 结 论

本文采用数值模拟的方法对有缺陷的非线性 LC 电路中的孤子非对称传输进行了研究. 当驱动紧邻缺陷时, 驱动频率接近缺陷本征频率, 驱动振幅小于非线性 LC 电路的电压阈值, 电路产生可传播的孤子. 而当驱动远离缺陷时, 电路中几乎没有能量流通, 即出现孤子不对称传输现象. 这是因为缺陷靠近外界驱动时, 驱动频率接近缺陷处本征频率, 产生缺陷共振现象, 即局域的振动模式将会进入非线性共振态, 进而引起局域波动模式的不稳定, 随后释放能量, 产生可传播的非线性波——包络孤子, 并不是非线性导致的倍频波. 而当缺陷远离驱动时, 能量在电路中剧烈衰减, 缺陷几乎吸收不到能量, 达不到再次释放能量的级别, 因此电路不导通. 进一步讨论了非线性 LC 电路传输能量、缺陷系数和驱动振幅三者的关系. 本文还关注了电

容电感缺陷下的孤子非对称传输, 引入电感缺陷, 为进一步调整非线性 LC 电路孤子不对称传输提供了一种新的思维方法. 同等条件下, 选择合适的缺陷, 缺陷共振吸收驱动能量的能力远大于没有缺陷的电路, 因此该电路可实现小驱动振幅下孤子的非对称传输, 且将驱动能量转化成孤子能量的效率较高.

本文研究的是线性电容缺陷系数  $m < 1$  时的情况, 但是这种方法同样适用于电容缺陷系数  $m > 1$  及研究单独的电感缺陷. 鉴于电学、声学、力学三者系统方程的一致性, 可以把声学系统、力学系统转化为相应的电学线路来考虑问题, 有助于方便地解决问题. 另外, 热学的一些热传导问题可转化为宏观的晶格模型系统来模拟, 因而该电路的设计和分析内容可以融合到声、力、热的领域, 为解决相关问题提供一种思路. 本文设计的缺陷电路和相关内容也为下一步的相关实验提供了一定的理论基础.

## 参考文献

- [1] Li X F, Ni X, Feng L, Lu M H, He C, Chen Y F 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 084301
- [2] Liang B, Yuan B, Cheng J C 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 104301
- [3] Li B, Wang L, Casati G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 184301
- [4] Hu B, Yang L, Zhang Y 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 124302
- [5] Konotop V V, Kuzmiak V 2002 *Phys. Rev. B* **66** 235208
- [6] Wang J W, Yuan B G, Cheng Y, Liu X J 2015 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **58** 1
- [7] Boechler N, Theocharis G, Daraio C 2011 *Nature Mater.* **10** 665
- [8] Tao F, Chen W, Xu W, Pan J T, Du S D 2011 *Phys. Rev. E* **83** 056605
- [9] Tao F, Chen W Z, Xu W, Du S D 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 134103 (in Chinese) [陶峰, 陈伟中, 许文, 都思丹 2012 物理学报 **61** 134103]
- [10] Hirota R, Suzuki K 1970 *J. Phys. Soc. Jpn.* **28** 1366
- [11] Motcheyo A B T, Tchawoua C, Siewe M S, Tchameu J D T 2013 *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **18** 946

- [12] Leon J 2003 *Phys. Lett. A* **319** 130  
 [13] Marquie P, Billbault J M, Remoissenet M 1994 *Phys. Rev. E* **49** 828  
 [14] Kuusela T 1995 *Chaos Solut Fract.* **5** 2419  
 [15] Haus H A, Wong W S 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 423  
 [16] Yu G K, Wang X L, Tao Z 2011 *Phys. Rev. E* **83** 026605  
 [17] Liu C, Du Z, Sun Z, Gao H J, Guo X 2015 *Phys. Rev. Appl.* **3** 064014  
 [18] Remoissenet M 1999 *Waves Called Solitons: Concepts and Experiments* (2nd Ed.) (Berlin: Springer-Verlag) pp37–97  
 [19] Koon K T V, Leon J, Marquie P, Dinda P T 2007 *Phys. Rev. E* **75** 066604  
 [20] Nagahama K, Yajima N 1989 *J. Phys. Soc. Jpn.* **58** 1539  
 [21] Pan J T, Chen W Z, Tao F, Xu W 2011 *Phys. Rev. E* **83** 016601

## Defect induced asymmetric soliton transmission in the nonlinear circuit\*

Liu Hao-Hua Wang Shao-Hua<sup>†</sup> Li Bo-Bo Li Hua-Lin

(Institute of Acoustics, Key laboratory of Modern Acoustics of Ministry of Education, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

( Received 8 November 2016; revised manuscript received 2 March 2017 )

### Abstract

Electrical diode, the first device to rectify the current flux, has significantly revolutionized fundamental science and advanced technology in various aspects of our routine life. Motivated by the one-way rectification effect, considerable effort has been dedicated to the study of the unidirectional transmission in other physical systems for the potential applications, such as the acoustic diode, thermal diode, etc. The nonlinear LC circuit, which has unique advantages in the measurement of energy with which the voltage and current can be achieved by digital oscilloscope conveniently, provides a simple and effective way of studying the nonlinear wave propagation in a dispersive medium. In this paper, we design a defective LC nonlinear circuit deliberately to realize asymmetric transmission of energy, and the energy carrier is nonlinear wave which is so-called soliton, instead of the linear wave in the pass band. The defect-induced localized wave is a kind of intrinsic bound-state wave mode that is evanescent away from the defect site but vibrates around the site with an intrinsic frequency  $f_r$ . In the LC circuit, when the defect is close to the driver, with the frequency of driven signal in the forbidden band of system approaching to the intrinsic resonance frequency  $f_r$  of the defect, the resonance induced by the defect enables the circuit to turn on, which is relevant to but somewhat different from what was uncovered by Leon et al. about the intrinsic instability of evanescent waves stirred up directly by a boundary drive. On the other hand, the system acts like an insulator, for the defect is far away from the drive. The defect changes the homogeneity of the line, which allows the soliton to be released in one direction by the local resonance, with the driver being at a lower amplitude. As a result, the introducing of defects significantly improves conversion efficiency from the driver energy into the soliton. To further understand this phenomenon in the defective LC nonlinear circuit, we numerically investigate the relationship among transmission energy, defect coefficient and driver amplitude. Finally, the combined defects are also considered to further adjust the LC nonlinear circuit.

**Keywords:** impurity, nonlinear circuit, soliton, energy

**PACS:** 05.45.Yv, 43.25.Rq

**DOI:** 10.7498/aps.66.100502

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11174140, 11574149).

† Corresponding author. E-mail: [shitoucheng\\_w@sina.com](mailto:shitoucheng_w@sina.com)