

非均匀背景中任意柱状热斗篷的研究与设计

夏舸 杨立 寇蔚 杜永成

Design and research of columnar thermal cloak with arbitrary shape in inhomogeneous backgrounds

Xia Ge Yang Li Kou Wei Du Yong-Cheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **66**, 114401 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.114401

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.114401>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I11>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于变换热力学的三维任意形状热斗篷设计

[Design and research of three-dimensional thermal cloak with arbitrary shape based on the transformation thermodynamics](#)

物理学报.2017, 66(10): 104401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.104401>

纳晶铜晶粒尺寸对热导率的影响

[Influence of grain size on the thermal conduction of nanocrystalline copper](#)

物理学报.2016, 65(10): 104401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104401>

基于(火积)理论的“+”形高导热构形通道实验研究

[Experimental study on "+" shaped high conductivity constructal channels based on entransy theory](#)

物理学报.2016, 65(2): 024401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024401>

孤立系内热传导过程(火积)耗散的解析解

[Analytical solution of the entransy dissipation of heat conduction process in isolated system](#)

物理学报.2015, 64(24): 244401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.244401>

基于超材料的平板二维定向传热结构设计

[Design of two-dimensional plate directional heat transmission structure based on meta materials](#)

物理学报.2015, 64(22): 224401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224401>

非均匀背景中任意柱状热斗篷的研究与设计*

夏炯 杨立† 寇蔚 杜永成

(海军工程大学动力工程学院, 武汉 430033)

(2016年12月13日收到; 2017年2月21日收到修改稿)

在变换热力学的基础上, 通过坐标变换的方法严格推导出在层状背景和渐变背景下二维任意形状热斗篷导热系数的通解表达式, 并在此基础上设计出非均匀背景下二维非共形热斗篷. 全波仿真结果表明: 在不同背景下, 热流均能绕过保护区域流出, 保护区域的温度保持不变, 而且热斗篷外的温度场并没有破坏, 具有很好的热保护和热隐身的效果. 这一方法考虑到背景的复杂性, 更加贴近工程实际应用, 为未来灵活控制热流传递提供了一种可行的方法, 对目标热隐身和热保护具有重要借鉴意义.

关键词: 变换热力学, 非均匀背景, 导热系数, 温度控制

PACS: 44.10.+i, 05.70.-a, 81.05.Xj, 07.05.Tp

DOI: 10.7498/aps.66.114401

1 引言

近年来, 基于波动方程形式的不变性, 许多学者通过坐标变换方法设计介质的参数来控制波的传递方向. 2006年, Pendry等^[1]从麦克斯韦方程的形式不变性出发, 设计出具有各向异性特性参数的人工超材料, 使得电磁波按照预先设定的路径传播, 从而达到电磁隐形的目的. 之后, 人们又把这种方法应用到声波^[2]、物质波^[3]、弹性波^[4]和热流^[5,6]的路径传播与控制上.

2012年, Guenneau等^[7]参照电磁斗篷的设计方法, 通过等效介质理论构建出20层具有各向异性参数的热斗篷和热集中器, 并通过数值计算进行了验证. 2013年, Yang等^[8]设计出二维共形任意形状热斗篷. 2014年, 毛福春等^[9]在变换热力学的基础上, 设计出具有非共形任意横截面的柱形热斗篷热导率的表达式, 并通过Comsol Multiphysics仿真验证了热斗篷对隐身区域具有热保护的功能. Li等^[10]推导出二维菱形和三维棱柱体热斗篷的均匀参数, 并通过四种各向同性材料交替排列实现. 近几年, 一些学者在利用自然材料构造瞬态热斗篷

方面做了大量相关的实验验证^[11-16], 结果表明热斗篷可以控制热流的传递方向, 具有良好的热隐身和热保护效果.

虽然在热斗篷的参数推导和实验验证上做了大量的研究, 但是这些研究几乎都是在单一均匀背景下讨论得到的, 而实际的背景参数往往不是均匀单一的. 例如埋设的地雷处于土壤背景中, 不同深度的土壤温度是不相同的, 而且温度是连续渐变的, 因此土壤背景的导热系数实际上也是渐变的, 背景则要假定为渐变背景; 如果要使埋设在地下两层不同土壤间(如粘土和沙土)的目标达到隐身效果, 则需要设计两层不同背景下的热斗篷. 因此, 根据导热方程的形式不变性, 本文通过坐标变换的方法, 推导出层状不均匀背景以及渐变背景下任意形状热斗篷的导热系数的通解表达式, 并通过有限元软件Comsol Multiphysics进行仿真验证.

2 二维热斗篷设计的理论和方法

热传导是一种依靠物体内部的温度梯度从高温区域向低温区域传输能量的特定方式的传热^[17].

* 国家自然科学基金(批准号:11504426)和国防预研基金(批准号:1010502020202)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yangli123123@126.com

在无内热源情况下, 稳态热传导方程的一般形式可以写成^[18]

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0, \quad (1)$$

式中, T 表示区域温度, λ 表示导热系数, ∇ 表示梯度算符.

与基于 Maxwell 方程的变换光学类似, 根据变换热力学理论, 由于方程 (1) 具有形式不变性, 导热方程在变换空间可表示为

$$\nabla' \cdot (\lambda' \nabla' T') = 0, \quad (2)$$

式中, T' 和 λ' 分别表示物体在变换空间中的温度和导热系数, ∇' 表示变换空间中的梯度算符. 变换空间与原空间介质的导热系数的关系为^[19]

$$\lambda' = \frac{\mathbf{A} \lambda \mathbf{A}^T}{\det(\mathbf{A})}, \quad (3)$$

式中, \mathbf{A} 为雅可比变换空间与原空间之间的雅可比矩阵, \mathbf{A}^T 是 \mathbf{A} 的转置矩阵, $\det(\mathbf{A})$ 为矩阵的行列式的值. 不同坐标系下的雅可比矩阵是不同的, 在柱坐标系下的雅可比矩阵为^[20]

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r'}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial r'}{\partial \theta} & \frac{\partial r'}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta'}{\partial r} & \frac{r'}{r} \frac{\partial \theta'}{\partial \theta} & r' \frac{\partial \theta'}{\partial z} \\ \frac{\partial z'}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial z'}{\partial \theta} & \frac{\partial z'}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

对于任意柱状热斗篷, 假设内外边界分别为 $r' = R_1(\theta)$ 和 $r' = R_2(\theta)$, 为了实现对保护区域的完美隐形, 把 $0 < r < R_2(\theta)$ 区域压缩到 $R_1(\theta') < r' < R_2(\theta')$ 区域, 得到保护区域 $r' < R_1(\theta')$. 区域 $r' > R_2(\theta)$ 保持不变. 因此变换方程如下^[9]:

$$r' = \frac{R_2(\theta) - R_1(\theta)}{R_2(\theta)} r + R_1(\theta), \quad (5a)$$

$$\theta' = \theta, \quad (5b)$$

$$z' = z. \quad (5c)$$

把 (5) 式代入 (3) 式和 (4) 式, 假设原始空间的导热系数为 λ_0 , 得到

$$\lambda'_{rr} = \frac{[r' - R_1(\theta')]^2 + M^2}{[r' - R_1(\theta')]r'} \lambda_0, \quad (6a)$$

$$\lambda'_{r\theta} = \lambda'_{\theta r} = \frac{M}{r' - R_1(\theta')} \lambda_0, \quad (6b)$$

$$\lambda'_{\theta\theta} = \frac{r'}{r' - R_1(\theta')} \lambda_0, \quad (6c)$$

$$\lambda'_{zz} = \frac{r' - R_1(\theta')}{r'} \left[\frac{R_2(\theta')}{R_2(\theta') - R_1(\theta')} \right]^2 \lambda_0, \quad (6d)$$

$$\lambda'_{rz} = \lambda'_{zr} = \lambda'_{\theta z} = \lambda'_{z\theta} = 0, \quad (6e)$$

式中

$$M = \frac{R_1(\theta')[r' - R_1(\theta')] \frac{dR_2(\theta')}{d\theta'} - R_2(\theta')[r' - R_2(\theta')] \frac{dR_1(\theta')}{d\theta'}}{R_2(\theta')(R_2(\theta') - R_1(\theta'))}.$$

将柱坐标系下的材料导热系数转换为材料在笛卡尔坐标系下的导热系数, 具体转换关系如下:

$$\lambda' = \begin{bmatrix} \cos \theta' & -\sin \theta' & 0 \\ \sin \theta' & \cos \theta' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda'_{rr} & \lambda'_{r\theta} & \lambda'_{rz} \\ \lambda'_{\theta r} & \lambda'_{\theta\theta} & \lambda'_{\theta z} \\ \lambda'_{zr} & \lambda'_{z\theta} & \lambda'_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta' & -\sin \theta' & 0 \\ \sin \theta' & \cos \theta' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (7)$$

将 (6) 式代入 (7) 式, 得到

$$\lambda'_{xx} = \frac{\{[r' - R_1(\theta')]^2 + M^2\} \cos^2 \theta' - 2Mr' \sin \theta' \cos \theta' + r'^2 \sin^2 \theta'}{[r' - R_1(\theta')]r'} \lambda_0, \quad (8a)$$

$$\lambda'_{xy} = \lambda'_{yx} = \frac{Mr'(\cos^2 \theta' - \sin^2 \theta') + [R_1^2(\theta') - 2r'R_1(\theta') + M^2] \sin \theta' \cos \theta'}{[r' - R_1(\theta')]r'} \lambda_0, \quad (8b)$$

$$\lambda'_{yy} = \frac{\{[r' - R_1(\theta')]^2 + M^2\} \sin^2 \theta' + 2Mr' \sin \theta' \cos \theta' + r'^2 \cos^2 \theta'}{[r' - R_1(\theta')]r'} \lambda_0, \quad (8c)$$

$$\lambda'_{zz} = \frac{r' - R_1(\theta')}{r'} \left[\frac{R_2(\theta')}{R_2(\theta') - R_1(\theta')} \right]^2 \lambda_0. \quad (8d)$$

3 层状不均匀背景下热斗篷的研究

背景的导热系数 λ_0 不是均匀的, 如图 1 所示. 首先, 本文假设整个背景由 N 层介质组成, 导热系数分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$, 两层介质之间的分界面分别为 $x = d_1, d_2, \dots, d_{N-1}$, 则变换前的原空间的介质导热系数为

$$\lambda_0(x) = \lambda_1 + \sum_{n=1}^{N-1} (\lambda_{n+1} - \lambda_n) \text{sgn}(x - d_n), \quad (9)$$

$$\lambda' = \begin{bmatrix} \lambda'_{xx} & \lambda'_{xy} & 0 \\ \lambda'_{yx} & \lambda'_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda'_{zz} \end{bmatrix} \left\{ \lambda_1 + \sum_{n=1}^{N-1} (\lambda_{n+1} - \lambda_n) \text{sgn} \left[\frac{R_2(\theta')}{R_2(\theta') - R_1(\theta')} \frac{r' - R_1(\theta')}{r'} x' - d_n \right] \right\}. \quad (12)$$

当 $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_N$ 时, 背景可以看作均匀介质, 导热系数简化为文献 [9] 的形式.

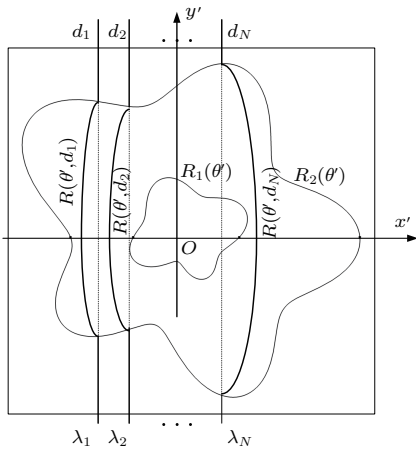


图 1 N 层背景下热斗篷设计空间变换示意图
Fig. 1. The schematic of designing space in thermal cloak with N layers background.

由于背景介质是分层的, 则所设计出的热斗篷也是分层的, 分界面方程为

$$\frac{R_2(\theta')}{R_2(\theta') - R_1(\theta')} \frac{r' - R_1(\theta')}{r'} x' - d_n = 0, \quad (13)$$

即

$$d_n = \frac{R_2(\theta') \cos \theta'}{R_2(\theta') - R_1(\theta')} [r' - R_1(\theta')]. \quad (14)$$

当 $d_n = 0$ 时, 则 $r' = R_1(\theta')$ 或 $\theta' = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (k 为整数). 所设计斗篷的参数是位于 $R_1(\theta') < r' < R_2(\theta')$, 因此取 $\theta' = k\pi + \frac{\pi}{2}$, 即 $x' = 0$, 实际也是与原空间背景介质的分界面一致.

式中函数 sgn 定义如下:

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases} \quad (10)$$

根据 (5) 式, 得到

$$x = r \cos \theta = \frac{R_2(\theta') [r' - R_1(\theta')]}{R_2(\theta') - R_1(\theta')} \frac{x'}{r'}. \quad (11)$$

综合 (8), (9), (11) 式, 得到非均匀层状背景下任意柱状热斗篷的导热系数为

当 $d_n \neq 0$ 时, 则不同层介质之间的分界面的方程为

$$r' = \frac{R_2(\theta') - R_1(\theta')}{R_2(\theta') \cos \theta'} d_n + R_1(\theta'). \quad (15)$$

为了验证上述分层背景下热斗篷参数设计方法的正确性, 本文采取有限元软件 Comsol Multiphysics 进行仿真验证. 仿真条件如下: 整个区域是一个大小为 $4 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ 的方形区域, 左右边界分别对应高温区和低温区, 高温保持在 400 K , 低温保持在 300 K , 上下边界保持绝热. 假设背景为三层不同材料, 从左到右导热系数的大小分别为 $1, 2$ 和 $3 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 两层背景之间的交界面分别为 $x = 0 \text{ m}$ 和 $x = 0.35 \text{ m}$, 目标区域的导热系数为 $100 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. 对于稳态导热来说, 常压热容 c_p 和密度 ρ 对整体温度场没有影响. 因此, 本文将整个区域的比热常压热容 c_p 设置为 $500 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, 密度 ρ 为 $2000 \text{ kg}/\text{m}^3$. 为了验证上述推导参数的普遍适用性, 区域的目标保护区域以及热斗篷区域的参数方程设置如下:

$$R_1(\theta') = (1 + 0.2 \sin \theta + 0.1 \cos(2\theta) + 0.2 \sin(4\theta))/3, \quad (16a)$$

$$R_2(\theta') = 0.1 + 0.1 \sin \theta - \sin(2\theta) + 2 \cos(5\theta). \quad (16b)$$

两层背景之间的分界面 $x = 0$ 对应于 $x' = 0$, 另一个分界面 $x = 0.35 \text{ m}$ 通过 (15) 式计算得到, 热斗篷的导热系数可以由 (12) 式推算得出.

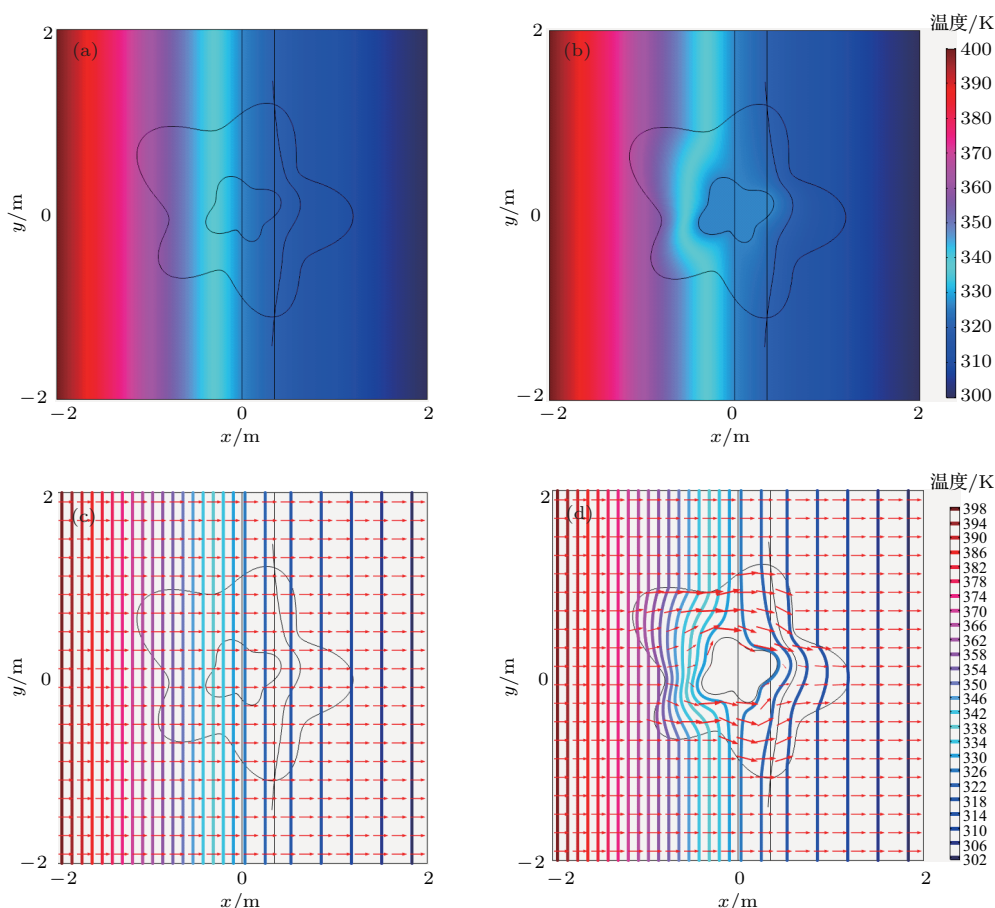


图2 (网刊彩色) 三层背景下的热斗篷 (a), (b) 温度分布图; (c), (d) 热流传递和等温线图

Fig. 2. (color online) The schematic of thermal cloak with three layers background: (a), (b) Temperature profile; (c), (d) heat transfer and isotherms.

图2给出了在三层背景下热斗篷的仿真结果, 图2(a)和图2(b)表示温度分布, 图2(c)和图2(d)表示相对应的热扩散图, 图中彩色粗实线表示等温线, 两条相邻等温线之间的温差都是4 K, 红色箭头表示热流. 图2(b)和图2(d)中热斗篷区域材料参数是由(12)式计算得出, 其余区域材料均为背景介质, 而图2(a)和图2(c)中仿真区域所有材料是三层背景介质. 从图2(c)中可见, 热流从左侧高温区域流向右侧低温区域, 在不同背景层中, 由于导热系数的差异, 相邻的两条等温线的距离是不同的, 与导热系数成正比; 由图2(b)和图2(d)可知, 热流能够绕过目标保护区域流出, 保护区域内并未有热流通过; 而在热斗篷外的区域的温度场与图2(a)和图2(c)中全背景材料时的温度分布一样. 由于保护区域目标的存在不会破坏斗篷外部的温度场, 同时外部热流无法进入目标的区域, 观察者从左侧方向上无法发现目标的存在. 因此, 上述所设计的

分层背景下二维任意形状热斗篷具有热保护和热隐身双重功能.

4 渐变背景下热斗篷的设计

当背景介质不是均匀介质的情况下, 其物性参数是随着空间位置的变化而逐渐变化的, 此时简单层状背景介质不能描述实际情况. 参照层状背景介质的设计方法, 为了简化计算分析, 本文假设背景介质的导热系数沿着 x 轴逐渐变化, 则原始空间介质的导热系数为

$$\lambda_0 = A + Bx, \quad (17)$$

式中, A, B 为待定系数, 与原空间的导热系数分布息息相关; A 表示原始空间 y 轴上的导热系数的值, B 表示导热系数沿 x 轴方向的变化率.

参考层状背景介质设计理论, 得到

$$\lambda' = \begin{bmatrix} \lambda'_{xx} & \lambda'_{xy} & 0 \\ \lambda'_{yx} & \lambda'_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda'_{zz} \end{bmatrix} \lambda'_0 = \begin{bmatrix} \lambda'_{xx} & \lambda'_{xy} & 0 \\ \lambda'_{yx} & \lambda'_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda'_{zz} \end{bmatrix} \left[A + B \cdot \frac{R_2(\theta')}{R_2(\theta') - R_1(\theta')} \frac{r' - R_1(\theta')}{r'} x' \right]. \quad (18)$$

(18) 式为在渐变背景介质下任意柱状热斗篷导热系数的通解表达式. 当 $B = 0$ 时, 背景为均匀介质, 得到的导热系数表达式与参考文献 [9] 一致. 本文

选取 $A = 5, B = 2$, 其余仿真条件与分层背景仿真条件一样, 热斗篷的导热系数可以由 (18) 式得到, 具体仿真结果如图 3.

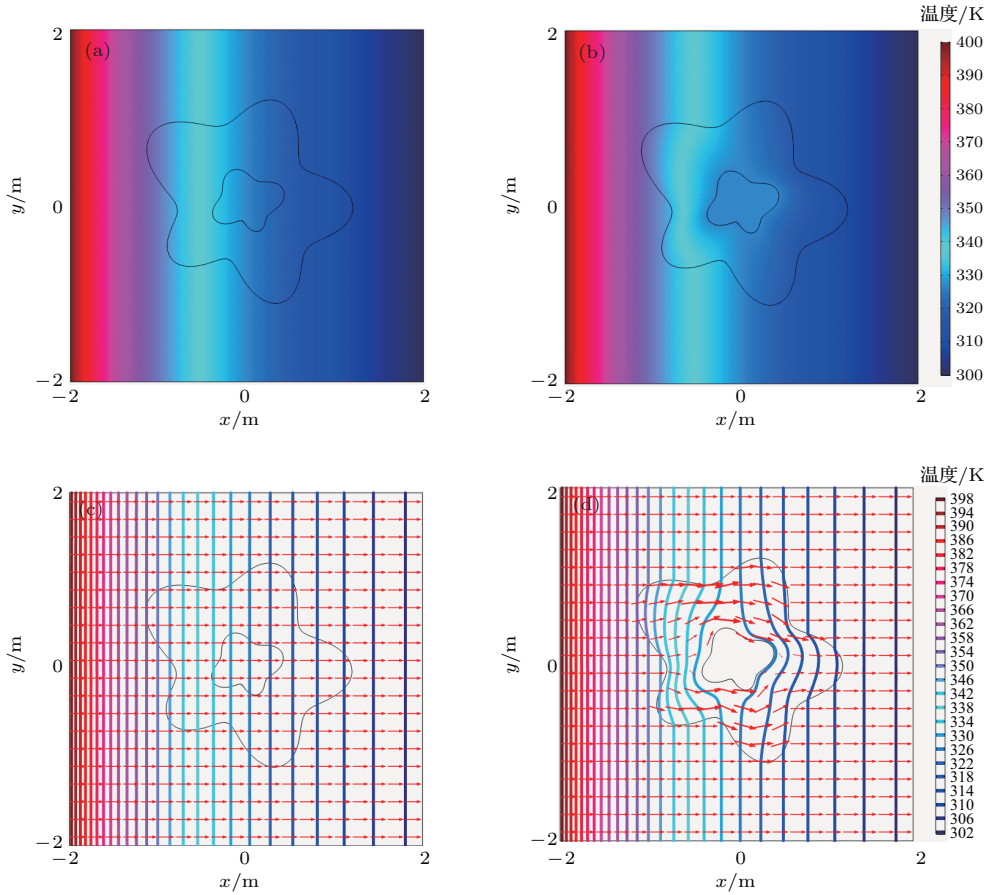


图 3 (网刊彩色) 渐变背景下的热斗篷 (热流沿 x 轴正方向传递) (a), (b) 温度分布图; (c), (d) 热流传递和等温线图
 Fig. 3. (color online) The schematic of thermal cloak with gradually changing background (the heat flow is transmitted in x positive direction): (a), (b) Temperature profile; (c), (d) heat transfer and isotherms.

图 3 为在渐变背景下两种不同情况的温度分布、热流传递以及等温线图. 图 3(a) 和图 3(c) 表示整个区域均为渐变背景介质的仿真结果, 而图 3(b) 和图 3(d) 为加入热斗篷以及目标后的温度分布和等温线图. 由图 3 可以看出, 热流沿着 x 轴正方向传递, 由于导热系数随着 x 坐标的增大而增大, 因此相邻两条等温线之间的距离越来越大. 热斗篷使得等温线发生了弯曲, 保护区域内的温度保持不

变, 热流能够平滑地绕过内部的保护区而对斗篷外部区域不产生任何影响. 该热斗篷同样具有良好的隐身和热保护的效果.

类似地, 本文假设上下边界分别为高温和低温区, 温度分别为 400 和 300 K, 则热流从上往下沿 y 轴负方向传递, 如图 4 仿真结果所示, 此时同样可以看到该热斗篷具有良好的热隐身和热保护作用.

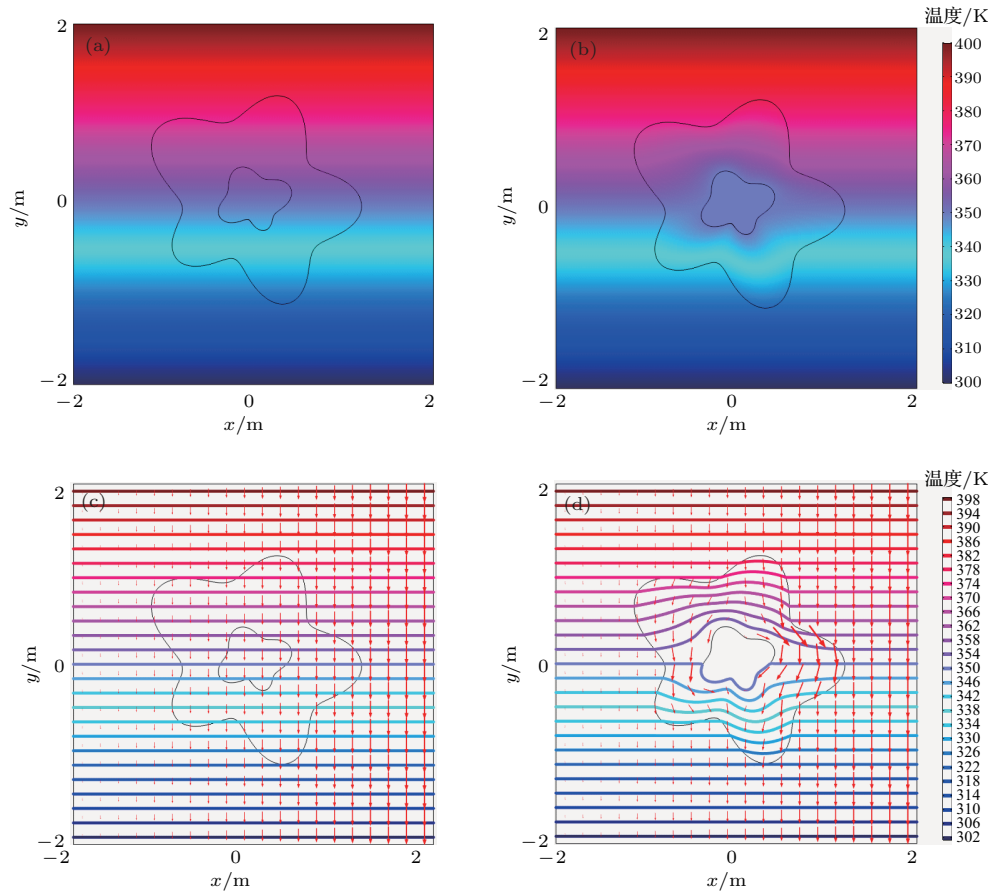


图4 (网刊彩色) 渐变背景下的热斗篷(热流沿 y 轴负方向传递) (a), (b) 温度分布图; (c), (d) 热流传递和等温线图

Fig. 4. (color online) The schematic of thermal cloak with gradually changing background (the heat flow is transmitted in y negative direction): (a), (b) Temperature profile; (c), (d) heat transfer and isotherms.

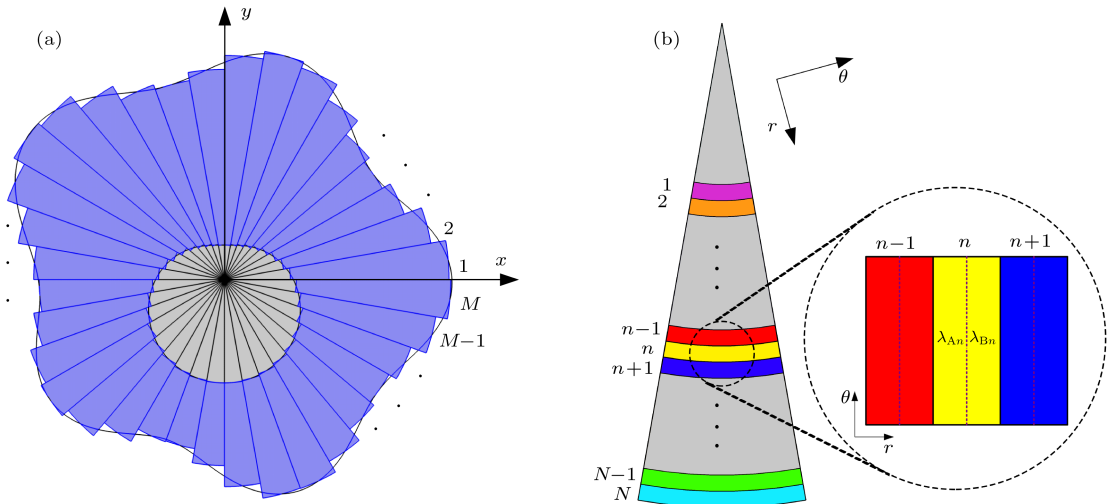


图5 (网刊彩色) 二维任意形状热斗篷分层过程示意图 (a) 热斗篷沿圆周方向分割成 M 个扇形环; (b) 每个扇形环沿径向分割成 N 层扇形子环, 每个子环由 A 和 B 两种材料交替叠加而成

Fig. 5. (color online) Schematic diagram for layered processing of thermal cloak with arbitrary shape: (a) The cloak is discretized into M fan-shaped rings along the circumferential direction; (b) the fan-shaped ring is discretized into N -layer fan-shaped subring along the radial direction and each fan-shaped subring is discretized into two-layer alternative structure of homogeneous isotropic layers A and B.

综上所述, 此热斗篷可以在不均匀的背景下实现对目标的热隐身和热保护的作用, 但是所构造的参数比较复杂. 因此, 如何在自然界中选取合适的材料构造热斗篷成为一大热点和难点. 如图 5 所示, 首先, 沿圆周方向, 将任意形状的热斗篷分割成 M 个扇形圆环, 扇形圆环的内外半径通过斗篷的内外边界推算得出, 则热斗篷区域可以近似看成这些扇形圆环的叠加; 第二步是将每个扇形环沿半径方向 N 等分, 则每一个小部分的材料参数用中心参数来近似; 第三步, 由于每一小部分的参数是各向异性, 则本文通过两种各向同性的物质 A 和 B 交替排列来做近似, 假设 A, B 两种材料厚度相等, 根据等效介质理论^[21], 可以求得

$$\lambda_A = \lambda'_{\theta\theta} + \sqrt{\lambda'_{\theta\theta}(\lambda'_{\theta\theta} - \lambda'_{rr})}, \quad (19a)$$

$$\lambda_B = \lambda'_{\theta\theta} - \sqrt{\lambda'_{\theta\theta}(\lambda'_{\theta\theta} - \lambda'_{rr})}. \quad (19b)$$

这样就可以通过这 $M \times N$ 个小部分的各向同性材料来构造热斗篷区域, 实现对目标的热隐身和热保护作用.

5 结 论

根据变换热力学的基础理论, 考虑分层不均匀背景及渐变不均匀背景两种情况, 通过坐标变换的方法, 推导出在非均匀背景下二维任意形状热斗篷导热系数的通解表达式. 在此基础上, 利用有限元软件 Comsol Multiphysics 进行仿真验证, 结果表明此方法设计出的热斗篷具有良好的热隐身和热保护双重功能.

非均匀介质背景下热斗篷的设计具有十分重要的实际意义. 当背景介质的导热系数变化不能忽略不计时, 对于热斗篷设计考虑非均匀的背景是十分必要的, 也是热斗篷能够成功实现热保护和热隐身的保证, 这也就是本文设计方法的意义所在.

参考文献

- [1] Pendry J B, Schurig D, Smith D R 2006 *Science* **312** 1780
- [2] Chen H Y, Chan C T 2007 *Appl. Phys. Lett.* **91** 183518
- [3] Zhang S, Genov D A, Sun C, Zhang X 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 123002
- [4] Farhat M, Guenneau S, Enoch S 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 024301
- [5] Fan C Z, Gao Y, Huang J P 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 251907
- [6] Hu R, Wei X L, Hu J Y, Luo X B 2014 *Sci. Rep.* **4** 3600
- [7] Guenneau S, Amra C, Veynante D 2012 *Opt. Express* **20** 8207
- [8] Yang T Z, Huang L J, Chen F, Xu W K 2013 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **46** 305102
- [9] Mao F C, Li T H, Huang M, Yang J J, Chen J C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 014401 (in Chinese) [毛春福, 李廷华, 黄铭, 杨晶晶, 陈俊昌 2014 物理学报 **63** 014401]
- [10] Li T H, Zhu D L, Mao F C, Huang M, Yang J J, Li S B 2016 *Front. Phys.* **11** 11503
- [11] Narayana S, Sato Y 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 214303
- [12] Schittny R, Kadic M, Guenneau S, Wegener M 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 195901
- [13] Xu H Y, Shi X H, Gao F, Sun H D, Zhang B 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 054301
- [14] Han T C, Bai X, Gao D L, Thong J T L, Li B W, Qiu C W 2014 *Adv. Mater.* **26** 1731
- [15] Ma Y G, Liu Y C, Raza M, Wang Y D, He S L 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 054301
- [16] Ma Y G, Lan L, Jiang W, Sun F, He S L 2013 *NPG Asia Mater.* **5** e73
- [17] Yu C M 1983 *Heat Conduction* (Beijing: Higher Education Press) p1 (in Chinese) [俞昌铭 1983 热传导 (北京: 高等教育出版社) 第 1 页]
- [18] Yang S M, Tao W Q 2006 *Heat Transfer* (the Fourth Edition) (Beijing: Higher Education Press) p43 (in Chinese) [杨世铭, 陶文铨 2006 传热学 (第四版) (北京: 高等教育出版社) 第 43 页]
- [19] Sun L K, Yu Z F, Huang J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 084401 (in Chinese) [孙良奎, 于哲峰, 黄洁 2015 物理学报 **64** 084401]
- [20] Shen X Y, Huang J P 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 178103 (in Chinese) [沈翔瀛, 黄吉平 2016 物理学报 **65** 178103]
- [21] Yuan X B, Lin G C, Wang Y S 2016 *Mod. Phys. Lett. B* **30** 1650256

Design and research of columnar thermal cloak with arbitrary shape in inhomogeneous backgrounds*

Xia Ge Yang Li[†] Kou Wei Du Yong-Cheng

(School of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(Received 13 December 2016; revised manuscript received 21 February 2017)

Abstract

Recently, thermal metamaterials have attracted more and more attention, and they have been used to manipulate the flow of heat flux. As a typical case, the thermal cloak can conceal the heat signature of an object. To the best of our knowledge, most of researches on cloak have focused on the case in which the background is a single homogeneous medium. However, cloaking in the layered and gradually changing backgrounds is very common in our real life such as hiding the buried mines in several soil backgrounds. In this paper, on the basis of transformation thermodynamics, a general expression of the thermal conductivity for two-dimensional thermal cloak with arbitrary shape in the layered and gradually changing backgrounds is derived by the coordinate transformation method. According to the expression, we design the thermal cloak in different inhomogeneous backgrounds. Results of full wave simulation show that heat flux can travel around the protection area and eventually return to their original path. The temperature profile inside the thermal cloak keeps unchanged, and the temperature field outside the thermal cloak is not distorted, which proves that the cloak has a thermal protection and thermal stealth function. In the end, we propose a useful method of utilizing homogeneous isotropic materials to construct a thermal device according to the equivalent medium theory. The method is closer to the practical application of the project because of considering the complex backgrounds. At the same time, this technology provides a feasible method to control heat transfer in the future and has great significance for thermal stealth and thermal protection.

Keywords: transformation thermodynamics, inhomogeneous background, thermal conductivity, temperature control

PACS: 44.10.+i, 05.70.-a, 81.05.Xj, 07.05.Tp

DOI: [10.7498/aps.66.114401](https://doi.org/10.7498/aps.66.114401)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11504426) and the National Defense Foundation of China (Grant No. 1010502020202).

[†] Corresponding author. E-mail: yangli123123@126.com