

用于三体系统玻色 - 爱因斯坦关联的事件混合方法

何庆华

Event mixing constraints for Bose-Einstein correlations in reactions with three particles in the final state

He Qing-Hua

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 66, 022501 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.022501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.022501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I2>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[单模光腔中 N 个二能级原子系统的有限温度特性和相变](#)

[Finite-temperature properties of N two-level atoms in a single-mode optic cavity and phase transition](#)

[物理学报](#).2015, 64(13): 130505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130505>

[非相对论弱相互作用玻色气体的有效场理论处理](#)

[Effective field theory approach to the weakly interacting bose gas](#)

[物理学报](#).2014, 63(4): 040501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.040501>

# 用于三体系统玻色-爱因斯坦关联的事件混合方法

何庆华<sup>†</sup>

(中国工程物理研究院流体物理研究所, 绵阳 621900)

(2016年7月23日收到; 2016年11月3日收到修改稿)

玻色-爱因斯坦关联(BEC)可以用于测量粒子出射区的时间空间性质, 事件混合方法是用于观测BEC效应的常用手段, 对于相对论能区重离子碰撞等可以产生大量全同末态粒子的反应, 这种方法具有独特优势。但是对于末态粒子数非常有限的反应, 守恒关系、共振态和一些其他原因引起的关联, 对事件混合方法产生不可忽视的干扰, 事件混合在消除玻色-爱因斯坦关联的同时也消除了其他所有的关联, 严重制约了BEC研究。本文探索一种适合末态只有两个全同玻色子的三体反应系统的事件混合方法, 提出了五种可行的事件混合限制条件, 采用数值模拟研究了不同限制条件对事件混合的效果, 颁别出最优的限制条件。测试结果显示, 当要求混合事件的丢失质量与原始反应一致, 并将原始事件样本中玻色子能量高于某一给定值的事件剔除掉, 这种限制条件下得到的事件混合结果最优, 可以用于观测BEC效应。另外, 要求两个交换玻色子的方位角一致时得到的结果也较优, 相比前者, 此限制条件不需要删除一部分事件, 可以得到更好的统计误差。

**关键词:** 玻色-爱因斯坦关联, 事件混合, 强度干涉

**PACS:** 25.75.Gz, 05.30.Jp, 05.10.Ln, 25.20.Lj

**DOI:** 10.7498/aps.66.022501

## 1 引言

强度干涉提供了一种获取全同粒子发射源时空尺寸的有效方法<sup>[1-3]</sup>, 被广泛用于高能粒子反应产生的夸克胶子等离子体的尺寸测量<sup>[4]</sup>。对于核反应产生的短寿命核子共振态, 如果在衰变过程中能放出两个或两个以上相同玻色子或费米子, 这种方法也能获得其寿命及空间尺寸信息<sup>[5]</sup>。强度干涉基本原理是全同粒子波函数之间干涉引起的一种关联, 当有两个玻色子从某个源出射(图1), 它们的波函数要写成对称的形式, 这种对称性导致了当两个玻色子的动量很接近时它们的出射概率会提高, 而提高的幅度依赖于源的大小。因此, 这种现象提供了一种间接测量玻色子出射源大小的方法。

玻色子之间的强度关联一般被称为玻色-爱因斯坦关联(Bose-Einstein correlations, BEC)<sup>[4]</sup>, Hanbury-Brown 和 Twiss<sup>[6]</sup>于20世纪50年代第一

次将其用于测量遥远天体的大小, 因此BEC也被称为HBT效应。1959年, Goldhaber等<sup>[7,8]</sup>第一次在粒子物理领域观测到BEC效应, 他们在质子-反质子湮灭实验中发现, 相比不同电荷 $\pi$ 介子, 相同

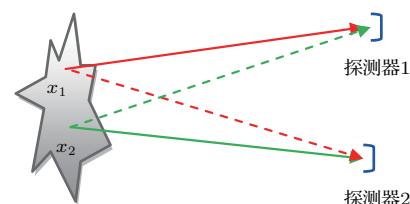


图1 (网刊彩色) 玻色-爱因斯坦关联示意图 右边探测器1与2各自分别探测到一个玻色子, 动量分别为 $p_1$ 与 $p_2$ , 这两个玻色子从左边的反应区出射, 图中的虚线和实线代表两种不可区分的出射路径

Fig. 1. (color online) Schematic illustration of Bose-Einstein correlations of two bosons. Two detectors capture two bosons emitted from a source with momenta  $p_1$  and  $p_2$  respectively. Two possible trajectories of them, represented by a solid and a dashed line respectively, cannot be distinguished.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: hetsinghua@163.com

电荷 $\pi$ 介子在出射方向靠近时的发生概率要高一些。到目前已经开展了一系列强子、正负电子及重离子对撞实验的BEC研究<sup>[9–14]</sup>, 观测到高能区电子、强子对撞实验反应区的半径都小于1 fm, 没有观测到其与质心能量明显的依赖关系。在重离子对撞实验中, 发现粒子出射源空间尺寸与对撞原子核序数 $A$ 的依赖关系可以用一个经验公式来描述<sup>[4]</sup>:  $r = 1.2 \times A^{1/3}$  fm, 即与 $A^{1/3}$ 成正比。

实验上通过测量全同玻色子动量的关联函数对BEC进行定量分析。关联函数是两个玻色子相对动量谱 $\rho_{\text{BEC}}(p_1, p_2)$ 与一个参考样本的相对动量谱 $\rho_{\text{noBEC}}(p_1, p_2)$ 的比值。实验上无法直接测量参考样本, 只能通过间接方法获得。有效的参考样本除了没有BEC外在其他所有方面与真实的物理样本一致。目前较为成熟的参考样本生成途径可分为两大类: 1) 数值模拟方法; 2) 在原来的样本基础上产生参考样本。数值模拟方法主要用在高能QCD微扰能区, 常用的模拟强子反应的两个蒙特卡罗程序为HERWIG和JETSET<sup>[4]</sup>, 但是这些模型目前还不能够很好地描述BEC效应, 在数据分析中常作为参考。另外一类方法根据不同反应会有不同方案。绝大多数实验都是 $\pi^\pm\pi^\pm$ 的BEC分析, 对于此类实验, 一个简单的方法就是选择电荷不同的 $\pi$ 介子对 $\pi^\pm\pi^\mp$ 作为参考样本。但是对于电荷为零的玻色子对, 如 $\pi^0\pi^0$ , 此方法不再适用, 需要采用事件混合方法<sup>[15]</sup>, 即从一系列不同时间产生的相同类型的反应中取出两个粒子组成参考样本。事件混合方法也可用于如 $\pi^\pm\pi^\pm$ 此类反应的BEC分析, 它是目前被广泛采用的一种方法。

对于高能区末态粒子数(high-multiplicity)高的非惟一性(inclusive)反应, 事件混合方法已被多次成功用来测量BEC效应及估计共振态的本底分布。Drijard和Fischer<sup>[16]</sup>研究了事件混合方法用于提取高能区inclusive反应共振态信息的应用, 详细分析了事件混合方法的特点, 指出只要在事件混合中根据具体问题找到合适的限制条件, 这种方法可以有效产生两个全同粒子的非关联不变质量谱, 实验信号减去这个本底谱就可获得共振态信息。

但是在低能区, 对于末态粒子数非常有限, 如双中性 $\pi$ 介子光生反应 $\gamma p \rightarrow \pi^0\pi^0 p$ , 事件混合方法的应用面临许多挑战。其他原因引起的关联(如共振态、守恒关系和一些未被完全理解的过程)对事件混合方法产生不可忽视的干扰, 事件混合在消

除BEC的同时也消除了其他所有的关联, 使得提取BEC信息产生困难, 严重制约了BEC研究<sup>[17]</sup>。目前对于低末态粒子数的事件混合方法尚缺少较为系统的研究, 现有的文献大多关注的是数值模拟修正或尝试用一种解析的方法来描述这些干扰并从结果中消除其影响<sup>[18]</sup>。Klaja等<sup>[19]</sup>在研究 $pp \rightarrow pp\eta$ 和 $pp \rightarrow pp + \text{pions}$ 反应中两个质子的关联时碰到了类似的问题, 对于三体反应导致的两个质子间的非强度关联对强度关联函数的影响, 他们通过模拟评估了三体反应引起的其他关联因素的作用, 通过修正关联函数得到结果。虽然这些工作促进了对这些问题的理解, 但是目前还是缺少一种成熟的方法来解决这个问题。如果能够找到合适的限制条件, 使得事件混合最大限度地避免受到小系统守恒关联的干扰, 找到一种既可以消除BEC关联也能保持其他关联的事件混合方法, 将从根本上解决这一问题, 得到一种干净的处理方法。对于研究低能区有限粒子数的BEC效应将是关键的突破。

本文针对末态粒子数为三个、只产生两个全同玻色子的三体系统的BEC分析, 提出了以下5种事件混合限制条件: 1) 丢失质量一致性; 2) 极角一致性; 3) 方位角一致性; 4) 动量一致性; 5) 能量上限限制。然后采用数值模拟方法, 以 $\gamma p \rightarrow \pi^0\pi^0 p$ 反应为例子, 分析了以上每种方法的作用, 最后筛选出最适合的限制条件。

## 2 事件混合限制条件

两个粒子的BEC函数定义为

$$C_2(1, 2) = \frac{\rho_{\text{BEC}}(p_1, p_2)}{\rho_{\text{noBEC}}(p_1, p_2)}, \quad (1)$$

其中,  $\rho_{\text{BEC}}(p_1, p_2)$ 为实际发生的具有BEC效应的两个粒子的概率分布,  $\rho_{\text{noBEC}}(p_1, p_2)$ 为人产生的没有BEC效应的概率分布(即参考样本)。如果假设粒子出射区的密度分布为高斯分布 $n(x) = n(0) e^{-x^2/2r_0^2}$ , 则关联函数可表示为

$$C_2(Q) = N(1 + \lambda_2 e^{-Q^2 r_0^2}), \quad (2)$$

其中 $N$ 为归一化系数,  $Q$ 为两个玻色子相对四维动量的不变质量:  $Q^2 = -(p_1 - p_2)^2$ ,  $\lambda_2$ 表示玻色子出射的混沌度, 其在0—1范围内变化, 0对应完全相干出射, 1对应完全混沌出射,  $r_0$ 代表出射区的高斯半径。

测量关联函数的过程首先是获得实验数据中两个玻色子的相对动量  $Q$  的分布, 然后采用事件混合方法得到参考样本的  $Q$  分布, 前者与后者的比值就是所测的关联函数, 用(2)式拟合关联函数得到参数  $r_0$  和  $\lambda_2$  的值.

如图2所示, 混合事件是通过从两个不同的事件中取出两个粒子组合而成, 一个有效的参考样本应具有: a) 无BEC关联; b) 保持原有反应引起的其他力学关联. 由于事件混合是把不同时刻发生的事件中的信息组合得到新的事件, 粒子间原有所有关联被打破, 因此混合样本满足条件a), 但是不满足条件b).

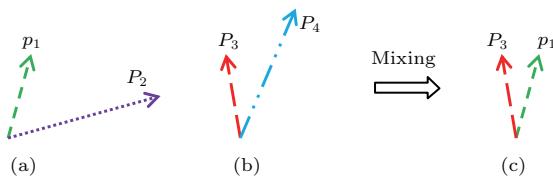


图2 (网刊彩色) 事件混合方法示意图, 混合事件(c)由事件1(a)和事件2(b)分别取出一个粒子组成

Fig. 2. (color online) Mixed event (c) is produced by taking two bosons from event 1 (a) and event 2 (b).

对于  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  反应的事件混合, 一个前提要求是两个事件的系统总能量相同时才能混合, 这样混合事件的系统能量与原来事件就是一致的. 事件混合面临的另外一个难点是, 绝大多数情况下混合事件的丢失质量  $m_X^{\text{mix}}$  与原来反应的丢失质量  $m_X^{\text{ori}}$  相差甚远. 为了使得混合事件与真实事件一致并有效, 只有混合事件的丢失质量与原始反应一致才保留此混合事件, 否则淘汰, 这就是丢失质量 (missing mass, MM) 限制条件<sup>[5]</sup>, 数学表达为

$$|m_X^{\text{mix}} - m_X^{\text{ori}}| < M_{\text{cut}}, \quad (3)$$

其中  $M_{\text{cut}}$  为限制阈值, 根据实验条件的分辨率决定, 这里设为 10 MeV. 这个限制条件的一个前提是两个被混合的真实事件的丢失质量必须是一样的. 丢失质量利用四维动量守恒计算:  $P_X = P_{\text{sys.}} - P_1 - P_2$ ,  $m_X^2 = P_X^2$ , 其中  $P_{\text{sys.}}$  为系统总的四维动量.

为了研究丢失质量限制条件对  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  反应中两个  $\pi^0$  事件混合的作用, 需要产生一个事件样本, 其中除了  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  有关的守恒定律外没有其他的物理限制. 本文采用欧洲核子中心(CERN)研发的软件平台 ROOT 里的一个工具 TGenPhaseSpace<sup>[20]</sup> 来生成纯相空间分布

的  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  事件样本, 此算法基于已被收入 CERN 系统库函数的 GENBOD 函数, 它的算法由 Raubold 和 Lynch 提出<sup>[21]</sup>.

生成纯相空间  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  样本的过程如下: 首先需要输入的是系统的总能量  $E_{\text{tot}}$ , 它是入射光子能量  $E_\gamma$  和静止靶质子的质量  $m_p$  之和  $E_{\text{tot}} = E_\gamma + m_p$ , 还有末态粒子总数  $N = 3$  和这些粒子对应的质量  $m_i$ , 每次产生的事件都会返回一个反映其产生概率的权重因子, 这个因子的值基于相空间积分  $R_N$ :

$$R_N = \int^{4N} \delta^4 \left( P - \sum_{j=1}^N p_j \right) \times \prod_{i=1}^N \delta(p_i^2 - m_i^2) d^4 p_i, \quad (4)$$

其中  $P$  与  $p_j$  分别为系统总的四维动量和单个粒子的四维动量. 按照权重因子存活下来的事件即为预期的纯相空间样本. 图3给出了模拟生成的  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  事件的达利兹(Dalitz)图, 即事件概率在  $\pi^0 \pi^0$  的不变质量平方  $m^2(\pi^0 \pi^0)$  和  $\pi^0 p$  的不变质量平方  $m^2(\pi^0 p)$  的二维平面上的分布图, 图中所示均匀的分布说明模拟生成的事件样本符合纯相空间样本的分布. 模拟中, 入射光子的能量设为  $E_\gamma = 1.0$  GeV.

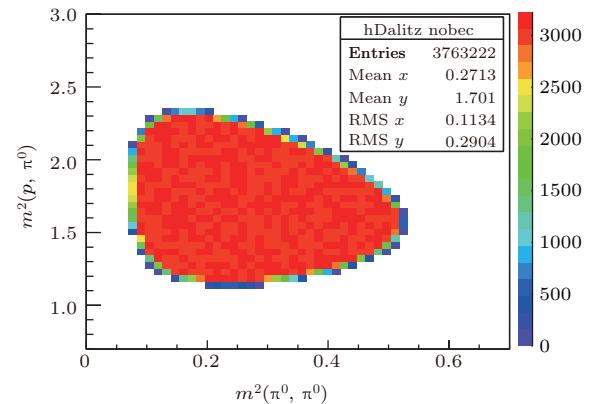


图3 (网刊彩色) 模拟产生的纯相空间  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  事件样本的达利兹图, 入射光子的能量  $E_\gamma$  为 1.0 GeV

Fig. 3. (color online) Dalitz plot of  $m^2(\pi^0 p)$  versus  $m^2(\pi^0 \pi^0)$  for the generated pure phase space  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  sample. The incident photon energy is 1.0 GeV.

基于生成的纯相空间  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  事件, 验证了丢失质量限制条件的作用, 图4对比了有无丢失质量限制条件时事件混合的结果. 图4(a)给出两种情况下混合事件的丢失质量谱, 可以看出无丢失质量限制条件时得到的丢失质量在质子质量两侧

弥散开, 而具有此限制条件时则被限制在质子质量的位置. 图4(b)给出的是混合事件中 $\pi^0\pi^0$ 的相对动量 $Q$ 的分布图, 图中显示无此限制条件时一些混合事件的 $Q$ 值超出了纯相空间 $Q$ 谱的右边界, 是一些没有物理意义的事件, 而丢失质量限制条件

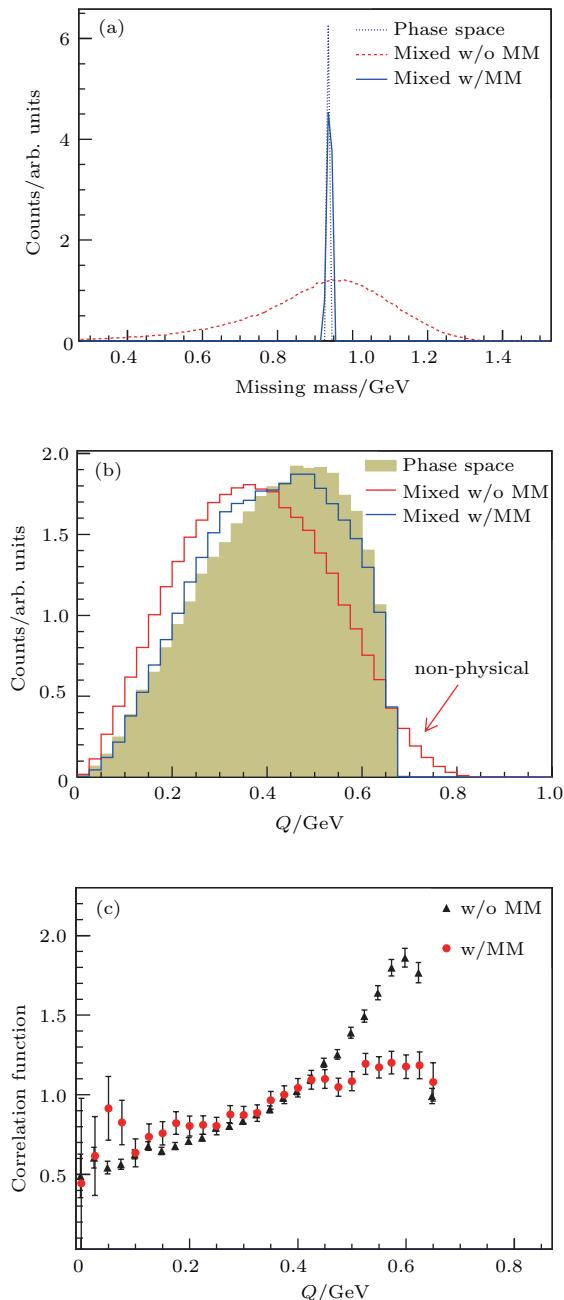


图4 (网刊彩色) 有无丢失质量(MM)限制条件得到的混合事件对比 (a) 丢失质量分布, 为了方便对比, 这几个分布没有归一到其积分值; (b) 两个 $\pi^0$ 介子的相对动量 $Q$ 分布; (c) 关联函数

Fig. 4. (color online) Comparison between the event mixing results with the missing-mass (MM) cut and those without this cut: (a) Missing mass distributions; (b) distributions of the relative momentum of two pions; (c) correlation functions.

很好地将所有混合事件都限制在具有物理意义的范围内. 图4(c)给出的是原来样本的 $Q$ 分布与混合样本的 $Q$ 分布的比值, 即关联函数, 结果显示有丢失质量限制条件时的关联函数相比无此限制时随 $Q$ 的变化更平缓, 更接近一个有效事件混合的要求. 以上结果显示丢失质量限制条件可以有效杜绝没有物理意义的混合事件的产生, 并能得到更适合BEC分析的事件混合结果.

对于纯相空间分布的 $\gamma p \rightarrow \pi^0\pi^0 p$ 事件, 一个有效的事件混合方法应该产生一个平的关联函数, 虽然丢失质量限制条件极大地优化了事件混合结果, 但其依然不能产生一条平的关联函数. 虽然在拟合时可以加入额外的参数来消除这种不平的影响, 但是如果能找到合适的限制条件得到一条平的关联函数, 不仅不需要额外增加拟合参数, 也能使结果更加清晰, 因此本文提出了下面五种限制条件:

- 条件1) 仅丢失质量(MM)限制条件;
- 条件2) 丢失质量限制条件及 $|\cos\theta_1 - \cos\theta_2| < 0.1$ , 其中 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 代表事件混合中要交换的两个玻色子的出射极角, 这里定义入射光子的方向为 $Z$ 轴;
- 条件3) 丢失质量限制条件及 $|\phi_1 - \phi_2| < \pi/20$ , 其中 $\phi_1$ 和 $\phi_2$ 代表要交换的两个玻色子的出射方位角;
- 条件4) 丢失质量限制条件及 $||\mathbf{p}_1| - |\mathbf{p}_2|| < 0.02$  GeV, 其中 $\mathbf{p}_1$ 与 $\mathbf{p}_2$ 代表要交换的两个玻色子的三维动量;
- 条件5) 丢失质量限制条件及玻色子最高能量限制条件.

条件5)中的玻色子最高能量限制条件是在原始事件样本中剔除一部分特殊的事件, 剔除标准是这些事件中任何玻色子的能量超过一个给定的最高能量限值 $E^{\max}$ . 对于入射光子能量 $E_\gamma = 1.0$  GeV的 $\gamma p \rightarrow \pi^0\pi^0 p$ 反应, 最优的 $E^{\max}$ 为0.5 GeV<sup>[5]</sup>.

### 3 数值测试与讨论

本文采用数值模拟测试以上五种不同限制条件对事件混合的作用, 为了甄别哪种限制条件能更有效地产生混合事件并准确获得BEC参数 $r_0$ 和 $\lambda_2$ , 除了采用纯相空间事件样本, 也使用了具有

BEC 效应的事件样本。这些 BEC 样本是在纯相空间分布的  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  事件样本基础上改造而成，通过剔除样本中的一部分事件使其符合 BEC 统计，剔除的概率按照(2)式给出，具体的过程如下：

- 1) 计算事件中两个  $\pi^0$  的相对动量  $Q$ , 代入(2)式计算对应的  $C_2(Q)$  值;
- 2) 产生一个 0—1 区间均匀分布的随机数  $R$ ;
- 3) 比较  $R$  与  $C_2(Q)/C_2^{\max}(Q)$ , 如果  $R$  比较大, 删掉这个事件。

其中  $C_2^{\max}(Q)$  为  $C_2(Q)$  的最大值, 因为  $\frac{C_2(Q)}{C_2^{\max}(Q)} > R$  的概率与  $C_2(Q)$  成正比, 这个过程保证了剔除后的样本符合(2)式的分布。

为了比较, 总共产生了一个纯相空间分布的样本(标记为 noBEC)和四个具有BEC效应的样本(标记为 BECi,  $i = 1, 2, 3, 4$ ), 入射光子能量  $E_\gamma$  以及 BEC 参数  $r_0$  和  $\lambda_2$  在表 1 中列出。

表 1 生成 BEC 样本的 BEC 参数及入射光子能量

Table 1. Combinations of BEC parameters  $r_0$  and  $\lambda_2$  for Monte Carlo BEC samples.

样本	$E_\gamma/\text{GeV}$	$r_0/\text{fm}$	$\lambda_2$
noBEC	1.0	—	—
BEC1	1.0	0.4	0.5
BEC2	1.0	0.7	0.5
BEC3	1.0	1.0	0.5
BEC4	1.0	1.3	0.5

图 5 给出了 BEC2 样本的达利兹图, 图中所示的事件密度随  $\pi^0 \pi^0$  的不变质量平方  $m^2(\pi^0, \pi^0)$  的降低而升高, 指出 BEC 事件生成过程成功改变了纯相空间样本的密度分布。

为了验证 BEC 效应产生方法的有效性, 图 6 与图 7 分别给出了 BEC 样本的  $Q$  分布图和其与 noBEC 样本  $Q$  分布的比值, 即关联函数, 利用(2)式拟合得出的 BEC 参数与输入参数在误差范围内完全符合, 说明了上面的 BEC 产生过程是有效的。

基于生成的 noBEC 样本和 4 个具有 BEC 效应的 BEC 样本, 对其进行事件混合, 并分别尝试了前面提出的 5 种事件混合限制条件的效果, 得到的关联函数在图 8 中给出。结果显示, 这五种不同的限

制条件的作用具有很大差异。对于限制条件 1—4, 它们得到的 noBEC 样本的关联函数都不是一条平坦的直线, 条件 1 得到的  $C_2(Q)$  随  $Q$  上升, 条件 2 的随  $Q$  先减后增, 条件 3 的随  $Q$  先降后趋于平坦, 条件 4 的先是平坦后随  $Q$  上升, 条件 5 的在  $Q$  小于 0.6 GeV 的区间是一条平坦的直线, 只有在  $Q > 0.6$  时稍有掉落。对于具有 BEC 效应的四个样本, 这五种限制条件都能在  $Q$  接近 0 时观测到关联函数有一个上升趋势。

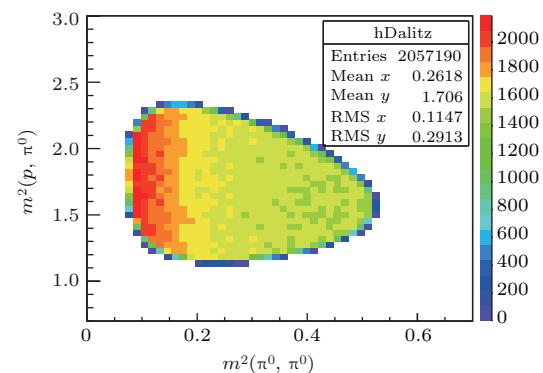


图 5 (网刊彩色) 模拟生成的具有 BEC 效应的  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  事件样本的达利兹图, 即事件在  $\pi^0 \pi^0$  的不变质量平方  $m^2(\pi^0, \pi^0)$  和  $\pi^0 p$  的不变质量平方  $m^2(p, \pi^0)$  平面上的概率分布

Fig. 5. (color online) Dalitz plot of  $m^2(p, \pi^0)$  vs.  $m^2(\pi^0, \pi^0)$  for the generated  $\gamma p \rightarrow \pi^0 \pi^0 p$  sample with BEC effects. The BEC parameters are set to be  $\lambda_2 = 0.5$  and  $r_0 = 0.7$  fm. The incident photon energy is 1.0 GeV.

由于限制条件 1—4 得到的关联函数都不是平坦的, 所以用改造过的(2)式来拟合:

$$C_2(Q) = N(1 + \alpha Q)(1 + \lambda_2 e^{-Q^2 r_0^2}), \quad (5)$$

其中  $1 + \alpha Q$  项为引入的线性因子,  $\alpha$  由拟合得出。限制条件 5 得到的 noBEC 的关联函数为一条平坦直线, 其得到的关联函数依然用(2)式来拟合, 拟合得到的 BEC 参数  $r_0$  和  $\lambda_2$  在图 8 中每一个子图中都有显示, 同时也在表 2 中列出。

为了比较这几种方法获得 BEC 参数的可靠性, 定义了如下品质因子  $q_{\text{mix}}$ :

$$q_{\text{mix}} = \sum_{i=1}^4 \frac{(r_{0,i}^{\text{fit}} - r_{0,i}^{\text{input}})^2}{(r_{0,i}^{\text{input}})^2} + \frac{(\lambda_{2,i}^{\text{fit}} - \lambda_{2,i}^{\text{input}})^2}{(\lambda_{2,i}^{\text{input}})^2}, \quad (6)$$

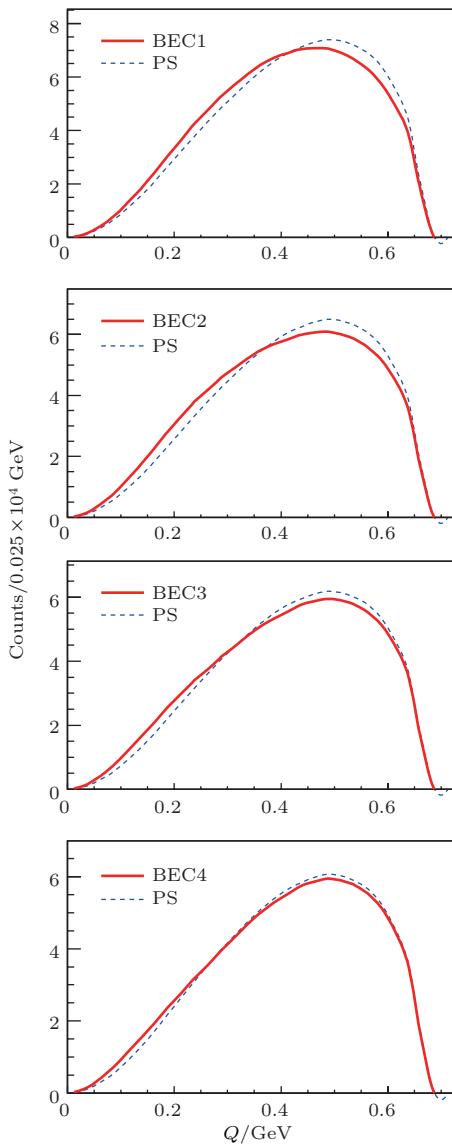


图6 模拟产生的BEC样本的 $Q$ 分布图,为了比较,也给出了纯相空间分布的noBEC样本的 $Q$ 分布(标记为‘PS’)

Fig. 6. The  $Q$  spectra of the generated BEC samples. For comparison, the noBEC sample's  $Q$  distribution (labeled as ‘PS’) is also presented.

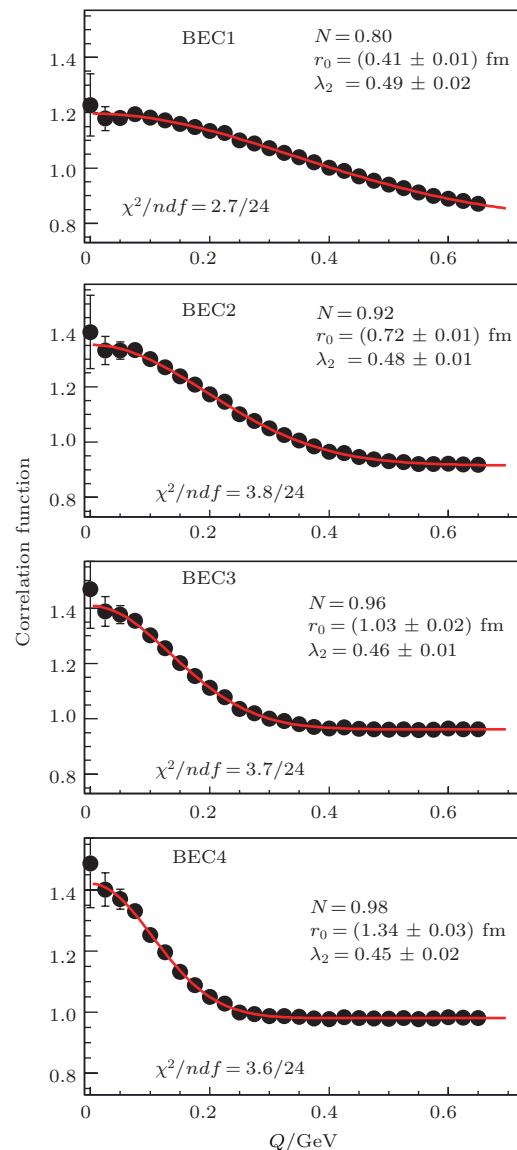


图7 模拟产生的BEC样本得到的关联函数,即BEC样本的 $Q$ 分布图与noBEC样本 $Q$ 分布的比值,用(2)式拟合得到的BEC参数 $r_0$ 和 $\lambda_2$ 值也显示在图中

Fig. 7. Correlation functions of the four Monte Carlo BEC samples. The fitted BEC parameters  $r_0$  and  $\lambda_2$  are presented as well, obtained by fitting Eq. (2) to the correlation functions.

表2 五种限制条件下事件混合方法得到的BEC样本的BEC参数 $r_0$ 和 $\lambda_2$ 及品质因子 $q_{\text{mix}}$

Table 2. Fitted BEC parameters  $r_0$  and  $\lambda_2$  for the correlation functions obtained by event mixing with the five constraints, and the factors of quality  $q_{\text{mix}}$ .

条件	BEC1		BEC2		BEC3		BEC4		$q_{\text{mix}}$
	$r_0/\text{fm}$	$\lambda_2$	$r_0/\text{fm}$	$\lambda_2$	$r_0/\text{fm}$	$\lambda_2$	$r_0/\text{fm}$	$\lambda_2$	
1	$0.13 \pm 0.02$	$-0.86 \pm 0.03$	$1.22 \pm 0.09$	$0.62 \pm 0.07$	$0.08 \pm 0.01$	$-0.93 \pm 0.01$	$0.08 \pm 0.01$	$-0.93 \pm 0.01$	26.5
2	$1.09 \pm 0.11$	$0.38 \pm 0.06$	$1.03 \pm 0.07$	$0.68 \pm 0.08$	$1.18 \pm 0.07$	$0.86 \pm 0.08$	$1.27 \pm 0.07$	$0.93 \pm 0.09$	4.7
3	$1.00 \pm 0.20$	$0.21 \pm 0.05$	$0.86 \pm 0.09$	$0.50 \pm 0.10$	$0.99 \pm 0.08$	$0.63 \pm 0.08$	$1.15 \pm 0.10$	$0.61 \pm 0.07$	2.8
4	$1.34 \pm 0.32$	$0.16 \pm 0.06$	$1.08 \pm 0.11$	$0.44 \pm 0.06$	$1.09 \pm 0.08$	$0.65 \pm 0.08$	$1.34 \pm 0.11$	$0.67 \pm 0.08$	6.5
5	$0.26 \pm 0.07$	$1.02 \pm 0.73$	$0.67 \pm 0.03$	$0.41 \pm 0.01$	$1.02 \pm 0.04$	$0.44 \pm 0.02$	$1.25 \pm 0.06$	$0.38 \pm 0.03$	1.3

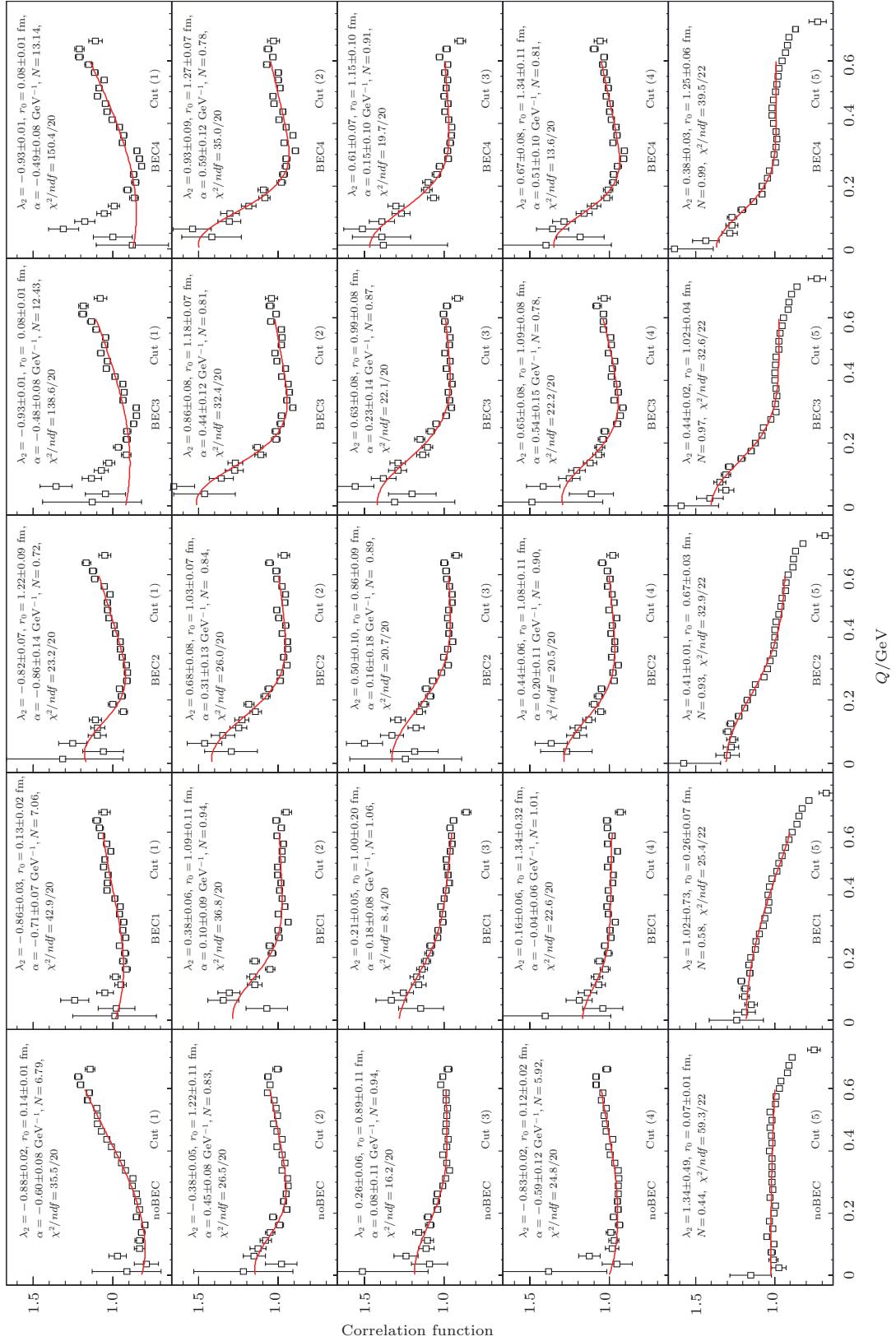


图 8 对于 noBEC 样本和四个 BEC 样本, 五种限制条件下事件混合得到的关联函数, 其由原始事件的  $Q$  分布和事件混合得到的  $Q$  分布的比值得到, 用(2)式或(5)式拟合得到的 BEC 参数  $r_0$  和  $\lambda_2$  值也在图中给出

Fig. 8. Correlation functions of the four Monte Carlo BEC samples and the noBEC sample, calculated as the  $Q$  distribution of the two pions from original sample normalized to that from the mixed events obtained with different constraints in the mixng. The fitted BEC parameters  $r_0$  and  $\lambda_2$  are presented as well, obtained by fitting Eq. (2) or (5) to the correlation function.

其中  $r_{0,i}^{\text{input}}$  和  $r_{0,i}^{\text{fit}}$  分别为第  $i$  个 BEC 样本的输入参数和事件混合得到的关联函数的拟合值,  $\lambda_{2,i}^{\text{input}}$  和  $\lambda_{2,i}^{\text{fit}}$  同理.  $q_{\text{mix}}$  值越低, 表明事件混合得到的 BEC 参数与输入的值越接近. 每种限制条件得到的品质因子  $q_{\text{mix}}$  列在表 2 中.

结果表明限制条件 5) 得到的品质因子值最低, 即得到的 BEC 参数与输入的值最接近, 其他品质因子值由低到高依次为限制条件 3), 2) 和 4), 最差为限制条件 1).

如果考虑到实际应用, 限制条件 5) 是比较可行的观测 BEC 的方法. 首先因为其对于无 BEC 效应的样本可以得到一个平坦的关联函数, 因此不用额外的拟合参数, 比其他四个限制条件少一个参数. 其次它的数值测试得到的 BEC 分析品质因子最好. 但是限制条件 5) 需要舍弃掉一部分事件, 使统计误差变差. 如果考虑到统计误差, 限制条件 3) 也是较优的选择.

## 4 结 论

本文研究了用于观测末态只有两个全同玻色子的三体反应系统的玻色-爱因斯坦关联的事件混合方法, 为了探索一种合适的事件混合方法, 提出了五种用于事件混合的限制条件. 并采用数值模拟研究了不同限制条件下事件混合方法的效果, 挑选出了最优的限制条件. 模拟结果指出, 当要求混合事件的丢失质量与原始反应的一致, 并将原始事件样本中玻色子能量高于某一给定值的事件剔除掉, 这种限制条件下得到的事件混合结果最优, 可以用于三体系统 BEC 效应测量.

## 参考文献

- [1] Gyulassy M, Kauffmann S K, Wilson L W 1979 *Phys. Rev. C* **20** 2267
- [2] Boal D H, Gelbke C K, Jennings B K 1990 *Rev. Mod. Phys.* **62** 553
- [3] L'Hôte D 1992 *Nucl. Phys. A* **545** 381
- [4] Alexander G 2003 *Rep. Prog. Phys.* **66** 481
- [5] He Q H 2014 *Ph. D. Dissertation* (Sendai, Japan: Tohoku University)
- [6] Hanbury-Brown R, Twiss R Q 1954 *Philos. Mag.* **45** 663
- [7] Goldhaber G, Fowler W B, Goldhaber S, et al. 1959 *Phys. Rev. Lett.* **3** 181
- [8] Goldhaber G, Goldhaber S, Lee W, Pais A 1960 *Phys. Rev.* **120** 300
- [9] Khachatryan V, Sirunyan A M, Tumasyan A, et al. 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 032001
- [10] Baym G 1998 *Acta Phys. Pol. B* **29** 1839
- [11] Zhang W N, Tang G X, Zhang S, Chen X J, Huo L, Liu Y M 2001 *High Energy Phys. Nucl. Phys.* **25** 237 (in Chinese) [张卫宁, 唐圭新, 张盛, 陈相君, 霍雷, 刘亦铭 2001 高能物理与核物理 **25** 237]
- [12] Zhang Y, Yang J, Zhang W N 2015 *Chin. Phys. C* **39** 034103
- [13] Ren Y Y, Efaaf M J, Zhang W N 2010 *Chin. Phys. C* **34** 472
- [14] Huo L, Zhang W N, Chen X J, Zhang J B, Tang G X 2003 *High Energy Phys. Nucl. Phys.* **27** 53 (in Chinese) [霍雷, 张卫宁, 陈相君, 张景波, 唐圭新 2003 高能物理与核物理 **27** 53]
- [15] Kopylov G I 1974 *Phys. Lett. B* **50** 472
- [16] Drijard D, Fischer H G 1984 *Nucl. Instrum. Meth. A* **225** 367
- [17] Chajęcki Z for the STAR Collaboration 2007 *Eur. Phys. J. C* **49** 81
- [18] Chajęcki Z, Lisa M 2008 *Phys. Rev. C* **78** 064903
- [19] Klaja P, Moskal P, Czerwinski E, et al. 2010 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **37** 055003
- [20] <http://root.cern.ch/root/html/TGenPhaseSpace.html> [2016-07-01]
- [21] James F 1968 *CERN* **68** 15

# Event mixing constraints for Bose-Einstein correlations in reactions with three particles in the final state

He Qing-Hua<sup>†</sup>

(Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

(Received 23 July 2016; revised manuscript received 3 November 2016)

## Abstract

Bose-Einstein correlations (BEC) are widely used to gain an insight into the spatiotemporal characteristics of boson emitters. It was used for the first time in the 1950s by R. Hanbury-Brown and R. Q. Twiss [Hanbury-Brown R, Twiss R Q 1954 *Phil. Mag.* **45** 663] in astronomy to measure the dimension of distant astronomical objects emitting photons, and hence is also known as Hanbury-Brown-Twiss effect (HBT). In nuclear and particle physics field, BEC also has important applications in the investigation of the space-time properties of subatomic reaction region, especially in elementary-particle collisions and relativistic heavy-ion collisions with large multiplicity at high energies. Its potential application in exclusive reactions with low multiplicity in the non-perturbative QCD energy region may offer complementary information like duration and size of nucleon resonances, which are generally excited by hadronic or electromagnetic probes and usually decay into the ground states accompanied by emission of identical mesons. However, the event mixing technique, which is highly adopted for BEC observations in inclusive reactions at high energies with large multiplicity cannot be directly applied to the BEC measurement in exclusive reactions with very limited multiplicity at low energies. The event mixing method produces un-correlated samples from original sample through making mixed events by randomly selecting the momenta of two bosons from different original events. It works well for the high multiplicity case because the degree of freedom of final state particles is large compared with that of the low multiplicity case. In exclusive reactions with a very limited number of identical bosons in the final state, this method is however strongly interfered by non-BEC factors such as global conservation laws and decays of resonances. Appropriate constraints are required to control the event mixing process in order to eliminate the influence of those non-BEC factors. In this study, we are trying to develop an event mixing method for BEC measurement in reactions having only three final state particles and only two identical bosons among them. For this end, five constraint modes for the event mixing are proposed and investigated via Monte Carlo simulation. Each mode employs one or a combination of the following cut conditions: 1) missing mass cut (MM) that requires the missing mass of the mixed event to be equal to that of the original event; 2) polar angle consistency cut (PAC) that requires that the swapping particles should come from the same polar angle bin; 3) azimuthal angle consistency cut (AAC); 4) momentum consistency cut (MC); 5) energy upper limit cut (EU) that requires that any boson energy should not exceed a given upper limit. The double neutral pion photoproduction on the proton around 1 GeV is taken for example to demonstrate the effects of these constraints on the event mixing. In the simulation, one event sample free of BEC effects and four samples in the presence of BEC effects are generated for testing the ability for these constraints to extract BEC parameters. It is found the constraint mode using the MM and PAC cuts, and the mode employing the MM and AAC cuts, and the mode adopting the MM and the EU cuts can be used to observe BEC effects and extract BEC parameters. Among them, optimum results can be achieved by the combination of the MM and EU cuts.

**Keywords:** Bose-Einstein correlations, event mixing, intensity interference

**PACS:** 25.75.Gz, 05.30.Jp, 05.10.Ln, 25.20.Lj

**DOI:** 10.7498/aps.66.022501

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: hetsinghua@163.com