

相位梯度界面对光传播规律的影响

肖啸 谢世伟 张志友 杜惊雷

Influence of gradient phased interfaces on the laws of light propagation

Xiao Xiao Xie Shi-Wei Zhang Zhi-You Du Jing-Lei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 024204 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.024204

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.024204>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I2>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

折射率正负梯度交替表面的研究

[Study of positive and negative gradient refractive index alternant surface](#)

物理学报.2015, 64(8): 084202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.084202>

折射率梯度表面机理的研究

[Studies on the mechanism of refractive index gradient surface](#)

物理学报.2014, 63(21): 214201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.214201>

相位梯度界面对光传播规律的影响*

肖啸¹⁾²⁾ 谢世伟¹⁾ 张志友¹⁾ 杜惊雷^{1)†}

1)(四川大学物理科学与技术学院, 成都 610064)

2)(乐山师范学院物理与电子工程学院, 乐山 614000)

(2016年7月13日收到; 2016年10月30日收到修改稿)

在两种介质分界面上引入相位梯度形成相位梯度界面, 这将使该界面的出射光和入射光之间产生相移. 因此, 与普通分界面不同, 该界面对光的传播行为有着重大影响. 为深入认识梯度相位界面的光学特性, 本文研究了光在该类界面上的一般性传播规律. 从费马原理出发, 采用稳态相位法推导了基于相位梯度界面条件下的二维和三维广义反射和折射定律, 该定律表明分界面也会成为影响光传播行为的重要因素, 可以作为新的波前调制工具. 利用广义反射和折射定律讨论了相位梯度对光传播行为的影响规律, 得出了二维和三维情形下的临界条件(全反射和全透射条件), 阐明了反射角不等于入射角、异常反射和折射、非平面反射和折射等一些新颖光学现象出现的原因; 提出了以相位梯度界面为光学变换核心单元, 依据广义反射和折射定律进行光学设计的思路, 并以平面透镜和平面轴锥镜为例进行了详细说明与实验验证, 实验结果和理论值符合较好, 可为拓展广义定律在平面光学设计、自由曲面光学设计以及复杂光束控制中的应用提供参考.

关键词: 相位梯度界面, 广义反射定律, 广义折射定律, 平面光学

PACS: 42.25.Gy, 78.68.+m

DOI: 10.7498/aps.66.024204

1 引言

光的反射和折射定律是几何光学的基本实验定律, 也是传统成像光学仪器的设计基础. 从该定律可知, 光在两种介质分界面发生反射和折射时, 其折射角仅由光在这两种介质中的传播速度决定, 而反射角则恒等于入射角. 该观点很自然地认为分界面仅是区分两种介质的理想边界而已, 光的反射和折射情况与分界面的性质无关. 也就是说, 传统观点认为, 是两种介质的光学性质影响了光的传播, 而分界面本身对光的传播无贡献.

2011年, 美国哈佛大学学者在《科学》杂志上提出, 可在介质分界面上引入相位梯度控制入射光波不同部分的时间延迟, 并建立了广义反射和折射定律^[1], 研究人员逐渐认识到分界面也会成为影响光传播的重要因素^[2-9]. 通过有目的地设计分界面

的相位梯度能够干预光的传播, 出现折射角不满足经典 Snell 公式, 反射角不等于入射角等新颖光学现象^[1-4,6]. 这一认识突破了传统思维, 表明分界面能够成为新的波前调制工具.

在两种介质分界面上引入相位梯度形成相位梯度界面, 基于该界面的广义反射和折射定律将经典反射和折射定律包含在内, 经典定律只是广义定律在界面相位梯度为零条件下的特例. 在介质分界面上引入相位梯度, 可为在亚波长尺度范围操纵光场(方向、振幅、相位和偏振等)提供新的设计自由度, 如亚波长厚度的平面透镜、涡旋相位片、全息相位片、偏振转换器和波长选择器等^[7-14]. 这一方法与透镜、棱镜、波片、光栅和全息片等传统光学元件的设计思路迥然不同, 传统光学元件对波前的调控是通过沿着光程上的相位逐渐变化而累积实现的, 而相位梯度界面则相当于在分界面上对入射光场

* 国家自然科学基金(批准号: 11305111, 61307039)、四川省自然科学基金(批准号: 15ZA0280)和乐山市科技研究基金(批准号: 15GZD108, Z1320)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: dujl@scu.edu.cn

引入了一个非均匀分布的相位跃变(相当于附加动量). 因此, 相位梯度界面的引入不但突破了经典观念, 丰富和拓展了光传播规律的物理内涵, 同时还可从相位梯度的角度重新审视传统光学元件的设计思路, 为自由曲面光学设计、复杂光束控制和平面光学设计提供新的自由度.

目前, 已有的研究大多集中在设计某些特定结构的光学谐振器或光学天线实现对界面相位的控制 [3-8, 14-21], 而对相位梯度界面影响光传播的一般性规律和特点研究不足, 甚至在一些认识上还存在分歧 [1, 6]. 而实际上, 二者同样重要, 如果仅从普适性的角度讲, 一般性规律还更具普遍意义. 本文在阐述相位梯度界面控制光束传播的基本原理之后, 采用稳态相位法推导了二维 (2D) 和三维 (3D) 广义反射和折射定律, 并详细分析了相位梯度界面影响光传播的规律和特点, 最后依据广义定律从相位梯度界面的角度设计了平面透镜和平面轴锥镜 (Axicon), 并利用空间光调制器 (spatial light modulator, SLM) 进行了简化验证.

2 相位梯度界面控制波前传输的基本原理

相位梯度界面一般由一系列不同尺寸、周期性排列的亚波长厚度光学谐振器或光学天线实现, 比如金属等离子体天线、电介质谐振器、量子点和纳米晶等, 这类相位梯度界面通常被称为超表面 [15-20]. 通过调整这些光学谐振器的特征参数 (形状、尺寸和方位角等) 可获得不同的光学响应, 而这些光学响应与相位跃变密切相关. 当光束入射到相位梯度界面时, 光束的不同部分受到光学谐振器的影响而产生不同相位跃变, 相当于入射光束通过界面不同位置的时延受到谐振器控制, 从而获得所调制的出射光场.

图 1 显示了平面波正入射到分界面的波面情况, 为简单起见, 假设光学阻抗匹配, 则只需考虑向前的透射. 其中图 1(a) 的分界面为无结构平面, 透射波面为平面, 而图 1(b) 的分界面为金属等离子体天线构成的相位梯度界面, 其透射波面一般为非平面, 该非平面透射波面的形成机理可解释如下: 入射光在等离子体天线上激发电荷振荡, 电荷振荡会将电荷存储的入射光能以电磁辐射的形式释放出去. 由于等离子体天线特征参数 (尺寸或方位角)

不同, 界面上不同位置处辐射场的振幅和相位等存在差异. 从惠更斯原理的角度看, 界面上的等离子体天线相当于一个个次波源, 入射光在等离子体天线上所激发的电磁辐射就是这些次波源发出的次波, 由于在设计时使各等离子体天线产生不同的相位跃变, 则同一时刻各次波源发出次波的传播距离不同 (即球面次波面的半径不同, 如图 1(b)), 那么这些有着不同时延的次波所形成的包络面 (即新的波前) 就不再是平面, 受局域等离子体天线的色散特性所影响. 因此, 控制金属等离子体天线的特征参数就能在界面上实现光传播的局域延迟.

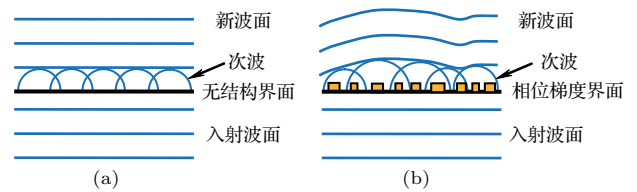


图 1 相位梯度界面控制波前的惠更斯原理示意图 (a) 无结构界面; (b) 相位梯度界面

Fig. 1. Schematics used to describe Huygens' principle applied to a gradient phased interface: (a) A flat non-structured interface; (b) a gradient phased interface.

3 广义反射和折射

如前所述, 在界面引入相位梯度后将对光的传播规律产生重大影响, 会出现反射角不等于入射角、折射角不满足传统折射定律等新现象, 同时由于相位的梯度方向可能不在入射面内, 还会出现入射光、反射光和折射光不在同一平面内的新情况, 即非平面反射和折射. 因此, 相位梯度表面对光传播的影响还应分为 2D 和 3D 两类情况进行讨论. 下面将从广义定律的推导入手, 分别讨论 2D 和 3D 条件下相位梯度界面对光的传播规律和特点.

3.1 2D 广义反射和折射

3.1.1 2D 广义折射

由费马原理可知, 光沿光程为极值的实际路径传播. 设光在 A, B 两点间的实际传播路径上的总光程为 $\int_A^B n(\mathbf{r})d\mathbf{r}$, $n(\mathbf{r})$ 为传播路径 \mathbf{r} 上的折射率分布, 将该总光程表达为相位形式为 $\int_A^B k_0 n(\mathbf{r})d\mathbf{r}$, k_0 为真空波数. 若光在传播时所穿越的两种介质分界面对光波引入 $\Phi(\mathbf{r}_s)$ 的相位跃变, 该相位跃变是分界面上的位矢 \mathbf{r}_s 的函数, 则

光波在 A, B 两点实际传播路径对应的总相位为

$$\Phi(\mathbf{r}_s) + \int_A^B k_0 n(\mathbf{r}) dr.$$

下面先考虑如图 2 所示的 2D 情形. 设折射率分别为 n_i 和 n_t 的两种介质分界线为 X 轴, 点光源 A 发出波长为 λ_0 的光经相位梯度界面 (相位梯度沿 X 轴方向) 后折射成像于 B 点. 考察光在分界面上的两条无限靠近的实际路径 $\overline{A1B}$ 和 $\overline{A2B}$. 设 1 和 2 的位置坐标分别为 x 和 $x + dx$, 相位梯度界面对入射在该两点处的光波引入的相位跃变分别为 $\Phi(x)$ 和 $\Phi(x) + d\Phi$, 其中 $d\Phi$ 为 1, 2 两点间的相位改变量. 依据稳态相位法, 光在 A, B 之间的实际传播路径上的光程相等, 即图 2 中的 $\overline{A1B}$ 和 $\overline{A2B}$ 路径对应的总相位相等, 即

$$\varphi(\overline{A1B}) = \varphi(\overline{A2B}). \quad (1)$$

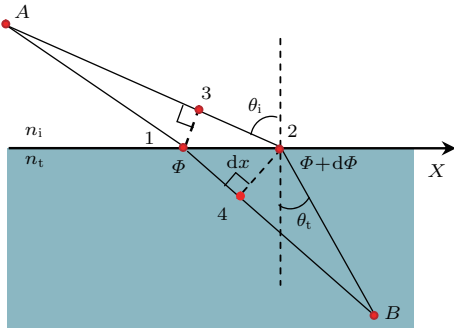


图 2 引入相位梯度界面的 2D 广义折射定律推导示意图
Fig. 2. Schematics used to derive the generalized refraction law in the 2D situation.

由图 2 可知

$$\varphi(\overline{A1B}) = \varphi(\overline{A1}) + \varphi(\overline{14}) + \varphi(\overline{4B}) + \Phi(x), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varphi(\overline{A2B}) &= \varphi(\overline{A3}) + \varphi(\overline{32}) + \varphi(\overline{2B}) \\ &+ \Phi(x) + d\Phi, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\varphi(\overline{A1})$, $\varphi(\overline{14})$, $\varphi(\overline{4B})$, $\varphi(\overline{A3})$, $\varphi(\overline{32})$, $\varphi(\overline{2B})$ 是光在相应传播路径上的相位变化.

由于 1, 2 两点间距离很近, dx 很小, 如图 2 所示, 因此可认为

$$\varphi(\overline{A1}) \approx \varphi(\overline{A3}), \quad (4)$$

$$\varphi(\overline{4B}) \approx \varphi(\overline{2B}). \quad (5)$$

则由 (1) 式—(5) 式联立可得

$$\varphi(\overline{14}) + \Phi(x) = \varphi(\overline{32}) + \Phi(x) + d\Phi,$$

即

$$\varphi(\overline{14}) - \varphi(\overline{32}) = d\Phi. \quad (6)$$

同时, 由图 2 可知

$$\varphi(\overline{14}) \approx n_t \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \theta_t dx,$$

$$\varphi(\overline{32}) \approx n_i \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \theta_i dx,$$

其中, θ_i 和 θ_t 分别是入射角和折射角, n_i 和 n_t 分别是入射光和折射光所在空间的折射率.

将上两式代入 (6) 式可得

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} dx (n_t \sin \theta_t - n_i \sin \theta_i) = d\Phi,$$

将上式改写为

$$n_t \sin \theta_t - n_i \sin \theta_i = \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{d\Phi}{dx}, \quad (7)$$

此即为广义折射定律的表达式. 与 Snell 公式相比, 多了 $\frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{d\Phi}{dx}$ 项, 该项中的 $d\Phi/dx$ 是分界面上沿 X 轴方向的相位梯度, 亦可视为在界面上的附加相位梯度. 若令 $d\Phi/dx = 0$, 则可得

$$n_t \sin \theta_t - n_i \sin \theta_i = 0, \quad (8)$$

此即经典折射定律的 Snell 公式. 因此可以认为经典 Snell 公式只是广义折射定律在相位梯度为零条件下的特殊情况. 更重要的是, 由 (7) 式可知, 如果在界面上对入射光引入合适的相位梯度, 那么出射光可以朝任意方向折射, 可能出现折射光线和入射光线在界面法线同一侧的异常折射现象. 比如, 在 Snell (8) 式中, 折射角 θ_t 和入射角 θ_i 的符号始终相同, 说明入射光和折射光分居法线两侧, 而在广义折射定律表达式 (7) 中, $d\Phi/dx$ 的某些取值可能导致折射角 θ_t 和入射角 θ_i 异号, 这说明折射光和入射光位于法线同一侧, 即产生了异常折射现象. 同时, 由于公式中非零相位梯度的存在, 打破了 Snell 公式对法线的对称性关系, 即对于 $\pm\theta_i$ 的两个对称入射角会出现数值不同的折射角.

在 (7) 式中, 若令 $\theta_t = 90^\circ$, 则会得到全反射临界条件. 此时有

$$\sin \theta_{tc} = \frac{n_t}{n_i} - \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\Phi}{dx}, \quad (9)$$

其中, θ_{tc} 为全反射临界角. 对于同一个相位梯度界面, 由于相位梯度的方向可以和规定方向相同或相反, 则沿 X 轴方向的相位梯度有正负两种情况 (即 $\pm \left| \frac{d\Phi}{dx} \right|$), 于是全反射临界角

$$\theta_{tc} = \arcsin \left(\frac{n_t}{n_i} \pm \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \left| \frac{d\Phi}{dx} \right| \right). \quad (10)$$

注意, 在经典折射中, 全反射仅仅发生在光从光密介质 (n_i) 向光疏介质 (n_t) 中传播的时候, 即 $n_i > n_t$, 而且仅有一个全反射临界角, 即 $\theta_{tc} = \arcsin(n_t/n_i)$. 而从 (10) 式可知, 当在界面引入相位梯度后, 全反射条件和现象发生了变化, 比如, 全反射可能发生在光疏介质入射到光密介质时, 可能存在两个全反射临界角等.

图 3 绘制了依据广义折射定律得到的入射角和折射角关系曲线, 两图中曲线①—⑦对应的相位梯度分别为 $5\pi/\mu\text{m}$, $3\pi/\mu\text{m}$, $\pi/\mu\text{m}$, 0 , $-\pi/\mu\text{m}$, $-3\pi/\mu\text{m}$, $-5\pi/\mu\text{m}$, 图中箭头所指处为曲线在对应相位梯度条件下的全反射临界角.

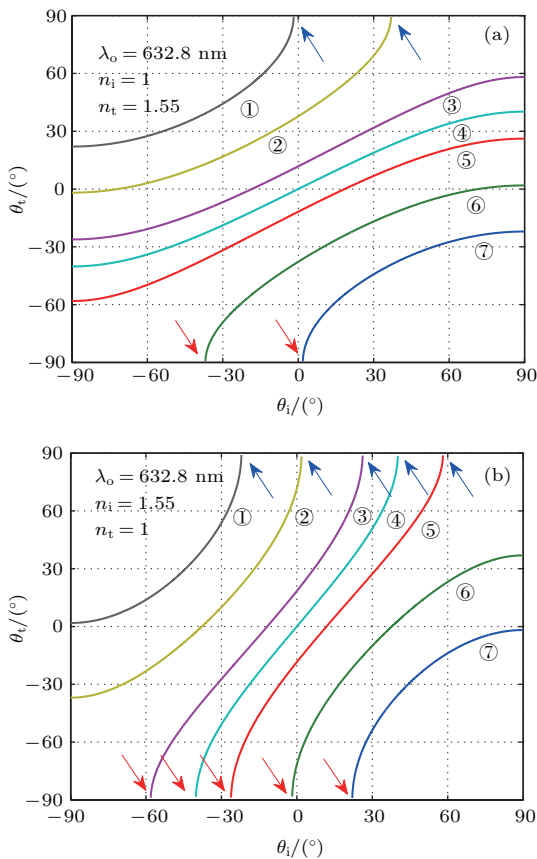


图 3 相位梯度界面条件下入射角和折射角关系曲线 (a) $n_i < n_t$; (b) $n_i > n_t$
 Fig. 3. Angle of refraction versus angle of incidence at the gradient phased interface: (a) $n_i < n_t$; (b) $n_i > n_t$.

图 3(a) 和图 3(b) 中, 一、三象限曲线部分对应正常折射情况, 此时入射角和折射角同符号, 入射光和折射光分居法线两侧; 二、四象限曲线部分对应异常折射情况, 此时入射角和折射角异号, 入射光和折射光位于法线同一侧. 两图中曲线与纵坐标零轴交点处所对应的入射角为零, 而此时的折射角

一般不为零, 这说明正入射光线通过相位梯度界面后传播方向发生了偏转, 不再是正出射.

图 3(a) 中, 曲线④对应相位梯度为 0, 实际上就是由经典折射定律所确定的经典折射关系, 此时 $n_i < n_t$ 且 $d\Phi/dx = 0$, 无全反射现象; 曲线③, ⑤无全反射临界角, 而①, ②, ⑥, ⑦分别存在一个全反射临界角, 说明当从光疏介质入射到光密介质 ($n_i < n_t$) 时也可能发生全反射现象, 突破了经典全反射条件的限制.

图 3(b) 中, 曲线④也是对应相位梯度为 0 的经典折射情况, 表面上看该曲线有两个全反射临界角 $\pm\theta_{tc}$, 但考虑到 \pm 号仅代表了入射方向的不同而已, 并非角度的绝对大小不同, 因此该两全反射临界角只能算作一个; 曲线③ 和 ⑤ 都存在两个数值不同的全反射临界角, 同一曲线上两临界角绝对值不同的原因是相位梯度方向和入射方向的相对关系造成的; 曲线①, ②, ⑥, ⑦都只有一个全反射临界角.

3.1.2 2D 广义反射

若考察引入相位梯度界面后的反射情况, 其分析过程与广义折射相似, 在此不再重复. 令 (7) 式中的 $n_t = n_i$, $\theta_t = \theta_r$, 得

$$\sin \theta_r - \sin \theta_i = \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\Phi}{dx}, \quad (11)$$

(11) 式即为广义反射定律, 其中, θ_i 和 θ_r 分别为入射角和反射角. 若令 $d\Phi/dx = 0$, 则可得经典反射定律表达式

$$\theta_r = \theta_i. \quad (12)$$

因此, 可以认为经典反射定律是广义反射定律在相位梯度为零条件下的一种特例.

与经典反射定律中反射角恒等于入射角的镜像关系不同, 由于存在非零相位梯度项, 广义反射定律中的入射角和反射角不再相等, 入射光和反射光不再具有法线对称性. 同时, 由于相位梯度 $d\Phi/dx$ 存在正负两种情况, 则关于法线对称的 $\pm\theta_i$ 两个入射角分别对应着不同绝对值的两个反射角. 另外, 与前面异常折射现象的原因类似, $d\Phi/dx$ 的某些取值会导致反射光和入射光处于法线同一侧, 即发生异常反射现象.

从 (11) 式中还可看出, 当入射角 θ_i 大于某一角度时, 会发生反射光消失, 只存在折射光 (或透射光) 的现象. 与全反射临界角的定义类似, 可将该

入射角度定义为全透射临界角 θ_{rc} . 在 (11) 式中令 $\theta_r = 90^\circ$, 则可得全透射临界角为

$$\theta_{rc} = \arcsin \left(1 - \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \left| \frac{d\Phi}{dx} \right| \right). \quad (13)$$

当入射角 $\theta_i > \theta_{rc}$ 时, 反射光会变为倏逝波, 仅剩下折射光, 这是在经典反射中没有的新现象.

图 4 为位梯度界面条件下入射角和反射角关系曲线, 曲线①—⑦的相位梯度参数取值与图 3 相同, 箭头所指处为曲线在对应相位梯度条件下的全透射临界角. 其中, 一、三象限的曲线部分对应正常反射情况, 入射光和反射光分居法线两侧; 二、四象限曲线部分对应异常反射情况, 入射光和反射光位于法线同一侧; 曲线与横坐标零轴交点对应的反射角为零, 而此时的入射角一般不为零, 这说明在相位梯度界面条件下一般正反射并不与正入射相对应; 曲线④对应相位梯度为 0 的经典反射情况, 该曲线上 $\theta_r = \theta_i$; 除曲线④外, 其余每条曲线都有一个全透射临界角, 这说明在相位梯度不为零的条件下肯定会发生全透射现象, 这一性质可用于增透膜或光耦合.

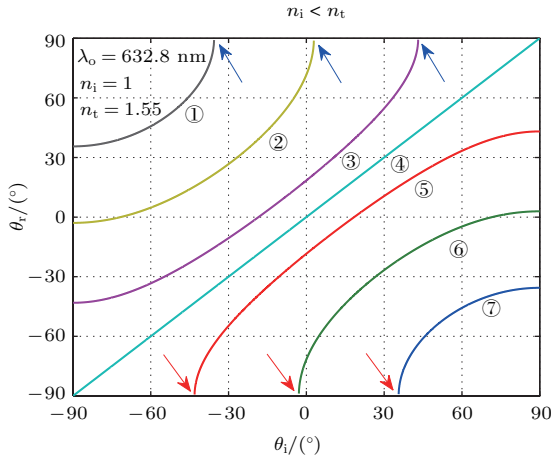


图 4 相位梯度界面条件下入射角和反射角关系
Fig. 4. Angle of reflection versus angle of incidence at the gradient phased interface.

3.2 3D 广义反射和折射

在前面的讨论中, 都是将界面相位梯度 $d\Phi/dx$ 的方向设定在入射面内, 且入射光、折射光和反射光三者共面. 因此, 可以将前述的广义定律视为 2D 广义反射和折射定律. 如果相位梯度的方向位于入射面外, 则会发生折射光和反射光不在入射面内的情况, 此即为 3D 情形下的广义反射和

折射, 或称为非平面反射和折射. 下面利用稳态相位法推导 3D 广义折射和反射定律.

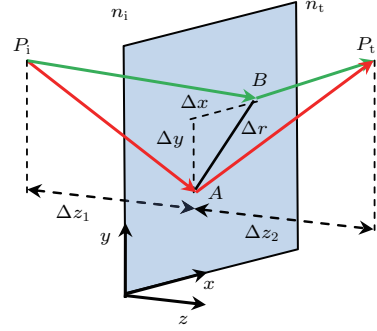


图 5 3D 广义折射和反射定律推导示意图 (界面相位梯度为任意方向)
Fig. 5. Schematics used to derive the generalized reflection and refraction in the 3D situation (the orientation of phase gradient is arbitrary at the interface).

如图 5 所示, 假定两无限靠近的实际光路 $\overline{P_iAP_t}$ 和 $\overline{P_iBP_t}$, P_i 和 P_t 分别位于折射率为 n_i 和 n_t 的介质中, 入射点 A 和 B 位于两种介质的分界面 $x-y$ 上, 二者在分界面上的位置矢量分别为 \mathbf{r}_A 和 \mathbf{r}_B . 为简单起见, 假设在 A, B 之间的连线方向引入常数相位梯度为 $d\Phi/dr = \mathbf{k}_{grad}$. 依据稳态相位原理可知, $\overline{P_iAP_t}$ 和 $\overline{P_iBP_t}$ 两路径上的相位变化相等 (即等光程), 即

$$\int_A \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int_B \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (14)$$

其中, $\varphi(\mathbf{r})$ 为位置矢量 \mathbf{r} 处的相位变化率, 等式两边的积分路径分别沿着 $\overline{P_iAP_t}$ 和 $\overline{P_iBP_t}$. 由于光的相位变化 $\Delta\varphi$ 和波矢 \mathbf{k} 之间存在以下关系:

$$\Delta\varphi = \int \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \int \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r},$$

则可将 (14) 式中等号两端的积分分别改写为分段积分形式

$$\begin{aligned} & \int_A \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= \int_{P_i}^A \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \frac{d\Phi}{d\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}_A + \int_A^{P_t} \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= \int_{P_i}^A \mathbf{k}_i \cdot d\mathbf{r} + \frac{d\Phi}{d\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}_A + \int_A^{P_t} \mathbf{k}_t \cdot d\mathbf{r}, \quad (15) \\ & \int_B \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= \int_{P_i}^B \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \frac{d\Phi}{d\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}_B + \int_B^{P_t} \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= \int_{P_i}^B \mathbf{k}_i \cdot d\mathbf{r} + \frac{d\Phi}{d\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}_B + \int_B^{P_t} \mathbf{k}_t \cdot d\mathbf{r}. \quad (16) \end{aligned}$$

(15)和(16)式中, \mathbf{k}_i 和 \mathbf{k}_t 分别为光在折射率为 n_i 和 n_t 两种介质中的波矢, $\frac{d\Phi}{d\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}_A$ 和 $\frac{d\Phi}{d\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}_B$ 分别为界面上 A, B 两点处引入的附加界面相位. 将两式代入(14)中式可得

$$\begin{aligned} & \left(\int_{P_i}^A \mathbf{k}_i \cdot d\mathbf{r} - \int_{P_i}^B \mathbf{k}_i \cdot d\mathbf{r} \right) \\ & + \left(\int_A^{P_t} \mathbf{k}_t \cdot d\mathbf{r} - \int_B^{P_t} \mathbf{k}_t \cdot d\mathbf{r} \right) \\ & + \frac{d\Phi}{d\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

积分表达式不利于进一步分析, 为便于后面在波矢 \mathbf{k} 空间中的讨论, 可将(17)式改写为界面上的波矢分量形式. 考虑到矢量分解和图5中的几何关系, 有以下表达式存在:

$$\begin{aligned} \mathbf{k} &= k_x \hat{\mathbf{e}}_x + k_y \hat{\mathbf{e}}_y, \\ d\mathbf{r} &= dx \hat{\mathbf{e}}_x + dy \hat{\mathbf{e}}_y, \\ \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B &= \Delta \mathbf{r} = \Delta x \hat{\mathbf{e}}_x + \Delta y \hat{\mathbf{e}}_y, \end{aligned}$$

其中, $\hat{\mathbf{e}}_x$ 和 $\hat{\mathbf{e}}_y$ 分别为 x 和 y 方向的单位矢量. 因此, 将(17)式积分后可得

$$\begin{aligned} & (k_{i,x} \Delta x + k_{i,y} \Delta y) - (k_{t,x} \Delta x + k_{t,y} \Delta y) \\ & + \left(\frac{d\Phi}{dx} \Delta x + \frac{d\Phi}{dy} \Delta y \right) = 0, \end{aligned}$$

合并同类项后得

$$\begin{aligned} & \left(k_{i,x} - k_{t,x} + \frac{d\Phi}{dx} \right) \Delta x \\ & + \left(k_{i,y} - k_{t,y} + \frac{d\Phi}{dy} \right) \Delta y = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

其中, $k_{i,x}$, $k_{i,y}$ 和 $k_{t,x}$, $k_{t,y}$ 分别是入射波矢 \mathbf{k}_i 和折射波矢 \mathbf{k}_t 在分界面上 x, y 方向的分量, $d\Phi/dx$ 和 $d\Phi/dy$ 是界面相位梯度在 x, y 方向的分量.

由于分界面上的两入射点 A, B 是随机选取, 则 Δx 和 Δy 的取值是随机的. 而(18)式对 Δx 和 Δy 的任意取值均成立, 则必有下式成立:

$$\begin{cases} k_{t,x} = k_{i,x} + \frac{d\Phi}{dx}, \\ k_{t,y} = k_{i,y} + \frac{d\Phi}{dy}. \end{cases} \quad (19)$$

此即为3D广义折射定律的波矢表达式.

依据介质中的波矢(\mathbf{k}_i 和 \mathbf{k}_t)、真空波长 λ_0 、介质折射率(n_i 和 n_t)三者之间的关系, 可将2D广义

折射定律(7)式改写为

$$k_t \sin \theta_t - k_i \sin \theta_i = \frac{d\Phi}{dx}.$$

再参照图2中的几何关系可得

$$k_{t,x} = k_{i,x} + \frac{d\Phi}{dx}, \quad (20)$$

此即为2D广义折射定律的波矢表达式. 与(19)式对比可知, (20)式仅是其中的一个分量表达式. 这意味着3D广义折射可视为 x, y 方向上的两个独立2D广义折射的矢量叠加, 这与常见的矢量合成的物理直觉相符合.

值得关注的是, (19)式和(20)式还表明, 由于界面相位梯度的引入, 打破了界面的平移不变性, 光波矢在界面两侧的切向分量不再守恒(或光子动量的切向分量不守恒), 相位梯度的存在相当于引入了额外的“相位匹配(或动量匹配)”. 因此, 通过调整相位梯度就可控制光的传播方向.

采用推导3D广义折射类似的方法, 可得到3D广义反射定律的波矢表达式. 事实上仅需将(19)式中代表折射的下标“t”换为代表反射的下标“r”即可

$$\begin{cases} k_{r,x} = k_{i,x} + \frac{d\Phi}{dx}, \\ k_{r,y} = k_{i,y} + \frac{d\Phi}{dy}, \end{cases} \quad (21)$$

其中, $k_{r,x}$ 和 $k_{r,y}$ 分别是反射光波矢在 x, y 方向的分量. 与3D广义折射相同, 3D广义反射也可看作 x, y 方向上的两个独立2D广义反射的矢量叠加.

为讨论简便且不失一般性, 选择入射光波矢 \mathbf{k}_i 位于三维坐标系的 $y-z$ 平面, 即 $k_{i,x} = 0$. 又当(19)式和(20)式中 x 轴方向的相位梯度 $d\Phi/dx \neq 0$ 时, 则存在 x 方向的反射光分量 $k_{r,x}$ 和折射光分量 $k_{t,x}$, 此时入射光、反射光和折射光三者不再共面. 因此不能再用通常的平面 k 空间来表示反射和折射, 需要拓展至三维, 如图6(a). 光在 n_i, n_t 两种介质中的波矢大小为 $\mathbf{k}_i = n_i \mathbf{k}_0$ 和 $\mathbf{k}_t = n_t \mathbf{k}_0$, 分别对应图6(a)中两个半球面的半径. 反射光和折射光的方向分别由两组角度 (θ_r, φ_r) 和 (θ_t, φ_t) 确定, 如图6(a)所示. 其中, θ_r 是 \mathbf{k}_r 与其在 $x-z$ 平面上投影之间的夹角, φ_r 是 \mathbf{k}_r 在 $x-z$ 平面上投影与 z 轴之间的夹角; θ_t 是 \mathbf{k}_t 与其在 $x-z$ 平面上投影之间的夹角, φ_t 是 \mathbf{k}_t 在 $x-z$ 平面上投影与 z 轴之间的夹角.

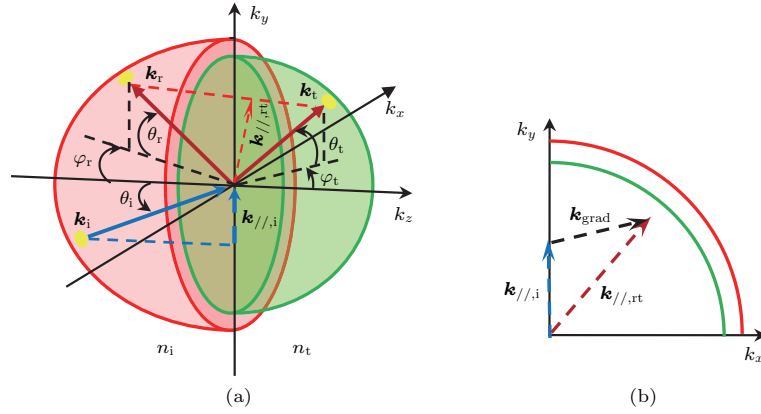


图6 (网刊彩色) 广义反射和折射的波矢空间 (a) 3D 波矢空间; (b) 波矢合成示意图

 Fig. 6. (color online) Schematics of \mathbf{k} -space used to drive the generalized reflection and refraction: (a) 3D geometrical \mathbf{k} -space; (b) schematics of vector composition.

因此, 任意方向的波矢 \mathbf{k} 均可按下式进行分解:

$$\begin{cases} k_x = k \cos \theta \sin \varphi, \\ k_y = k \sin \theta, \\ k_z = \sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)} = k \cos \theta \cos \varphi, \end{cases} \quad (22)$$

其中, k_x , k_y 和 k_z 分别为波矢在 x , y 和 z 方向的投影, (θ, φ) 角的定义与 (θ_r, φ_r) 和 (θ_t, φ_t) 类似. 因此, 将 (22) 式添加入射下标 i 和折射下标 t 后再代入 (19) 式, 并考虑到 $k_{i,x} = 0$, $\mathbf{k}_i = n_i \mathbf{k}_0$ 和 $\mathbf{k}_t = n_t \mathbf{k}_0$, 可得该条件下的 3D 广义折射定律表达式:

$$\begin{cases} \cos \theta_t \sin \varphi_t = \frac{1}{n_t k_0} \frac{d\Phi}{dx}, \\ n_t \sin \theta_t - n_i \sin \theta_i = \frac{1}{k_0} \frac{d\Phi}{dy}. \end{cases} \quad (23)$$

注意, 入射光位于 y - z 平面内, θ_i 为入射光波矢与 z 轴正方向之间的夹角.

同理, 将 (22) 式代入 (21) 式, 并考虑到 $k_{i,x} = 0$, $k_r = \mathbf{k}_i = n_i \mathbf{k}_0$, 可得 3D 广义反射定律表达式

$$\begin{cases} \cos \theta_r \sin \varphi_r = \frac{1}{n_i k_0} \frac{d\Phi}{dx}, \\ \sin \theta_r - \sin \theta_i = \frac{1}{n_i k_0} \frac{d\Phi}{dy}. \end{cases} \quad (24)$$

注意一种特殊情况, 当界面的相位梯度位于入射面内 (即 y - z 平面) 时, $d\Phi/dx = 0$, 由 (19) 式和 (21) 式确定的 $k_{t,x} = k_{r,x} = 0$, 此时入射光、折射光和反射光三者共面, 均位于 y - z 平面内, 但这依然是广义反射和折射而非经典反射和折射, 因为此时界面相位梯度 $d\Phi/dy \neq 0$, 依然起着相位匹配作用.

当入射光从一种介质穿越分界面向另一种介质传播时, 只要 (22) 式中的纵向波矢分量 $k_{t,z}$ 是实

数, 则在另一种介质中必然存在着向远处传播的折射光. 这意味着折射光波矢在分界面上的切向分量必须小于光在这种介质中的波矢大小, 即

$$\sqrt{k_{t,x}^2 + k_{t,y}^2} < k_t. \quad (25)$$

同理, 当反射光的纵向波矢分量 $k_{r,z}$ 是实数时介质中存在反射光, 反射光波矢在分界面上的切向分量必须小于反射光波矢大小, 即

$$\sqrt{k_{r,x}^2 + k_{r,y}^2} < k_r. \quad (26)$$

折射光和反射光的存在条件 (25) 式和 (26) 式的几何描述如图 6 (b) 所示. 图中, $\mathbf{k}_{//,i}$ 是入射光波矢的切向分量 (注意, 此处 $k_{i,x} = 0$, $k_{i,y} = \mathbf{k}_{//,i}$), $\mathbf{k}_{//,rt}$ 是反射光或折射光的切向波矢分量. 在该图中, 若 $\mathbf{k}_{//,rt}$ 的模小于对应介质中的波矢大小 (即两圆的半径, 分别为 k_r 和 k_t), 则存在反射光或折射光. 而当引入界面相位梯度时, 相当于增加了一个界面相位梯度矢量, 如图 6 (b) 中的 \mathbf{k}_{grad} , 有

$$\mathbf{k}_{//,i} + \mathbf{k}_{\text{grad}} = \mathbf{k}_{//,rt}. \quad (27)$$

\mathbf{k}_{grad} 打破了分界面原来的各向同性, 使全反射 (全透射) 条件和无相位梯度时存在显著差异.

仿照 2D 情况的全反射和全透射分析, 可得到 3D 情形下的全反射临界角 θ_{tc} 和全透射临界角 θ_{rc} 分别为

$$\begin{aligned} \theta_{tc} &= \arcsin \left[-\frac{1}{n_i k_0} \frac{d\Phi}{dy} \right. \\ &\quad \left. \pm \frac{1}{n_i} \sqrt{n_t^2 - \left(\frac{1}{k_0} \frac{d\Phi}{dx} \right)^2} \right], \\ \theta_{rc} &= \arcsin \left[-\frac{1}{n_i k_0} \frac{d\Phi}{dy} \right. \end{aligned} \quad (28)$$

$$\pm \sqrt{1 - \left(\frac{1}{n_i k_0} \frac{d\Phi}{dx} \right)^2}. \quad (29)$$

从(28)式和(29)式可知, 是否存在临界角和临界角的数量、大小(即两式有、无解和解的数量、大小)不仅受两种介质的折射率的影响, 而且还与相位梯度的大小和方向有关.

由于 3D 广义反射和折射涉及到入射、反射和折射各光束的空间方向, 无法像图 3、图 4 一样简单给出角度曲线关系, 同时受限于篇幅, 在此就不再深入. 其实, 最简便的方法就像前面所讨论的那样, 将 3D 广义反射和折射看作是两个互相垂直方向上的 2D 广义反射和折射的矢量叠加.

4 基于广义定律的平面光学设计与验证

由上述分析可知, 在两种介质分界面上引入相位梯度后, 光在其间的传播规律遵从广义反射和折射定律, 出现了一些新颖的光学现象. 相位梯度界面的引入不但拓展了光的传播规律和丰富了光学现象, 而且为传统光学元件的设计提供了新的视角, 为自由曲面光学设计、复杂光束控制和平面光学设计提供新的自由度. 下面仅以平面透镜和平面 Axicon 为例, 从相位梯度界面的角度分析其设计过程, 为广义定律的应用拓展提供参考.

4.1 平面透镜

传统折射型球面透镜仅能将傍轴光线聚焦到某一点, 偏离傍轴条件将会导致单色像差, 比如球差、彗差、象散等. 为克服这些问题需要用到复杂的优化技术, 比如采用非球面和多透镜设计等. 而采用基于相位梯度界面的平面透镜替代传统球面

透镜不但能极大缩小元件厚度, 有利于器件的微型化, 而且还能实现非傍轴光线的消像差, 这将为高数值孔径的无单色像差成像提供思路.

设单色平行光正入射并通过焦距为 f 的平面透镜, 会聚于像方焦点 F' , 如图 7(a). 依据广义折射定律表达式(7), 有入射角 $\theta_i = 0$, 折射角 $\theta_t = \theta$, $n_i = n_t = 1$, 则可得

$$\sin \theta = \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{d\Phi}{dr},$$

分离变量, 得

$$d\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \theta dr. \quad (30)$$

由图 7 中几何关系可知 $r = f \tan \theta$, 求微分, 得 $dr = f \sec^2 \theta d\theta$. 将上式代入(30)式, 得

$$d\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} f \sin \theta \sec^2 \theta d\theta,$$

积分

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_{\theta}^0 \frac{2\pi f}{\lambda_0} \sin \theta \sec^2 \theta d\theta \\ &= \frac{2\pi f}{\lambda_0} \left[1 - \frac{1}{\cos \theta} \right]. \end{aligned}$$

由图 7 可知

$$\cos \theta = \frac{f}{\sqrt{r^2 + f^2}},$$

则

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (f - \sqrt{r^2 + f^2}). \quad (31)$$

(31) 式即是从广义折射定律推导得出的平面透镜相位分布, 该相位的空间轮廓侧视图和投影图如图 7(b) 所示. 在推导过程中没有傍轴近似, 若在两种介质分界面上引入符合该表达式的相位分布, 则可得到焦距为 f 的消像差平面透镜.

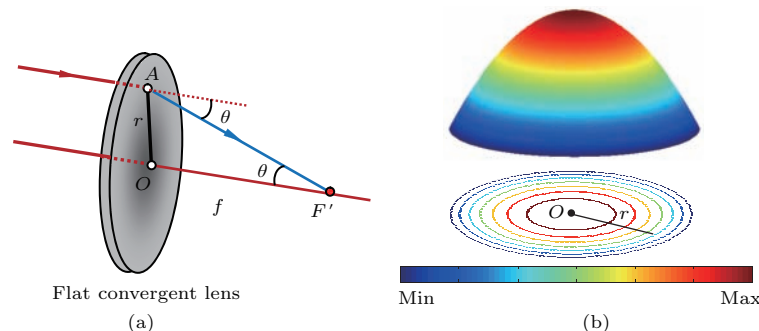


图 7 (网刊彩色) 平面透镜 (a) 光路; (b) 相位分布

Fig. 7. (color online) Flat lens: (a) Beam path; (b) phase distribution.

4.2 平面 Axicon

对于如图 8(a) 所示的平面 Axicon, 沿光轴方向的入射光经 Axicon 偏折后, 所有出射光线的偏转角均为 θ . 则在广义折射定律表达式 (7) 中, 入射角 $\theta_i = 0$, 折射角 $\theta_t = \theta$, $n_i = n_t = 1$, 有 $\sin \theta = \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{d\Phi}{dr}$, 分离变量, 得 $d\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \theta dr$, 积

分

$$\Phi = \int_0^r \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \theta dr = \frac{2\pi}{\lambda_0} r \sin \theta. \quad (32)$$

(32) 式即是从广义折射定律推导得出的平面 Axicon 相位分布, 该相位的空间轮廓侧视图和投影图如图 8(b) 所示. 若在两种介质分界面上引入符合该表达式的相位分布, 则可得到偏转角为 θ 的平面 Axicon 透镜.

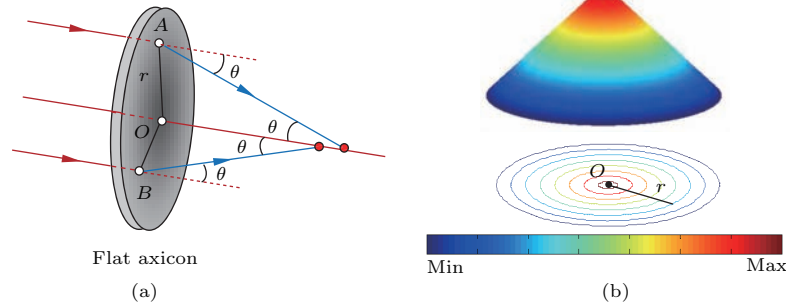


图 8 (网刊彩色) 平面 Axicon (a) 光路; (b) 相位分布

Fig. 8. (color online) Flat Axicon: (a) Beam path; (b) phase distribution.

4.3 验证与分析

如前所述, 相位梯度界面一般由亚波长厚度光学谐振器实现. 随着工作波长的缩短, 谐振器的特征尺寸也会减小, 制作难度和费用提高. 因此, 已有的研究几乎都集中于红外甚至毫米波段, 可见光波段甚少 [1-8, 15-21]. 考虑到可见光工作波长的相位梯度界面制备难度大, 且此处仅是对依据广义定律方法设计平面光学元件的思路进行验证, 因此采

用 SLM 产生平面光学元件所需的相位分布以替代相位梯度界面不失为一个简单易行的方法.

本文采用了德国 HOLOEYES 公司生产的 PLUTO 高精度纯相位 SLM 系统, 有效面积 $15.36 \text{ mm} \times 8.64 \text{ mm}$, 像素 1920×1080 . 由于 SLM 的相位调制范围为 $0-2\pi$, 因此需要将 (31) 式和 (32) 式的相位归化到 2π 范围内, 分布情况如图 9 所示.

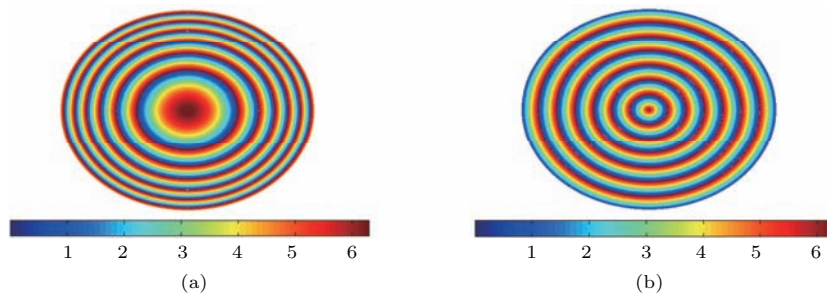


图 9 (网刊彩色) 归化相位分布 (a) 平面会聚透镜; (b) 平面 Axicon

Fig. 9. (color online) The normalized phase distribution: (a) Flat convergent lens; (b) flat axicon.

采用 He-Ne 激光器, 工作波长 632.8 nm , 利用 SLM 获得平面会聚透镜 ($f = 300 \text{ mm}$) 和平面 Axicon ($\theta = 0.5^\circ$) 的相位分布, CCD 拍摄到的衍

射光斑如图 10 所示. 其中图 10(a) 是在距 SLM 约 340 mm 处拍摄的平面会聚透镜的焦斑光强分布伪彩色图, 该焦斑位置与设计值存在约 13% 的偏差;

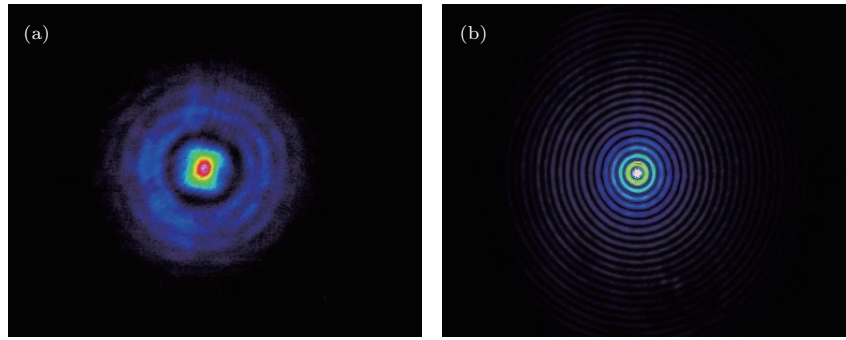


图 10 (网刊彩色) 光强分布 (a) 平面会聚透镜; (b) 平面 Axicon

Fig. 10. (color online) The intensity distribution: (a) Flat convergent lens; (b) flat Axicon.

图 10(b) 是在平面 Axicon 的无衍射范围内的光强分布伪彩色图, 更进一步的数据处理表明实验测得的 Axicon 最大无衍射范围和中心光斑尺寸都比设计值偏大约 10%. 两个平面光学元件的特征参数测量值均较理论值偏大, 估计与没有考虑 SLM 透明封装材料的影响, 以及 SLM 的实际像素尺寸比标称尺寸略微偏大有关. 即使如此, 该实验误差也在能接受的范围内, 这说明依据广义定律相位梯度的思路设计平面光学元件的正确性.

5 结 论

广义反射和折射定律的建立, 使得相位梯度界面在影响光传播行为方面的重要性凸显出来, 通过控制相位型界面的相位梯度调制出射波前将成为一种新的设计思路. 比如, 传统折射透镜的像差优化问题会使得系统结构复杂和体积增大, 而采用相位梯度界面的亚波长厚度平面透镜将使非傍轴光线的单色像差问题在极小的空间内得到改善, 有利于器件的进一步微型化; 再比如在传统折射中, 全反射临界角只决定于两种介质的折射率, 而依据广义定律全反射(全透射)临界角还与相位梯度有关, 不同的相位梯度对应着不同的临界角, 相位梯度界面的这些性质可用于陷光效应以及亚波长尺度范围内对光束进行多束分光、选择或约束传输等. 此外, 相位梯度界面还在亚波长尺度的涡旋相位片、全息相位片、偏振转换器和波长选择器等方面具有应用潜力.

本文推导了适用于相位梯度界面的 2D 和 3D 广义反射和折射定律, 详细分析相位梯度对光传播行为的影响规律, 阐明了异常反射、异常折射和多个临界角等新颖光学现象的出现原因; 还从相位梯

度界面的角度依据广义折射定律得出了平面透镜和平面 Axicon 的相位分布, 利用 SLM 进行了实验验证, 结果表明依据广义定律设计平面光学元件思路的可行性较高, 并为拓展广义定律在自由曲面光学设计、亚波长甚至纳米尺度范围内的复杂光束控制中的应用提供了参考.

参考文献

- [1] Yu N, Genevet P, Kats M A, Aieta F, Tetienne J P, Capasso F, Gaburro Z 2011 *Science* **334** 333
- [2] Kats M A, Genevet P, Aoust G, Yu N F, Blanchard R, Aieta F, Gaburro Z, Capasso F 2012 *PNAS* **109** 12364
- [3] Ni X, Emani N K, Kildishev A V, Boltasseva A, Shalaev V M 2012 *Science* **335** 427
- [4] Aieta F, Genevet P, Yu N, Kats M A, Gaburro Z, Capasso F 2012 *NanoLett.* **12** 1702
- [5] Yu N, Genevet P, Aieta F, Kats M A, Blanchard R, Aoust G, Tetienne J P, Gaburro Z, Capasso F 2013 *IEEE J. Sel. Top. Quantum. Electron.* **19** 4700423
- [6] Sun Y Y, Han L, Shi X Y, Wang Z N, Liu D H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 104201 (in Chinese) [孙彦彦, 韩璐, 史晓玉, 王兆娜, 刘大禾 2013 物理学报 **62** 104201]
- [7] Li Y F, Zhang J Q, Qu S B, Wang J F, Chen H Y, Xu Z, Zhang A X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 084103 (in Chinese) [李勇峰, 张介秋, 屈绍波, 王甲富, 陈红雅, 徐卓, 张安学 2014 物理学报 **63** 084103]
- [8] Li Y F, Zhang J Q, Qu S B, Wang J F, Wu X, Xu Z, Zhang A X 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 094101 (in Chinese) [李勇峰, 张介秋, 屈绍波, 王甲富, 吴翔, 徐卓, 张安学 2015 物理学报 **64** 094101]
- [9] Zheng G, Mühlenernd H, Kenney M, Li G, Zentgraf T, Zhang S 2015 *Nat. Nanotechnol.* **10** 308
- [10] Pfeiffer C, Emani N K, Shaltout A M, Boltasseva A, Shalaev V M, Grbic A 2014 *Nano Lett.* **14** 2491
- [11] Minovich A E, Miroshnichenko A E, Bykov A Y, Murzina T V, Neshev D N, Kivshar Y S 2015 *Laser Photonics Rev.* **9** 195
- [12] Meinzer N, Barnes W L, Hooper I R 2014 *Nat. Photonics* **8** 889

- [13] Yulevich I, Maguid E, Shitrit N, Veksler D, Kleiner V, Hasman E 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 205501
- [14] Yu N, Capasso F 2015 *J. Lightwave Technol.* **33** 2344
- [15] Ho J S, Qiu B, Tanabe Yu, Yeh A J, Fan S, Poon A S 2015 *Phys. Rev. B* **91** 125145
- [16] Genevet P, Yu N, Aieta F, Lin J, Kats M A, Blanchard R, Scully M O, Gaburro Z, Capasso F 2012 *Appl. Phys. Lett.* **100** 013101
- [17] Estakhri N M, Argyropoulos C, Alù A 2015 *Phil. Trans. R. Soc. A* **373** 20140351
- [18] Wang D, Gu Y, Gong Y, Qiu C W, Hong M 2015 *Opt. Express* **23** 11114
- [19] Zhao Z, Pu M, Gao H, Jin J, Li X, Ma X, Wang Y, Gao P, Luo X 2015 *Sci. Rep.* **5** 15781
- [20] Sun S, He Q, Xiao S, Xu Q, Li X, Zhou L 2012 *Nat. Mater.* **11** 426
- [21] Kildishev A, Boltasseva A, Shalaev V 2013 *Science* **339** 1232009

Influence of gradient phased interfaces on the laws of light propagation*

Xiao Xiao¹⁾²⁾ Xie Shi-Wei¹⁾ Zhang Zhi-You¹⁾ Du Jing-Lei^{1)†}

1) (College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

2) (College of Physics and Electronic Engineering, Leshan Normal University, Leshan 614000, China)

(Received 13 July 2016; revised manuscript received 30 October 2016)

Abstract

The gradient phased interface is characterized by a non-zero phase variation along the interface between two optical media, which could generate a phase shift between the emitted and incident light beams. Unlike common ones, gradient phased interfaces have a great influence on the laws of light propagation, including light reflection and refraction, and some novel phenomena are observed. For a comprehensive understanding the optical characteristics of those gradient surfaces, the universal laws of light propagation at gradient phased interfaces are derived and discussed in detail in this paper. According to Fermat's principle, we use the stationary phase method to successively acquire the two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) generalized laws of reflection and refraction. In the 2D generalized laws, the interfacial phase gradient lies in the plane of incidence, which is coplanar with the incident, refracted and reflected light beams. But in the 3D case, the phase gradient does not lie in the plane of incidence, and the non-planar reflection and refraction phenomena are observed. These generalized reflection and refraction laws indicate that the interface between two media could be an important factor when light traverses it, and gradient phased interfaces provide new degrees of freedom for manipulating the wavefront of light beams. Based on the generalized reflection and refraction laws, we analyze the influence of phase gradient on light propagation, then obtain critical angles of incidence for reflection and refraction (i.e. the critical angles for total internal reflection and total transmission) in 2D and 3D cases, and explain the reasons for some novel phenomena, such as reflection angle unequal to incidence angle, anomalous reflection and refraction, out-of-plane reflection and refraction, etc. These analysis results show that generalized laws of reflection and refraction have important value in optical design. In addition, we propose an optical design idea based on generalized laws of reflection and refraction, in which gradient phased interfaces are used as core components of optical elements to perform optical transform. And then a flat lens and flat axicon are taken for example to illustrate this idea, the design process of the two flat optical elements are shown in detail. Moreover, we experimentally simulate the gradient surfaces of the two elements by spatial light modulator, and experimental results agree well with theoretical values. It proves that this design idea is practicable. Our research is useful to understand comprehensively the generalized reflection and refraction laws, and extend the applications of generalized laws to flat optics, freeform optics and the accurate control of complex wavefront.

Keywords: gradient phased interfaces, generalized law of reflection, generalized law of refraction, flat optics

PACS: 42.25.Gy, 78.68.+m

DOI: 10.7498/aps.66.024204

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11305111, 61307039), the Natural Science Foundation of Sichuan Province, China (Grant No. 15ZA0280), and the Science-Technology Foundation of Leshan City, China (Grant Nos. 15GZD108, Z1320).

† Corresponding author. E-mail: dujl@scu.edu.cn