

时间反演对称性破缺系统中的拓扑零能模

张卫锋 李春艳 陈险峰 黄长明 叶芳伟

Topological zero-energy modes in time-reversal-symmetry-broken systems

Zhang Wei-Feng Li Chun-Yan Chen Xian-Feng Huang Chang-Ming Ye Fang-Wei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **66**, 220201 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.220201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.220201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I22>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于石墨烯超表面的宽带电磁诱导透明研究

Wide band electromagnetically induced transparency in graphene metasurface of composite structure

物理学报.2017, 66(10): 100202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.100202>

多种有序钙钛矿结构的高压制备与特殊物性

High-pressure synthesis and special physical properties of several ordered perovskite structures

物理学报.2017, 66(3): 030201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.030201>

一类异构多智能体系统固定和切换拓扑下的一致性分析

Consensus analysis for a class of heterogeneous multi-agent systems in fixed and switching topology

物理学报.2014, 63(22): 220201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220201>

生物分子膜门电极 AlGaIn/GaN 高电子迁移率晶体管 (HEMT) 生物传感器研究

Research on biomolecule-gate AlGaIn/GaN high-electron-mobility transistor biosensors

物理学报.2014, 63(7): 070204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.070204>

驱动模式对具有库源平衡的黏性流体中空间反射时间反演联合对称性的影响

The influence of different driving patterns on parity time-reversal symmetry

物理学报.2014, 63(6): 060206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.060206>

## 专题: 拓扑经典波动

**编者按** 拓扑原来是一个几何学的概念, 用来描述几何结构在某些连续变化下不变的性质. 过去几十年来, 由于凝聚态物理和量子场论的发展, 人们发现拓扑可以描述很多物理学中有趣的现象. 2016 年诺贝尔物理学奖颁给了 Thouless, Haldane 和 Kosterlitz, 奖励他们发现了拓扑相变和物质的拓扑相. 近年来物理学的重要发现和热点之一就是具有非平庸物理性质的拓扑物质态. 现在对这些拓扑物质态的研究已经从电子系统扩散到玻色子和经典波动系统. 本专题是关于经典波动系统的拓扑态及其物理效应的, 得到了国内在拓扑经典波前沿研究的一些专家和研究组的撰稿支持, 收录了一维、二维和三维经典波动系统的拓扑相, 包括声波、电磁波、光电耦合系统等等, 而其中万变不离其宗的就是狄拉克方程.

近年来对能带拓扑性质的研究扩展到了经典波动系统. 经典波, 如电磁波和声波等在周期结构中也有能带出现, 并且这些能带也可以具有非平庸的拓扑性质. 相对于电子系统而言, 经典波动系统具有更好的可控性、可测量性、相干性和制备优势, 因此更容易实现和观测某些拓扑能带及其物理性质. 在过去的 10 年里经典波动系统的拓扑性质如火如荼地发展, 中国科学家做出了顶尖的贡献. 本专题内容涉及光子晶体、声子晶体、光学和声学超构材料等经典波动系统中的拓扑能带及其物理效应, 包含一维、二维和三维系统的一系列工作, 值得初入此行的学者和对该领域感兴趣的读者参考.

(客座编辑 苏州大学 蒋建华)

## 时间反演对称性破缺系统中的拓扑零能模\*

张卫锋<sup>1)</sup> 李春艳<sup>1)</sup> 陈险峰<sup>1)</sup> 黄长明<sup>2)</sup> 叶芳伟<sup>1)†</sup>

1)(上海交通大学物理与天文学院, 区域光纤通信网与新型光通信系统国家重点实验室, 上海 200240)

2)(浙江师范大学数理与信息工程学院物理系, 金华 321004)

(2017 年 8 月 3 日收到; 2017 年 9 月 28 日收到修改稿)

Su-Schreiffer-Heeger 模型预测了在一维周期晶格的边缘处可能出现零维的拓扑零能模, 其能量本征值总是出现在能隙的正中间. 本文以半导体微腔阵列中光子和激子在强耦合情况下形成的准粒子为例, 通过准粒子的自旋轨道耦合与 Zeeman 效应, 研究了时间反演对称性破缺对拓扑零能模的影响. 发现拓扑零能模的能量本征值可以随着自旋轨道耦合强度的变化在整个带隙内移动, 自旋相反的模式移动方向相反; 在二维微腔阵列中发现了沿着晶格边缘移动的拓扑零能模, 提出了一维零能模的概念. 由于时间反演对称性的破缺, 这种一维拓扑零能模解除了在相反传输方向上的能级的简并, 从而在传输过程中出现极强的绕过障碍物的能力.

**关键词:** 拓扑绝缘体, 拓扑零能模, 边缘态, 自旋轨道耦合

**PACS:** 02.10.Yn, 33.15.Vb, 98.52.Cf, 78.47.dc

**DOI:** 10.7498/aps.66.220201

## 1 引言

拓扑绝缘体是一种具有全新量子特性的物质态<sup>[1,2]</sup>. 它们虽然与普通绝缘体一样具有能隙, 但

能带的拓扑性质与之截然不同: 拓扑绝缘体具有非零的拓扑不变量. 若将两种具有不同拓扑特性的材料放在一起, 则在这两种材料的界面上存在拓扑相变. 拓扑相变保证了在界面处体带隙中总存在界面态. 这种界面态受界面两侧的拓扑保护, 其性质对

\* 国家自然科学基金(批准号: 11104181, 61475101)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20110073120074)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fangweiye@sjtu.edu.cn

材料边缘处的具体细节并不敏感,且不会在杂质和声子的影响下产生后向散射.因此,电子在发生拓扑相变的界面上具有稳定的单向传输性.拓扑绝缘体的这种特性在发展新型的电子器件方面具有重要的价值,因此一跃成为近年来凝聚态物理研究的热点.

拓扑绝缘体的概念很快渗透到了光学和电磁学中.2008年,利用法拉第效应打破时间反演对称性,Haldane和Raghu<sup>[3]</sup>首次在光子晶体中预言了能带的拓扑性质和单向传输的边缘态.该理论预测在2009年即被实验证实<sup>[4]</sup>.由于拓扑边缘态具有单向传输、对制备过程中引入的随机和杂质高度免疫的特性,人们预测光学拓扑性可能会对未来的光学系统产生革命性的影响.这方面的理论和实验研究即蓬勃开展,形成了光学研究的一个新领域,即“拓扑光子学”<sup>[5]</sup>.

拓扑相也可以出现在一维的物理系统中,此即著名的Su-Schreiffer-Heeger (SSH)模型所描写的一维周期性排布的阵列<sup>[6]</sup>.在该阵列中,相邻基元之间的耦合强度出现交替性的强弱变化,使得该阵列结构出现两种可能的拓扑相,分别称为拓扑的平庸相和非平庸相.在具有非平庸拓扑相的阵列的末端,会出现局域的边缘态<sup>[7-15]</sup>.与二维或者高维系统中的边缘态相同,这种零维边缘态具有受拓扑保护的“鲁棒性”:即使阵列出现结构上的随机的扰动,它们的模式波形也基本保持不变,其本征值总是被“钳制”在体能带带隙的正中间<sup>[15]</sup>,因此这种边缘态也常被称为拓扑“零能”模.迄今为止,SSH模型在光学结构上的实现非常之多,包括介质<sup>[7]</sup>和等离子体<sup>[8,9]</sup>波导阵列、介质纳米颗粒链<sup>[10]</sup>、金属圆盘阵列<sup>[11]</sup>、光学微腔结构<sup>[12]</sup>等.在研究这些光学SSH结构时,人们普遍采用紧束缚近似的处理方法,因此电磁波在这些结构中的演化呈现出“离散光学”<sup>[16]</sup>的特性,这就较好地模拟了原始的SSH模型(该模型也由一组离散方程所描述<sup>[6]</sup>).不过,近期也出现了若干由连续方程研究这种拓扑零能模的工作<sup>[13-15]</sup>.有趣的是,在最近的一项工作中,我们发现传统的表面等离子体极化(SPPs)也可以看成是一类特殊的拓扑零能模<sup>[15]</sup>,从而揭示了SPPs的拓扑起源.

拓扑零能模也可以出现在两维周期晶格的边角处<sup>[17-19]</sup>.与被广泛研究的其色散曲线连接相邻主能带的拓扑表面态不同,拓扑零能模并非由主带分歧出来,它们总是独立地出现在能隙的正中

央<sup>[6-12,13-15,19]</sup>.因此,它们始终具有最佳的模式局域性和频率稳定性,这让它们在实现稳定的光学微腔方面具有特别的应用价值,因为微腔制作过程不可避免地引入的随机扰动不会让这些微腔模式发生频率漂移.

以上关于拓扑零能模的所有工作都是在具有时间反演不变对称性的系统中进行的.很自然地,人们会问:如果系统不具有时间反演对称性,拓扑零能模是否还相应地存在?如果存在,它们的特性(能量本征值、局域性)会发生怎样的变化?它们还具有抗结构微扰的受拓扑保护的性质吗?目前报道的所有拓扑零能模都局域在晶格末端(无移动性),能否实现沿着晶格边缘移动的拓扑零能模?

本文首次在时间反演对称性破缺的体系中研究了拓扑零能模的特性,系统地回答了上述问题.采用的研究对象是半导体光学微腔阵列,在这种结构中,局域在腔中的光子和局域在量子阱中的激子产生强烈的耦合,形成了半光半物质的准粒子(excitation polaritons)<sup>[20-28]</sup>.这些准粒子在垂直磁场的作用下,产生TE-TM偏振的能级劈裂,引入了自旋(偏振)和轨道的耦合(spin-orbit coupling),从而打破了系统的时间反演对称性.首先研究微腔之间的耦合呈交替性强弱变化的一维微腔阵列结构.研究发现,尽管此时系统不再具有时间反演对称性,拓扑零能模依旧可以出现在阵列边缘处,但其能量本征值不再固定在相应能隙的中间,而是随着自旋轨道耦合力度的变化,在能隙中发生了显著的移动.自旋相反的拓扑零能模移动的方向相反.接着研究了二维微腔阵列中的拓扑零能模,发现它们可以沿着阵列边缘处稳定地传输,并且,由于时间反演对称破缺的作用,它们具有较强的绕过障碍物传输的能力.据我们所知,目前在一维和两维系统中研究的拓扑零能模都是零维模式,本文首次报道了它们一维形式的存在.这种具有稳定传输特性的一维拓扑零能模可能在信息传输和处理中具有较好的应用优势.

## 2 Gross-Pitaevskii 方程

如引言部分所述,在半导体微腔阵列结构中,由于共同受到微腔的强烈束缚,腔中光子和激子发生强烈耦合,形成半光半物质的准粒子.准粒子的运动由如下形式的Gross-Pitaevskii方程描述<sup>[20,26]</sup>:

$$\begin{aligned}
 i\frac{\partial\psi_{\pm}}{\partial t} = & -\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi_{\pm} \\
 & + \frac{\beta\hbar^2}{m^*}\left(\frac{\partial}{\partial x} \mp i\frac{\partial}{\partial y}\right)^2\psi_{\mp} \\
 & + [\varepsilon_0 R(x, y) \pm \varepsilon_Z]\psi_{\pm} \\
 & + \varepsilon_0(|\psi_{\pm}|^2 + \sigma|\psi_{\mp}|^2)\psi_{\pm}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

式中  $\psi_{\pm}$  为圆偏振基矢表象中的波函数的两个自旋分量, 它们和 TM, TE 偏振基矢表象中的波函数的  $\psi_{x,y}$  的关系为  $\psi_{\pm} = (\psi_x \mp i\psi_y)/2^{1/2}$ . 方程 (1) 右侧的第一项  $-\hbar^2/2m^*\nabla^2$  为微腔准粒子的动量项, 其中  $m^*$  为准粒子的有效质量. 方程 (1) 右侧第二项描写的则是起源于微腔光子能量劈裂的自旋轨道耦合项  $\beta\hbar^2/m^*$ , 其中  $\beta = (m_x - m_y)/4m^*$ ,  $m_{x,y}$  分别为 TM 和 TE 极化粒子的有效质量. 方程 (1) 右侧第三项  $\varepsilon_0 R(x, y)$  表示准粒子在微腔阵列中感受到的势函数 ( $\varepsilon_0$  为单位能量), 而  $\varepsilon_Z$  代表了 Zeeman 效应作用下两个自旋分量的能级分裂, 该参数与外加磁场强度成正比. 方程的最后一项为方程的非线性项, 起源于准粒子之间的相互作用. 本文假定波函数振幅较小, 因此非线性项可以忽略.

进行无量纲化后 (详见下列用于无量纲化的特征参数), 上述方程可方便地表达为如下形式:

$$\begin{aligned}
 i\frac{\partial\psi_{\pm}}{\partial t} = & -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi_{\pm} \\
 & + \beta\left(\frac{\partial}{\partial x} \mp i\frac{\partial}{\partial y}\right)^2\psi_{\mp} \\
 & + R(x, y)\psi_{\pm} \pm \Omega\psi_{\pm}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

在本工作中,

$$R(x, y) = -p \sum_n e^{-[(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2]/d^2}$$

为微腔势阱 (用宽度为  $d$  和振幅为  $p$  的高斯函数近似) 的一维或二维周期阵列. 阵列在  $x$  方向的晶格常数为  $L_x$  (对于二维微腔阵列, 则还有  $y$  方向的晶格常数  $L_y$ ). 方程中的参数  $\beta$  和  $\Omega$  分别表征了准粒子的自旋轨道耦合强度和 Zeeman 效应的强度. 观察方程 (2) 不难发现, 当自旋轨道耦合和 Zeeman 效应同时出现时, 即当  $\beta \neq 0$  且  $\Omega \neq 0$  时, 系统不再具有时间反演的对称性. 但请注意, 仅仅有自旋轨道耦合 ( $\beta \neq 0, \Omega = 0$ ) 或者仅仅有 Zeeman 效应时 ( $\beta = 0, \Omega \neq 0$ ), 系统的时间反演对称性仍旧得以维持.

在开始求解方程 (2) 之前, 为完整起见, 将方程 (1) 无量纲化为方程 (2) 所用到的特征参数陈列于

下: 采用  $x_0 = 1 \mu\text{m}$  作为横向坐标的归一化因子, 采用  $\varepsilon_0 = \hbar^2/2m^*x_0^2$  作为能量的归一化因子, 采用  $t_0 = \hbar\varepsilon_0^{-1}$  作为时间的归一化因子. 此时, 对于有效质量为  $m^* = 10^{-31} \text{g}$  的极化激元, 其特征能量为  $\varepsilon_0 = 0.35 \text{meV}$ , 时间尺度为  $t_0 = 1.9 \text{ps}$ . 这样, 势阱深度  $p = 8$  对应于  $2.8 \text{meV}$ , 势阱宽度  $d = 0.5$  对应于  $0.5 \mu\text{m}$ . 在这样的势阱参数下, 每个微腔势阱 (用振幅为  $p$  和宽度为  $d$  的高斯函数描述) 仅支持一个横模.

### 3 理论结果与讨论

#### 3.1 零维拓扑零能模的能级可调性

先考察如图 1 所示的一维排布的微腔阵列. 不失一般性, 在阵列中共选取了 42 个相同的微腔. 这些微腔可以排成如图 1 (a)–(c) 所示的三种典型的结构:  $L_1/L_x = 0.4, 0.5$  和  $0.6$ . 这里  $L_x = 3.6$  代表水平方向的晶格常数,  $L_1$  则代表左起第一个和第二个微腔之间的间隔. 先在  $\beta = \Omega = 0$  条件下比较该三种结构的本征值谱. 为此, 将定态解  $\psi_{\pm}(x, y, t) = u_{\pm}(x, y) e^{iEt}$  代入方程 (2), 并求解所得的定态方程在满足边界条件  $u_{\pm}|_{x \rightarrow \pm\infty} = 0$  下的本征解. 所得的本征值谱分别如图 1 (f)–(h) 所示. 可以看到, 随着  $L_1$  的增大, 能带经历了从一开始的打开 ( $L_1/L_x < 0.5$ ), 到闭合 ( $L_1/L_x = 0.5$ ), 和再打开 ( $L_1/L_x > 0.5$ ) 的过程. 在能带重新打开后, 在阵列结构的左右两侧出现了能量简并的边缘态 (图 1 (d), (e)). 由于这种边缘态局域在一维晶格的两个末端, 没有任何空间维度上的移动性, 因此属于零维模.

注意在紧束缚近似的方法处理中, 这两个边缘态的能量本征值恰好落在能隙的正中央, 因此它们常被称为拓扑零能模. 在这里采用的连续模型的计算结果表明, 边缘态的本征值其实总会稍微偏离中央位置 (在本例中为偏离中央向下, 见下文), 其原因是严格的连续模型计算得到的上下两条能带一般总不会是完全对称的. 这是因为在紧束缚近似的处理框架下, 系统的整体波函数假定是由孤立基元的基模线性叠加而成. 这些波函数的本征值虽然各不相同, 但组成它们的基模被认为是不变的, 即离散模型忽略了基元基模的色散效应, 从而描写晶格中非同类“原子” (图 1 (a) 和图 1 (c) 的结构等同于“双原子”分子组成的结构) 的紧束缚方程在形式上完全相同, 这就导致了相应的两条能带完全对称.

但实际上, 由于非同类原子所处的能级不同, 基元的基模存在色散效应带来的差异, 因此描写两类原子的方程实际上会存在系数上的略微差异, 所以严格的连续模型计算得到的两条能带总非严格对称,

边缘态也并非严格处于能隙的正中位置. 即使如此, 这里还是称这些边缘态为拓扑零能模, 以便说明本文研究的就是这类模, 从而可与文献中的相关研究结果直接比较.

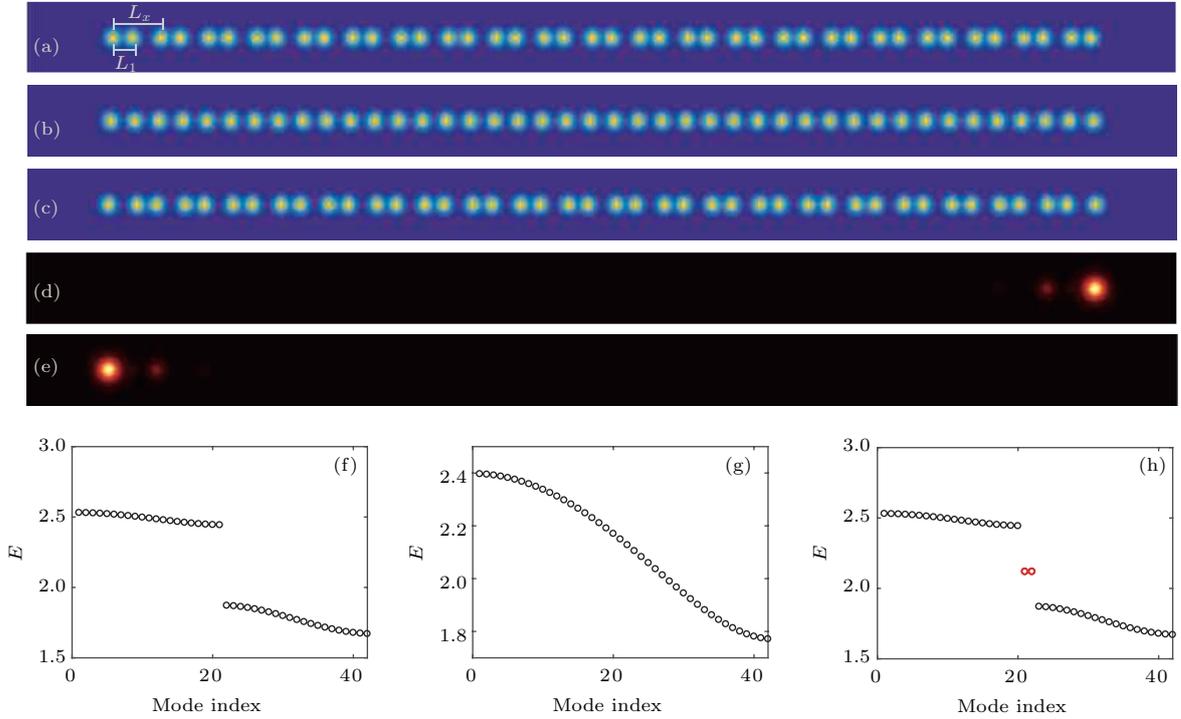


图1 (a), (b), (c) 分别为  $L_1/L_x = 0.4, 0.5$  和  $0.6$  的一维微腔阵列结构示意图; (f), (g), (h) 分别为这三种结构对应的能量本征值谱; (h) 两个红色圆点表示出现在图 (c) 结构左右两侧的局域模 (d), (e);  $\beta = 0, \Omega = 0$   
 Fig. 1. Schematics of one-dimensional array of microcavity, with  $L_1/L_x = 0.4$  (a),  $0.5$  (b) and  $0.6$  (c), respectively. Their eigen-energy spectrums are shown in (f), (g) and (h) respectively. The two red dots shown in (h) indicate two edge modes localized at the right (d) and right (e) end of the structure (c).  $\beta = 0, \Omega = 0$ .

接下来研究时间反演对称性的破缺对这种拓扑零能模的影响. 为此, 取定图 1(c) 所示的拓扑非平庸结构, 并固定非零 Zeeman 场 ( $\Omega = 0.5$ ), 慢慢增加自旋轨道耦合强度  $\beta$ .  $\Omega = 0.5$  的 Zeeman 场解除了自旋向上和自旋向下模式能级的简并, 使得原先的每一个能级都一分为二, 从而出现两套类似的能级 (比较图 1(h) 和图 2(a)), 这两套能级分别对应  $|u_-| \neq 0, |u_+| \approx 0$  (即自旋向下) 和  $|u_+| \neq 0, |u_-| \approx 0$  (即自旋向上) 的波函数分布情况, 前者对应第一和第二个能带以及它们之间的边缘态, 后者对应第三和第四个能带以及它们之间的边缘态 (图 2(a), (b), (c)). 随着  $\beta$  从零开始增加, 可以发现自旋向上和向下的边缘态的能量本征值都在各自所属的带隙内产生移动. 我们用  $\Delta E/E_{\text{gap}}$  定量地描述这种移动 (图 2(d)), 其中  $\Delta E$  为边缘态的能量与下体带能量的差值, 而  $E_{\text{gap}}$  则为边缘态所在能隙的宽度. 据此,  $\Delta E/E_{\text{gap}} = 0.5$  表明相应的边

缘态出现在带隙的正中央. 如上文所述, 这种情况仅仅出现在遵守时间反演对称性体系的紧束缚近似的处理中, 而本文所采用的连续模型则给出了  $\Delta E/E_{\text{gap}}|_{\beta=0} = 0.43$  的结果 (图 2(d)). 通过计算进一步发现, 随着的  $\beta$  增加, 两个自旋相反的边缘态都从  $\Delta E/E_{\text{gap}} = 0.43$  的位置开始移动, 但有趣的是, 它们的移动方向刚好相反: 自旋向下的边缘态快速向下带移动, 而自旋向上的边缘态则十分缓慢地向上移动. 不难预测, 当  $\beta$  增加到一定程度时, 自旋向下的模式可以一直下移直至接触下带, 即  $\Delta E/E_{\text{gap}} \rightarrow 0$ , 而自旋向上的模式可以一直上移直至接触上带, 即  $\Delta E/E_{\text{gap}} \rightarrow 1$ . 令人惊奇的是, 在整个过程中, 虽然边缘态不断地趋近下方或者上方的体能带, 但它们的模场分布并没有出现明显的变化, 始终极好地局域在阵列边缘处 (参考图 2(a)—(c) 插图中所给出的模式图). 拓扑零能模的这种模式特征与普通的缺陷模构成了鲜明的对

比, 后者在趋近体能带时, 波形迅速展宽, 并最终收敛于相应的 Bloch 波 [29]. 这是因为普通缺陷模本来就是从体带中的 Bloch 波分歧出来的, 而这里的边缘态则起源于拓扑效应, 与体带本身并无直接联系. 需要说明的是在目前的半导体微腔的技术水平

下, 所能达到的自旋轨道耦合力度一般在  $\beta \approx 0.4$  以下 [28]. 但即便如此, 自旋向下边缘态在能隙中的相对的位置移动已经超过 50% (图 2(d)). 这说明自旋轨道耦合可以很好地调节拓扑零能模出现的能量位置.

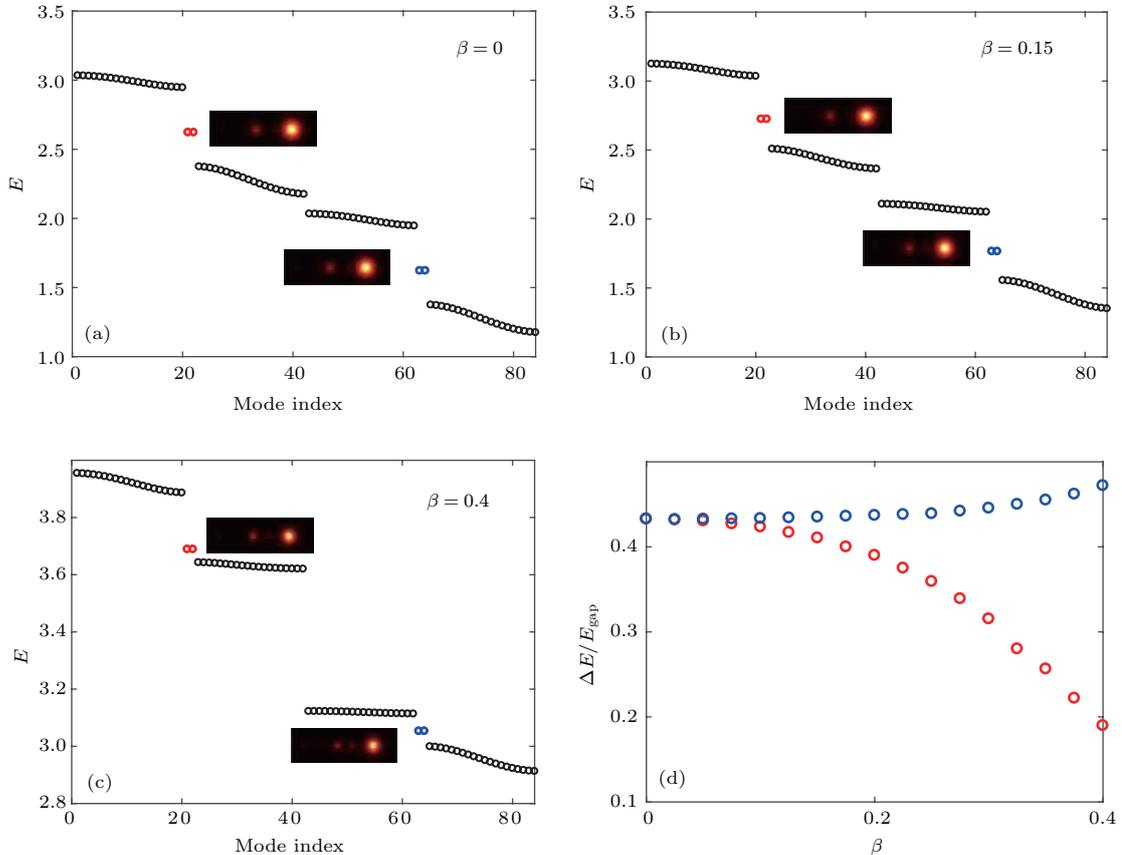


图 2 图 1(c) 所示一维晶格阵列模型的能量本征谱 (a)  $\beta = 0, \Omega = 0.5$ ; (b)  $\beta = 0.15, \Omega = 0.5$ ; (c)  $\beta = 0.4, \Omega = 0.5$ ; (d) 拓扑边缘态的本征能量在相应能隙中的位置随自旋轨道耦合强度  $\beta$  的变化, 图中红色圆点代表自旋向下的边缘态, 蓝色圆点代表自旋向上的边缘态; (a), (b), (c) 中的插图代表局域在晶格右侧的边缘态的振幅

Fig. 2. The eigen-energy spectrums of one-dimensional array shown in Fig. 1(c): (a)  $\beta = 0, \Omega = 0.5$ ; (b)  $\beta = 0.15, \Omega = 0.5$ ; (c)  $\beta = 0.4, \Omega = 0.5$ ; (d) dependence of the spectral position of edge mode in versus spin-orbit coupling strength. Red dots in these figures stand for the spin-down-polarized edge states, and blue dots stand for spin-up-polarized edge states. The insets in (a), (b), (c) represent the amplitude modulus of the edge states localized at the right-end of the structure.

因此, 这部分的工作反映出时间反演对称性破缺的体系依然支持拓扑零能模, 但与时间反演对称体系中模式的本征值总被“钳制”在能隙中央位置不同, 此时模式的本征值随着时间反演对称性的破缺逐渐偏离中心位置. 另外, 自旋向上和自旋向下的边缘态的能量本征值在能隙中的移动方向相反.

### 3.2 一维拓扑零能模的空间移动性

迄今为止绝大部分关于拓扑零能模的研究均基于一维的周期系统. 这些模式属于空间零维模,

因为它们局域在一维晶格的末端, 不具有空间上的任何移动性. 最近有若干二维周期晶格中的拓扑零能模的研究 [17-19], 但这些工作涉及的两维晶格在两个维度上均被截断, 研究者们仅关注出现在晶格边角处 (corner) 的拓扑零能模, 因此, 这些模式仍旧属于零维模.

我们提出一维拓扑零能模的概念. 如 3.1 节所述, 类似图 1(c) 的结构 ( $L_1/L_x > 0.5$ ) 支持拓扑零能模, 为了让这些模式移动起来, 把这种一维结构在  $y$  方向上周期性地排布起来, 形成在  $x$  方向截断而在  $y$  方向周期性延拓的两维晶格阵列, 如图 3(a)

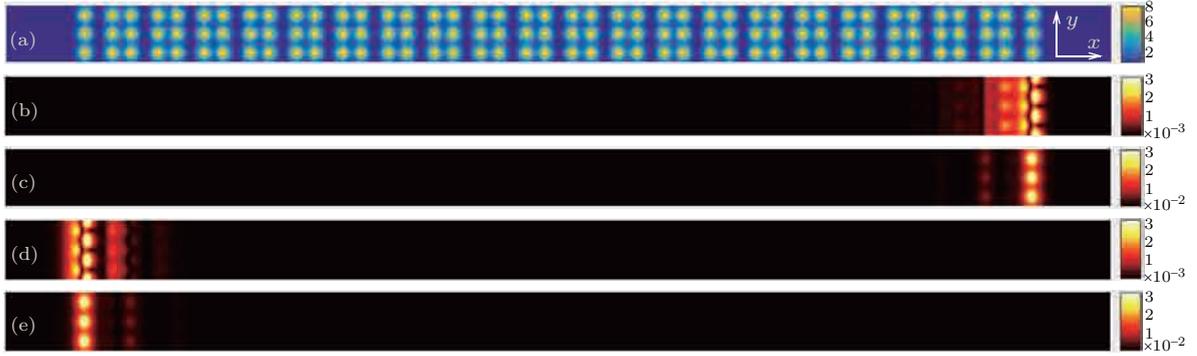


图3 (a)  $y$  方向周期排列而  $x$  方向截断的二维晶格结构; 动量为  $k = 0.25K$  的局域在晶格右侧的边缘态  $|\psi_+|$ (b) 和  $|\psi_-|$ (c), 以及局域在晶格左侧的边缘态的  $|\psi_+|$  (d) 和  $|\psi_-|$  (e);  $L_1/L_x = 0.6$ ,  $L_y = 1.4$ ,  $\beta = 0.15$ ,  $\Omega = 0.5$

Fig. 3. (a) Two-dimensional array periodic in  $y$  direction and finite in  $x$  direction. Modulus of  $|\psi_+|$  (b) and  $|\psi_-|$  (c) of the edge state associated with wavevector  $k = 0.25K$  located at the right-end of the structure; (d) and (e) are the same as (b) and (c) but for edge modes located at the left-end of the structure.  $L_1/L_x = 0.6$ ,  $L_y = 1.4$ ,  $\beta = 0.15$ ,  $\Omega = 0.5$ .

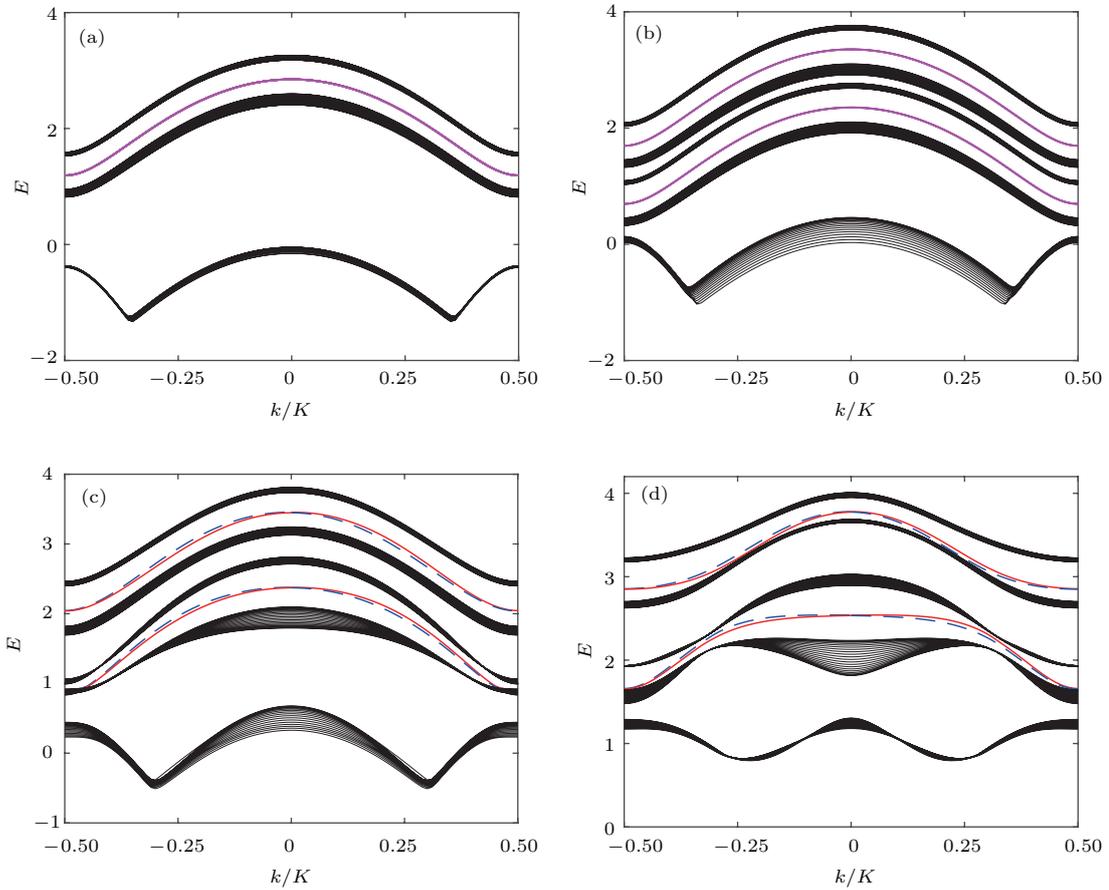


图4 图3(a)所示的二维晶格的能量本征谱 (a)  $\beta = 0$ ,  $\Omega = 0$ ; (b)  $\beta = 0$ ,  $\Omega = 0.5$ ; (c)  $\beta = 0.15$ ,  $\Omega = 0.5$ ; (d)  $\beta = 0.3$ ,  $\Omega = 0.5$ ; 图中红色实线代表局域在晶格右侧的边缘态, 蓝色虚线代表局域在晶格左侧的边缘态

Fig. 4. The eigen-energy spectrum of two-dimensional array shown in Fig. 3(c): (a)  $\beta = 0$ ,  $\Omega = 0$ ; (b)  $\beta = 0$ ,  $\Omega = 0.5$ ; (c)  $\beta = 0.15$ ,  $\Omega = 0.5$ ; (d)  $\beta = 0.3$ ,  $\Omega = 0.5$ . Red-solid lines stand for the edge modes localized at the right-end of the lattice, while blue-dashed lines stand for those at the left-end.

所示(该图  $y$  方向仅显示了三个周期). 显然, 此时原来局域在一维晶格末端的拓扑零能模有可能通过在  $y$  方向上的耦合而沿着  $y$  轴移动起来, 从而实

现一维拓扑零能模.

为了研究这个问题, 考虑图3(a)所示结构所支持的在  $x$  方向局域而在  $y$  方向周期的本征

模, 即假定  $\psi_{\pm}(x, y, t) = u_{\pm}(x, y) e^{iky + iEt}$ , 其中  $u_{\pm}(x, y) = u_{\pm}(x, y + L_y)$ ,  $u_{\pm}|_{x \rightarrow \pm\infty} = 0$ ,  $k$  是  $y$  方向归一化的 Bloch 动量. 将上述形式的 Bloch 波代入方程 (2), 并选取 42 个微腔组成的阵列作为一个基元 (图 3(a) 显示了三个这样的基元), 求解在满足边界条件下的本征谱  $E(k)$ , 所得结果如图 4 所示. 图 4(a) 给出了  $\beta = \Omega = 0$  时的谱, 可以看到在前两个能带的接近中间的位置, 出现了一条边缘态能带. 除了在特殊的动量点  $k = 0, \pm 0.5K$  ( $K = 2\pi/L_y$ ) 外, 该能带反映群速度  $dE/dk \neq 0$ , 表明这种拓扑零能模可以在  $y$  方向上沿着晶格边缘以相应的群速度移动, 即它们是以一维形式存在的拓扑零能模, 这是传统的零维零能模在二维晶格中的推广.

注意, 图 4(a) 中的每一个能级其实都对应着

两个简并的自旋能级. 施加 Zeeman 场  $\Omega = 0.5$  后, 能级的自旋简并得以解除 (图 4(b)). 不过, 当  $\beta = 0$  时, 系统的时间反演对称性仍旧得以保持. 这使得能带结构中, 对于任意一对波矢  $(k, -k)$ , 都有  $E(-k) = E(k)$ , 这种能级关于波矢的对称性确实体现在图 4(a) 和图 4(b) 中.

现在让  $\beta \neq 0$  ( $\Omega = 0.5$ ), 即打破系统的时间反演对称性. 此时系统能谱如图 4(c) 和图 4(d) 所示: 图中的红色实线代表的是局域在二维晶格右侧的边缘态, 蓝色虚线则代表局域在左侧的边缘态. 这两类边缘态典型的模式分布见图 3(b)–(e) (所示为  $k = 0.25K$  的波形图). 从能谱图中可以看到两个特点: 第一, 除在时间反演对称不变点 ( $k = 0, \pm 0.5K$ ) 之外, 左右两侧的边缘态能量不再简并; 第二, 除在时间反演不变点之外, 一般地

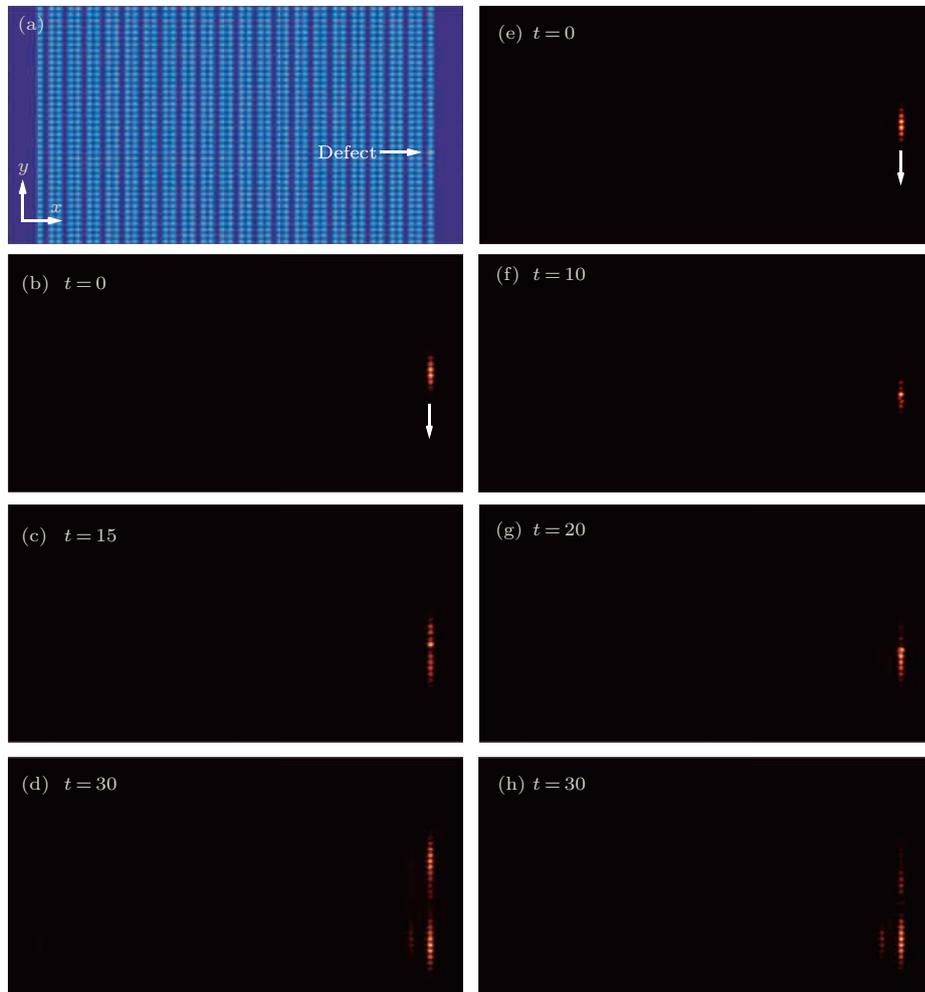


图 5 (a) 二维微腔阵列结构, 在阵列右侧边缘处设置有一缺陷势阱  $p = 16$ , 而其他所有势阱  $p = 8$ ; (b), (c), (d) 自旋轨道耦合强度  $\beta = 0$  时, 波包在演化过程中三个时间点的振幅图; (e), (f), (g), (h) 在自旋轨道耦合  $\beta = 0.15$  情况下, 波包在演化过程中四个时间点的振幅图

Fig. 5. (a) Schematics of two-dimensional array with a defected potential well  $p = 16$  positioned at the structure edge, while all other potentials wells having  $p = 8$ ; (b), (c), and (d) show the evolution of edge state at three moments of time when  $\beta = 0$ ; (e), (f), (g) and (h) show the evolution of edge state at four moments of time when  $\beta = 0.15$ .

有  $E(-k) \neq E(k)$ , 即波矢相反的一对 Bloch 波其能量并不相同, 或者, 能量相同的一对 Bloch 波其波矢大小并不相同. 这两个特点都是系统的时间反演对称性破缺在能带图上的直接体现. 值得一提的是, 考虑到半导体微腔技术水平目前所能达到的自旋轨道耦合强度的限制, 这种由于时间反演对称性破缺导致的一对相应的左右边缘态或一对反向传播的 Bloch 波的能级分裂程度较为微弱. 即便如此, 仍能产生足够明显的效应.

为了说明这一点, 模拟了边缘态在边缘含有障碍物的晶格中的传输. 如图 5(a) 所示, 用边缘处设置一缺陷微腔来模拟障碍物, 该缺陷微腔的势阱深度被设定为其他理想微腔势阱深度的两倍, 即缺陷微腔  $p = 16$ , 而其他所有微腔  $p = 8$  (缺陷程度达 100%). 系统的初始激发条件设定为受高斯包络调制的 Bloch 波, 即  $\psi_{\pm}(x, y)|_{t=0} = u_{\pm}(x, y; k) \exp(-y^2/w^2)$ , 其中  $u_{\pm}(x, y; k)$  表示动量为  $k$  的 Bloch 波 (边缘态), 参数  $w$  为高斯函数的宽度. 分别选取图 4(b) 和图 4(c) 上  $k = 0.25K$  处的 Bloch 波, 并取  $w = 4$ , 用分步傅里叶算法求解方程 (2), 以模拟这种初始激发分别在时间反演对称 (图 5(b)—(d)) 和不对称 (图 5(e)—(h)) 系统中的演化行为. 可以发现, 当  $\beta = 0$  时, 波包在向下传输的过程中, 当遭遇缺陷微腔时, 一部分能量绕过去后继续向下移动, 但还有一部分产生了严重的反射. 在这个具体的实例中, 约有 50% 的能量被反射. 与此形成鲜明对比的是, 在时间反演对称性破缺的系统中, 绝大部分能量绕过了缺陷微腔之后继续向前传播, 仅有 8% 的能量被障碍物反射了回来. 这是因为在  $\beta \neq 0$  时,  $k = 0.25K$  前行波无法耦合到  $k = -0.25K$  的反射波上 ( $E(-k) \neq E(k)$ ), 而只能耦合到与它能量一样的  $k = -0.23K$  反射波上. 这种相互作用模式的动量失配, 使得模式的重叠积分和相互耦合明显减弱, 从而导致了拓扑零能模传输时的极强的绕异性.

## 4 结论与展望

本文以半导体微腔阵列中光子-激子形成的准粒子为例, 研究了其在自旋轨道耦合与外加 Zeeman 场的双重作用下, 时间反演对称性破缺对拓扑零能模的影响. 发现时间反演对称性破缺的体系依然支持拓扑零能模, 但其能量本征值随着自旋轨道

耦合的出现, 开始偏离能隙的中心位置发生移动. 自旋向上和自旋向下的边缘态在能隙中移动的方向恰好相反. 本文还发现了沿着二维晶格边缘处传输的拓扑零能模, 提出了一维零能模的概念. 时间反演对称性的破缺解除了一维拓扑零能模的前向和反向传输模式的能量简并, 从而使得它们在传输过程中具有极强的绕过障碍物的能力. 这种具有稳定传输特性的拓扑零能模可能在信息传输和处理中具有较好的应用优势.

最后简单地展望未来的相关工作. 首先, 在本工作中, 时间反演破缺带来的能级分裂的程度较为微弱, 除自旋轨道耦合强度不能取得太大之外, 这种情况和所用的方形晶格也密切相关. 未来可以考虑其他形式的二维晶格 (如类石墨烯晶格<sup>[30,31]</sup>、Lieb<sup>[32]</sup> 晶格、Kagome 晶格等<sup>[33]</sup>), 通过晶格参数的调整, 以期实现较大程度的能级分裂, 这对于进一步增强拓扑零能模传输的绕异性大有裨益. 其次, 本文采用的方形晶格属于拓扑平庸的 Chern Insulator (通过陈数的计算可以证实该点), 因此, 在工作中并未发现连接上下能带的拓扑边缘态. 未来可以考虑采用其他形式的二维晶格得到拓扑不平庸的 Chern Insulator, 此时两种形式的边缘态——独立于主能带的拓扑零能模和连接主能带的拓扑边缘态——能否同时出现, 是一个值得研究的有趣课题. 最后, 从图 5 所示的波包传输模拟图可以发现, 波包在沿着晶格边缘传输时由于色散效应会慢慢展宽. 未来可以将本文工作中忽略的非线性效应考虑进来, 用非线性平衡色散, 以期得到波形保持不变的稳定传输的边缘态孤子. 拓扑保护是否会传递给边缘态孤子? 非线性是否会影响系统的拓扑性? 在未来的工作中将研究这些有趣的问题.

## 参考文献

- [1] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [2] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
- [3] Haldane F D M, Raghu S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 013904
- [4] Wang Z, Chong Y, Joannopoulos J D, Soljačić M 2009 *Nature* **461** 772
- [5] Lu L, Joannopoulos J D, Soljačić M 2014 *Nat. Photon.* **8** 821
- [6] Su W P, Schrieffer J R, Heeger A J 1979 *Phys. Rev. Lett.* **42** 1698
- [7] Longhi S 2013 *Opt. Lett.* **38** 3716
- [8] Cheng Q, Pan Y, Wang Q, Li T, Zhu S 2015 *Laser Photon. Rev.* **9** 392

- [9] Ge L, Wang L, Xiao M, Wen W, Chan C T, Han D 2015 *Opt. Express* **23** 21585
- [10] Slobozhanyuk A P, Poddubny A N, Miroshnichenko A E, Belov P A, Kivshar Y S 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 123901
- [11] Sinev I S, Mukhin I S, Slobozhanyuk A P, Poddubny A N, Miroshnichenko A E, Samusev A K, Kivshar Y S 2015 *Nanoscale* **7** 11904
- [12] Schomerus H 2013 *Opt. Lett.* **38** 1912
- [13] Malkova N, Hromada I, Wang X, Bryant G, Chen Z 2009 *Opt. Lett.* **34** 1633
- [14] Xiao M, Zhang Z Q, Chan C T 2014 *Phys. Rev. X* **4** 021017
- [15] Deng H, Chen X, Panoiu N C, Ye F 2016 *Opt. Lett.* **41** 4281
- [16] Christodoulides D N, Lederer F, Silberberg Y 2003 *Nature* **424** 817
- [17] Teo J C Y, Hughes T L 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 047006
- [18] Benalcazar W A, Teo J C Y, Hughes T L 2014 *Phys. Rev. B* **89** 224503
- [19] Noh J, Benalcazar W A, Huang S, Collins M J, Chen K, Hughes T L, Rechtsman M C 2016 arXiv: 1611.02373v1
- [20] Nalitov A V, Solnyshkov D D, Malpuech G 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 116401
- [21] Bardyn C E, Karzig T, Refael G, Liew T C 2015 *Phys. Rev. B* **91** 161413
- [22] Karzig T, Bardyn C E, Lindner N H, Refael G 2015 *Phys. Rev. X* **5** 031001
- [23] Bleu O, Solnyshkov D D, Malpuech G 2016 *Phys. Rev. B* **93** 085438
- [24] Milićević M, Ozawa T, Andreakou P, Carusotto I, Jacqmin T, Galopin E, Amo A 2015 *2D Mater.* **2** 034012
- [25] Sich M, Krizhanovskii D N, Skolnick M S, Gorbach A V, Hartley R, Skryabin D V, Santos P V 2012 *Nat. Photon.* **6** 50
- [26] Kartashov Y V, Skryabin D V 2016 *Optica* **3** 1228
- [27] Li Y M, Li J, Shi L K, Zhang D, Yang W, Chang K 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 166804
- [28] Flayac H 2012 *Ph. D. Dissertation* (Clermont-Ferrand: Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II)
- [29] Joannopoulos J D, Johnson S G, Winn J N, Meade R D 2008 *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (2nd Ed.) (New Jersey: Princeton University Press) p25
- [30] Peleg O, Bartal G, Freedman B, Manela O, Segev M, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 103901
- [31] Li Y M, Zhou X, Zhang Y Y, Zhang D, Chang K 2017 *Phys. Rev. B* **96** 035406
- [32] Guzmán-Silva D, Mejía-Cortés C, Bandres M A, Rechtsman M C, Weimann S, Nolte S, Vicencio R A 2014 *New J. Phys.* **16** 063061
- [33] Schulz S A, Upham J, O' Faolain L, Boyd R W 2017 *Opt. Lett.* **42** 3243

SPECIAL TOPIC — Topological classical waves

# Topological zero-energy modes in time-reversal-symmetry-broken systems\*

Zhang Wei-Feng<sup>1)</sup> Li Chun-Yan<sup>1)</sup> Chen Xian-Feng<sup>1)</sup>  
 Huang Chang-Ming<sup>2)</sup> Ye Fang-Wei<sup>1)†</sup>

1) (State Key Laboratory of Advanced Optical Communication Systems and Networks, School of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

2) (Department of Physics of Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

( Received 3 August 2017; revised manuscript received 28 September 2017 )

## Abstract

The well-known Su-Schrieffer-Heeger (SSH) model predicts that a chain of sites with alternating coupling constant exhibits two topological distinct phases, and at the truncated edge of the topological nontrivial phase there exists topologically protected edge modes. Such modes are named zero-energy modes as their eigenvalues are located exactly at the midgaps of the corresponding bandstructures. The previous publications have reported a variety of photonic realizations of the SSH model, however, all of these studies have been restricted in the systems of time-reversal-symmetry (TRS), and thus the important question how the breaking of TRS affects the topological edge modes has not been explored. In this work, to the best of our knowledge, we study for the first time the topological zero-energy modes in the systems where the TRS is broken. The system used here is semiconductor microcavities supporting exciton-polariton quasi-particle, in which the interplay between the spin-orbit coupling stemming from the TE-TM energy splitting and the Zeeman effect causes the TRS to break. We first study the topological edge modes occurring at the edge of one-dimensional microcavity array that has alternative coupling strengths between adjacent microcavity, and, by rigorously solving the Schrödinger-like equations (see Eq. (1) or Eq. (2) in the main text), we find that the eigen-energies of topological zero-energy modes are no longer pinned at the midgap position: rather, with the increasing of the spin-orbit coupling, they gradually shift from the original midgap position, with the spin-down edge modes moving toward the lower band while the spin-up edge modes moving towards the upper band. Interestingly enough, the mode profiles of these edge modes remain almost unchanged even they are approaching the bulk transmission bands, which is in sharp contrast to the conventional defect modes that have an origin of bifurcation from the Bloch mode of the upper or lower bands. We also study the edge modes in the two-dimensional microcavity square array, and find that the topological zero modes acquire mobility along the truncated edge due to the coupling from the adjacent arrays. Importantly, owing to the breaking of the TRS, a pair of counterpropagating edge modes, of which one has a momentum  $\mathbf{k}$  and the other has  $-\mathbf{k}$ , is no longer of energy degeneracy; as a result the scattering between the forward- and backward-propagating modes is greatly suppressed. Thus, we propose the concept of the one-dimensional topological zero-energy modes that are propagating along the two-dimensional lattice edge, with extremely weak backscattering even on the collisions of the topological zero-energy modes with structural defects or disorder.

**Keywords:** topological insulators, topological zero-energy mode, edge mode, spin-orbit coupling

**PACS:** 02.10.Yn, 33.15.Vb, 98.52.Cf, 78.47.dc

**DOI:** 10.7498/aps.66.220201

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11104181, 61475101) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant No. 20110073120074).

† Corresponding author. E-mail: [fangweiye@sjtu.edu.cn](mailto:fangweiye@sjtu.edu.cn)