

空间盘绕型声学超材料的亚波长拓扑谷自旋态

郑圣洁 夏百战 刘亭亭 于德介

Subwavelength topological valley-spin states in the space-coiling acoustic metamaterials

Zheng Sheng-Jie Xia Bai-Zhan Liu Ting-Ting Yu De-Jie

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica, 66, 228101 \(2017\)](#) DOI: [10.7498/aps.66.228101](https://doi.org/10.7498/aps.66.228101)

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.228101>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I22>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[TATB 晶体声子谱及比热容的第一性原理研究](#)

[First-principles study of the phonon spectrum and heat capacity of TATB crystal](#)

[物理学报.2016, 65\(12\): 126301](#) <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.126301>

[高压下  \$\gamma'\$ -Fe<sub>4</sub>N 晶态合金的声子稳定性与磁性](#)

[Phonon stability and magnetism of  \$\gamma'\$ -Fe<sub>4</sub>N crystalline state alloys at high pressure](#)

[物理学报.2015, 64\(15\): 156301](#) <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.156301>

[高压下有序晶态合金 Fe<sub>3</sub>Pt 的低能声子不稳定性及磁性反常](#)

[Low energy phonon instabilities and magnetic abnormalities in ordered crystalline state alloys of Fe<sub>3</sub>Pt at high pressure](#)

[物理学报.2015, 64\(14\): 146301](#) <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.146301>

[固体氩的晶格热导率的非简谐晶格动力学计算](#)

[Prediction of lattice thermal conductivity of solid argon from anharmonic lattice dynamics method](#)

[物理学报.2013, 62\(18\): 186302](#) <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.186302>

[高压下金属 Ba 的结构稳定性以及热动力学的第一原理研究](#)

[First principles investigations of the structural stability and thermal dynamical properties of metal Ba under high pressure](#)

[物理学报.2012, 61\(14\): 146301](#) <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.146301>

## 专题: 拓扑经典波动

## 空间盘绕型声学超材料的亚波长拓扑谷自旋态

郑圣洁 夏百战<sup>†</sup> 刘亭亭 于德介

(湖南大学, 汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 长沙 410082)

(2017年9月29日收到; 2017年11月6日收到修改稿)

声子晶体的Dirac线性色散关系, 使其具有奇特的声拓扑特性, 在声波控制领域具有良好的应用前景。目前, 声子晶体的拓扑边缘态主要基于Bragg散射所产生的能带结构, 难以实现低频声波的受拓扑保护单向边缘传输。本文引入空间盘绕结构, 设计了具有 $C_{3v}$ 对称性的空间盘绕型声学超材料, 并研究其布里渊区高对称点( $K/K'$ 点)的亚波长Dirac锥形线性色散。接着, 通过旋转打破空间盘绕型声学超材料的镜像对称性, 使其Dirac简并锥裂开而产生亚波长拓扑相变和亚波长拓扑谷自旋态。最后, 采用拓扑相位互逆的声学超材料构造拓扑界面, 实现声拓扑谷自旋传输。空间盘绕型声学超材料的亚波长Dirac线性色散与亚波长拓扑谷自旋态突破了声子拓扑绝缘体的几何尺寸限制, 为声拓扑稳健传输在低频段的应用提供理论基础。

**关键词:** 空间盘绕结构, 亚波长声学超材料, Dirac简并锥, 拓扑谷自旋态**PACS:** 81.05.Xj, 43.35.+d, 63.20.-e, 63.20.D-**DOI:** 10.7498/aps.66.228101

## 1 引言

受凝聚态物理领域相关量子自旋霍尔效应(quantum spin hall effect)和拓扑绝缘体(topological insulator)的影响<sup>[1,2]</sup>, 研究人员对光子晶体(photonic crystal)和声子晶体(phonoic crystal)等玻色子系统(Bosonic system)的拓扑序和受拓扑保护单向边缘传输现象进行了研究<sup>[3–9]</sup>。由于电子传输的电位梯度(potential gradient)机理并不适合光子和声子传输, 因此研究人员着力于探讨新的光子和声子拓扑态机理。外部附加磁场通过破坏光子晶体系统的时间反演对称性(time reversal symmetry)最早实现光子拓扑单向边缘传输(topologically protected one-way edge transmission)<sup>[4,5,9]</sup>。然而强磁场的施加难度较大, 且在光频段, 强磁感材料严重缺乏。作为替代方案, 系统参数的动态调控通过模拟磁场效应获得了光子拓扑性质<sup>[6,10,11]</sup>。近期, 光双向各异性材料(optical bianisotropic metamaterial)类比凝聚态物质的量子自旋霍尔效应, 实现了类石墨烯拓扑绝缘体的强自

旋-轨道交互作用(spin-orbit interaction)<sup>[7,8,12,13]</sup>。

由于声波的传播速度远小于光子的传输速度, 因此声子传输的波长更短, 且声子和声子间的交互作用更强<sup>[14]</sup>。此外, 声子的低群速度(group velocity)和高密度会带来声子传输路径中缺陷所产生的强后散射现象(backscattering)<sup>[15]</sup>。拓扑凝聚态物质具有稳健的单向边缘传播, 对缺陷所致的后散射免疫性较强。因此, 类比光子晶体, 声子晶体的拓扑稳健态(topologically robust state)使其对缺陷具有较大的容差。声极化(acoustic polarization)的固有纵向性质使得传统的自旋轨道交互机理难以应用于空气声学。针对这一现状, 科研人员开展了大量探索性的研究。在陀螺机械系统中, 陀螺的旋转运动通过模拟磁场效应打破时间反演对称性, 获得了对缺陷和无序免疫的声子螺旋边缘态<sup>[16–18]</sup>。在空气声学系统中, 通过空气的循环流动<sup>[19–23]</sup>在声腔网络中实现了受拓扑保护的单向边缘传输。然而无论是陀螺旋转还是空气循环, 往往都具有动态不确定性, 并伴随有内在噪声, 而难以应用于实际工程。最近, 研究人员采用时空调制(spatiotemporal modulation)<sup>[24]</sup>和

<sup>†</sup>通信作者。E-mail: xiabz2013@hnu.edu.cn

共振耦合(resonant coupling)<sup>[25]</sup>激化了声网络的拓扑序及相关拓扑稳健边缘态(topologically robust edge state). 凝聚态物理中, 拓扑绝缘态归因于其固有 $1/2$ 自旋费米子性质(spin- $1/2$  Fermionic character). 因此, 实现声子拓扑绝缘体的关键是通过引入附加自由度(additional degree of freedom)实现Dirac锥形色散关系的退化, 以获取自旋态(spin state). 蜂窝状声子晶体布里渊区(Brillouin zone)的高对称角点具有两重简并(two-fold degeneracies)的Dirac锥(Dirac cone)<sup>[26]</sup>, 其中心具有四重简并(four-fold degeneracies)的双Dirac锥(double Dirac cone)<sup>[27–29]</sup>. 当六角点阵的空间反演对称性被破坏(spatial inversion symmetry breaking)时, Dirac简并锥附近的能带将经历打开-合并-再打开, 在此过程中伴随的能带反转现象将激化声子拓扑相变(topological phase transitions)及相关受拓扑保护单向边缘传输特性<sup>[30–37]</sup>. 能带交叉所产生的Dirac锥形色散受点群对称性保护. 因此, 除六角点阵以外的其他声子晶体也可能具有线性色散的Dirac锥. 在介电棒构造的光子正方形点阵中, 研究人员在布里渊区的高对称边界发现位置可调的Dirac锥形色散关系<sup>[38,39]</sup>. 打破正方形点阵时间反演对称性, 简并Dirac锥将重新打开, 并产生光子陈绝缘体(Chern insulator)及相关单向螺旋边缘态<sup>[38,39]</sup>. Xia等<sup>[40]</sup>系统研究了声子正方形点阵中布里渊区高对称边界Dirac点与点群对称性之间的关系, 并通过旋转四棱柱打破空间镜像对称性, 获取了声子拓扑相变和拓扑边缘态.

上述声子拓扑绝缘体的能带结构都是基于Bragg散射作用, 因此需要采用较大的几何结构才能实现低频拓扑相变和低频拓扑边缘态. 针对这一现状, Simon等<sup>[41]</sup>利用Helmholtz共振结构获取了亚波长Dirac简并锥, 并通过打破空间反演对称性, 实现了声子亚波长拓扑稳健传输. Helmholtz共振声学超材料的主要缺陷是其Helmholtz共振单元的能量损耗较高. 针对这一缺陷, 研究人员将空间盘绕结构引入声学超材料, 设计出空间盘绕型声学超材料. 空间盘绕型声学超材料让声波在迷宫状的盘绕结构中绕行传播, 增加总的传播时间, 降低有效相速度<sup>[42,43]</sup>. 因此, 本文基于空间点群对称性与声子晶体Dirac简并锥之间的关系, 设计了具有 $C_{3v}$ 对称性的空间盘绕型声学超材料, 并在其布里渊区的高对称点 $K(K')$ 成功实现了亚波长Dirac简并态. 旋转空间盘绕型声学超材料, 使其对称性

从 $C_{3v}$ 降低为 $C_3$ , 进而导致Dirac简并态退化而产生拓扑谷自旋态, 实现了声子亚波长拓扑谷自旋传输.

## 2 空间盘绕型声学超材料的几何结构

如图1(a)所示, 二维亚波长空间盘绕型声学超材料由可旋转的空间盘绕型圆柱以六角晶格形式在空气中周期性排列构成. 其中, 蓝色部分指代空间盘绕型圆柱, 白色部分指代空气介质. 晶格常数为 $a = |\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2| = 70$  mm. 图1(b)为声学超材料具有代表性的最小重复性单元结构, 即空间盘绕型圆柱单胞. 空间盘绕型圆柱的半径为 $R = 32$  mm, 内部空心圆的半径为 $r = 4$  mm, 空间盘绕型结构的厚度为 $t = 1$  mm. 盘绕型结构内部均匀划分成六个区域. 每个区域由弯曲通道构成, 通道入口处的宽度均为 $w = 1$  mm, 通道间距均为 $d = 2.5$  mm. 每个区域的盘绕数为 $N = 8$ , 即声波在该区域的弯曲通道中绕行传播的次数为8次. 每相邻的两个区域关于其公共边满足镜像对称性. 空间盘绕型圆柱的框架可看成是刚性固体结构. 空间盘绕型圆柱的旋转角度可定义为 $\alpha$ . 当 $\alpha = 0^\circ$ 时,

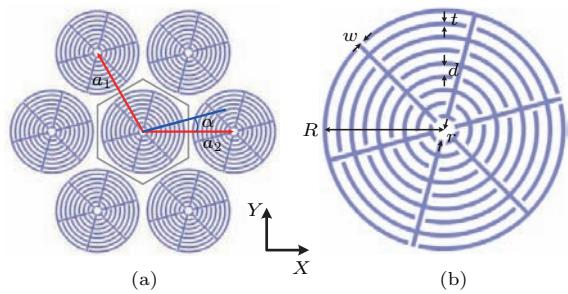


图1 空间盘绕型声学超材料的几何结构示意图 (a) 空间盘绕型声学超材料以六角晶格形式在空气中周期性分布, 晶格常数 $a = 70$  mm, 图中旋转角度 $\alpha = 15^\circ$ ; (b) 空间盘绕型声学超材料最小单元的几何结构图, 外圆半径 $R = 32$  mm, 内圆半径 $r = 4$  mm, 通道入口宽度 $w = 1$  mm, 通道间距 $d = 2.5$  mm, 结构壁厚 $t = 1$  mm

Fig. 1. Schematic diagram of the space-coiling structure acoustic metamaterials: (a) The space-coiling acoustic metamaterials are periodically distributed in the air in hexagonal lattice, the lattice constant is  $a = 70$  mm, in the figure, the rotation angle is  $\alpha = 15^\circ$ ; (b) geometrical structure of minimal unit of the coiling up space acoustic metamaterials, the radius of the circumference is  $R = 32$  mm, the radius of the inner circle is  $r = 4$  mm, the channel entrance width is  $w = 1$  mm, the channel spacing is  $d = 2.5$  mm, the thickness of the structure is  $t = 1$  mm.

空间盘绕型圆柱具有三重镜像对称性和三重旋转对称性, 与六角晶格的对称性相匹配。此时, 本文所设计的空间盘绕型声学超材料具有 $C_{3v}$ 对称性。当空间盘绕型圆柱旋转一定的角度而打破镜像对称性后, 声学超材料的 $C_{3v}$ 对称性下降为 $C_3$ , 即三重旋转对称性。

空间盘绕型声学超材料是让声波在空间盘绕结构中绕行传播, 而不是沿直线传播, 故声波的传播路径大幅延长, 导致声波的有效相速度大幅降低, 使得弯曲通道相对于背景空气介质具备更高的折射率。因此, 图1中所示的亚波长空间盘绕型声学超材料可等效于具有超慢声速的人造材料。Helmholtz共振型声学超材料可有效地降低能带频段, 有效实现声波的亚波长控制。与Helmholtz共振型声学超材料的局域共振机理相比, 具有超慢声速的空间盘绕型声学超材料具有其独特的固有属性。作为典型的声学元件, Helmholtz共振腔可视为电磁超材料中的开环谐振器(split-ring resonator)。其中, Helmholtz共振腔的短颈和声腔分别作为声质量(可类比电路中的电感)和声容(可类比电路中的电容)。受外部激励的作用, Helmholtz共振腔短颈处的空气垂直上下振荡, 而将声音辐射到周围介质。因此, Helmholtz共振腔以半球形图案辐射声波, 并且可以在低频模拟有效的单极子共振, 导致负体积弹性模量以阻塞声音传播。而超慢流体单元不需要两个组件作为开环谐振器, 而是利用高折射率颗粒所致的声波散射以激发单极振动模式。其中第一阶单极共振发生在超慢等效声速媒介的有效波长与空间盘绕结构的直径相等时, 其振动模式下声波沿着六条通道同步向外辐射。此外, 超慢等效声速媒介对空间盘绕结构参数极其敏感, 通过改变结构的尺寸可有效的调控空间盘绕型声学超材料的物理性能, 为低频宽带可控声拓扑单向边缘传输的实现提供良好的解决方案。

### 3 空间盘绕型声学超材料的亚波长拓扑谷自旋态

#### 3.1 亚波长Dirac能带结构

亚波长空间盘绕型声学超材料以六角晶格形式在二维平面中周期性排布。六角晶格的第一布里渊区如图2(a)中的插图所示。其中, 阴影部分表示不可约布里渊区。由于空气与硬声场刚性边界的声

阻抗( $Z = \rho c$ )存在很大差异, 因此声学超材料结构中的剪切模式可以忽略。本文采用有限元分析软件COMSOL Multiphysics计算空间盘绕型声学超材料的能带结构。依据空间点群对称性理论, 当声学超材料结构的旋转角度为 $\alpha = n\pi/3$ ( $n$ 为整数)时, 该声学超材料的单胞(空间盘绕型圆柱)具有三重镜像对称性和三重旋转对称性。单胞的此类空间对称性与六角晶格的对称性相匹配, 进而使得声学超材料具备 $C_{3v}$ 对称性。此时, 声学超材料的能带结构如图2(a)所示。因为受镜像对称性保护和空间盘绕结构机理的影响, 在第一布里渊区的高对称角点 $K(K')$ 点形成了亚波长Dirac锥, 如图2(a)中红

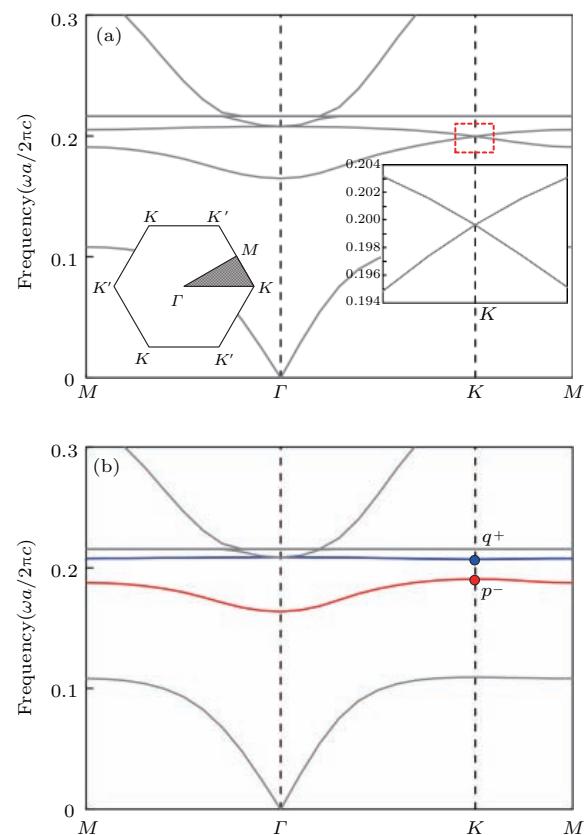


图2 亚波长空间盘绕型声学超材料单胞的能带结构图  
 (a) 当声学超材料旋转角度 $\alpha = n\pi/3$ ( $n$ 为整数)时, 单胞的能带结构在 $K$ 点产生亚波长Dirac锥; (b) 当声学超材料旋转角度 $\alpha = 15^\circ$ 时, 单胞的能带结构在 $K$ 点的亚波长Dirac锥打开, 形成完全带隙

Fig. 2. Band structure of the unit cell of the subwavelength space-coiling acoustic metamaterials: (a) When the rotation angle of unit cell  $\alpha = n\pi/3$  ( $n$  is an integer), the bands linearly cross to a subwavelength Dirac degenerated cone at the  $K(K')$  points of the Brillouin zone; (b) when the rotation angle of unit cell  $\alpha = 15^\circ$ , the Dirac degenerated cone will be opened and generate a complete bandgap.

色框所示。图中亚波长Dirac锥的归一化频率 $\omega a/2\pi c$ 为0.1989 ( $\omega/2\pi$ 表示Dirac锥的实际物理频率975 Hz,  $a$ 表示晶格常数70 mm,  $c$ 表示声音在空气中的传播速度314 m/s)。

如图2(b)中的能带结构所示,当声学超材料向左旋转15°时,布里渊区K点的Dirac锥裂开而形成一对频率极值点,分别标记为红线的 $p^-$ 点和蓝线的 $q^+$ 点。在 $p^-$ 点和 $q^+$ 点之间产生了一段归一化频率为0.1908—0.2071的完全带隙(实际物理频率段是935—1015 Hz)。六角点阵布里渊区K( $K'$ )点的两重简并Dirac锥受点群镜像对称性保护。因此,当声学超材料单胞的旋转角度偏离 $\alpha = n\pi/3$  ( $n$ 为整数)时,单胞结构的镜像对称性与晶格的镜像对称性失配,使其对称性从 $C_{3v}$ 降低为 $C_3$ ,进而造成布里渊区K点的Dirac锥裂开,而产生一段完全带隙。

### 3.2 亚波长声谷态涡流

图3表示布里渊区K点的能带极值点频率随旋转角度变化的曲线,图中的红线和蓝线分别代表 $p^-$ 点和 $q^+$ 点的频率变化曲线。声学超材料的单胞旋转角度 $\alpha$ 从-60°到60°逐渐变化。从图3可知,

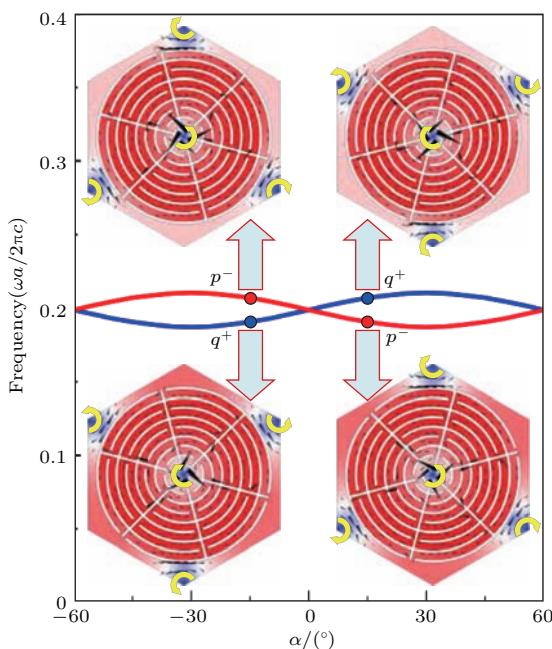


图3 布里渊区角点K沿y方向的线性色散关系为 $\delta\omega = v_D \delta k_x$ ,  $\varphi_{p^-}^0$  和  $\varphi_{q^+}^0$  来自赝自旋退化得到的连续哈密顿量模型 $\delta H = v_D \delta k_x \sigma_x + v_D \delta k_y \sigma_y + \mathbf{m} v_D^2 \boldsymbol{\sigma}_z$ . 该哈密顿量形式可通过  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  微扰理论推导得到. 式中  $v_D$  表示相应锥形色散的Dirac速度,  $\delta k_x$  和  $\delta k_y$  表示K点的动量偏差,  $\boldsymbol{\sigma}_z$  表示赝自旋的泡利矩阵,  $\mathbf{m}$  表示有效质量. 当  $e^{m v_D y} = e^{-|m v_D y|}$ , 即拓扑边界态从

当单胞从 $\alpha = -60^\circ$ 旋转经过 $\alpha = 0^\circ$ ,再旋转到 $\alpha = 60^\circ$ 时,Dirac锥附近的能带结构经历了打开-合并-再打开. 其中,旋转角度为 $\alpha = \pm 30^\circ$ 时,Dirac简并锥打开的频率范围最宽. 如图3中的插图所示,当声学超材料处于 $\alpha = -15^\circ$ 时,Dirac简并锥裂开而形成两种亚波长声谷态,并呈现出两种相反的涡流.其中,位于能带上侧的 $p^-$ 点处的涡流具有顺时针手性(六角晶格角点处的涡流),而位于能带下侧的 $q^+$ 点处的涡流具有逆时针手性(六角晶格角点处的涡流).当声学超材料处于 $\alpha = 15^\circ$ 时, $p^-$ 和 $q^+$ 所代表的拓扑谷自旋态发生了交换,即具有顺时针手性的 $p^-$ 点位于能带下侧,而逆时针手性的 $q^+$ 点位于能带上侧.当声学超材料的单胞处于正负相反的旋转角度(如 $\alpha = \pm 15^\circ$ )时,其能带结构发生反转,进而激发出亚波长拓扑相变和亚波长拓扑谷自旋态.

## 4 空间盘绕型声学超材料的亚波长拓扑谷自旋传输

### 4.1 亚波长拓扑谷自旋边缘态

亚波长空间盘绕型声学超材料通过旋转来打破空间反演对称性,产生两种不同手性的拓扑谷自旋态,并且实现了能带反转,进而激发出亚波长拓扑相变和亚波长拓扑谷自旋边缘态.为了研究亚波长拓扑谷自旋边缘态,本文构建了亚波长空间盘绕型声学超材料的超胞结构.如图4(b)所示,超胞结构从上到下分成I-II-I三层,由29个不同旋转角度的亚波长空间盘绕型圆柱单胞结构组合形成,其宽度等于晶格常数 $a = 70$  mm,其长度等于 $15\sqrt{3}a$ .其中,I部分由10个旋转角度为 $\alpha = 15^\circ$ 的亚波长空间盘绕型圆柱单胞组成,II部分由9个旋转角度为 $\alpha = -15^\circ$ 的亚波长空间盘绕型圆柱单胞组成.在超胞结构的x方向构造出I-II和II-I两种不同的拓扑界面.把具有衰变形式的试探解代入声学超材料的本征问题中,得到沿拓扑界面x方向的边缘态一般形式 $\phi = (\varphi_{p^-}^0 + \varphi_{q^+}^0) e^{i \delta k_x x \pm |\mathbf{m} v_D y|}$ .第一布里渊区角点K沿y的线性色散关系为 $\delta\omega = v_D \delta k_x$ ,  $\varphi_{p^-}^0$  和  $\varphi_{q^+}^0$  来自赝自旋退化得到的连续哈密顿量模型 $\delta H = v_D \delta k_x \sigma_x + v_D \delta k_y \sigma_y + \mathbf{m} v_D^2 \boldsymbol{\sigma}_z$ .该哈密顿量形式可通过  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  微扰理论推导得到. 式中  $v_D$  表示相应锥形色散的Dirac速度,  $\delta k_x$  和  $\delta k_y$  表示K点的动量偏差,  $\boldsymbol{\sigma}_z$  表示赝自旋的泡利矩阵,  $\mathbf{m}$  表示有效质量.当  $e^{m v_D y} = e^{-|m v_D y|}$ , 即拓扑边界态从

Fig. 3. Schematic diagram of the rotation angle of the acoustic metamaterials dependent frequencies for the band-edge at the K-point. When the rotation angle is  $\alpha = \pm 15^\circ$ , the acoustic topological valley-spin states of unit cell is shown in the illustration.

衰变因子中分离时, 声波可以沿着拓扑界面有效传输。因此, 由于界面两侧的声学超材料具有相反的亚波长拓扑相位和自旋方向相反的亚波长拓扑谷自旋态, 因此该拓扑界面具有亚波长拓扑谷自旋边缘态。

在超胞结构左右两边加 Floquet 周期性边界条件, 在超胞的上下边界加完美匹配层以构造无限空气声场域, 利用有限元分析软件 COMSOL Multiphysics 计算得到超胞的能带结构, 如图 4(a) 所示。在归一化频段 0.1913—0.2078 (实际物理频段为 937—1018 Hz) 出现了完全体带隙。在该体带隙内, 声波将无法在声学超材料内部传播。与此同时, 图 4(a) 所示的能带结构具有四条边缘能带, 由红线和蓝线所标记。红线表示能流方向朝右的亚波

长拓扑谷自旋边缘能带, 即声波可在拓扑界面处有效向右传播; 蓝线表示能流方向朝左的亚波长拓扑谷自旋边缘能带, 即声波可在拓扑界面处有效向左传播。在亚波长拓扑谷自旋边缘态能带结构中 4 个点  $L_{II-I}$ ,  $R_{I-II}$ ,  $L_{I-II}$ ,  $R_{II-I}$  的本征态如图 4(b) 所示。 $R_{I-II}$  能流方向朝右,  $L_{I-II}$  能流方向朝左, 其声压均只分布在超胞结构的 I-II 拓扑界面处;  $L_{II-I}$  能流方向朝左,  $R_{II-I}$  能流方向朝右, 其声压均只分布在超胞结构的 II-I 拓扑界面处。因此, 尽管超胞结构能带结构具有一段完全体带隙, 以屏蔽声波在声学超材料内部传输, 但是其亚波长拓扑谷自旋边缘能带, 能有效地诱使声波沿着拓扑界面稳健传输, 而不受外界缺陷和扰动的干扰。

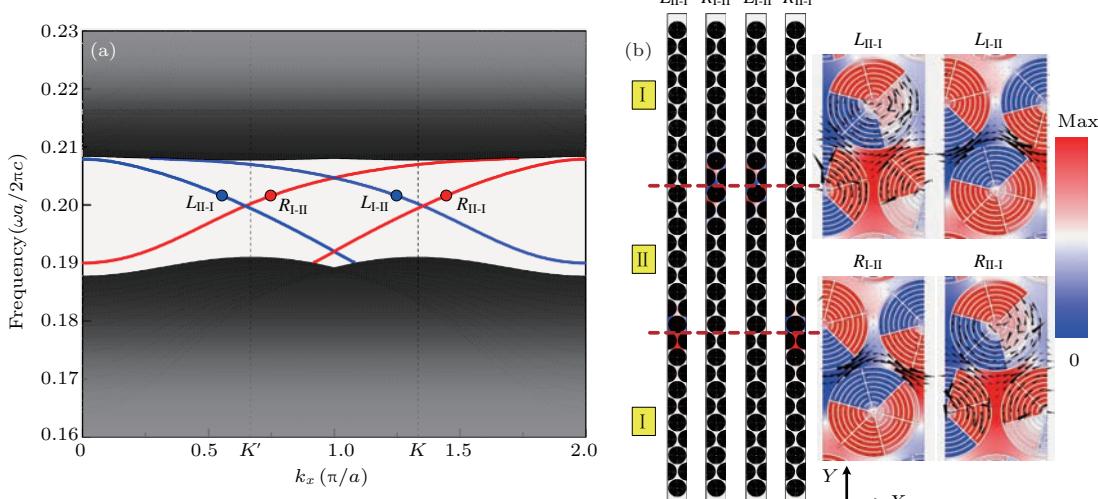


图 4 亚波长拓扑谷自旋边缘态 (a) 空间盘绕型声学超材料超胞的能带结构, 在完全体带隙内有四条边缘能带, 红线表示能流方向朝右, 蓝线表示能流方向朝左; (b) 在亚波长拓扑谷自旋边缘态能带结构中 4 个点  $L_{II-I}$ ,  $R_{I-II}$ ,  $L_{I-II}$ ,  $R_{II-I}$  的本征态

Fig. 4. Subwavelength topological valley-spin edge state: (a) Bulk band structure of the supercell of acoustic metamaterials has four edge bands in the complete bandgap, the red line indicates the direction of the energy flow to the right; the blue line indicates the direction of the energy flow to the left; (b) there are four points  $L_{II-I}$ ,  $R_{I-II}$ ,  $L_{I-II}$ ,  $R_{II-I}$  on the edge bands showing the different subwavelength topological valley-spin edge states.

## 4.2 亚波长拓扑谷自旋传输的稳健性分析

本文沿着图 5(a) 中黄色虚线构造出一种直线型拓扑界面和另一种具有  $120^\circ$  急转弯的折线型拓扑界面, 然后用相同的高斯波从界面的左端口入射, 以研究两种不同路径下声波的拓扑传输特性。当归一化频率为 0.2035 (实际物理频率为 997 Hz) 时, 声场分布图显示声波不仅可以有效地沿直线传播, 而且在经过两个  $120^\circ$  急转弯后仍可以高效率地传输到出口。图 5(b) 为利用有限元分析软件

COMSOL Multiphysics 计算得到的声波在两种不同路径下的传输效率。黑色点线图表示声波沿直线路径传播的传输效率曲线, 红色点线图表示声波沿具有  $120^\circ$  急转弯的折线路径传播的传输效率曲线。图中阴影部分表示亚波长拓扑谷自旋边缘能带范围, 其归一化频带为 0.1921—0.2079。由图 5(b) 可知, 两条曲线在亚波长拓扑谷自旋边缘能带范围拟合较好, 且具有较高的传输效率。因此, 受亚波长拓扑谷自旋保护, 声波在拓扑界面稳健高效传输, 且对传输路径中弯曲所致的强后散射具有较好的

免疫性。此外,由于空间盘绕型圆柱单胞可沿其中心轴自由旋转,因此本文设计的亚波长空间盘绕型声学超材料不仅突破了一般声子拓扑绝缘体的几

何尺寸限制,实现声波的亚波长拓扑边缘传输,还可以通过改变结构旋转角度来构造任意路径的拓扑界面,以实现声波沿任意路径稳健传输。

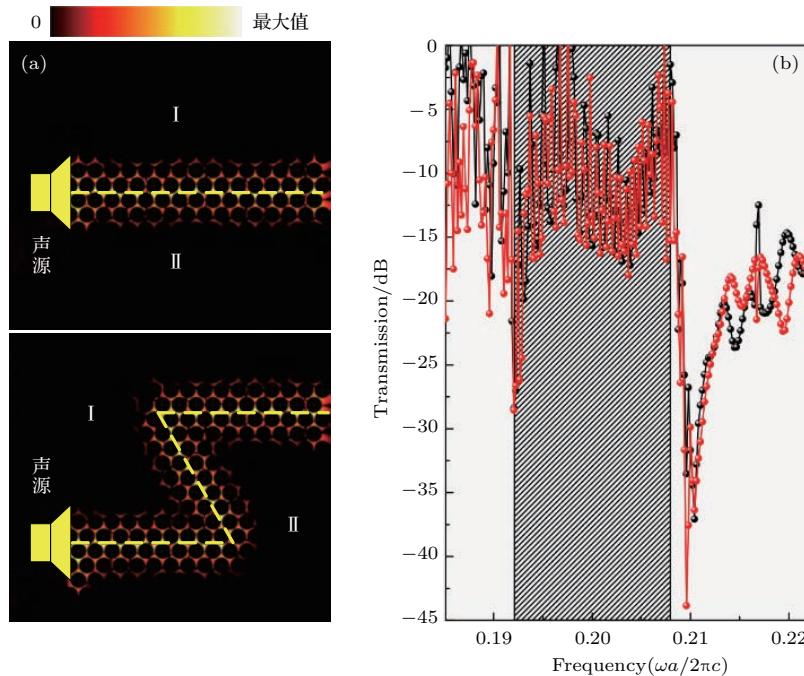


图5 亚波长拓扑谷自旋传输的稳健性分析 (a) 拓扑谷自旋边缘态频率为 997 Hz 时(归一化频率为 0.2035), 两种不同传输路径下的模拟声场图; (b) 两种不同传输路径下的传输效率曲线, 黑色点线图表示沿直线路径传输, 红色点线图表示沿折线路径传输, 阴影部分表示亚波长拓扑谷自旋边缘能带范围

Fig. 5. Robustness analysis of subwavelength topological valley-spin transport: (a) When the frequency is 997 Hz (normalized frequency is 0.2035), simulation of sound field in two different transport paths is shown in the illustration; (b) there are two different transmission efficiency curves with two different paths, the black dotted line indicates that the sound wave transport in a straight path, the red dotted line indicates that the sound wave transport in a zigzag path, the shadow region indicates the range of the topological bandgap.

## 5 总 结

本文在空间盘绕型声学超材料中实现了亚波长 Dirac 锥形色散关系,并通过打破镜像对称性使得简并的 Dirac 锥重新打开以产生亚波长谷自旋态。不同拓扑相的声学超材料所构造的拓扑界面具有亚波长拓扑谷自旋边缘态,可使声波沿拓扑界面稳健传输,对转角和缺陷等扰动因素所引起的后散射具有良好的免疫性。

由空间盘绕机理可知,空间盘绕型声学超材料具有超慢声速的特性。低频波段的拓扑边缘态与慢声效应相结合,本文提出了一种新的声子拓扑边缘态超慢声速波导。低频波段的拓扑边缘态相比于高频段的边缘态具有亚波长局域的优势,有利于慢声波导等声学器件的小型化。此外,通过调节声学超材料的尺寸参数,不仅可以获得更低频率的边缘态、更慢的声速和更长的声子寿命,还可实现拓扑

边缘态在低频段和高频段的连续可调。这将预示着亚波长拓扑谷自旋声学超材料有着广泛的应用前景。

本文虽是基于空气声学的空间盘绕结构提出了亚波长拓扑谷自旋态,以此为基础,借助点群理论和各种亚波长结构,可有效地发展出亚波长光子拓扑绝缘体和亚波长弹性波拓扑绝缘体等。此外,空间盘绕型声学超材料的工作环境是开放性的,其拓扑声学状态可以耦合到辐射连续体,为拓扑声学打开了深远的应用前景,为新一代受拓扑保护的声学泄漏波天线、亚波长成像系统和亚波长振动噪声控制系统提供技术支撑。

## 参考文献

- [1] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [2] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C 2006 *Science* **314** 1757

- [3] Lu L, Joannopoulos J D, Soljacic M 2014 *Nat. Photon.* **8** 821
- [4] Wang Z, Chong Y D, Joannopoulos J D, Soljacic M 2009 *Nature* **461** 772
- [5] Poo Y, Wu R X, Lin Z F, Yang Y, Chan C T 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 093903
- [6] Fang K J, Yu Z F, Fan S H 2012 *Nat. Photon.* **6** 782
- [7] Hafezi M, Mittal S, Fan J, Migdall A, Taylor J M 2013 *Nat. Photon.* **7** 1001
- [8] Khanikaev A B, Mousavi S H, Tse W K, Kargarian M, MacDonald A H, Shvets G 2013 *Nat. Mater.* **12** 233
- [9] Wu L H, Hu X 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 223901
- [10] Fang K J, Fan S H 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 203901
- [11] Bandres M A, Rechtsman M C, Segev M 2016 *Phys. Rev. X* **6** 011016
- [12] Cheng X, Jouvaud C, Ni X, Mousavi S H, Genack A Z, Khanikaev A B 2016 *Nat. Mater.* **15** 542
- [13] Ma T, Khanikaev A B, Mousavi S H, Shvets G 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 127401
- [14] Wolfe J P 2005 *Imaging Phonons: Acoustic Wave Propagation in Solids* (New York: Cambridge University Press)
- [15] Johnson S G, Povinelli M L, Soljacic M, Karalis A, Jacobs S, Joannopoulos J D 2005 *Appl. Phys. B: Lasers O.* **81** 283
- [16] Süssstrunk R, Huber S D 2016 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **113** E4767
- [17] Nash L M, Kleckner D, Read A, Vitelli V, Turner A M, Irvine W T M 2015 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **112** 14495
- [18] Ong Z Y, Lee C H 2016 *Phys. Rev. B* **94** 134203
- [19] Fleury R, Sounas D L, Sieck C F, Haberman M R, Alù A 2014 *Science* **343** 516
- [20] Yang Z, Gao F, Shi X H, Lin X, Gao Z, Chong Y D, Zhang B 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 114301
- [21] Peng Y G, Qin C Z, Zhao D G, Shen Y X, Xu X Y, Bao M, Jia H, Zhu X F 2016 *Nat. Commun.* **7** 13368
- [22] Chen Z G, Wu Y 2016 *Phys. Rev. Appl.* **5** 054021
- [23] He C, Li Z, Ni X, Sun X C, Yu S Y, Lu M H, Liu X P, Chen Y F 2016 *Appl. Phys. Lett.* **108** 031904
- [24] Fleury R, Khanikaev A B, Alù A 2016 *Nat. Commun.* **7** 11744
- [25] Wei Q, Tian Y, Zuo S Y, Cheng Y, Liu X J 2017 *Phys. Rev. B* **95** 094305
- [26] Lu J Y, Qiu C Y, Xu S J, Ye Y T, Ke M Z, Liu Z Y 2014 *Phys. Rev. B* **89** 134302
- [27] Chen Z G, Ni X, Wu Y, He C, Sun X C, Zheng L Y, Lu M H, Chen Y F 2014 *Sci. Rep.* **4** 4613
- [28] Li Y, Wu Y, Mei J 2014 *Appl. Phys. Lett.* **105** 014107
- [29] Dai H Q, Liu T T, Jiao J R, Xia B Z, Yu D J 2017 *J. Appl. Phys.* **121** 135105
- [30] Xiao M, Ma G C, Yang Z Y, Sheng P, Zhang Z Q, Chan C T 2015 *Nat. Phys.* **11** 240
- [31] He C, Ni X, Ge H, Sun X C, Chen Y B, Lu M H, Liu X P, Chen Y F 2016 *Nat. Phys.* **12** 1124
- [32] Lu J Y, Qiu C Y, Ye L P, Fan X Y, Ke M Z, Zhang F, Liu Z Y 2017 *Nat. Phys.* **13** 369
- [33] Lu J Y, Qiu C Y, Ke M Z, Liu Z Y 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 093901
- [34] Ye L P, Qiu C Y, Lu J Y, Wen X H, Shen Y Y, Ke M Z, Zhang F, Liu Z Y 2017 *Phys. Rev. B* **95** 174106
- [35] Zhang Z W, Wei Q, Cheng Y, Zhang T, Wu D J, Liu X J 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 084303
- [36] Xia B Z, Liu T T, Huang G L, Dai H Q, Jiao J R, Zang X G, Yu D J, Zheng S J, Liu J 2017 *Phys. Rev. B* **96** 094106
- [37] Mei J, Chen Z G, Wu Y 2016 *Sci. Rep.* **6** 32752
- [38] Skirlo S A, Lu L, Soljacic M 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 113904
- [39] He W Y, Chan C T 2015 *Sci. Rep.* **5** 8186
- [40] Xia B Z, Zheng S J, Chen N, Liu T T, Jiao J R, Dai H Q, Yu D J, Liu J 2017 arXiv preprint arXiv:1706.08206
- [41] Simon Y, Fleury R, Lemoult F, Fink M, Lerosey G 2017 *New J. Phys.* **19** 075003
- [42] Xia B Z, Li L P, Liu J, Yu D J 2017 *J. Vib. Acoust.* **140** 011011
- [43] Liu J, Li L P, Xia B Z, Man X F 2017 *Int. J. Solids. Struct.* (Accept)

SPECIAL TOPIC — Topological classical waves

# Subwavelength topological valley-spin states in the space-coiling acoustic metamaterials

Zheng Sheng-Jie Xia Bai-Zhan<sup>†</sup> Liu Ting-Ting Yu De-Jie

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China)

(Received 29 September 2017; revised manuscript received 6 November 2017)

## Abstract

Phononic crystals possess Dirac linear dispersion bands. In the vicinity of Dirac cones, phononic crystals exhibit topological properties which have good application prospects in control of acoustic waves. Up to now, the topological edge states of phononic crystals, based on the band structures arising from the Bragg scattering, cannot realize low-frequency sound waves by the topologically protected one-way edge transmission. In this paper, by introducing the space-coiling structure, a space-coiling phononic metamaterial with  $C_{3v}$  symmetry is designed. At the  $K(K')$  points of the Brillouin zone, the bands linearly cross to a subwavelength Dirac degenerated cones. With a rotation of the acoustic metamaterials, the mirror symmetry will be broken and the Dirac degenerated cones will be reopened, leading to subwavelength topological phase transition and subwavelength topological valley-spin states. Lastly, along the topological interface between acoustic metamaterials with different topological valley-spin states, we successfully observe the phononic topologically valley-spin transmission. The subwavelength Dirac conical dispersion and the subwavelength topological valley-spin state breakthrough the limitation of the geometric dimension of the phononic topological insulator, and provide a theoretical basis for the application of the phononic topologically robust transmission in a subwavelength scale.

**Keywords:** space-coiling structure, subwavelength acoustic metamaterials, Dirac degenerated cone, topological valley-spin state

**PACS:** 81.05.Xj, 43.35.+d, 63.20.-e, 63.20.D-

**DOI:** [10.7498/aps.66.228101](https://doi.org/10.7498/aps.66.228101)

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [xiabz2013@hnu.edu.cn](mailto:xiabz2013@hnu.edu.cn)