物理学报 Acta Physica Sinica



含有一般性热转移过程的低耗散型热机的权衡优化研究

卢灿灿 白龙

Trade-off optimization for low-dissipation heat engine with generic heat transfer process

Lu Can-Can Bai Long

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 66, 030504 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.030504 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.030504 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I3

您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

关联高斯与非高斯噪声激励的 FHN 神经元系统的稳态分析

Steady state characteristics in FHN neural system driven by correlated non-Gaussian noise and Gaussian noise

物理学报.2016, 65(12): 120501 http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120501

熵产最小化理论在传热和热功转换优化中的应用探讨

Discussion on the application of entropy generation minimization to the optimizations of heat transfer and heat-work conversion 物理学报.2016, 65(18): 180503 http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.180503

物理学报.2010, 05(18). 180505 1111.//0X.001.019/10.7498/805.05.16

实验室光致电离等离子体中激发过程的研究

Excitation processes in experimental photoionized plasmas 物理学报.2016, 65(11): 110503 http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.110503

锂离子进入碳纳米管端口速度的分子动力学模拟

Molecular dynamics simulation of average velocity of lithium iron across the end of carbon nanotube 物理学报.2014, 63(20): 200508 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200508

含有一般性热转移过程的低耗散型热机的 权衡优化研究*

卢灿灿 白龙

(中国矿业大学物理学院, 徐州 221116)

(2016年8月17日收到;2016年9月27日收到修改稿)

实际热机在工作过程中必然伴随热转移过程.本文提出了含有一般性热转移过程的低耗散热机模型.利用权衡优化方法对该低耗散热机的性能进行了优化分析,推导出了权衡判据下热机功率和效率表达式.详细讨论了不同热转移过程支配下的热机功率以及效率特征,其结果有助于深入理解实际热机的优化机制.

关键词: 低耗散热机, 热转移律, 权衡判据, 热机效率 **PACS:** 05.70.Ln, 05.20.-y, 05.70.-a

DOI: 10.7498/aps.66.030504

1引言

经济与社会的快速发展导致对能源的需求日 益增加,大量能源被消耗的同时伴随着全球变暖和 不可再生能源日益枯竭的问题, 这对人类的可持 续发展提出了严峻挑战. 热机是将吸收的热能转 变为有用功的装置,在国民生产中发挥着重要作 用. 自工业革命以来, 提高热机的效率和优化热机 的性能一直是基础科学和工程领域中普遍关注的 问题. 热力学第二定律指出, 基于卡诺循环而设计 的热机的效率 $\eta_{\rm C} = 1 - T_{\rm c}/T_{\rm h}$,其中 $T_{\rm h}$ 和 $T_{\rm c}$ 分别 是高低温热源的温度. 虽然基于准静态过程的卡 诺热机是理想化的并且其输出功率为零,但是它 给出了实际热机执行的上限. 1975年, Curzon和 Ahlborn^[1]基于内部可逆假设,提出了一个唯象的 有限时间的卡诺热机模型,并且给出了最大功率时 的效率 $\eta_{CA} = 1 - \sqrt{T_c/T_h}$ (简称为CA效率), 他们 的先驱性工作以及之后与其相关的大量研究为有 限时间热力学理论的形成奠定了坚实基础. 随后, van den Broeck^[2]进一步证明了CA效率是线性不 可逆热力学理论的一个基本结果,并建立了有限时

间热力学与线性不可逆热力学之间的本构关系.

事实上,有限时间热力学框架下的热机性能优 化是非常重要的科学问题. 传统的热机性能优化通 常是构造目标函数方法,基于目标函数与系统参数 关系来优化目标函数,进而获得满足热机性能优化 的有效方案^[3,4].具体表现在:1)基于热机功率和 效率的表达式,利用数学分析中的求极值方法获得 相应的最大功率和效率的公式,这种方法获得的最 大功率与最大效率通常不匹配,即当系统参数满足 获得最大功率的条件时,不一定获得最大效率,反 之亦然; 2) 根据最小熵产生原理的热机优化分析, 但获得最小熵的表达式不仅需要精细的计算而且 非常困难; 3) 辐射能分析方法, 但该方法依赖于环 境参数. 上述关于热机性能的优化方法通常适用 于个例而缺乏普适性.因此,对实际热机的工作过 程进行优化必须满足以下原则: 1) 在以提高热机 性能为目的的优化过程中,控制热机工作的参数应 具有导向性; 2)利用热力学判据优化热机不应该依 赖于环境参数; 3) 应考虑热机工作过程中出现的不 可避免的耗散效应. 2001年,西班牙的Hernandez 等^[5]针对热机的优化问题提出了权衡判据方法,该 方法通过对所构造的品质函数的分析,能够给出热

^{*} 中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: 2015XKMS082)资助的课题.

[†]通信作者. E-mail: bailong2200@163.com

^{© 2017} 中国物理学会 Chinese Physical Society

机在满足最大效率和最小能量损失平衡条件下的 工作区域,权衡判据方法提供了一种优化热机性能 的统一理论框架,并且在宏观热机和微观热器件的 性能优化过程中均得到了广泛应用^[6-9].

另一方面, Esposito等^[10] 根据工质和高低温 热源接触过程中的熵产生过程提出了一个低耗散 卡诺热机模型,即LD模型,

$$Q_{\rm h} = T_{\rm h} \left(\Delta S - \frac{\Sigma_{\rm h}}{\tau_{\rm h}} \right),$$
$$Q_{\rm c} = T_{\rm c} \left(-\Delta S - \frac{\Sigma_{\rm c}}{\tau_{\rm c}} \right), \tag{1}$$

其中, $\Delta S(>0)$ 是准静态等温过程中的熵变, τ_h 和 $\tau_{\rm c}$ 分别是工质与高低温热源的接触时间,系数 $\Sigma_{\rm h}$ 和Σ。为等温过程中的耗散强度. 在对称性耗散情 $\mathcal{R}(\Sigma_{\rm h}=\Sigma_{\rm c})$ 下,LD模型可以再现CA效率.因此, LD模型提供了理解不同类型热机在最大功率时效 率的统一框架. 日本学者 Izumida 等^[11-13] 推广线 性不可逆热力学理论到低阶非线性情形,并提出了 最小非线性不可逆热机模型,该模型能够较好地描 述有限时间循环热机可能的热耗散效应. 作为最小 非线性不可逆热机模型的例子, Izumida 等^[11-13] 提出了一个满足线性热转移的热漏项低耗散热机, 并且给出了与该模型对应的Onsager系数表达式. 然而,我们注意到工质与热源之间的能量转移过 程是复杂的,往往受非线性规律的支配.这使得 Izumida 等^[13] 提出的基于傅里叶热传导规律(线性 规律)的含有热漏的低耗散热机模型不具有普遍性. 基于以上论述,本文拓展 Izumida 等^[13]提出的热 机模型至一般性情形,并给出含有一般性热漏项的 低耗散热机模型. 在此基础上, 利用权衡判据方法 对含有一般性低耗散热机进行优化分析,给出了权 衡判据条件下含有一般性热转移过程的低耗散热 机功率和效率的表达式,进一步讨论了受不同热转 移规律支配的低耗散型热机的优化特征.

2 物理模型和公式

本文研究的含有一般性热转移过程的低耗散 性热机模型用如下方程描述:

$$Q_{\rm h} = T_{\rm h} \left(\Delta S - \frac{\Sigma_{\rm h}}{\tau_{\rm h}} \right) + k (T_{\rm h}^n - T_{\rm c}^n)^m (\tau_{\rm h} + \tau_{\rm c}),$$
$$Q_{\rm c} = T_{\rm c} \left(\Delta S + \frac{\Sigma_{\rm c}}{\tau_{\rm c}} \right) + k (T_{\rm h}^n - T_{\rm c}^n)^m (\tau_{\rm h} + \tau_{\rm c}), \qquad (2)$$

其中, $T_h \, \pi T_c$ 是高低温热源的温度, $\Delta S > 0$ 是等 温可逆过程中的熵变, $\tau_h \, \pi \tau_c$ 为工质分别与高低温 热源的接触时间, $\Sigma_h \, \pi \Sigma_c$ 表征了工质与高低温热 源接触的不可逆过程中的耗散强度. 方程 (2) 的第 三项为源于热转移过程的热漏项, k 是热导率, 热 漏项中的指数 (m,n) 的不同取值反映了不同的热 转移过程. 当m = n = 1时, 从方程 (2) 给出的热机 模型可以自然地得到 Izumida 等^[13] 提出的含有线 性热漏项的低耗散热机模型. 因为热机优化的权衡 判据方法不依赖于环境参数和无需计算熵产生率, 而且能够给出热机在最小能量损失情况下的最大 效率. 所以, 基于优化热机的权衡判据方法构造的 目标函数为

$$\dot{\Omega} = (2\eta - \eta_{\rm C})\dot{Q}_{\rm h} = \frac{(2 - \eta_{\rm C})Q_{\rm h} - 2Q_{\rm c}}{\tau_{\rm c} + \tau_{\rm h}},\qquad(3)$$

将目标函数 $\dot{\Omega}$ 对 τ_{c} 和 τ_{h} 求偏微分,并且满足函数的极值条件,即 $\frac{\partial \dot{\Omega}}{\partial \tau_{c}} = 0$ 和 $\frac{\partial \dot{\Omega}}{\partial \tau_{h}} = 0$.这样,可以获得如下两个方程:

$$[-(2 - \eta_{\rm C})\Delta ST_{\rm h}\tau_{\rm c} + 2T_{\rm c}\Sigma_{\rm c} + 2T_{\rm c}\Delta S\tau_{\rm c}]\tau_{\rm h}^{2}$$

$$+ 2(2 - \eta_{\rm C})T_{\rm h}\Sigma_{\rm h}\tau_{\rm c}\tau_{\rm h} + (2 - \eta_{\rm C})T_{\rm h}\Sigma_{\rm h}\tau_{\rm c}^{2}$$

$$= 0, \qquad (4)$$

$$[-(2 - \eta_{\rm C})\Delta ST_{\rm h}\tau_{\rm h} + (2 - \eta_{\rm C})T_{\rm h}\Sigma_{\rm h}$$

$$+ 2T_{\rm c}\Delta S\tau_{\rm c}]\tau_{\rm c}^{2} + 4T_{\rm c}\Sigma_{\rm c}\tau_{\rm c}\tau_{\rm h} + 2T_{\rm c}\Sigma_{\rm c}\tau_{\rm h}^{2}$$

$$= 0. \qquad (5)$$

用 $\tau_h^2 \tau_c$ 和 $\tau_c^2 \tau_h$ 分别左右同乘方程(4)和(5),然后 将获得的两个新方程相减,可以得到工质与热源接 触时间满足如下关系:

$$\begin{aligned} \tau_{\rm h}^{\star} - \tau_{\rm c}^{\star} &= \tau_{\rm h}^{\star} (1 - \alpha) \\ &= \frac{2\Sigma_{\rm h} [(2 - \eta_{\rm C}) - 2\beta(1 - \eta_{\rm C})]}{\eta_{\rm C} \Delta S}, \quad (6) \end{aligned}$$

式中, $\alpha = \tau_c/\tau_h \pi \beta = \Sigma_c/\Sigma_h$. 这样, 权衡判据下的接触时间可以表示为

$$\tau_{\rm h}^{\star} = \frac{2\Sigma_{\rm h}[(2-\eta_{\rm C}) - 2\beta(1-\eta_{\rm C})]}{(1-\alpha)\eta_{\rm C}\Delta S},\tag{7}$$

$$\tau_{\rm c}^{\star} = \frac{2\alpha \Sigma_{\rm h} [(2 - \eta_{\rm C}) - 2\beta (1 - \eta_{\rm C})]}{(1 - \alpha) \eta_{\rm C} \Delta S}.$$
 (8)

将方程(7)和(8)代入热机功率公式 $P = (Q_h - Q_c)/(\tau_h + \tau_c)$,可以获得权衡判据下热机的功率为

$$P_{\Omega} = T_{\rm h} (\Delta S)^2 \{ 2\alpha [2 - \eta_{\rm C} - 2\beta (1 - \eta_{\rm C})] \\ - (1 - \alpha) [\alpha + (1 - \eta_{\rm C})\beta] \} \\ \times \{ 4\alpha (\alpha + 1) \Sigma_{\rm h} [2 - \eta_{\rm C}] \}$$

030504-2

$$-2\beta(1-\eta_{\rm C})]\}^{-1},$$
(9)
进一步可以得到无量纲功率为

$$\overline{P_{\Omega}} = \frac{P_{\Omega}\Sigma_{\rm h}}{T_{\rm h}(\Delta S)^{2}}$$

$$= \{2\alpha[2, n_{\rm T}, 2\beta(1, n_{\rm T})]\}$$

$$= \{2\alpha[2 - \eta_{\rm C} - 2\beta(1 - \eta_{\rm C})] - (1 - \alpha)[\alpha + (1 - \eta_{\rm C})\beta]\} \times \{4\alpha(\alpha + 1)[2 - \eta_{\rm C} - 2\beta(1 - \eta_{\rm C})]\}^{-1}.$$
 (10)

从方程 (9) 或者 (10) 可以看出, 权衡判据下热机的 功率不依赖于非线性热漏项, 而与接触时间、耗 散项以及卡诺效率有关. 同样, 根据热机效率公式 $\eta = 1 - Q_c/Q_h$, 可以得到权衡判据下热机的效率为

$$\eta_{\Omega} = 1 - [T_{\rm h}^2 T_{\rm c} \Sigma_{\rm h} (\Delta S)^2 H_1 + T_{\rm h}^2 \Sigma_{\rm h}^2 k (T_{\rm h}^n - T_{\rm c}^n)^m H_2] \times [T_{\rm h}^3 \Sigma_{\rm h} (\Delta S)^2 H_3 + T_{\rm h}^2 \Sigma_{\rm h}^2 k (T_{\rm h}^n - T_{\rm c}^n)^m H_2]^{-1}, \qquad (11)$$

方程(11)中的H₁, H₂和H₃分别为

$$H_{1} = \eta_{\rm C} (1 - \alpha) [2\alpha(2 - \eta_{\rm C}) - 4\alpha\beta(1 - \eta_{\rm C}) + \beta\eta_{\rm C} (1 - \alpha)],$$

$$H_{2} = 4\alpha(\alpha + 1) [2 - \eta_{\rm C} - 2\beta(1 - \eta_{\rm C})]^{2},$$

$$H_{3} = \eta_{\rm C} (1 - \alpha)\alpha [2(2 - \eta_{\rm C}) - 4\beta(1 - \eta_{\rm C}) - \eta_{\rm C} (1 - \alpha)].$$
(12)

当不存在热漏项(k=0)时,权衡判据下的效率为

$$\eta_{\Omega} = 1 - \frac{T_{\rm h}^2 T_{\rm c} \Sigma_{\rm h} (\Delta S)^2 H_1}{T_{\rm h}^3 \Sigma_{\rm h} (\Delta S)^2 H_3}$$

$$= 1 - (1 - \eta_{\rm C})[2\alpha(2 - \eta_{\rm C}) - 4\alpha\beta(1 - \eta_{\rm C}) + \beta\eta_{\rm C}(1 - \alpha)] \times \{\alpha[2(2 - \eta_{\rm C}) - 4\beta(1 - \eta_{\rm C}) - \eta_{\rm C}(1 - \alpha)]\}^{-1}.$$
 (13)

当 $k \neq 0$ 时,且令 $kT_{h}^{2}\Sigma_{h}^{2}T_{h}^{mn} = T_{h}^{3}\Sigma_{h}(\Delta S)^{2}$,权衡 判据下热机的优化效率为

$$\eta_{\Omega} = 1 - \frac{(1 - \eta_{\rm C})H_1 + H_2[1 - (1 - \eta_{\rm C})^n]^m}{H_3 + H_2[1 - (1 - \eta_{\rm C})^n]^m}.$$
(14)

方程(10),(13)和(14)为进一步深入理解和研究权 衡判据下热机的优化特征提供了理论依据.

3 数值计算结果与讨论

接触时间和耗散强度是影响热机功率和效率 的重要因素.因此,本节将着重讨论接触时间比 α 和耗散强度比 β 是如何影响平衡判据条件下的热 机功率和效率的.图1(a)给出了在固定耗散比 β 情况下功率和卡诺效率的关系曲线,发现随着 $\eta_{\rm C}$ 的增加,功率 $\overline{P_{\Omega}}$ 单调增加.然而,接触时间比的 增加导致了功率明显减小.相似的特征也体现在 图1(b)中,但值得注意的是当耗散比较小时,热机 的工作区域较宽;随着 β 的增加,热机的工作区域 明显减小,而且 $\overline{P_{\Omega}}$ - $\eta_{\rm C}$ 曲线的非线性特征明显减 弱.以上结果说明, α 和 β 过大,热机的输出功率和 工作区间明显减小,进而不利于热机的工作执行.



图1 (网刊彩色) (a) 当 $\beta = 0.1$ 而 α 取不同值时, 约化功率 $\overline{P_{\Omega}}$ 与卡诺效率 $\eta_{\rm C}$ 的关系; (b) 当 $\alpha = 0.1$ 而 β 取不同 值时, 约化功率 $\overline{P_{\Omega}}$ 与卡诺效率 $\eta_{\rm C}$ 的关系

Fig. 1. (color online) (a) For $\beta = 0.1$ and different α , the reduced power $\overline{P_{\Omega}}$ vs the Carnot efficiency $\eta_{\rm C}$; (b) for $\alpha = 0.1$ and different β , the reduced power $\overline{P_{\Omega}}$ vs the Carnot efficiency $\eta_{\rm C}$.



图2 (网刊彩色) 当 $\eta_{\rm C} = 0.5 \, \pi \, k = 0 \, \text{时}$, (a) 在改变 α 情况下, 约化效率 $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C} = \beta$ 的关系; (b) 在改变 β 情况下, 约化效率 $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C} = \alpha$ 的关系

Fig. 2. (color online) For $\eta_{\rm C} = 0.5$ and k = 0, (a) the reduced efficiency $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ vs β with the change of α ; (b) the reduced efficiency $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ vs α with the change of β .

为了更好地揭示热转移过程是如何影响热机 工作的,我们首先基于方程(13)研究了权衡判据条 件下不含热漏过程的热机效率. 基于可逆循环过 程的卡诺热机效率是实际热机效率的极限,本文用 含热漏的低耗散热机的效率 η_{Ω} 与所对应的卡诺效 率 $\eta_{\rm C}$ 比值 $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ 作为物理量来衡量真实热机的优 化执行,能够反映出真实热机的效率与理想化热机 效率的接近程度,这对于设计和优化实际热机是有 帮助的. 从图 2(a) 可以发现, 随着耗散比β的增加, 热机的效率单调减小; 另外, 接触时间比 α 的增加 导致了热机效率增加,但约化效率变化的程度较为 平缓. 图 2 (b) 中 $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ - α 的关系曲线明显反映出 耗散比β的增强减小了热机的工作区域; 热机效率 随着 α 单调递增的变化趋势从非线性型逐渐向线 性型过渡.实际热机在工作中必然伴随着热转移 过程,这在某种程度上影响了热机的效率.相比于 k = 0时的效率曲线(见图2),存在热转移过程时 的热机效率的变化非常显著.

图3给出了含三种热转移过程和不同接触时 间比 α 条件下的 η_{Ω}/η_{C} 与耗散比 β 的关系曲线.当 α 较小时, $\eta_{\Omega}/\eta_{C}-\beta$ 呈现出单调递减的变化特征, 随着 α 的增加, $\eta_{\Omega}/\eta_{C}-\beta$ 的单调变化特征逐渐减弱, 最终转变为单调递增的行为.值得注意的是,虽 然对应于不同的热转移过程,效率曲线的变化行 为相似,但是相应效率曲线的数值不同.当n = 1和m = 1.25时,即热转移过程满足杜龙-玻替定律, 对应不同 α 的效率是最大的,如图3中的实线所示. 当热转移过程满足牛顿定律(n = m = 1)时,效率 值有所降低(见图3中的划线);进一步,当热转移 过程满足斯特潘-玻尔兹曼定律 (n = 4, m = 1) 时, 热机效率的减弱非常显著, 如图 3 中的点划线所示.



图 3 (网刊彩色) 当 $\eta_{\rm C} = 0.5 \, \pi \, k \neq 0$ 时,在改变 α 的条件下,约化效率 $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C} \leq \beta$ 的关系,其中,n = 1, m = 1.25 (实线); m = n = 1 (划线); n = 4, m = 1 (点 划线)

Fig. 3. (color online) For $\eta_{\rm C} = 0.5$ and $k \neq 0$, the reduced efficiency $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ vs β with the change of α : n = 1, m = 1.25 (solid lines); m = n = 1 (dashed lines); n = 4, m = 1 (dash-dotted lines).

图4给出了对应于三种典型的热转移过程以 及不同耗散比 β 时的热机效率与接触时间比 α 的 关系曲线.发现权衡判据下的 η_{Ω}/η_{C} 随着 α 变化的 呈现出明显的非线性特征,即随着 α 的增加而达到 极大值,然后逐渐减弱的变化趋势.进一步发现耗 散比 β 的增加导致了热机可工作区域的减小,同时 热机效率的极大值右移.另外,比较图4(a)—(c)可 以看出,随着m的减小和n的增加,相应的热机效 率值明显减弱.上述结果表明,不同的热转移过程 极大地影响了热机性能.



图4 (网刊彩色) 当 $\eta_{\rm C} = 0.5 \, \pi \, k \neq 0 \, \text{时}$,在改变 β 的条件下,约化效率 $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C} = \alpha$ 的关系 (a) n = 1, m = 1.25; (b) m = n = 1; (c) n = 4, m = 1

Fig. 4. (color online) For $\eta_{\rm C} = 0.5$ and $k \neq 0$, the reduced efficiency $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ vs α with the change of β : (a) n = 1, m = 1.25; (b) m = n = 1; (c) n = 4, m = 1.



图5 (网刊彩色) (a) 当 $\alpha = 0.3 \ \pi \beta = 0.1 \ \text{时}$, 对应不同的热转移律时的热机效率 $\eta_{\Omega} = \eta_{C}$ 的关系; (b) 当 $\alpha = 0.3 \ \pi \beta = 0.7 \ \text{tr}$, 对应不同的热转移律时的热机效率 $\eta_{\Omega} = \eta_{C}$ 的关系

Fig. 5. (color online) (a) For $\alpha = 0.3$ and $\beta = 0.1$, the efficiency of the heat engine η_{Ω} vs $\eta_{\rm C}$ with different heat transfer laws; (b) for $\alpha = 0.3$ and $\beta = 0.7$, the efficiency of the heat engine η_{Ω} vs $\eta_{\rm C}$ with different heat transfer laws.

为了更好地理解权衡判据下热机效率与系统 参数的关系,图5给出了不同耗散比 β 条件下的优 化的热机效率 η_{Ω} 与卡诺效率 η_{C} 的关系曲线.发现 随着 η_{C} 的增加, η_{Ω} 呈现出单调递增的特性.但不 同热转移过程支配下的热机效率特征曲线呈现出 线性或者非线性行为,*n*的增加导致 η_{Ω} - η_{C} 曲线具 有明显的非线性特征. $\alpha_{\eta_{\rm C}}$ 较小和较大时, η_{Ω} 的 差别较小. 而在中间区域, η_{Ω} 的差异是非常明显 的. 另外, 耗散比 β 增加不仅减小了热机的工作区 域, 而且热机效率的差异也进一步降低 (如图5 (b) 所示). 最后, 图6给出了受不同热转移过程支配以 及不同接触时间比条件下 η_{Ω} 与 $\eta_{\rm C}$ 的关系. η_{Ω} 与 $\eta_{\rm C}$ 的关系也呈现出单调递增的特性.但是,当 β 固定不变, α 增加时, 热机的工作区域呈现出与图 5 相反的特征.进一步发现,当 α 较大时, 热机的效率明显减小.因此, 从应用角度来看, β 和 α 的较小取值有利于热机以较大的效率进行工作.



图6 (网刊彩色) (a) 当 $\beta = 0.3 \pi \alpha = 0.1$ 时, 对应 不同的热转移律时的热机效率 $\eta_{\Omega} \subseteq \eta_{C}$ 的关系; (b) 当 $\beta = 0.3 \pi \alpha = 0.7$ 时, 对应不同的热转移律时的热机效 率 $\eta_{\Omega} \subseteq \eta_{C}$ 的关系

Fig. 6. (color online) (a) For $\beta = 0.3$ and $\alpha = 0.1$, the efficiency of the heat engine η_{Ω} vs $\eta_{\rm C}$ with different heat transfer laws; (b) for $\beta = 0.3$ and $\alpha = 0.7$, the efficiency of the heat engine η_{Ω} vs $\eta_{\rm C}$ with different heat transfer laws.

4 结 论

本文提出了含普遍性热转移过程的低耗散热 机模型,基于权衡判据原理,获得了热机的功率和 效率的解析表达式.在此基础上,我们较为系统地 研究了权衡判据下的热机功率及其效率.发现热 机的功率以及无热转移过程的效率均不依赖于热 漏项,而与接触时间、热耗散以及相应的卡诺效率 有关. 热机的输出功率随着卡诺效率呈现出单调 递增的趋势,但是较大的接触时间比和耗散比均不 利于热机在较大范围内的功率输出. 在无热转移 过程的热漏项且固定 $\alpha(\beta)$ 时, 热机的效率呈现出 随着 $\beta(\alpha)$ 的增加而减小(增加)的特征. 热转移过 程的出现极大地影响了热机的性能, 受3种热转移 规律影响的热机的 $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ -β曲线的变化行为相似, 随着α的增加,呈现出从单调减小到单调递增过度 的变化特征. $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}-\alpha$ 曲线呈现出先单调增加然后 单调减少的变化特征,耗散比β的增加导致了热机 效率极大值的右移. 另外, 随着 m 的减小和 n 的增 加,相应的热机效率值明显减小.受不同热转移过 程支配的热机的 η_{Ω} - η_{C} 曲线在 η_{C} 较小或者较大时, η_{Ω} 趋于一致,而在中间区域的差异较为明显. β 较 大或者α较小, 热机可以正常工作的区域明显减小. 本文的研究结果不仅有助于深入理解不同热转移 过程支配的实际热机的优化特征,而且对设计和制 造受控于不同热转移过程的热机时如何选择工作 物质以及热源是有价值的.

参考文献

- [1] Curzon F, Ahlborn B 1975 Am. J. Phys. 43 22
- [2] van den Broeck C 2005 Phys. Rev. Lett. **95** 190602
- [3] Li J, Chen L G, Ge Y L, Sun F R 2013 Acta Phys. Sin.
 62 130501 (in Chinese) [李俊, 陈林根, 戈延林, 孙丰瑞 2013 物理学报 62 130501]
- [4]~ Andresen B 2011 Angew. Chem. Int. Ed. ${\bf 50}~2690$
- [5] Hernandez A C, Medina A, Roco J M M, White J A, Velasco S 2001 Phys. Rev. E 63 037102
- [6] de Tomas C, Roco J M M, Hernandez A C, Wang Y, Tu Z C 2013 *Phys. Rev. E* 87 012105
- [7] Long R, Liu Z C, Liu W 2014 Phys. Rev. E 89 062119
- [8] Long R, Liu W 2015 Phys. Rev. E 91 042127
- [9] Zhang Y C, Huang C K, Lin G X, Chen J C 2016 *Phys. Rev. E* 93 032152
- [10] Esposito M, Kawai R, Lindenberg K, van den Broeck C 2010 Phys. Rev. Lett. 105 150603
- [11] Izumida Y, Okuda K 2012 Europhys. Lett. 97 10004
- [12] Izumida Y, Okuda K, Hernandez A C, Roco J M M 2013 Europhys. Lett. 101 10005
- [13] Izumida Y, Okuda K, Roco J M M, Hernandez A C 2015 *Phys. Rev. E* **91** 052140

Trade-off optimization for low-dissipation heat engine with generic heat transfer process^{*}

Lu Can-Can Bai Long[†]

(School of Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)(Received 17 August 2016; revised manuscript received 27 September 2016)

Abstract

The heat transfer process inevitably occurs in the operation of real heat engine. In this article, a low-dissipation heat engine with generic heat transfer process is proposed based on the low-dissipation Carnot model. The formulas for the power and the efficiency of heat engine with generic heat transfer law are derived, and the low-dissipation heat engine performance is also optimized by the trade-off optimization method, which offers a unified scheme to understand the behaviors of heat engines with generic heat transfer processes. Furthermore, the characteristics of the power as well as the efficiencies for thermal engines with the different heat transfer processes are discussed in detail, and it is found that the power and the efficiency without heat transfer process are independent of heat leak, but are related to contact time, heat dissipation and Carnot efficiency. The power output of heat engine monotonically increases as Carnot efficiency increases, but the large contact time ratio and the large dissipation ratio make it difficult to provide the big power output. When the heat leak is absent and $\alpha(\beta)$ is fixed, the efficiency of heat engine decreases (increases) with the increase of $\beta(\alpha)$. It is noted that the heat transfer process greatly influences the performance of heat engine, and $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ versus β displays the similar properties under three heat transfer laws. It is clearly shown that $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ versus β shows the transition from the monotonic decrease to monotonic increase with α increasing, but η_{Ω}/η_{C} versus α is opposite to the former, and the maximum value of $\eta_{\Omega}/\eta_{\rm C}$ also shifts rightwards with the increase of β . Additionally, the corresponding efficiency of heat engine diminishes significantly as m decreases and n increases. When heat engines are dominated by different heat transfer laws, the curves of η_{Ω} versus $\eta_{\rm C}$ are consistent as $\eta_{\rm C}$ is relatively large or small, but it is observed that there exist the evident differences among three characteristic curves in the middle regime. The relatively large β or small α will also lead to the reduction of the working regime where heat engine can function normally. Our results are very helpful in understanding the design principle and the optimization mechanism for actual thermal engines and refrigerators.

Keywords: low-dissipation heat engines, heat transfer laws, trade-off criterion, efficiency of the heat engine

PACS: 05.70.Ln, 05.20.-y, 05.70.-a

DOI: 10.7498/aps.66.030504

^{*} Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. 2015XKMS082).

[†] Corresponding author. E-mail: bailong2200@163.com