

单像素探测频谱重构成像理论分析

姚伟强 黄文浩 杨初平

Theoretical analysis of spectrum reconstruction imaging using single-pixel detection

Yao Wei-Qiang Huang Wen-Hao Yang Chu-Ping

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 034201 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.034201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.034201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I3>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

Fresnel 波带片编码成像的高分辨重建

High-resolution reconstruction of Fresnel zone plate coded imaging

物理学报.2017, 66(5): 054203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.054203>

贝叶斯迭代联合双边滤波的散焦图像快速盲复原

Fast Bayesian blind restoration for single defocus image with iterative joint bilateral filters

物理学报.2016, 65(23): 234202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.234202>

基于残差矩阵估计的稀疏表示目标跟踪算法

Visual tracking based on the estimation of representation residual matrix

物理学报.2016, 65(19): 194201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194201>

基于激光散斑成像的零件表面粗糙度建模

Surface roughness modeling based on laser speckle imaging

物理学报.2015, 64(23): 234203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.234203>

基于指导滤波的图像盲复原算法

Guided filter-based blind image restoration method

物理学报.2015, 64(13): 134202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134202>

单像素探测频谱重构成像理论分析*

姚伟强 黄文浩 杨初平†

(华南农业大学应用物理系, 广州 510642)

(2016年8月11日收到; 2016年9月17日收到修改稿)

迄今为止, 基于频谱重建的单像素探测成像技术没有提供一个比较全面的理论基础, 因此, 本文对此成像技术进行了比较详细的理论分析. 分析了若干因素对成像重建的影响, 包括对来自成像物体散射光的直接探测, 或间接探测即物体的散射光顺次经过多个漫射面漫射后由探测器探测; 多通道探测即物体的散射光分别沿几个不同路径、各自经几个漫射面顺次漫反射后由探测器探测; 探测器尺寸和位置. 理论分析结果表明, 无论是直接探测还是间接探测, 无论是单通道探测还是多通道探测, 只要能接收物体的散射光, 就能够重构成像; 探测器面积对成像重建的影响相当于位于不同位置的多个点探测器探测重建像的叠加. 为了加快成像重建速度, 导出了三步相移频谱重建公式. 对表面光强反射率均匀的物体, 采用三步相移技术, 给出了成像重建结果.

关键词: 计算成像, 频谱重建, 单像素探测

PACS: 42.30.Va, 42.30.Wb

DOI: 10.7498/aps.66.034201

1 引言

成像技术作为一种重要的信息采集手段, 随着光电探测器像素化阵列的出现而更加便捷. 但在某些电磁波段, 高集成度的光电探测器面阵制作困难且价格昂贵. 因此, 采用单个像素探测, 实现对物体二维甚至三维成像引起了人们的兴趣^[1-15].

在单像素探测成像技术中, 基于光场涨落的量子或者经典关联特性而获得物体透射率或者反射率分布的单像素探测成像(也称强度关联成像或者鬼成像(ghost imaging))受到关注^[1-13], 它无需透镜系统且非逐点扫描.

根据二维傅里叶变换的性质, 在二维空域中的物体信息, 等价于在二维频域中的一个频谱函数集合. 依据这种等价性, 文献^[14]提出了单像素探测频谱重构成像的新方法, 但仅讨论了成像物体表面反射率的影响. 在如下几个方面: 探测器的位置和面元尺寸对成像的影响、物体的散射光是直接探测

成像还是经过多次漫反射或透射后探测成像、物体的散射光经多通道反射或者透射后进行探测成像等, 至今未有比较完整的理论分析; 在每个频率的频谱重建方法上, 文献^[14]采用四步相移法, 即对每个频率依次投影四个不同初相位的灰度条纹, 并分别对物体的漫反射光进行探测, 然后通过对四个信号进行运算获得, 但频谱重建时间比较长. 因此, 本文对上述问题进行理论分析. 首先分析并导出成像物体表面后向散射光由探测器面元直接探测、或者顺次经过多个表面反射(或透射)后由探测器面元探测、或者经多通道反射(或透射或者反射和透射)后由探测器面元探测的总辐射通量表达式; 分析了探测器面元的位置和尺寸对成像的影响; 对每个频率的频谱重建, 采用三步相移法, 即同一频率组合的三个不同初始相位正弦灰度条纹按一定次序分别直接照射物体, 由单个探测器面元分别测量物体表面的后向散射光, 然后通过差分运算实现每个频率的频谱重建; 与四步相移法的频谱重建相比, 采用三步相移法的频谱重建能够加快成像重

* 广东省大学生创新创业训练项目(批准号: 201610564482)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yangchp@scau.edu.cn

建, 对单像素探测在动态成像方面应用具有积极意义 [15].

2 频谱重建成像原理

根据二维傅里叶变换, 空域中一个二维信号 $g(x, y)$, 可以表示为许多不同频率组合 (f_x, f_y) 频谱信号的叠加:

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x, f_y) \times \exp[j(2\pi f_x x + 2\pi f_y y)] df_x df_y,$$

$$G(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \times \exp[-j(2\pi f_x x + 2\pi f_y y)] dx dy, \quad (1)$$

(1) 式中 $G(f_x, f_y)$ 表示某种频率组合 (f_x, f_y) 的频谱. (1) 式表明: 如果获得二维物体的频谱, 通过逆傅里叶变换就能够得到物体的二维信号.

因此, 实现单像素探测频谱重构成像的关键就是: 按一定的顺序, 把某个频率组合的几个不同初相位灰度条纹投射到物体上, 物体的反射光分别被单像素探测器探测并采集, 通过某种运算得到这种频率的频谱.

某个频率组合 (f_x, f_y) 和初相位 ϕ_0 的灰度条纹表示为

$$I(x, y) = a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \phi_0), \quad (2)$$

其中 a, b 分别表示条纹的背景灰度和对比度.

在单像素探测频谱重构方法中, 探测物体漫射光是实现频谱重构的前提条件. 接下来首先推导对物体散射光进行直接和间接探测的辐射通量公式, 然后提出三步相移频谱重建方法, 最后讨论探测器位置和面元大小对成像的影响.

2.1 探测器直接探测物体漫反射光

如图 1 所示, 成像物体表面的光强反射率表示为 $R(x, y)$, 受到光照后, 相当于一个具有亮度分布的面光源. 这个面光源可分解为很多发光面元. 与亮度为 B 的发光面元 $ds = dx dy$ 距离为 r 、面积为 ds_0 的探测面元接收来自发光面元的辐射通量 $d\varphi$ 为

$$d\varphi = B d\Omega ds \cos \theta \cos \theta'$$

$$= B \frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' dx dy, \quad (3)$$

(3) 式中发光面元 ds 与探测面元 ds_0 的连线距离为 $r = r(x, y)$; 连线与 ds 法向 \mathbf{n} 的夹角 (锐角) 为 $\theta = \theta(x, y)$, 与探测面元 ds_0 的法向 \mathbf{n}' 夹角 (锐角) 为 $\theta' = \theta'(x, y)$; $d\Omega = \frac{ds_0}{r^2} \cos \theta'$ 为探测面元 ds_0 相对于观察方向 \mathbf{r} 展开的立体角.

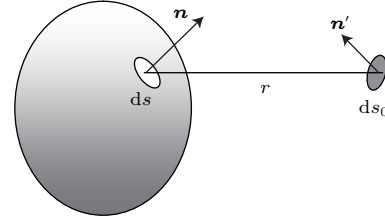


图 1 散射光直接探测

Fig. 1. Direct detection of scattering light.

成像物体的表面可处理为漫射面, 理想漫射体表面亮度 B 与照度 E 的关系为 $B = E/\pi$. 若该面元 ds 的光强反射率为 $R(x, y)$, 则 $B = ER(x, y)/\pi$, 其中 $E = I(x, y)$. 对于某个漫反射物体表面 $S = \int_S ds = \int_S dx dy$. 探测面元 ds_0 直接接收的总辐射通量 φ 表示

$$\varphi = \int_S d\varphi = \iint_S B \frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' dx dy$$

$$= \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \phi_0)] \frac{R(x, y)}{\pi} \times \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy. \quad (4)$$

2.2 探测器间接探测物体漫反射光

如果物体的后向漫反射光不是由探测面元直接探测, 而是顺次经过几个漫反射面反射, 即物体的漫反射光经过漫反射面 A 的反射, A 面的漫反射光经过漫反射面 B 的反射, $\dots\dots$, 最后才由探测器探测.

为便于分析, 先考虑最简单情况, 如图 2 所示. 物体面元 $ds = dx dy$ 的漫反射光经过 $ds' = dx_1 dy_1$ 漫反射后, 才由探测器 ds'' 接收. ds' 表示漫反射表面上的一个面元, ds'' 表示探测面元. 若漫反射面元 ds' 的光强反射率为 $R_1(x_1, y_1)$, 接收来自物体的辐射通量后显示的亮度为 $B_1 = \frac{E_1 R_1(x_1, y_1)}{\pi}$, 其中

$$E_1 = \frac{\varphi}{ds'} = \frac{\int_S d\varphi}{ds'}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\iint_S B \frac{ds'}{r^2} \cos \theta \cos \theta' dx dy}{ds'} \\
 &= \iint_S B \frac{1}{r^2} \cos \theta \cos \theta' dx dy \\
 &= \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \phi_0)] \\
 &\quad \times \frac{R(x, y)}{\pi} \left(\frac{1}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy. \quad (5)
 \end{aligned}$$

探测面元 ds'' 接收来自漫反射面的反射光后获得的总辐射通量表示为

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= \int_{S'} d\varphi_1 = \iint_{S'} B_1 \frac{ds''}{r_1^2} \cos \theta_1 \cos \theta'_1 dx_1 dy_1 \\
 &= \iint_{S'} \frac{E_1 R_1(x_1, y_1)}{\pi} \frac{ds''}{r_1^2} \cos \theta_1 \cos \theta'_1 dx_1 dy_1 \\
 &= \iint_{S'} \left(\iint_S B \frac{1}{r^2} \cos \theta \cos \theta' dx dy \right) \\
 &\quad \times \frac{R_1(x_1, y_1)}{\pi} \frac{ds''}{r_1^2} \cos \theta_1 \cos \theta'_1 dx_1 dy_1 \\
 &= \iint_{S'} \left\{ \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \phi_0)] \right. \\
 &\quad \times \left. \frac{R(x, y)}{\pi} \left(\frac{1}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \right\} \\
 &\quad \times \left(\frac{R_1(x_1, y_1)}{\pi} \frac{ds''}{r_1^2} \cos \theta_1 \cos \theta'_1 dx_1 dy_1 \right) \\
 &= \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \phi_0)] \\
 &\quad \times \left[\frac{R(x, y)}{\pi} \left(\frac{ds''}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \right] dx dy \\
 &\quad \times \left(\iint_{S'} \frac{R_1(x_1, y_1)}{\pi} \frac{1}{r_1^2} \right. \\
 &\quad \times \left. \cos \theta_1 \cos \theta'_1 dx_1 dy_1 \right), \quad (6)
 \end{aligned}$$

(6) 式中 S' 表示漫反射面, $r_1(x_1, y_1)$ 表示漫反射面元与探测面元的距离, $\cos \theta_1, \cos \theta'_1$ 的意义与 2.1 节中探测器直接接收情况下的 $\cos \theta, \cos \theta'$ 的意义类似. (6) 式显示, 若物体的漫反射光经过一个漫反射面反射后由探测面元 ds'' 接收, 与物体的漫反射光由探测面元直接接收比较, 探测面元 ds'' 接收的总辐射通量表达式多出现一个影响因子

$$K = \left(\iint_{S'} \frac{R_1(x_1, y_1)}{\pi} \frac{1}{r_1^2} \cos \theta_1 \cos \theta'_1 dx_1 dy_1 \right),$$

而且相当于把探测器定位于漫反射面处, 对来自成像物体的漫反射光进行探测. 因子 K 的意义是: 亮度分布为 $R_1(x_1, y_1)/\pi$ 的漫反射面 S' 作为光源发出的漫反射光照射在探测器 ds'' 上产生的照度.

类推出去: 若成像物体的漫反射光顺次经过多个漫反射面反射才由探测面元探测, 与由探测器面元直接探测相比, 每经过一次漫反射, 探测面元接收的辐射通量表达式便多出现一个确定的影响因子, 这将导致探测面元接收的辐射通量下降. 既然是一个确定的影响因子, 在后面的讨论中, 可以把这个因子略去, 用 (4) 式作为探测面元接收的辐射通量进行讨论.

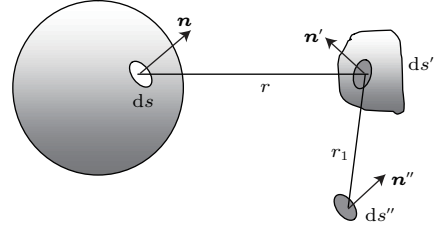


图 2 多次漫反射的间接探测

Fig. 2. Indirect detection of multi-scattering light.

上述结论也适用于如下多次透射后探测的情况: 若成像物体的漫反射光顺次经过多个透射面 A, B, C, \dots , 透射后才由探测面元探测, 只需将上述的 $R_1(x_1, y_1)$ 理解为透射面的光强透射率便可.

2.3 三步相移频谱重建

单像素探测频谱重建成像的关键是获得物体每个频率的频谱. 这里提出三步相移频谱重构方法: 为了重构某个频率组合 (f_x, f_y) 的频谱, 初相位按 $\phi_0 = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ 的顺序生成频率组合为 (f_x, f_y) 的三种灰度条纹, 然后按一定的时间间隔分别投射到物体上, 分别探测物体的漫射光得到三个输出信号, 并进行运算得到该频率的频谱.

若探测器的线性输出表示为

$$D = c_0 + c\varphi, \quad (7)$$

式中 c_0 表示探测器的本底输出, c 表示线性响应系数. 把探测器接收的辐射通量 (4) 式代入 (7) 式, 则探测器输出信号为

$$\begin{aligned}
 D &= c_0 + c\varphi \\
 &= c_0 + c \iint_S B \frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' dx dy \\
 &= c_0 + c \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \phi_0)] \\
 &\quad \times \frac{R(x, y)}{\pi} \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= c_0 + c \iint_S \frac{1}{\pi} aR(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \\
 &\quad + c \iint_S \frac{1}{\pi} [b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \phi_0)] \\
 &\quad \times R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy. \quad (8)
 \end{aligned}$$

对某种频率组合, 三个初相位为 $\phi_0 = 0, \pi/2, \pi$ 的灰度条纹依次投射到物体上, 探测器接收到散射光后产生的输出信号分别为

$$\begin{aligned}
 D_1 &= c_0 + c \iint_S \frac{1}{\pi} aR(x, y) \\
 &\quad \times \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \\
 &\quad + c \iint_S \frac{1}{\pi} [b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] \\
 &\quad \times R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy, \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_2 &= c_0 + c \iint_S \frac{1}{\pi} aR(x, y) \\
 &\quad \times \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \\
 &\quad + c \iint_S \frac{1}{\pi} \left[b \cos \left(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \frac{\pi}{2} \right) \right] \\
 &\quad \times R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \\
 &= c_0 + c \iint_S \frac{1}{\pi} aR(x, y) \\
 &\quad \times \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \\
 &\quad - c \iint_S \frac{1}{\pi} [b \sin(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] \\
 &\quad \times R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy, \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_3 &= c_0 + c \iint_S \frac{1}{\pi} aR(x, y) \\
 &\quad \times \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \\
 &\quad + c \iint_S \frac{1}{\pi} [b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \pi)] \\
 &\quad \times R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \\
 &= c_0 + c \iint_S \frac{1}{\pi} aR(x, y) \\
 &\quad \times \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \\
 &\quad - c \iint_S \frac{1}{\pi} [b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] R(x, y) \\
 &\quad \times \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy. \quad (11)
 \end{aligned}$$

对上述三个信号进行如下运算, 可以得到在相应频率组合 (f_x, f_y) 的频谱:

$$\begin{aligned}
 &G(f_x, f_y) \\
 &= \left[D_1 - \frac{(D_1 + D_3)}{2} \right] + j \left[D_2 - \frac{(D_1 + D_3)}{2} \right] \\
 &= c \iint_S \left[\frac{1}{\pi} bR(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \right] \\
 &\quad \times [\cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] dx dy \\
 &\quad - jc \iint_S \left[\frac{1}{\pi} bR(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \right] \\
 &\quad \times [\sin(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] dx dy \\
 &= c \iint_S \left[\frac{1}{\pi} bR(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \right] \\
 &\quad \times [\cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y) \\
 &\quad - j \sin(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] dx dy \\
 &= c \iint_S \left[\frac{1}{\pi} bR(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \right] \\
 &\quad \times \exp[-j(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] dx dy. \quad (12)
 \end{aligned}$$

(12) 式表明: 为了获得物体某个频率的频谱, 按一定的时间间隔、投射频率组合为 (f_x, f_y) 、初始相位分别为 $\phi_0 = 0, \pi/2, \pi$ 的灰度条纹到物体表面, 探测器分别探测它们的漫反射光, 产生的相应的电信号 D_1, D_2, D_3 , 然后通过 (12) 式的运算得到该频率的频谱. 采集所有频谱后, 对 (12) 式进行逆傅里叶变换, 可以得到与物体表面光强反射率分布 $R(x, y)$ 、探测器位置 $r(x, y)$ 、相对方位 $\cos \theta$ 和 $\cos \theta'$ 有关的二维重构像:

$$\begin{aligned}
 g(x, y) &= c \frac{1}{\pi} bR(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \\
 &= \iint_S (G(f_x, f_y)) \\
 &\quad \times \exp[j(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] dx dy, \quad (13)
 \end{aligned}$$

这个像 $g(x, y) = c \frac{1}{\pi} bR(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right)$ 就像把眼睛置于探测器位置观察到的结果.

若成像物体表面是理想漫反射面, 则 $R(x, y) = 1$, (13) 式简化为

$$\begin{aligned}
 g(x, y) &= c \frac{1}{\pi} b \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \\
 &= \iint_S (G(f_x, f_y)) \\
 &\quad \times \exp[j(2\pi f_x x + 2\pi f_x y)] dx dy, \quad (14)
 \end{aligned}$$

(14) 式显示: 即使物体是理想漫反射物体, 由于物体表面各个面元与探测器面元距离 $r(x, y)$ 不同, 相

对方位 $\cos \theta$ 和 $\cos \theta'$ 也产生改变, 因而重建像呈现出与这几个因素有关的灰度分布. 文献 [14] 并没有讨论探测器的不同位置对成像重建的影响.

若在投影条纹引入一个误差项, 系数 b 改变为 $(b + \beta(x, y))$, $\beta(x, y)$ 为随机误差, (13) 式重建像将从

$$g(x, y) = c \frac{1}{\pi} b R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right)$$

改变为

$$g(x, y) = c \frac{1}{\pi} (b + \beta(x, y)) R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right),$$

叠加上一个随机项.

2.4 探测器面积对成像影响

若探测器面积比较大, 可以分解成若干个探测器面元的串联, 每个面元接收的辐射通量分别为 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, 则 (7) 式变为

$$D = c_0 + c(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n), \quad (15)$$

(13) 式变为

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \sum_{i=1}^n \left(c \frac{1}{\pi} b R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \right)_i \\ &= \iint_S (G(f_x, f_y)) \\ &\quad \times \exp[j(2\pi f_x x + 2\pi f_y y)] dx dy. \end{aligned} \quad (16)$$

(16) 式中累加式中每一项

$$\left(c \frac{1}{\pi} b R(x, y) \left(\frac{ds_0}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \right)_i$$

表示一个探测器面元探测得到的重建像, 因而 (16) 式表示大面积探测器的重建像是位于不同位置几个探测器面元重建像的叠加.

2.3 节已经指出, 对单个探测器面元, 重建像呈现出与物体各个面元与探测器面元距离 $r(x, y)$ 、相对方位 $\cos \theta$ 和 $\cos \theta'$ 等因素有关的灰度分布. 若几个不同位置的探测器面元同时观察成像, 叠加像的亮度分布将比较均匀.

3 实验验证

单像素探测成像系统的结构如图 3 所示, 包括: 投影仪、单像素探测器光电二极管 A、石膏材料成像物体、配置有模拟数字信号转换和信号采集、条纹生成算法和频谱重建及像重建算法的计算机. 条

纹生成算法产生的某个频率组合的三个不同初相位灰度条纹以一定的时间间隔顺次通过投影仪投射到物体表面, 相应的物面漫反射光分别由光电二极管 A 接收并转换为电信号, 通过模数转换后由电脑采集, 依据 (12) 式运算获得这种频率组合的频谱信息; 采集全部频率组合的频谱信息, 经过逆傅里叶变换得到成像物体被探测器面元所在位置观察得到的像.



图 3 系统结构图

Fig. 3. The schematic of the system.

实验所用成像物体石膏像 (图 3) 的表面各处的反射率可以认为近似相等. 实验重建一个大小为 256×256 像素的像. 完整重建像需要的频率组合的数量比较大, 重建过程比较费时; 由于物体的频谱主要集中在低频部分, 为了验证理论和技术的可行性, 并节约时间, 实验时投射条纹的频率组合的范围分别是: $f_x \in [-64/256, 64/256]$, $f_y \in [0, 64/256]$. 正如 (14) 式所示, 即使物体各处反射率是一样的, 重建像也呈现出与探测器位置和物面三维轮廓有关的灰度分布, 分别如图 4 (a) (探测器面向物体, 位于物体前方右下位置, 故像的右下方比较亮, 鼻梁左侧区域较暗)、图 4 (b) (探测器面向物体, 位于物体前方左上位置, 故像的左上方比较亮, 鼻梁右侧区域较暗)、图 4 (c) (探测器面向物体, 位于物体前方右上位置, 故像的右上方比较亮, 鼻梁左侧区域及左嘴角较暗) 右侧图所示.

由于单个探测器面元重建像呈现出与物体各个面元与探测器面元距离 $r(x, y)$ 、相对方位 $\cos \theta$ 和 $\cos \theta'$ 等因素有关的灰度分布; 若几个不同位置的探测器面元同时观察成像, 叠加像的灰度分布将

比较均匀. 图 5(a) 是探测器面元两个不同位置右上(图 5(b))、左上(图 5(c))重建像的叠加像.

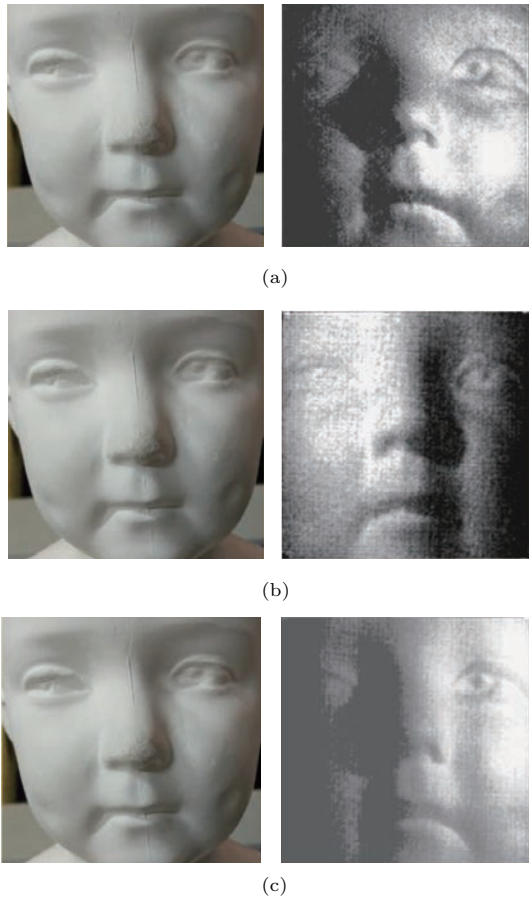


图 4 不同视角的重建像

Fig. 4. Different views of reconstructed images.

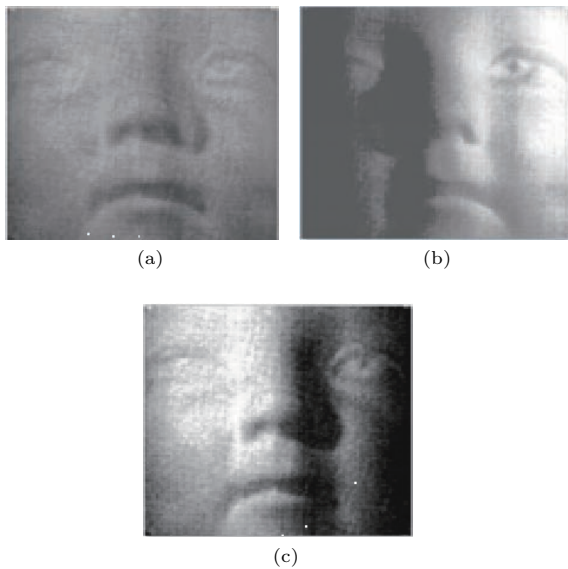


图 5 (a) 叠加像; (b) 右视角和 (c) 左视角重建像

Fig. 5. (a) Integrated reconstructed image; (b) the right and (c) the left view of reconstructed images.

4 分析讨论与结论

单像素探测频谱重建成像与辐射通量探测密切相关. 理论分析指出: 在一系列不同频率组合的非相干灰度条纹的照射下, 物体的散射光无论是由探测器面元直接探测还是顺次经过多个反射面反射或者多个透射面透射后由探测器面元探测, 都能够重建物体的像. 从理论上说明只要探测器面元能够接收到来自物体的散射光, 都能够成像. 这一点与透镜成像不同. 透镜成像时, 物体的散射光可以经过光滑表面的反射后成像; 若经过漫反射, 将无法成像.

进一步讨论物体漫射光经多通道反射或透射后的探测问题. 可以证明(见附录 A): 若物体的漫反射光经多路漫反射, 即物体的漫反射光分别经反射面 $1, 2, 3, \dots$ 反射后由单一探测器面元探测; 或者物体的漫反射光分别经透射面 a, b, c, \dots 透射后由单一探测器面元接收, 则重建像相当于不同位置几个探测器面元重建像的叠加.

上述理论分析能够解释文献 [14] 的两个间接探测重建实验结果: 1) 来自物体的后向散射光, 经过一个透射物体(一片毛玻璃)的透射后由探测器面元接收; 2) 来自物体的后向散射光经过两个通道, 一个通道经漫射物体(一张 A4 白纸)的漫反射, 另一个通道是先经过一个透射物体(一片毛玻璃)的透射, 再经漫射物体(一张 A4 白纸)的漫反射, 来自两个通道的散射光同时由探测器面元探测. 也能够解释文献 [14] 没有涉及的理论 and 实验结果, 即使物体各处反射率是一样的, 重建像也呈现出与探测器面元位置和物面三维轮廓有关的灰度分布; 也可分析探测器面元面积和几个不同位置的探测器面元同时探测对重建像的影响.

条纹投影速度和探测器响应速度是决定单像素探测成像快慢的主要因素, 而成像速度是此技术普遍应用的必要条件, 随着条纹投影速度的提高, 单像素探测成像速度加快, 单像素探测成像将会得到广泛关注.

附录 A 漫反射光经多通道反射(或透射)后探测的辐射通量

若成像物体的漫反射光分别经过漫反射面 ds' , ds'' 的反射后由探测器 ds''' 接收. 对于经漫反射面 ds' 的反射光,

探测器接收的辐射通量是

$$\begin{aligned}
 \varphi' &= \int_{S'} d\varphi' = \iint_{S_1} B' \frac{ds'''}{r_0^2} \cos \theta_0 \cos \theta'_0 dx_0 dy_0 \\
 &= \iint_{S'} \frac{E' R_0(x_0, y_0)}{\pi} \frac{ds'''}{r_0^2} \cos \theta_0 \cos \theta'_0 dx_0 dy_0 \\
 &= \iint_{S'} \left(\iint_S B \frac{1}{r^2} \cos \theta \cos \theta' dx dy \right) \\
 &\quad \times \frac{R_0(x_0, y_0)}{\pi} \frac{ds'''}{r_0^2} \cos \theta_0 \cos \theta'_0 dx_0 dy_0 \\
 &= \iint_{S'} \left\{ \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \phi_0)] \right. \\
 &\quad \times \left. \frac{R(x, y)}{\pi} \left(\frac{1}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) dx dy \right\} \\
 &\quad \times \left(\frac{R_0(x_0, y_0)}{\pi} \frac{ds'''}{r_0^2} \cos \theta_0 \cos \theta'_0 dx_0 dy_0 \right) \\
 &= \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \phi_0)] \\
 &\quad \times \left[\frac{R(x, y)}{\pi} \left(\frac{ds'''}{r^2} \cos \theta \cos \theta' \right) \right] dx dy \\
 &\quad \times \left(\iint_{S'} \frac{R_0(x_0, y_0)}{\pi} \frac{1}{r_0^2} \cos \theta_0 \right. \\
 &\quad \left. \times \cos \theta'_0 dx_0 dy_0 \right), \tag{A1}
 \end{aligned}$$

式中, $\cos \theta, \cos \theta'$ 分别表示成像物体面元法向和漫反射面元法向与两个面元连线 r 的夹角 (锐角); $\cos \theta_0, \cos \theta'_0$ 分别表示漫反射面元法向和探测器面元法向与两个面元连线 r_0 的夹角 (锐角); x, y 表示成像物体表面的坐标; x_0, y_0 表示漫反射面元 ds' 的坐标; $R(x, y), R_0(x_0, y_0)$ 分别表示成像物体表面和漫反射表面的光强反射率; B', E' 分别表示漫反射面元 ds' 的亮度和照度。

对于经漫反射面 ds'' 的反射光, 探测器接收的辐射通量是

$$\begin{aligned}
 \varphi'' &= \int_{S''} d\varphi'' = \iint_{S_1} B'' \frac{ds'''}{r_2^2} \cos \theta_2 \cos \theta'_2 dx_2 dy_2 \\
 &= \iint_{S''} \frac{E'' R_2(x_2, y_2)}{\pi} \frac{ds'''}{r_2^2} \cos \theta_2 \cos \theta'_2 dx_2 dy_2 \\
 &= \iint_{S''} \left(\iint_S B \frac{1}{r_1^2} \cos \theta_1 \cos \theta'_1 dx dy \right) \\
 &\quad \times \frac{R_2(x_2, y_2)}{\pi} \frac{ds'''}{r_2^2} \cos \theta_2 \cos \theta'_2 dx_2 dy_2 \\
 &= \iint_{S''} \left\{ \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \phi_0)] \right. \\
 &\quad \times \left. \frac{R(x, y)}{\pi} \left(\frac{1}{r_1^2} \cos \theta_1 \cos \theta'_1 \right) dx dy \right\} \\
 &\quad \times \left(\frac{R_2(x_2, y_2)}{\pi} \frac{ds'''}{r_2^2} \cos \theta_2 \cos \theta'_2 dx_2 dy_2 \right) \\
 &= \iint_S [a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_x y + \phi_0)] \\
 &\quad \times \left[\frac{R(x, y)}{\pi} \left(\frac{ds'''}{r_1^2} \cos \theta_1 \cos \theta'_1 \right) \right] dx dy \\
 &\quad \times \left(\iint_{S''} \frac{R_2(x_2, y_2)}{\pi} \frac{1}{r_2^2} \cos \theta_2 \right. \\
 &\quad \left. \times \cos \theta'_2 dx_2 dy_2 \right), \tag{A2}
 \end{aligned}$$

式中, $\cos \theta_1, \cos \theta'_1$ 分别表示成像物体面元法向和漫反射面元法向与两个面元连线 r_1 的夹角 (锐角); $\cos \theta_2, \cos \theta'_2$ 分别表示漫反射面元法向和探测器面元法向与两个面元连线 r_2 的夹角 (锐角); x, y 表示成像物体表面的坐标; x_2, y_2 表示漫反射面元 ds'' 的坐标; $R(x, y), R_2(x_2, y_2)$ 分别表示成像物体表面和漫反射表面的光强反射率; B'', E'' 分别表示漫反射面元 ds'' 的亮度和照度。

接收来自两个漫反射面的反射光后, 探测器面元的响应输出为

$$D = c_0 + c(\varphi' + \varphi'' + \dots). \tag{A3}$$

类似地, 上述结论也适用于物体反射光经多通道透射后被探测器面元探测的情况, 只需把上面的光强反射率理解为光强透射率; 也适用于漫射光经过多通道反射、多通道透射后同时由探测器面元探测的情况。

参考文献

- [1] Valencia A, Scarcelli G, D'Angelo M, Shih Y 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 063601
- [2] Ferri F, Magatti D, Gatti A, Bache M, Brambilla E, Lugiato L A 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 183602
- [3] Scarcelli G, Berardi V, Shih Y 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 063602
- [4] Meyers R, Deacon K S, Shih Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 041801
- [5] Shapiro J H 2008 *Phys. Rev. A* **78** 061802
- [6] Bromberg Y, Katz O, Silberberg Y 2009 *Phys. Rev. A* **79** 053840
- [7] Jack B, Leach J, Romero J, Franke-Arnold S, Ritsch-Marte M, Barnett S M, Padgett M J 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 083602
- [8] Ferri F, Magatti D, Lugiato L A, Gatti A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 253603
- [9] Zhong Y J, Liu J L, Wen Q, Zhao S M 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 014202 (in Chinese) [仲亚军, 刘娇梁, 文强, 赵生妹 2015 物理学报 **64** 014202]
- [10] Li L Z, Yao X R, Liu X F, Yu W K, Zhai G J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 224201 (in Chinese) [李龙珍, 姚旭日, 刘雪峰, 俞文凯, 翟光杰 2014 物理学报 **63** 224201]
- [11] Liu X F, Yao X R, Li M F, Yu W K, Chen X H, Sun Z B, Wu L A, Zhai G J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 184205 (in Chinese) [刘雪峰, 姚旭日, 李明飞, 俞文凯, 陈希浩, 孙志斌, 吴令安, 翟光杰 2013 物理学报 **62** 184205]
- [12] Sun B Q, Welsh S S, Edgar M P, Shapiro J H, Padgett M J 2012 *Opt. Express* **20** 16892
- [13] Sun B, Edgar M P, Bowman R, Vittert L E, Welsh S, Bowman A, Padgett M J 2013 *Science* **340** 844
- [14] Zhang Z, Ma X, Zhong J 2015 *Nat. Commun.* **6** 6225
- [15] Edgar M P, Gibson G M, Bowman R W, Sun B, Radwell N, Mitchell K J, Welsh S S, Padgett M J 2015 *Sci. Rep.* **5** 10669

Theoretical analysis of spectrum reconstruction imaging using single-pixel detection^{*}

Yao Wei-Qiang Huang Wen-Hao Yang Chu-Ping[†]

(Department of Physics, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China)

(Received 11 August 2016; revised manuscript received 17 September 2016)

Abstract

As a novel imaging method, single-pixel imaging based on spectrum reconstruction is interesting. To date, however, there has not yet been a theory that can analyze the method in detail. In order to obtain a comprehensive understanding of the single-pixel imaging technique, a detailed theoretical analysis is proposed. Firstly, in the presented imaging theory, we analyze the effects of several factors involved in the imaging process on imaging reconstruction, including the direct detection, namely, the back scattering light from the imaged object is received by a detector; indirect detection, namely, the back scattering light is received after undergoing the diffuse reflections by multiple diffusing surfaces in proper sequence; multi-channel detection, namely, the scattering light is together detected after experiencing multiple diffuse reflections in proper sequence along multiple different paths; the size and location of the single-pixel detector. The theoretical results show that whether it is direct detection or indirect detection and whether it is single-channel detection or multi-channel detection, the above imaging method is valid as long as the scattering light can be received by the detector, and the obtained results are also in accord with the existing experimental results. Since the single-pixel detector is treated as a component of many point detectors due to its practical size, the effect of the single-pixel detector size on image reconstruction is equivalent to the integration of reconstructed images from multiple point detectors at different locations. Secondly, the spectrum reconstruction based on a three-step phase shift technique is also derived to increase the image reconstruction speed. Finally, the experimental results of the imaging reconstruction of an object, whose surface reflectivity is uniform, are demonstrated.

Keywords: computational imaging, spectrum reconstruction, single-pixel detection

PACS: 42.30.Va, 42.30.Wb

DOI: [10.7498/aps.66.034201](https://doi.org/10.7498/aps.66.034201)

^{*} Project supported by the Undergraduate Innovation and Entrepreneurship Training Program of Guangdong Province, China (Grant No. 201610564482).

[†] Corresponding author. E-mail: yangchp@scau.edu.cn