

Fresnel 波带片编码成像的高分辨重建

王心怡 范全平 魏来 杨祖华 张强强 陈勇 彭倩 晏卓阳 肖沙里 曹磊峰

High-resolution reconstruction of Fresnel zone plate coded imaging

Wang Xin-Yi Fan Quan-Ping Wei Lai Yang Zu-Hua Zhang Qiang-Qiang Chen Yong Peng Qian Yan Zhuo-Yang Xiao Sha-Li Cao Lei-Feng

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 66, 054203 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.054203

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.054203>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I5>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

单像素探测频谱重构成像理论分析

[Theoretical analysis of spectrum reconstruction imaging using single-pixel detection](#)

物理学报.2017, 66(3): 034201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.034201>

贝叶斯迭代联合双边滤波的散焦图像快速盲复原

[Fast Bayesian blind restoration for single defocus image with iterative joint bilateral filters](#)

物理学报.2016, 65(23): 234202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.234202>

基于残差矩阵估计的稀疏表示目标跟踪算法

[Visual tracking based on the estimation of representation residual matrix](#)

物理学报.2016, 65(19): 194201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.194201>

基于激光散斑成像的零件表面粗糙度建模

[Surface roughness modeling based on laser speckle imaging](#)

物理学报.2015, 64(23): 234203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.234203>

基于指导滤波的图像盲复原算法

[Guided filter-based blind image restoration method](#)

物理学报.2015, 64(13): 134202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134202>

## Fresnel波带片编码成像的高分辨重建\*

王心怡<sup>1)2)</sup> 范全平<sup>1)</sup> 魏来<sup>1)</sup> 杨祖华<sup>1)</sup> 张强强<sup>1)</sup> 陈勇<sup>1)</sup> 彭倩<sup>1)</sup>  
 晏卓阳<sup>1)</sup> 肖沙里<sup>2)</sup> 曹磊峰<sup>1)†</sup>

1)(中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 等离子体物理重点实验室, 绵阳 621900)

2)(重庆大学, 光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400030)

(2016年8月24日收到; 2016年11月30日收到修改稿)

本文提出了一种新的Fresnel波带片编码成像的重建方法. 与传统的重建方法相比, 这种新方法可以实现更高的空间分辨水平. 具体而言, 传统意义上来讲, Fresnel波带片编码成像的空间分辨水平取决于编码波带片的最外环宽度. 本文提出的重建方法突破了这一限制, 可以达到最外环宽度的 $1/m$  ( $m$ 为正整数), 从而超越了通常意义上的瑞利极限.

**关键词:** 波带片编码成像, 高分辨重建, Fresnel波带片, 高阶Gabor波带片

**PACS:** 42.30.Va, 42.40.Kw

**DOI:** 10.7498/aps.66.054203

## 1 引言

波带片编码成像技术(ZPCI)是一种两步成像过程的技术: 第一步是通过编码相机获得成像目标的编码图; 第二步是根据获得的编码图重建出成像目标的空间分布信息. 1961年由Mertz和Young提出<sup>[1]</sup>, 被广泛应用于天文学<sup>[2]</sup>、核医学<sup>[3]</sup>和激光惯性约束聚变研究等领域<sup>[4-6]</sup>. 其在惯性约束聚变研究(inertial confinement fusion, ICF)领域的应用和发展尤其吸引人们的注意, 这是因为对于ICF研究中的低通量、高能辐射( $\alpha$ 粒子、中子、质子、 $\gamma$ 射线和高能X射线等)的探测, 其他成像技术难以奏效. ZPCI技术有很多变种, 在ICF研究领域内, 经常使用的包括: 环孔编码显微成像(RAM)技术、半影编码显微成像(PAM)技术和均匀冗余阵列编码成像(URA)技术等, 其中ZPCI, RAM和PAM技术应用最多, 这三种编码成像技术中, ZPCI技术应当是最好的<sup>[7]</sup>, 但RAM和PAM的编码孔更容易制作, 因此后来的ICF研究中, 反而是后者应用更多. 美国LLNL实验室最早<sup>[8]</sup>报道了波带片编码技术在

ICF研究中的应用, 解决了激光聚变研究中高能量低通量辐射的成像<sup>[5,6,9]</sup>问题, 后来也利用了RAM成像技术<sup>[10,11]</sup>和PAM成像技术等<sup>[12,13]</sup>; 法国<sup>[14]</sup>最早对PAM技术做了细致研究; 英国<sup>[15]</sup>和澳大利亚<sup>[16]</sup>在ICF领域则主要使用的是PAM技术; 国内于80年代末开始了编码成像技术在ICF研究领域的应用, 1989年, 胡家升等<sup>[17]</sup>开展了RAM技术的研究工作, 着手研制环孔编码显微镜; 2002年曹磊峰<sup>[18]</sup>研制了国内第一套 $\alpha$ 粒子Fresnel波带片编码相机, 基于神光II实验装置, 获得了国内第一幅激光聚变热核反应区域图像.

Mertz和Young最早提出波带片编码成像技术时, 采用的是光学方法来完成编码图的重建. 计算机技术快速发展后, 退卷积的办法成为二维目标的标准重建方法<sup>[7]</sup>. 众所周知, 空间分辨率是衡量成像器件性能的重要指标之一, Fresnel波带片编码成像的空间分辨率与波带片最外环宽度 $\Delta r$ 有关, 即只能分辨尺寸大于 $1.22\Delta r$ 的物体<sup>[18]</sup>. 但在X波段, Fresnel波带片的最外环宽度 $\Delta r$ 受加工工艺的限制, 不可能非常小, 这在一定程度上限制了

\* 国家重大科学仪器设备开发专项(批准号: 2012YQ130125)和国家自然科学基金(批准号: 11375160)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: leifeng.cao@cnepl.cn

Fresnel波带片编码成像的应用. 本文针对上述问题, 提出一种新型的波带片编码成像的重建算法, 将其用于传统的Fresnel波带片编码图上, 可获得打破瑞利判据限制的高分辨成像. 下面, 我们将从Fresnel波带片编码成像的数学表述和模拟实验两个方面对其进行研究.

## 2 Fresnel波带片编码成像的数学表述

如图1所示, 波带片编码成像一般可分为两步: 一是成像物(例如由两个点光源构成)照射到Fresnel波带片上, 光线经波带片后投影、叠加到接收屏上形成编码图; 二是用记录介质存储编码图像, 并通过适当的算法对编码图进行解码, 最后将成像物(或原始图像)重建出来.

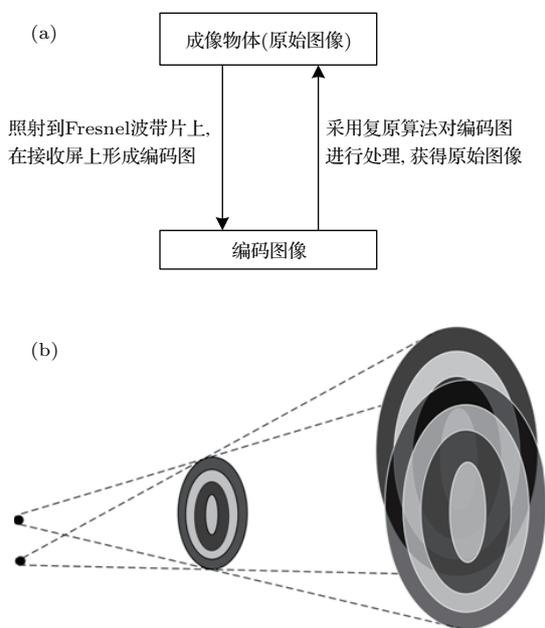


图1 波带片编码成像的(a)流程图及(b)光路图  
Fig. 1. (a) The flowchart and (b) the light-path diagram of zone plate coded imaging.

假设原始图像为  $f(x, y)$ , Fresnel波带片的透过率函数为  $g(x, y)$ , 则根据编码成像相关理论, 经波带片对原始图像编码后获得的编码图  $h(x, y)$  可表示为二者的卷积, 即有  $h(x, y) = f(x, y) * g(x, y)$ .

在实际实验中, 当采用记录介质测量获得原始图像的编码图后, 可通过退卷积算法重建出成像物的原始图像. 一般算法为  $F\{h(x, y)\} = F\{f(x, y)\} \cdot F\{g(x, y)\}$ . 通过适当的变换, 有

$$f(x, y) = F^{-1} \left\{ \frac{F\{h(x, y)\}}{F\{g(x, y)\} + K} \right\}, \quad (1)$$

其中,  $F$  表示傅里叶变换,  $F^{-1}$  表示逆傅里叶变换,  $K$  为计算中用到的滤波常数. (1)式表明, 未编码的原始图像可由经波带片编码的编码图的傅里叶变换与Fresnel波带片透过率函数的傅里叶变换相除的逆傅里叶变换得到. 需要说明的是, (1)式的分母添加了一个滤波常数  $K$ , 是噪声对信号的功率密度比. 一般而言,  $K$  的值很难确定, 需经过多次尝试才能找到合适的值.

Fresnel波带片成像的分辨能力受到波带片最外环宽度  $\Delta r$  的限制, 即只能分辨尺寸大于  $1.22\Delta r$  的物体. 所以, 采用光学方法(即直接用单色平行光照射编码图, 则在焦点处会产生一个原始图像实像)对Fresnel波带片编码图进行重建的分辨率也受到最外环宽度的限制. 通过计算发现, 直接将Fresnel波带片的透过率函数  $g(x, y)$  代入(1)式, 获得的重建图像分辨率与采用光学方法获得的结果是一致的. Fresnel波带片的透过率函数在极坐标下可以表示为

$$g(x, y) = g(r, \theta) = \text{rect} \left( \frac{r^2}{r_f^2} \right) * \sum_m \delta(r^2 - mr_f^2 - r_f^2/4), \quad (2)$$

其中,  $*$  表示两个函数的卷积,  $r_1$  为Fresnel波带片的第一环半径,  $r_f = \sqrt{2}r_1$  为第二环半径,  $m$  为波带片阶数. 将上式做三角级数展开, 可得

$$g(x, y) = g(r, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left( \sin \left( \frac{2\pi}{r_f^2} r^2 \right) - \frac{1}{3} \sin \left( \frac{6\pi}{r_f^2} r^2 \right) + \frac{1}{5} \sin \left( \frac{10\pi}{r_f^2} r^2 \right) - \frac{1}{7} \sin \left( \frac{14\pi}{r_f^2} r^2 \right) + \dots \right). \quad (3)$$

令(2)式中的  $m = 2n+1$ , 则(3)式可化简为

$$g(x, y) = g(r, \theta) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_n \frac{(-1)^n}{2n+1} \sin \left( \frac{2(2n+1)\pi}{r_f^2} r^2 \right), \quad (4)$$

其中,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . 假设与第一环半径为  $r_1$  的Fresnel波带片对应的第  $m$  阶Gabor波带片透过率函数表示为

$$f_m(x, y) = f_{2n+1}(r, \theta) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sin \left( \frac{2(2n+1)\pi}{r_f^2} r^2 \right) \right), \quad (5)$$

则将 (5) 式代入 (4) 式, 可得

$$g(x, y) = g(r, \theta) = \frac{4}{\pi} \sum_n \frac{(-1)^n}{2(2n+1)} \left( 1 + \sin \left( \frac{2(2n+1)\pi}{r_f^2} r^2 \right) + \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots \right) \right). \quad (6)$$

因为  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \frac{\pi}{4}$ , 故 (6) 式可化简为

$$g(x, y) = g(r, \theta) = \frac{4}{\pi} \sum_n \frac{(-1)^n}{(2n+1)} f_{2n+1}(r, \theta), \quad (7)$$

(7) 式表明, Fresnel 波带片的透过率函数可以表示为无穷多个不同阶次的 Gabor 波带片透过率函数的线性组合. 因此, 将 Fresnel 波带片作为编码孔获得的编码图  $h(x, y)$  又可表示为

$$h(x, y) = f(x, y) * g(x, y) = \frac{4}{\pi} \sum_n \frac{(-1)^n}{(2n+1)} f(x, y) * f_{2n+1}(r, \theta) = \frac{4}{\pi} \sum_n \frac{(-1)^n}{(2n+1)} h'_{2n+1}(x, y), \quad (8)$$

其中,  $h'_{2n+1}(x, y) = f(x, y) * f_{2n+1}(r, \theta)$  表示原始图像经过第  $2n+1$  阶次的 Gabor 波带片编码所得的编码图. 因此 (8) 式表明, 采用 Fresnel 波带片作为编码孔获得的编码图像是原始图像经过与 Fresnel 波带片对应的第  $m$  阶 Gabor 波带片编码所得编码图的线性组合, 于是我们设想, 对编码图所包含的某一个成分进行重建能够提高空间分辨率.

下面我们将第  $2n' + 1$  阶 Gabor 波带片  $f_{2n'+1}(r, \theta)$  选为解码孔代替 (1) 式中的 Fresnel 波带片  $g(x, y)$ , 重建原始图像. 即将 (1) 式变为

$$f(x, y) = F^{-1} \left\{ \frac{F\{h(x, y)\}}{F\{g(x, y)\} + K} \right\} = F^{-1} \left\{ \frac{4}{\pi} \sum_n \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \frac{F\{h'_{2n+1}(x, y)\}}{F\{f_{2n'+1}(x, y)\} + K} \right\} = \frac{4}{\pi} \sum_n \frac{(-1)^n}{(2n+1)} F^{-1} \left\{ \frac{F\{h'_{2n+1}(x, y)\}}{F\{f_{2n'+1}(x, y)\} + K} \right\}, \quad (9)$$

由于在  $n' \neq n$  时, 在一定的滤波条件下, 有

$$F^{-1} \left\{ \frac{F\{h'_{2n+1}(x, y)\}}{F\{f_{2n'+1}(x, y)\} + K} \right\} \approx 0,$$

因此 (9) 式只存在  $n' = n$  项. 此时, 可化简为

$$f(x, y) \approx \frac{4}{\pi} \frac{(-1)^{n'}}{(2n'+1)} F^{-1}$$

$$\times \left\{ \frac{F\{h'_{2n'+1}(x, y)\}}{F\{f_{2n'+1}(x, y)\} + K} \right\}. \quad (10)$$

(10) 式表明, 采用第  $2n' + 1$  阶 Gabor 波带片的透过率函数  $f_{2n'+1}(r, \theta)$  替代原来的 Fresnel 波带片的透过率函数  $g(x, y)$  对编码图进行解码, 其效果等价于对编码图  $h(x, y)$  中所包含的  $h'_{2n'+1}(x, y)$  成分进行重建. 此时, 重建图像的分辨率等于  $1.22\Delta r'$ . 假设 Fresnel 波带片的第一环半径为  $r_1$ , 总环带数为  $N$ , 则最外环宽度为  $\Delta r \approx r_1/2\sqrt{N}$ . 则与 Fresnel 波带片对应的第  $m$  阶 Gabor 波带片的第一环半径  $r'_1 = r_1/\sqrt{m}$ , 总环带数  $N' = mN$ , 则最外环宽度  $\Delta r' = r'_1/2\sqrt{N'} = \Delta r/m$ , 即第  $m$  阶 Gabor 波带片的最外环宽度  $\Delta r'$  是对应 Fresnel 波带片最外环宽度  $\Delta r$  的  $1/m$  倍.

推导证实采用这种方法获得的重建图像分辨率是直接采用 (1) 式方法的  $m$  倍. 由于 (10) 式中存在因子  $1/(2n' + 1)$ , 因此随着重建所用 Gabor 波带片阶次  $m = 2n' + 1$  的增高, 所得重建图像将随之减小, 即所得重建图像的对比度也会随之变差.

### 3 模拟实验

我们用 Fresnel 波带片的第  $m$  阶 Gabor 波带片的透过率函数  $f_m(x, y)$  代替原 Fresnel 波带片的透过率函数  $g(x, y)$ , 进行编码图的复原. 假设原始图像为等腰三角形, 其下底的长度  $l$  为  $10 \mu\text{m}$  见图 2(a); Fresnel 波带片的环带数为  $N = 50$ , 第一环半径为  $r_1 = 150 \mu\text{m}$ , 最外环宽度为  $\Delta r = 10.6 \mu\text{m}$ . 如图 2(b) 所示.

由于  $l < 1.22\Delta r$ , 根据瑞利判据, 经波带片直接成像无法获得清晰的图像. 原始图像进行编码得到如图 2(c) 所示的编码图, 再由退卷积获得如图 2(d) 所示的原始图像, 可以看出, 直接对 Fresnel 波带片  $g(x, y)$  进行退卷积, 无法获得清晰的原始图, 因为原始图像的尺寸太小, 超过了瑞利判据的限制.

下面选取了某几个阶次的 Gabor 波带片代替原来的 Fresnel 波带片透过率函数  $g(x, y)$ , 进行退卷积运算对编码图进行复原, 获得的复原图像结果如图 3 所示.

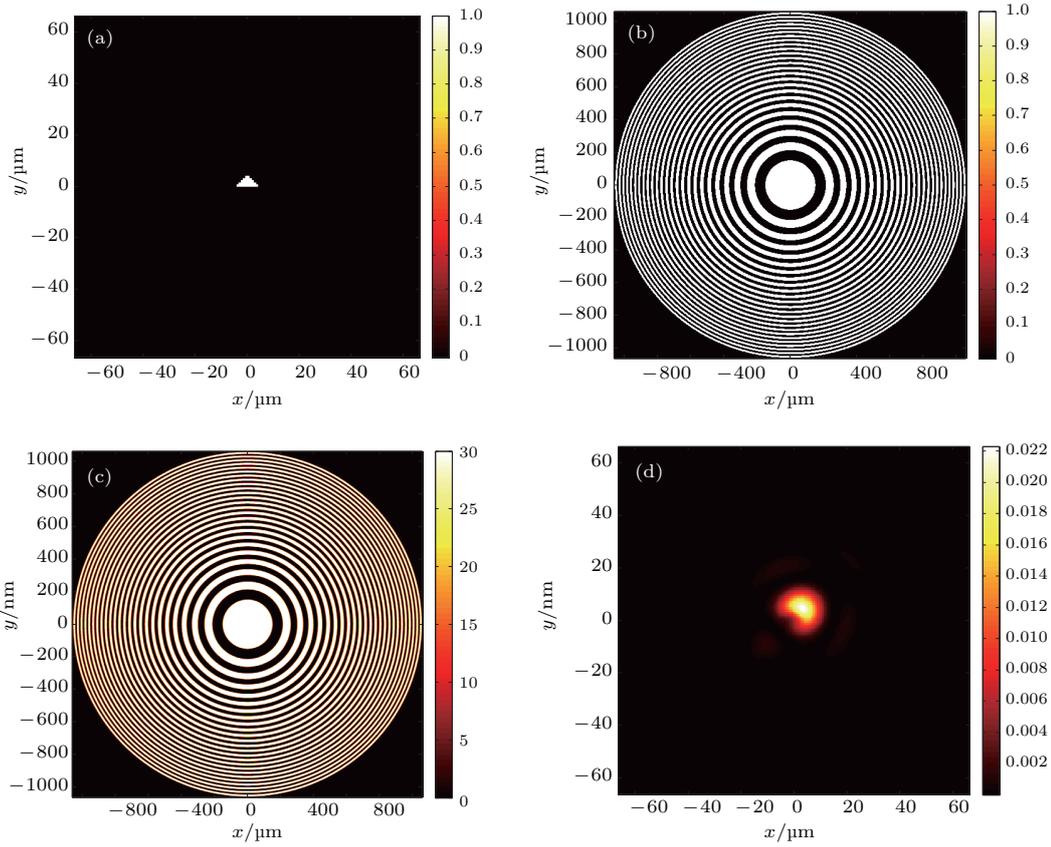


图2 (网刊彩色) 编码成像步骤图 (a) 原始图像; (b) Fresnel 波带片; (c) 编码图; (d) 编码图退卷积后得到的复原图像  
 Fig. 2. (color online) Step diagram of zone plate code imaging: (a) The original image; (b) the Fresnel zone plate; (c) the coded image; (d) the result.

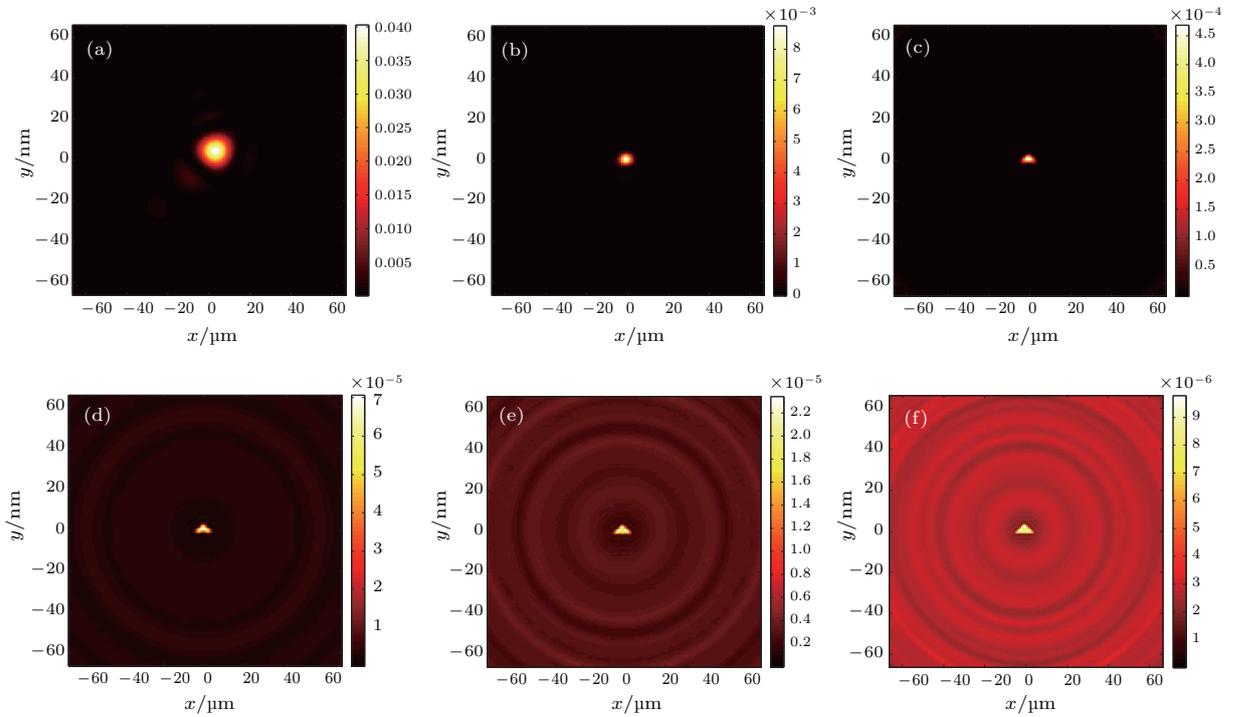


图3 (网刊彩色) 用第  $n$  阶 Gabor 波带片退卷积得到的图像 (a)—(f) 分别为用第 1, 3, 5, 7, 9, 11 阶 Gabor 波带片退卷积得到的图像  
 Fig. 3. (color online) The results through  $n$ -th order Gabor zone plate's deconvolution: (a)—(f) The result through the first, third, fifth, seventh, ninth and eleventh order Gabor zone plate's deconvolution, respectively.

由上述模拟结果可以看出, 随着 Gabor 波带片的阶数的增加, 获得的原始图像渐渐变清晰, 当采用的 Gabor 波带片的阶次  $m$  取得足够高时, 可以实现打破瑞利判据限制的高分辨成像, 这表明, 通过第  $m$  阶的 Gabor 波带片进行编码图的复原是提高复原后原始图像分辨率的有效手段. 但随着 Gabor 波带片的阶次增高, 复原得到的图像的背景噪声也随之增大.

## 4 结 论

我们提出一种新型的 Fresnel 波带片编码成像的重建方法: 用 Fresnel 波带片的第  $m$  阶 Gabor 波带片进行编码图的重建. 通过理论推导结合模拟分析, 证实该方法能够实现打破瑞利判据限制的高分辨成像. 一般地, 使用第  $m$  阶 Gabor 波带片进行编码图的重建的分辨率是同等条件下采用 Fresnel 波带片进行重建的  $m$  倍. 虽然随着分辨率的提高, 复原得到的图像的对比度会随之变差, 但被成像物仍然清晰可辨. 总的来说该方法简单易行, 为 Fresnel 波带片编码成像带来了新的生机.

## 参考文献

- [1] Mertz L, Young N O 1961 *Proceedings of International Conference on Optical Instruments and Techniques* (London: Chapman & Hall) p305
- [2] Chakrabarti S K, Palit S, Debnath D 2009 *Exp. Astron.* **24** 109
- [3] Barret H H 1972 *J. Opt. Soc. Am.* **13** 382
- [4] Ceglio N M, Attwood D T, George E V 1977 *J. Appl. Phys.* **48** 1566
- [5] Ceglio N M, Coleman L W 1977 *Phys. Rev. Lett.* **39** 20
- [6] Ceglio N M, Larsen J T 1980 *Phys. Rev. Lett.* **44** 579
- [7] Wen S H, Ding Y K 2012 *Laser Inertial Confinement Fusion Diagnostics* (Beijing: National Defense Industry Press) pp270 (in Chinese) [温树槐, 丁永坤 2012 激光惯性约束聚变诊断学 (北京: 国防工业出版社) 第 270 页]
- [8] Ceglio N M, George E V 1975 *Am. Phys. Soc.* **20** 1320
- [9] Ceglio N M 1983 *Recent Advances in X-Ray Optics* (Berlin: Springer Berlin Heidelberg) p97
- [10] Röss D, Bell P M, Bradley D K 1993 *Rev. Sci. Instrum.* **64** 1404
- [11] Röss D, DaSilva L B, R A 1995 *Rev. Sci. Instrum.* **66** 579
- [12] Delage O 1995 *Rev. Sci. Instrum.* **66** 1205
- [13] Pollaine S M 2001 *Phys. Plasmas* **8** 2357
- [14] Brunol J, Sauneuf R, Gex J P 1979 *Opt. Commun.* **31** 129
- [15] Fewes A P, Lamb M J, Savage M 1992 *Opt. Commun.* **94** 259
- [16] Nugent K A 1988 *Rev. Sci. Instrum.* **59** 1658
- [17] Hu J S, Cheng L H, Cao L F, Dong J J, Ding Y K 1989 *Acta Opt. Sin.* **9** 263 (in Chinese) [胡家升, 程丽红, 曹磊峰, 董建军, 丁永坤 1989 光学学报 **9** 263]
- [18] Cao L F 2002 *Ph. D. Dissertation* (Mianyang: China Academy of Engineering Physics) (in Chinese) [曹磊峰 2002 博士学位论文 (绵阳: 中国工程物理研究院激光聚变研究中心)]

# High-resolution reconstruction of Fresnel zone plate coded imaging\*

Wang Xin-Yi<sup>1)2)</sup> Fan Quan-Ping<sup>1)</sup> Wei Lai<sup>1)</sup> Yang Zu-Hua<sup>1)</sup> Zhang Qiang-Qiang<sup>1)</sup>  
Chen Yong<sup>1)</sup> Peng Qian<sup>1)</sup> Yan Zhuo-Yang<sup>1)</sup> Xiao Sha-Li<sup>2)</sup> Cao Lei-Feng<sup>1)†</sup>

1) (Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

2) (Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems of the Education Ministry of China, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

( Received 24 August 2016; revised manuscript received 30 November 2016 )

## Abstract

Zone plate coded imaging is an experimental technique for particle and strong X-ray imaging, which is widely applied to astronomy, nuclear medicine, and laser inertial confinement fusion researches. From conventional perspective, spatial resolution of zone plate depends on the encoding zone plate width of outermost ring  $\Delta r$  with a size greater than  $1.22\Delta r$ . In X-ray region, however, the outermost ring width of Fresnel zone plate is limited by processing technology. Such a limitation makes it impossible to fabricate a sufficiently small zone plate, thus restricting the applications of Fresnel zone plate coded imaging. In this paper, we present a new reconstruction method of zone plate coded imaging by using a higher-order order Gabor zone plate. With the proposed method, higher spatial resolution can be achieved than with the regular methods, thus the spatial resolution is improved by  $1/m$  times the width of outermost ring (where  $m$  is a positive integer). Consequently such a breakthrough goes beyond the limits of Rayleigh criterion in general.

**Keywords:** zone plate coding, high-resolution imaging, Fresnel zone plate, higher-order Gabor zone plate

**PACS:** 42.30.Va, 42.40.Kw

**DOI:** [10.7498/aps.66.054203](https://doi.org/10.7498/aps.66.054203)

---

\* Project supported by the National Key Scientific Instrument and Equipment Development Project of China (Grant No. 2012YQ130125) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11375160).

† Corresponding author. E-mail: [leifeng.cao@cnepl.cn](mailto:leifeng.cao@cnepl.cn)