

分层有耗手征介质中斜入射电磁波的传播矩阵

王飞 魏兵

Propagation matrix of plane wave incident obliquely on stratified lossy chiral medium

Wang Fei Wei Bing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 064101 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.064101

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.064101>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I6>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

光子晶体传输特性的时域精细积分法分析

[Analysis of photonic crystal transmission properties by the precise integration time domain](#)

物理学报.2017, 66(8): 084101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.084101>

基于多重查找表的太赫兹波段卷云微物理参数的反演方法

[Retrieval method of cirrus microphysical parameters at terahertz wave based on multiple lookup tables](#)

物理学报.2017, 66(5): 054102 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.054102>

基于光栅结构的远场时间反演亚波长源成像

[Far-field time reversal subwavelength imaging of sources based on grating structure](#)

物理学报.2017, 66(4): 044101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.044101>

插值小波尺度法探地雷达数值模拟及四阶 Runge Kutta 辅助微分方程吸收边界条件

[Ground penetrating radar numerical simulation with interpolating wavelet scales method and research on fourth-order Runge-Kutta auxiliary differential equation perfectly matched layer](#)

物理学报.2016, 65(23): 234102 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.234102>

大地土壤表面与浅埋多目标宽带复合电磁散射研究

[Wide-band composite electromagnetic scattering from the earth soil surface and multiple targets shallowly buried](#)

物理学报.2016, 65(20): 204101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.204101>

分层有耗手征介质中斜入射电磁波的传播矩阵*

王飞^{1)2)†} 魏兵¹⁾²⁾

1) (西安电子科技大学物理与光电工程学院, 西安 710071)

2) (西安电子科技大学信息感知技术协同创新中心, 西安 710071)

(2016年9月28日收到; 2016年11月11日收到修改稿)

根据相位匹配条件, 推导了平面电磁波斜入射情形下分层有耗手征介质中本征波复数波矢量的实部和虚部, 二者方向不同使得在介质中传播的本征波为非均匀平面波. 然后通过波矢量实部确定了介质中本征波的折射角. 最后根据边界条件和本征波场方程给出了分层有耗手征介质中斜入射电磁波的传播矩阵, 该传播矩阵可用于解析分析任意入射角情形下分层手征介质的反射透射和电波传播特性.

关键词: 分层有耗手征介质, 斜入射, 传播矩阵

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 78.20.Ci

DOI: 10.7498/aps.66.064101

1 引言

在电波传播、微波遥感和光学等多个领域, 分层介质中电磁波的传播特性研究一直引人关注且具有普遍实用价值. 而最近几年, 手征超材料 (chiral metamaterials, CMM) 的兴起再次引起了人们对电磁波与手征介质的相互作用问题的浓厚兴趣. 手征介质具有的手征性 (chirality) 是指平移和旋转都不能使一个物体和其镜像完全重合的性质, 除人工 CMM 外, 自然界中的螺旋结构高分子化合物及 DNA 螺旋结构等都具有手征性. 不同于一般介质, 手征介质中的电场和磁场是耦合的, 其中传播的本征电磁波是右、左旋圆极化波, 这使得通过其中的电磁波极化面发生旋转^[1-3], 这一特性使其在微波天线阵列、天线罩、微带线基片和波导等方面有着广泛的应用. 分层手征介质中电波传播特性的解析分析方法研究, 对于手征介质天线设计、CMM 设计、手征参数反演等都具有重要意义. 1988 年, Basiri 等^[4]解析分析了手征介质界面对平面电磁波的反、透射并给出了手征介质中的本征波场表达式; 随后, 很多国外学者先后将矢量电路^[5],

Wentzel-Kramers-Brillouin 近似^[6]、谱域并矢格林函数^[7]、矢量传输线^[8], 4×4 矩阵^[9]、并矢格林函数^[10]、调和格林函数^[11], Mueller 矩阵^[12]等解析分析方法推广应用于层状手征介质; 国内学者利用传播矩阵^[13]、传输线理论^[14]、不对称传输线模型^[15]分析了电磁波正入射分层手征介质问题; 张援农等^[16]用传播矩阵分析了无耗分层手征介质的光子带隙特性.

Engheta 等^[17]和 Lindell 等^[1]的研究表明, 手征介质都具有频率色散特性, 其电磁参数一般为频率的复数函数. 这使得在手征介质中传播的右、左旋圆极化本征波的波矢量和波数一般为复数, 即手征介质一般是有耗的. 因此, 当平面电磁波从空气斜入射到手征介质中时, 由于相位匹配, 手征介质中波矢量的实部和虚部方向不同. 波矢量实部方向为相位传播方向, 而虚部方向为振幅传播方向, 二者不同使得这时在手征介质中传播的本征波为非均匀平面波. 本文首先根据相位匹配条件, 推导了平面电磁波斜入射分层有耗手征介质时介质中本征波复数波矢量的实部和虚部, 并依此计算出本征波的折射角; 然后根据边界条件和本征波场方程推导了分层有耗手征介质中斜入射电磁波的传播矩

* 国家自然科学基金 (批准号: 61401344, 61571348) 和中国国家留学基金 (批准号: 201606965055) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wfei79@163.com

阵, 该传播矩阵可用于解析分析任意入射角情形下分层手征介质的反射透射和电波传播特性.

2 手征介质的本构关系和本构参数

手征介质 (Paster 介质) 的本构关系可写为^[1]

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \kappa \mathbf{H}, \\ \mathbf{B} &= \mu_0 \mu_r \mathbf{H} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \kappa \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 ε_0 和 μ_0 分别是真空介电系数和磁导率, ε_r 和 μ_r 分别是手征介质的相对介电系数和相对磁导率, κ 是手征参数. (1) 式称为手征介质本构关系的 **EH** 表述. 1990 年, Engheta 和 Zablocky^[17] 为了确定手征介质的瞬态响应而研究手征介质的 Kramers-Kronig 关系时, 将手征介质的本构关系写为

$$\mathbf{D} = \varepsilon_c \mathbf{E} + j\xi_c \mathbf{B}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_c + j\xi_c \mathbf{E}, \quad (2)$$

(2) 式称为手征介质本构关系的 **EB** 表述, 其中 ξ_c 称为手征导纳. 根据 (1) 和 (2) 式可得两种表述中本构参数的关系为

$$\begin{aligned} \varepsilon_c &= \varepsilon_0 \varepsilon_r - (\varepsilon_0/\mu_r) \kappa^2, \quad \mu_c = \mu_0 \mu_r, \\ \xi_c &= (\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}/\mu_0 \mu_r) \kappa. \end{aligned} \quad (3)$$

Engheta 和 Zablocky^[17] 证明手征导纳 ξ_c 为频率的复函数, 因此根据 (3) 式可知手征参数 κ 也是频率的复函数, 其实部和虚部分别代表了手征介质的旋光色散 (optical rotatory dispersion, ORD) 和圆二色性 (circular dichroism, CD). Lindell 等^[1] 进

一步研究证明相对介电系数 ε_r 和相对磁导率 μ_r 也必是频率的复函数. 因此对手征介质, 不论是 **EH** 表述下的本构参数 ε_r , μ_r , κ , 还是 **EB** 表述下的本构参数 ε_c , μ_c , ξ_c , 都是频率的复函数, 即介质各个参数皆为复数.

3 分层手征介质

考虑由 n 层不同参数手征介质构成的分层结构置于真空 (或空气) 中的情况, 如图 1 所示. 设介质层各分界面垂直于 z 轴 (平行于 xoy 平面), 沿 z 轴正方向分别为第 1 层到第 n 层, 分别设为介质 1 到介质 n , 介质层左侧和右侧的真空区域分别设为介质 0 和介质 t . 第 1 层 (介质 1) 与真空 (介质 0) 分界面坐标为 $z = d_0 = 0$; 往后各分界面坐标为 $z = d_1, d_2, \dots, d_n$; $z = d_n$ 为最后一层 (介质 n) 与真空 (介质 t) 分界面坐标. 设各层手征介质的电磁参数分别为 $\varepsilon_{rl}, \mu_{rl}, \kappa_l (l = 1, 2, \dots, n)$.

设平面电磁波从介质 0 区域 (真空) 斜入射到该手征介质层, 入射面为 xoz 平面, 这时介质 0 区域为入射波和反射波区域, 介质层另一侧的介质 t 区域为透射波区域, 如图 1 所示. 入射角、反射角、透射角分别设为 $\theta_i, \theta_r, \theta_t$. 此时, 在介质层中的各个区域内都同时存在前行波 (右行波) 和后向行波 (左行波), 另外由于介质的手征特性, 各行波都包含两个本征波: I 型本征波即右旋波和 II 型本征波即左旋波. 设各个区域中前行波的两个本征波传播方向与 z 轴的夹角分别为 θ_{l1} 和 θ_{l2} , 即为两个本征波的折射角.

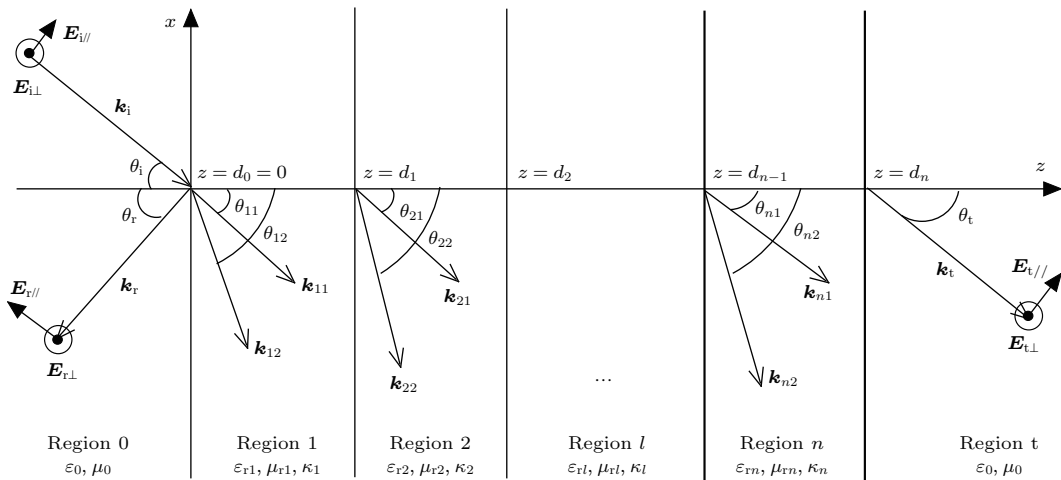


图 1 层状手征介质

Fig. 1. Stratified chiral media.

3.1 各介质区域内的波矢量

由于介质0和介质t为真空, 波数 $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ 为实数. 所以入射波、反射波、透射波的波矢量分别为

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_i &= k_{ix}\hat{x} + k_{iz}\hat{z} \\ &= -k_0 \sin \theta_i \hat{x} + k_0 \cos \theta_i \hat{z},\end{aligned}\quad (4a)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_r &= k_{rx}\hat{x} + k_{rz}\hat{z} \\ &= -k_0 \sin \theta_r \hat{x} - k_0 \cos \theta_r \hat{z},\end{aligned}\quad (4b)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_t &= k_{tx}\hat{x} + k_{tz}\hat{z} \\ &= -k_0 \sin \theta_t \hat{x} + k_0 \cos \theta_t \hat{z}.\end{aligned}\quad (4c)$$

根据相位匹配原理^[18], 各层波矢量的 x 分量相等, 记为 k_x , 则由(4)式可知

$$\begin{aligned}\theta_i &= \theta_r = \theta_t, \\ k_{ix} &= k_{rx} = k_{tx} = k_x = -k_0 \sin \theta_i.\end{aligned}\quad (5)$$

在介质1到 n 各个区域为手征介质, 其波数为^[1]

$$\begin{aligned}k_{l1,l2} &= k_0(\sqrt{\varepsilon_{rl}\mu_{rl}} \pm \kappa_l) \\ &= \pm \omega \mu_{cl} \xi_{cl} + \sqrt{\omega^2 \mu_{cl} \varepsilon_{cl} + \omega^2 \mu_{cl}^2 \xi_{cl}^2},\end{aligned}\quad (6)$$

其中 k_{l1} 和 k_{l2} 分别表示介质 l 中I型和II型波波数, I型波取+号, II型波取-号. 由于手征介质参数为复数, 所以其中的波数和波矢量一般亦为复数. 设介质 l 中前行的I型和II型本征波波矢量分别为 $\mathbf{k}_{l1}$ 和 $\mathbf{k}_{l2}$, 并写为

$$\mathbf{k}_{l1,l2} = \mathbf{k}_{l1,l2}^R + j\mathbf{k}_{l1,l2}^I, \quad (7)$$

上标R, I分别表示实部和虚部. 由于各层波矢量的 x 分量相等, 因此有

$$\begin{aligned}k_{l1x,l2x} &= k_{l1x,l2x}^R + jk_{l1x,l2x}^I \\ &= k_x = -k_0 \sin \theta_i.\end{aligned}\quad (8)$$

所以在手征介质层中, 波矢量的虚部 x 分量为0, 只有 z 分量, 波矢量可写为

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_{l1,l2} &= k_{l1x,l2x}^R \hat{x} + (k_{l1z,l2z}^R + jk_{l1z,l2z}^I) \hat{z} \\ &= -k_0 \sin \theta_i \hat{x} + (k_{l1z,l2z}^R + jk_{l1z,l2z}^I) \hat{z}.\end{aligned}\quad (9)$$

由(9)式可得

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_{l1,l2} \cdot \mathbf{k}_{l1,l2} &= (k_{l1z,l2z}^R)^2 - (k_{l1z,l2z}^I)^2 + (k_0 \sin \theta_i)^2 \\ &\quad + 2j(k_{l1z,l2z}^R \cdot k_{l1z,l2z}^I).\end{aligned}\quad (10)$$

又根据(6)式有

$$\mathbf{k}_{l1,l2} \cdot \mathbf{k}_{l1,l2} = (k_{l1,l2})^2$$

$$= k_0^2(\varepsilon_{rl}\mu_{rl} + \kappa_l^2 \pm 2\kappa_l\sqrt{\varepsilon_{rl}\mu_{rl}}), \quad (11)$$

因此可解得

$$\begin{aligned}(k_{l1z,l2z}^R)^2 &= 0.5k_0^2 \cdot A_{l1,l2}(\sqrt{1 + B_{l1,l2}^2} + 1), \\ (k_{l1,l2}^I)^2 &= 0.5k_0^2 \cdot A_{l1,l2}(\sqrt{1 + B_{l1,l2}^2} - 1),\end{aligned}\quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned}A_{l1,l2} &= \text{Re}(C_{l1,l2}) - \sin^2 \theta_i, \\ B_{l1,l2} &= \text{Im}(C_{l1,l2})/A_{l1,l2}, \\ C_{l1,l2} &= \varepsilon_{rl}\mu_{rl} + \kappa_l^2 \pm 2\kappa_l\sqrt{\varepsilon_{rl}\mu_{rl}},\end{aligned}\quad (13)$$

最后可得在介质层中, 各本征波矢量的 z 分量

$$k_{l1z,l2z} = k_{l1z,l2z}^R + jk_{l1,l2}^I. \quad (14)$$

3.2 各介质层中本征波的折射角和波阻抗

由于各介质层中波矢量的虚部只有 z 分量, 所以波的等振幅面垂直于 z 轴. 波矢量的实部既有 z 分量又有 x 分量, 不同介质层中波矢量实部的 x 分量相等. 波矢量实部的方向为相位传播方向, 由前面给出的波矢量实部 z 和 x 分量可以得到各介质层中本征波的折射角的余弦为

$$\cos \theta_{l1,l2} = k_{l1z,l2z}^R / \sqrt{(k_{l1z,l2z}^R)^2 + (k_x)^2}. \quad (15)$$

介质0和介质t区域为真空, 波阻抗 $Z_0 = Z_t = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ 为实数. 在介质1到 n 各个区域为手征介质, 其波阻抗为复数^[1]

$$Z_l = Z_0 \sqrt{\mu_{rl}/\varepsilon_{rl}}. \quad (16)$$

定义 l 层和 $l+1$ 层的相对复数波阻抗为

$$Z_{l+1}^l = Z_l/Z_{l+1} \quad (l = 0, 1, 2, \dots, n). \quad (17)$$

4 分层手征介质传播矩阵

4.1 介质层中各层内部的传播矩阵

一般地, 第 l ($l = 1, 2, \dots, n$)层手征介质中前向和后向传播的电磁波为^[4](简单起见, 略去时谐因子 $\exp(-j\omega t)$, 下同)

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{cl}^\pm &= [\mathbf{E}_{l1}^\pm \exp(\pm jk_{l1z}z) + \mathbf{E}_{l2}^\pm \exp(\pm jk_{l2z}z)] \\ &\quad \times \exp(jk_x x),\end{aligned}\quad (18a)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{H}_{cl}^\pm &= [\mathbf{H}_{l1}^\pm \exp(\pm jk_{l1z}z) + \mathbf{H}_{l2}^\pm \exp(\pm jk_{l2z}z)] \\ &\quad \times \exp(jk_x x),\end{aligned}\quad (18b)$$

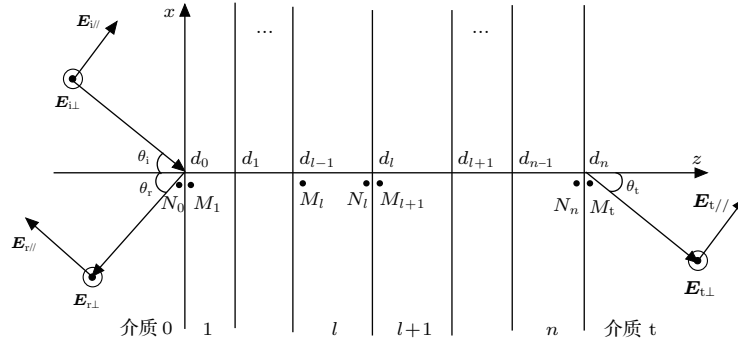


图 2 平面波斜入射层状手征介质

Fig. 2. Oblique incidence on stratified chiral media.

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{l1}^{\pm} &= E_{l1}^{\pm} (\pm \cos \theta_{l1} \hat{e}_x + \sin \theta_{l1} \hat{e}_z + j \hat{e}_y), \\ \mathbf{E}_{l2}^{\pm} &= E_{l2}^{\pm} (\pm \cos \theta_{l2} \hat{e}_x + \sin \theta_{l2} \hat{e}_z - j \hat{e}_y), \\ \mathbf{H}_{l1}^{\pm} &= -j \mathbf{E}_{l1}^{\pm} / Z_l, \quad \mathbf{H}_{l2}^{\pm} = j \mathbf{E}_{l2}^{\pm} / Z_l, \end{aligned} \quad (19a) \quad (19b)$$

下标 1, 2 表示 I 型 (右旋) 波和 II 型 (左旋) 波, 上标 $\pm$ 表示前向和后向行波.

根据 (18) 式可知, I, II 型波的前向和后向行波电场在 N_l 和 M_l 点 (图 2) 处的关系为

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} E_{l1}^+ \exp(jk_{l1z} d_{l-1}) & E_{l2}^+ \exp(jk_{l2z} d_{l-1}) & E_{l1}^- \exp(-jk_{l1z} d_{l-1}) & E_{l2}^- \exp(-jk_{l2z} d_{l-1}) \end{bmatrix}^T \\ &= \mathbf{V}_l \cdot \begin{bmatrix} E_{l1}^+ \exp(jk_{l1z} d_l) & E_{l2}^+ \exp(jk_{l2z} d_l) & E_{l1}^- \exp(-jk_{l1z} d_l) & E_{l2}^- \exp(-jk_{l2z} d_l) \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\mathbf{V}_l = \text{diag}[\exp(jk_{l1z} \Delta_l), \exp(jk_{l2z} \Delta_l), \exp(-jk_{l1z} \Delta_l), \exp(-jk_{l2z} \Delta_l)], \quad \Delta_l = d_{l-1} - d_l, \quad (21)$$

$\mathbf{V}_l$ 为 l 层中从 N_l 点到 M_l 点的后向传播矩阵.

4.2 介质层中各分界面两侧的传播矩阵

如图 2 所示, M_{l+1} 和 N_l 分别为第 l 和 $l+1$ 层分界面 ($z = d_l$) 前侧和后侧的观察点, 根据边界条件 [18], 两点处电、磁场切向连续, 则由 (18) 和 (19) 式可得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} E_{l1}^+ \exp(jk_{l1z} d_l) & E_{l2}^+ \exp(jk_{l2z} d_l) & E_{l1}^- \exp(-jk_{l1z} d_l) & E_{l2}^- \exp(-jk_{l2z} d_l) \end{bmatrix}^T \\ &= \mathbf{U}_{l(l+1)} \cdot \begin{bmatrix} E_{(l+1)1}^+ \exp(jk_{(l+1)1z} d_l) & E_{(l+1)2}^+ \exp(jk_{(l+1)2z} d_l) & E_{(l+1)1}^- \exp(-jk_{(l+1)1z} d_l) & E_{(l+1)2}^- \exp(-jk_{(l+1)2z} d_l) \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{l(l+1)} &= \frac{1}{4} \\ & \times \begin{bmatrix} (1+Z_{l+1}^l) \left(1 + \frac{\cos \theta_{(l+1)1}}{\cos \theta_{l1}}\right) & (-1+Z_{l+1}^l) \left(1 - \frac{\cos \theta_{(l+1)2}}{\cos \theta_{l1}}\right) & (1+Z_{l+1}^l) \left(1 - \frac{\cos \theta_{(l+1)1}}{\cos \theta_{l1}}\right) & (-1+Z_{l+1}^l) \left(1 + \frac{\cos \theta_{(l+1)2}}{\cos \theta_{l1}}\right) \\ (-1+Z_{l+1}^l) \left(1 - \frac{\cos \theta_{(l+1)1}}{\cos \theta_{l2}}\right) & (1+Z_{l+1}^l) \left(1 + \frac{\cos \theta_{(l+1)2}}{\cos \theta_{l2}}\right) & (-1+Z_{l+1}^l) \left(1 + \frac{\cos \theta_{(l+1)1}}{\cos \theta_{l2}}\right) & (1+Z_{l+1}^l) \left(1 - \frac{\cos \theta_{(l+1)2}}{\cos \theta_{l2}}\right) \\ (1+Z_{l+1}^l) \left(1 - \frac{\cos \theta_{(l+1)1}}{\cos \theta_{l1}}\right) & (-1+Z_{l+1}^l) \left(1 + \frac{\cos \theta_{(l+1)2}}{\cos \theta_{l1}}\right) & (1+Z_{l+1}^l) \left(1 + \frac{\cos \theta_{(l+1)1}}{\cos \theta_{l1}}\right) & (-1+Z_{l+1}^l) \left(1 - \frac{\cos \theta_{(l+1)2}}{\cos \theta_{l1}}\right) \\ (-1+Z_{l+1}^l) \left(1 + \frac{\cos \theta_{(l+1)1}}{\cos \theta_{l2}}\right) & (1+Z_{l+1}^l) \left(1 - \frac{\cos \theta_{(l+1)2}}{\cos \theta_{l2}}\right) & (-1+Z_{l+1}^l) \left(1 - \frac{\cos \theta_{(l+1)1}}{\cos \theta_{l2}}\right) & (1+Z_{l+1}^l) \left(1 + \frac{\cos \theta_{(l+1)2}}{\cos \theta_{l2}}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

为 l 和 $l+1$ 层分界面 $z = d_l$ 两侧从 M_{l+1} 点到 N_l 点的后向传播矩阵.

4.3 入射界面处的后向传播矩阵

在入射区(介质0)存在入射波和反射波,入射波为前向行波,可表示为^[4]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_i &= \mathbf{E}_0^+ = \mathbf{E}_{0i} \exp(jk_{0z}z) \exp(jk_x x), \\ \mathbf{H}_i &= \mathbf{H}_0^+ = \mathbf{H}_{0i} \exp(jk_{0z}z) \exp(jk_x x), \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{0i} &= E_{i\perp} \hat{e}_y + E_{i//} (\cos \theta_i \hat{e}_x + \sin \theta_i \hat{e}_z), \\ \mathbf{H}_{0i} &= \frac{E_{i//} \hat{e}_y - E_{i\perp} (\cos \theta_i \hat{e}_x + \sin \theta_i \hat{e}_z)}{Z_0}, \end{aligned} \quad (25)$$

反射波为后向行波,可表示为^[4]

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_0^- = \mathbf{E}_{0r} \exp(-jk_{0z}z) \exp(jk_x x),$$

$$\mathbf{H}_r = \mathbf{H}_0^- = \mathbf{H}_{0r} \exp(-jk_{0z}z) \exp(jk_x x), \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{0r} &= E_{r\perp} \hat{e}_y + E_{r//} (\cos \theta_i \hat{e}_x - \sin \theta_i \hat{e}_z), \\ \mathbf{H}_{0r} &= \frac{-E_{r//} \hat{e}_y + E_{r\perp} (\cos \theta_i \hat{e}_x - \sin \theta_i \hat{e}_z)}{Z_0}. \end{aligned} \quad (27)$$

根据边界条件,在介质0和介质1分界面 $z = d_0 = 0$ 处,界面前侧 M_1 点处的场和界面后侧 N_0 点处(图2)的场有如下关系:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} E_{i\perp} & E_{i//} & E_{r\perp} & E_{r//} \end{bmatrix}^T \\ &= \mathbf{U}_{01} \cdot \begin{bmatrix} E_{11}^+ & E_{12}^+ & E_{11}^- & E_{12}^- \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (28)$$

其中

$$\mathbf{U}_{01} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} j \left(1 + Z_1^0 \frac{\cos \theta_{11}}{\cos \theta_i} \right) & -j \left(1 + Z_1^0 \frac{\cos \theta_{12}}{\cos \theta_i} \right) & j \left(1 - Z_1^0 \frac{\cos \theta_{11}}{\cos \theta_i} \right) & -j \left(1 - Z_1^0 \frac{\cos \theta_{12}}{\cos \theta_i} \right) \\ \left(Z_1^0 + \frac{\cos \theta_{11}}{\cos \theta_i} \right) & \left(Z_1^0 + \frac{\cos \theta_{12}}{\cos \theta_i} \right) & \left(Z_1^0 - \frac{\cos \theta_{11}}{\cos \theta_i} \right) & \left(Z_1^0 - \frac{\cos \theta_{12}}{\cos \theta_i} \right) \\ j \left(1 - Z_1^0 \frac{\cos \theta_{11}}{\cos \theta_i} \right) & -j \left(1 - Z_1^0 \frac{\cos \theta_{12}}{\cos \theta_i} \right) & j \left(1 + Z_1^0 \frac{\cos \theta_{11}}{\cos \theta_i} \right) & -j \left(1 + Z_1^0 \frac{\cos \theta_{12}}{\cos \theta_i} \right) \\ \left(-Z_1^0 + \frac{\cos \theta_{11}}{\cos \theta_i} \right) & \left(-Z_1^0 + \frac{\cos \theta_{12}}{\cos \theta_i} \right) & - \left(Z_1^0 + \frac{\cos \theta_{11}}{\cos \theta_i} \right) & - \left(Z_1^0 + \frac{\cos \theta_{12}}{\cos \theta_i} \right) \end{bmatrix} \quad (29)$$

为介质0和介质1分界面 $z = d_0 = 0$ 处,界面两侧从 M_1 点到 N_0 点的后向传播矩阵.

4.4 透射界面处的后向传播矩阵

在透射区(t)只有透射波,为前向行波,无后向行波.透射波可表示为^[4]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= \mathbf{E}_t^+ = \mathbf{E}_{0t} \exp(jk_{tz}z) \exp(jk_x x), \\ \mathbf{H}_t &= \mathbf{H}_t^+ = \mathbf{H}_{0t} \exp(jk_{tz}z) \exp(jk_x x), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{0t} &= E_{t\perp} \hat{e}_y + E_{t//} (\cos \theta_i \hat{e}_x + \sin \theta_i \hat{e}_z), \\ \mathbf{H}_{0t} &= \frac{E_{t//} \hat{e}_y - E_{t\perp} (\cos \theta_i \hat{e}_x + \sin \theta_i \hat{e}_z)}{Z_0}. \end{aligned} \quad (31)$$

根据边界条件,在介质 n 和介质 t 分界面 $z = d_n$ 处,界面前侧 M_t 点处的场和界面后侧 N_n 点处(图2)的场有如下关系:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} E_{n1}^+ \exp(jk_{n1z}d_n) & E_{n2}^+ \exp(jk_{n2z}d_n) & E_{n1}^- \exp(-jk_{n1z}d_n) & E_{n2}^- \exp(-jk_{n2z}d_n) \end{bmatrix}^T \\ &= \mathbf{U}_{nt} \cdot \begin{bmatrix} E_{t\perp} \exp(jk_{0z}d_n) & E_{t//} \exp(jk_{0z}d_n) & E_{t\perp} \exp(jk_{0z}d_n) & E_{t//} \exp(jk_{0z}d_n) \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\mathbf{U}_{nt} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -j \cos \theta_i / \cos \theta_{n1} & -j Z_0^n \cos \theta_i / \cos \theta_{n1} & Z_0^n & 0 \\ j \cos \theta_i / \cos \theta_{n2} & j Z_0^n \cos \theta_i / \cos \theta_{n2} & Z_0^n & 0 \\ -j - \cos \theta_i / \cos \theta_{n1} & j Z_0^n \cos \theta_i / \cos \theta_{n1} & Z_0^n & 0 \\ j - \cos \theta_i / \cos \theta_{n2} & -j Z_0^n \cos \theta_i / \cos \theta_{n2} & Z_0^n & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

为介质 n 和介质 t 分界面 $z = d_n$ 处,界面两侧从 M_t 点到 N_n 点的后向传播矩阵.

4.5 后向传播矩阵

综合上述讨论分析可得图2中从 M_t 点到 N_0 点的传播用传播矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} E_{i\perp} & E_{i//} & E_{r\perp} & E_{r//} \end{bmatrix}^T \\ = \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} E_{t\perp} & E_{t//} & E_{t\perp} & E_{t//} \end{bmatrix}^T \cdot \exp(jk_{0z}d_n), \quad (34)$$

其中

$$\mathbf{M} = \mathbf{U}_{01} \cdot \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{U}_{12} \cdot \mathbf{V}_2 \cdots \mathbf{U}_{(n-1)n} \\ \times \mathbf{V}_n \cdot \mathbf{U}_{nt}, \quad (35)$$

即为后向传播矩阵。

5 线极化波入射时的反射透射系数计算

传播矩阵 $\mathbf{M}$ 为 4×4 矩阵, 设其元素为 $m_{ij}(i, j = 1, 2, 3, 4)$. 根据(34)式可解得反射电场和透射电场用入射电场的表示,

$$\begin{bmatrix} E_{r\perp} \\ E_{r//} \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} E_{i\perp} \\ E_{i//} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} E_{t\perp} \\ E_{t//} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} E_{i\perp} \\ E_{i//} \end{bmatrix}, \quad (36)$$

其中反射矩阵 $\mathbf{R}$ 和透射矩阵 $\mathbf{T}$ 分别为

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}_r \cdot \mathbf{A}_t^{-1}, \quad \mathbf{T} = \mathbf{A}_t^{-1} \exp(-jk_{0z}d_n), \\ \mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} (m_{31} + m_{33}) & (m_{32} + m_{34}) \\ (m_{41} + m_{43}) & (m_{42} + m_{44}) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} (m_{11} + m_{13}) & (m_{12} + m_{14}) \\ (m_{21} + m_{23}) & (m_{22} + m_{24}) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

设入射线极化平面波波幅为 E_0 , 分别讨论TE波入射和TM波入射时, 分层手征介质的同极化和交叉极化反射透射系数的计算. 入射波为TE波时, 入射电场平行分量为0; 入射波为TM波时, 入射电场垂直分量为0, 即

$$\begin{cases} E_{i//} = 0, E_{i\perp} = E_0 & (\text{TE}), \\ E_{i//} = E_0, E_{i\perp} = 0 & (\text{TM}). \end{cases} \quad (38)$$

将(38)式代入(36)式可得TE波、TM波同极化和交叉极化反射、透射系数分别为

$$R_{\text{co}}^{\text{TE}} = E_{r\perp}/E_{i\perp} = R_{11},$$

$$\begin{aligned} R_{\text{cr}}^{\text{TE}} &= E_{r//}/E_{i\perp} = R_{21}, \\ T_{\text{co}}^{\text{TE}} &= E_{t\perp}/E_{i\perp} = T_{11}, \\ T_{\text{cr}}^{\text{TE}} &= E_{t//}/E_{i\perp} = T_{21}, \\ R_{\text{co}}^{\text{TM}} &= E_{r//}/E_{i//} = R_{22}, \\ R_{\text{cr}}^{\text{TM}} &= E_{r\perp}/E_{i//} = R_{12}, \\ T_{\text{co}}^{\text{TM}} &= E_{t//}/E_{i//} = T_{22}, \\ T_{\text{cr}}^{\text{TM}} &= E_{t\perp}/E_{i//} = T_{12}. \end{aligned} \quad (39)$$

$$(40)$$

6 算例

6.1 色散手征介质层的反射和透射系数

无限大色散手征介质层厚度 $d = 0.1 \text{ m}$, 介电系数和磁导系数为Lorentz模型, 手征参数为Condon模型

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_\infty + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega_\varepsilon^2}{\omega_\varepsilon^2 - \omega^2 - j2\omega_\varepsilon\xi_\varepsilon\omega}, \\ \mu_r &= \mu_\infty + \frac{(\mu_s - \mu_\infty)\omega_\mu^2}{\omega_\mu^2 - \omega^2 - j2\omega_\mu\xi_\mu\omega}, \\ \kappa &= \frac{\tau_\kappa\omega_\kappa^2\omega}{\omega_\kappa^2 - \omega^2 - j2\omega_\kappa\xi_\kappa\omega}, \end{aligned} \quad (41)$$

其中 $\varepsilon_\infty = 2, \varepsilon_s = 5, \omega_\varepsilon = 4\pi \times 10^9, \xi_\varepsilon = 0.5, \mu_\infty = 1.1, \mu_s = 1.8, \omega_\mu = 4\pi \times 10^9, \xi_\mu = 0.5, \omega_\kappa = 4\pi \times 10^9, \xi_\kappa = 0.3, \tau_\kappa = 0.5/\omega_\kappa$. 设线极化平面波垂直入射该色散手征介质层, 图3中的划线和实线分别表示利用本文传播矩阵方法计算得到的反射系数 $R_{\text{co}}, R_{\text{cr}}$ 和透射系数 $T_{\text{co}}, T_{\text{cr}}$ 的幅值; 同时我们又采用时域有限差分(FDTD)方法[19]计算该介质层对入射脉冲的时域响应并通过傅里叶变换得到频域反射透射系数, 计算结果在图3中用十字和叉表示, 可见二者非常符合。

线极化波进入手征介质后分解为左、右旋两个圆极化本征波, 由于ORD特性, 两本征波的相速不同, 使波的极化方向发生旋转, 而CD又使两本征波的衰减不同, 因此线极化波进入手征介质后成为椭圆极化波, 反射波和透射波的极化方向都发生变化, 只有当垂直入射时, 由于手征介质的互易性[12,20,21], 反射波与入射波极化方向相同, 交叉极化反射系数为0(如图3(b)所示)。

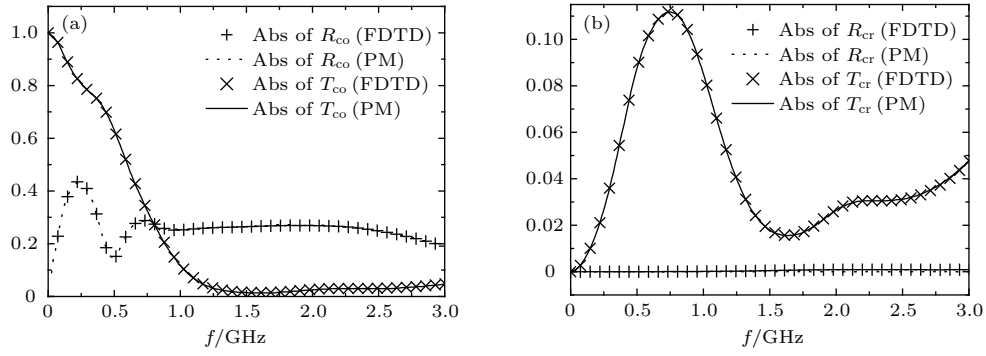


图3 色散手征介质层的反射透射系数幅值 (a) 同极化反透射; (b) 交叉极化反透射

Fig. 3. The amplitudes of reflection and transmission coefficients for a dispersive chiral layer: (a) The co-polarized reflection and transmission; (b) the cross-polarized reflection and transmission.

6.2 四重旋转 Ω 单元结构CMM平板的反射和透射系数

文献[22]反演了一种四重旋转 Ω 单元结构CMM平板的本构参数, 其表达式为

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \varepsilon_b + \frac{\Omega_\varepsilon \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\gamma}, \\ \mu_r &= \mu_b + \frac{\Omega_\mu \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\gamma},\end{aligned}$$

$$\kappa = \frac{\Omega_\kappa \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2 - j\omega\gamma}, \quad (42)$$

其中 $\omega_0 = 1.8713$ THz, $\gamma = 0.05463\omega_0$, $\varepsilon_b = 3.1736$, $\mu_b = 0.9798$, $\Omega_\varepsilon = 0.156$, $\Omega_\mu = 0.0625$, $\Omega_\kappa = 0.0993$, 板厚度为 $d = 12$ μm . 利用本文传播矩阵方法计算了线极化平面波入射该手征介质平板时的反射和透射系数, 如图4所示, 图4(a)–(d)分别是同极化、交叉极化反射系数 R_{co} , R_{cr} 和透射

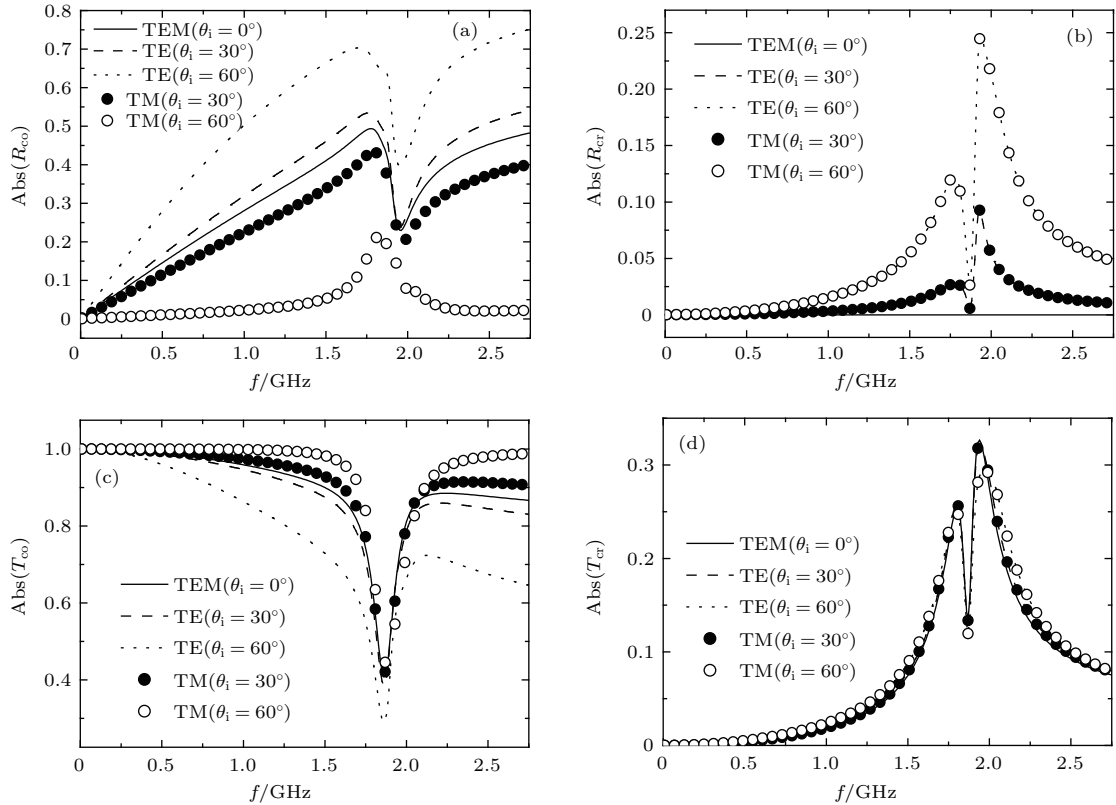

 图4 四重旋转 Ω 单元结构CMM平板的反射和透射系数幅值 (a) 同极化反射; (b) 交叉极化反射; (c) 同极化透射; (d) 交叉极化透射

Fig. 4. The amplitudes of reflection and transmission coefficients for the four-fold rotated-particle CMM slab: (a) The co-polarized reflection; (b) the cross-polarized reflection; (c) the co-polarized transmission; (d) the cross-polarized transmission.

系数 T_{co} , T_{cr} 的幅值, 其中实线为垂直入射情形, 划线和点线表示 TE 波在 30° 和 60° 斜入射时情形, 实心和空心圆圈表示 TM 波在 30° 和 60° 斜入射时情形. 由图可见, 由于手征介质的互易性^[12,20,21], 交叉极化反射、透射系数幅值与入射波极化状态无关, 而且垂直入射时的交叉极化反射系数为 0. 同时, 反射透射系数在频率 $\omega_0 = 1.8713$ THz 处有较强振荡.

6.3 周期分层手征介质的反射和透射系数

一周周期分层结构位于空气中, 它由 $(\varepsilon_{c1}, \mu_{c1}, \xi_{c1})$ 和 $(\varepsilon_{c2}, \mu_{c2}, \xi_{c2})$ 两种非磁性手征介质交替排列而成, 每层厚度相等为 $d = 180$ nm, 介

质参数为 $\mu_{c1} = \mu_{c2} = \mu_0$, $\varepsilon_{c1} = (6.55 - 0.16j)\varepsilon_0$, $\varepsilon_{c2} = (1.75 - 0.27j)\varepsilon_0$ 和 $\xi_{c1} = \xi_{c2} = 1 \times 10^{-3} - j \times 2 \times 10^{-4}(S)$, 共 22 层. 利用本文传播矩阵方法计算了线极化平面波入射该分层结构的反射和透射系数, 如图 5 所示. 图 5(a)—(d) 分别是同极化、交叉极化反射系数 R_{co} , R_{cr} 和透射系数 T_{co} , T_{cr} 的幅值, 其中实线为垂直入射的情形, 划线和点线表示 TE 波在 30° 和 60° 斜入射时的情形, 实心和空心圆圈表示 TM 波在 30° 和 60° 斜入射时的情形. 由图可见, 在红外区域存在光子带隙, 且光子带隙的位置和宽度与入射波的极化状态和入射角都有关系, 这使得对同一结构, 可以通过控制入射极化状态和入射角实现光子带隙调节.

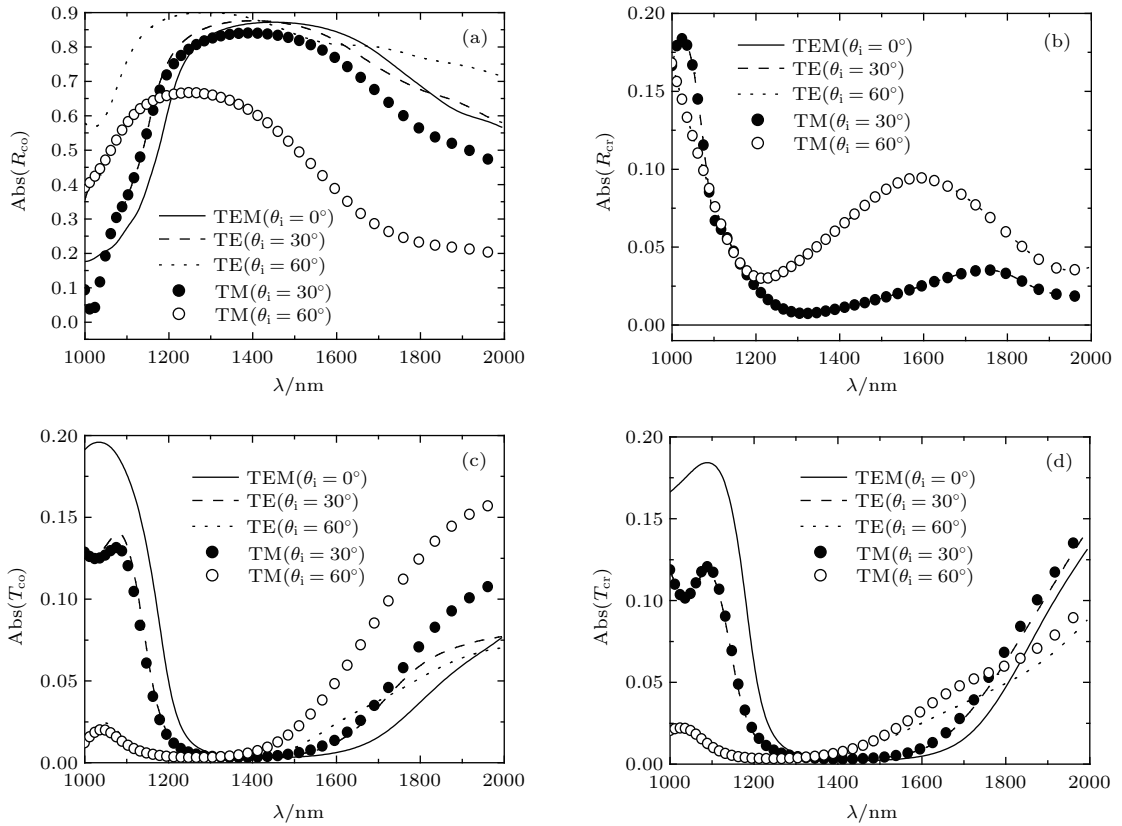


图 5 周期分层手征介质的反射和透射系数幅值 (a) 同极化反射; (b) 交叉极化反射; (c) 同极化透射; (d) 交叉极化透射
Fig. 5. The amplitudes of reflection and transmission coefficients for the periodic layered chiral media: (a) The co-polarized reflection; (b) the cross-polarized reflection; (c) the co-polarized transmission; (d) the cross-polarized transmission.

7 结 论

由于手征介质的色散特性使其一般为有耗介质, 因此当平面电磁波斜入射层状手征介质时, 介质中传播的平面本征波为非均匀波. 本文首先利用

相位匹配条件推导了层状手征介质中本征波复数波矢量的实部和虚部, 并利用波矢量实部计算本征波折射角, 然后根据边界条件和本征波场方程给出计算层状手征介质中斜入射电磁波的传播矩阵, 利用该传播矩阵计算了单层和多层手征介质的反射和透射系数. 该传播矩阵可以用来解析分析斜入

射、有耗等条件下电磁波在层状手征介质中的传播特性,同时由于可以通过令手征参数 $\kappa = 0$ 将手征介质退化为一般介质,所以该传播矩阵同样适用于一般的层状介质或一般介质与手征介质复合层状结构.此外,除了计算反射透射这样的正问题,可以进一步研究利用传播矩阵分析逆问题——通过实验测量得到的反射和透射矩阵反演手征介质参数,这在CMM结构设计和等效参数反演中将具有重要的实用价值和意义.

参考文献

- [1] Lindell I V, Sihvola A H, Tretyakov S A, Viitanen A J 1994 *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media* (Boston: Artech House) pp1–15
- [2] Wang M Y, Li G P, Zhou M, Wang R, Zhong C L, Xu J, Zheng H 2014 *Int. J. Numer. Model.* **27** 109
- [3] Taupier G, Boeglin A, Crégut O, Mager L, Barsella A, Gąsior K, Rehspringer J L, Dorkenoo K D 2015 *Opt. Mater.* **45** 22
- [4] Bassiri S, Papas C H, Engheta N 1988 *J. Opt. Soc. Am.* **5** 1450
- [5] Oksanen M I, Tretyakov S A, Lindell I V 1990 *J. Electromagnet. Waves Appl.* **4** 613
- [6] Viitanen A J, Lindell I V, Sihvola A H 1991 *J. Electromagnet. Waves Appl.* **5** 1105
- [7] Sami M A, Tarek M H, Kong J A 1992 *J. Opt. Soc. Am. A* **9** 413
- [8] Lindell I V, Tretyakov S A, Oksanen M I 1993 *J. Electromagnet. Waves Appl.* **7** 147
- [9] Ivanov O V, Sementsov D I 2000 *Crystallography Rep.* **45** 487
- [10] Li L W, Yeap S B, Leong M S, Yeo T S, Kooi P S 2002 *Prog. Electromagnet. Res.* **35** 53
- [11] Paul E C, Ezekiel B 2005 *Canadian J. Phys.* **83** 1265
- [12] Bahar E 2007 *J. Opt. Soc. Am. B* **24** 1610
- [13] Yin W Y, Wan W 1993 *J. Electron.* **15** 287 (in Chinese) [尹文言, 万伟 1993 电子科学学报 **15** 287]
- [14] Liu Z S, Song L R, Fu G X 1999 *J. Microwaves* **15** 339 (in Chinese) [刘述章, 宋俐荣, 符果行 1999 微波学报 **15** 339]
- [15] Xiao Z Y, Wang Z H 2003 *Chin. J. Radio Sci.* **18** 687 (in Chinese) [肖中银, 王子华 2003 电波科学学报 **18** 687]
- [16] Zhang Y N, Zhao Z Y, Huang T C, Jiao P N 2004 *Chin. J. Radio Sci.* **19** 537 (in Chinese) [张援农, 赵正予, 黄天锡, 焦培南 2004 电波科学学报 **19** 537]
- [17] Engheta N, Zablocky P G 1990 *Electron. Lett.* **26** 2132
- [18] Kong J A 2002 *Electromagnetic Wave Theory* (Beijing: Higher Education Press) pp23, 103
- [19] Wang F, Wei B, Li L Q, Cao L, Yang Q 2015 *Proceedings of 2015 Cross Strait Quad-Regional Radio Wireless Conference* Xi'an, China, August 12–15, 2015 p67
- [20] Demir V, Elsherbeni A Z, Ercument A 2005 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **53** 3374
- [21] Zarifi D, Soleimani M, Abdolali A 2013 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **61** 5658
- [22] Zhao R K, Koschny T, Soukoulis C M 2010 *Opt. Express* **18** 14553

Propagation matrix of plane wave incident obliquely on stratified lossy chiral medium^{*}

Wang Fei^{1)2)†} Wei Bing¹⁾²⁾

1) (*School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding at Xidian University, Xi'an 710071, China*)

(Received 28 September 2016; revised manuscript received 11 November 2016)

Abstract

The real and imaginary parts of the eigen complex wave vector in a stratified lossy chiral medium for the case of oblique incidence are derived by using the phase-matching condition. Due to the fact that the real and imaginary parts are nonparallel, the eigen wave propagating in the medium is inhomogeneous. Then the refraction angle of the eigen wave can be deduced via the real part of the wave vector. Finally the propagation matrix of the obliquely incident wave in a stratified lossy chiral medium is derived based on the boundary conditions and the field equations of eigen wave in each region. By using the proposed method, the reflection, transmission, and propagation characteristics of plane wave with arbitrary incident angle in a stratified chiral medium can be analyzed.

Keywords: stratified lossy chiral media, oblique incidence, propagation matrix

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 78.20.Ci

DOI: [10.7498/aps.66.064101](https://doi.org/10.7498/aps.66.064101)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61401344, 61571348) and the State Scholarship Fund of China (Grant No. 201606965055).

[†] Corresponding author. E-mail: wfei79@163.com