线性吸收介质非局域线性电光效应的耦合波理论

吴丹丹　佘卫龙

Wave coupling theory of nonlocal linear electro-optic effect in a linear absorbent medium

Wu Dan-Dan　She Wei-Long

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 66, 064202 (2017)　DOI: 10.7498/aps.66.064202
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.064202
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I6

线性吸收介质非局域线性电光效应的耦合波理论*

吴丹丹[1)2)] 佘卫龙[1)†]

1) (中山大学, 光电子材料与技术国家重点实验室, 广州 510275)

2) (华南理工大学物理教学实验中心, 广州 510006)

(2016 年 9 月 30 日收到; 2016 年 11 月 15 日收到修改稿)

本文提出了线性吸收介质非局域线性电光效应的耦合波理论, 建立了相应的耦合波方程组, 并求解了该方程组. 由此, 可给出在任意方向外加电场的作用下, 光在具有空间非局域响应的线性吸收介质中沿任意方向传播时出射光场的表达式. 据此, 研究了线性吸收是如何改变出射光场的两个偏振分量的振幅、相位和波形的. 进一步讨论了线性吸收对电光强度调制的影响, 以及如何测量一阶线性和二阶非线性极化率非局域响应的特征长度和介质的线性吸收系数.

关键词: 线性电光效应, 非局域, 线性吸收, 电光调制

PACS: 42.65.–k, 42.70.Mp, 78.20.Jq **DOI:** 10.7498/aps.66.064202

1 引 言

线性电光效应是一种重要的光学现象, 在电光调制和电光开关等方面有着非常广泛的应用[1–8]. 折射率椭球理论[9]以其直观和简洁, 长期以来被广泛应用于线性电光效应的各种理论分析中. 但此理论存在着局限: 首先, 晶体加电场后其折射率椭球方程的主轴化往往是一件很困难的事, 况且还要计算沿光传播方向上的折射率; 其次, 折射率椭球理论不能用来处理存在线性吸收或极化率张量具有非局域响应等情况下的线性电光效应. 为了绕开这些限制, 科研工作者们先后提出了一些新的处理线性电光效应的理论[10–12]. 在 2001 年, She 和 Lee[13] 提出了线性电光效应的耦合波理论, 该理论可以用来描述在任意方向的外加电场的作用下, 光在任意对称点群的晶体中沿任意方向传播时的线性电光效应. 此耦合波理论从根本上克服了折射率椭球理论的种种局限, 为线性电光效应的理论和应用的研究开辟了新方法. 现在线性电光效应的耦合波理论已经被成功应用于处理具有线性吸收的介质中的线性电光效应[14,15], 也相继提出了线性电光效应与其他光学效应级联的耦合波理论[16–19]. 2016 年初, 在不考虑介质存在吸收的情况下, 我们建立了非局域线性电光效应的耦合波理论[20].

本文从麦克斯韦方程组出发, 在考虑介质具有线性吸收的情况下发展了非局域线性电光效应的耦合波理论, 建立了相应的耦合波方程组, 并求解了该方程组. 研究表明: 首先, 当线性吸收介质中两个吸收系数 α_{11} 和 α_{22} 相等时, 线性吸收仅使介质中光场的振幅衰减, 而不影响其相位和波形, 因此, 与无吸收介质中的情况一样, 可以认为电光强度调制时出射光束不再保持高斯光束波形的现象是二阶非线性极化率 $\chi^{(2)}$ 存在非局域响应的一个可能信号; 其次, 当 α_{11} 与 α_{22} 不相等时, 线性吸收使介质中光场的振幅衰减, 相位改变, 此时, 线性吸收会导致电光强度调制时出射光束的波形不再保持高斯光束波形, 因此不能简单地根据出射光波形是否偏离高斯型来判断 $\chi^{(2)}$ 是否存在非局域响应, 但可通过测量 $\chi^{(2)}$ 非局域响应的特征长度值 σ_2 来判断 $\chi^{(2)}$ 是否存在非局域响应; 在 $\alpha_{11} \neq \alpha_{22}$ 的情况下, 线性吸收还使电光强度调制的消光比减小,

* 国家自然科学基金 (批准号: 11274401) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: shewl@mail.sysu.edu.cn

 http://wulixb.iphy.ac.cn

但对半波电压没有明显影响. 最后, 我们讨论了测量一阶线性和二阶非线性极化率非局域响应特征长度σ_1和σ_2以及晶体吸收系数α_{11}和α_{22}的方法.

2 基本理论

在非磁性没有净余电荷的晶体中, 假设有一频率为ω的单色傍轴光束在晶体中沿$\boldsymbol{e}_\zeta$方向传播(建立直角坐标系(ξ,η,ζ), 其三个坐标轴的方向矢分别为$\boldsymbol{e}_\xi$, $\boldsymbol{e}_\eta$, $\boldsymbol{e}_\zeta$), 并在晶体上沿$\boldsymbol{c}$方向施加外电场$\boldsymbol{E}_{\rm d}=E_{\rm d}\boldsymbol{c}$. 于是, 晶体中总电场可以表示为$\boldsymbol{E}(t)=\boldsymbol{E}_{\rm d}+\dfrac{1}{2}[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)\exp(-{\rm i}\omega t)+{\rm c.c.}]$, 其中, t为时间, $\boldsymbol{x}_\perp=\xi\boldsymbol{e}_\xi+\eta\boldsymbol{e}_\eta$是垂直于$\boldsymbol{e}_\zeta$的坐标分量, c.c.表示光场$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)\exp(-{\rm i}\omega t)$的复共轭. 当晶体存在空间非局域响应时, 考虑卷积型的非局域模型[21,22], 则根据麦克斯韦方程组, 晶体中的光场满足下面的方程:

$$\begin{aligned}
&\nabla^2[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)]\\
=&-{\rm i}\omega\mu_0\bar{\boldsymbol{\Sigma}}(\omega)\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)-\omega^2\varepsilon_0\mu_0\bigg[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)\\
&+\int\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}(\omega;\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp)\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}'_\perp,\zeta)\,{\rm d}^2\boldsymbol{x}'_\perp\\
&+2\int\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(2)}(\omega,0;\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp):\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}'_\perp,\zeta)\\
&\times\boldsymbol{E}_{\rm d}\,{\rm d}^2\boldsymbol{x}'_\perp\bigg],
\end{aligned}\tag{1}$$

其中, μ_0为真空中的磁导率; ε_0为真空中的介电常数; $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}(\omega)$为晶体的电导率张量; ${\rm d}^2\boldsymbol{x}'_\perp$是横向的面积元, 积分的上下限分别为$\infty$和$-\infty$; $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}(\omega;\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp)$和$\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(2)}(\omega,0;\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp)$分别是一阶线性和二阶非线性的非局域极化率张量(后文中, 在不引起歧义的情况下会将其分别简写为$\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}$和$\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(2)}$), 并且都是实数(实际应用中, 如果有虚部存在, 则应将其虚部并入方程右边第一项内). 此处, 我们认为由于相位失配, 只需考虑线性电光效应的贡献, 而忽略了其他二阶及更高阶的非线性光学效应[19].

这里, 我们考虑最简单的情况[20], 即

$$\begin{aligned}
&\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}(\omega;\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp)=\bar{\boldsymbol{\chi}}_0^{(1)}(\omega)R_1(|\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp|),\\
&\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(2)}(\omega,0;\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp)\\
=&\bar{\boldsymbol{\chi}}_0^{(2)}(\omega,0)R_2(|\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp|),
\end{aligned}\tag{2}$$

其中, $R_1(|\boldsymbol{x}_\perp|)$和$R_2(|\boldsymbol{x}_\perp|)$是非局域响应函数, 且已经归一化$\displaystyle\int R_l(|\boldsymbol{x}_\perp|){\rm d}^2\boldsymbol{x}_\perp=1$ (其中$l=1,2$). $\bar{\boldsymbol{\chi}}_0^{(1)}(\omega)$和$\bar{\boldsymbol{\chi}}_0^{(2)}(\omega,0)$是当光束$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$的宽度为无穷大时的有效极化率张量.

对于傍轴光束$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$, 我们可以仅考虑其横向分量(垂直于$\boldsymbol{e}_\zeta$的分量), 而忽略其纵向分量(平行于$\boldsymbol{e}_\zeta$的分量). 这样$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$可以表示为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)&=\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)+\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)\\
&=\boldsymbol{a}\psi_1(\xi,\eta,\zeta)\,{\rm e}^{{\rm i}k_1\zeta}\\
&\quad+\boldsymbol{b}\psi_2(\xi,\eta,\zeta)\,{\rm e}^{{\rm i}k_2\zeta},
\end{aligned}\tag{3}$$

这里, k_1和k_2分别为光场$\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$和$\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$的波数. 当$k_1=k_2$时, $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$和$\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$分别代表光场两个相互垂直的分量; 当$k_1\neq k_2$时, $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$和$\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$分别代表两个经历不同折射率的相互垂直的独立分量, $\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$分别为代表$\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$和$\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{x}_\perp,\zeta)$方向的两个单位矢量, 并且$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$, 而$\psi_1(\xi,\eta,\zeta)$和$\psi_2(\xi,\eta,\zeta)$是两个慢变振幅包络. 将(2)和(3)式代入方程(1)中, 把与$\bar{\boldsymbol{\chi}}_0^{(2)}(\omega,0)$相关的项当成微扰[13], 整理后得到以下的耦合波方程组:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2k_1}\nabla_\perp^2\psi_1+{\rm i}\frac{\partial\psi_1}{\partial\zeta}\\
=&-{\rm i}\frac{\alpha_{11}}{2}\psi_1-{\rm i}\frac{\alpha_{21}}{2}\psi_2\,{\rm e}^{{\rm i}\Delta k\zeta}\\
&-\frac{1}{2k_1}\left(k_1^2-\frac{\omega^2}{c^2}\right)(R_1\otimes\psi_1-\psi_1)+d_2R_2\otimes\psi_1\\
&+d_1R_2\otimes\psi_2\,{\rm e}^{{\rm i}\Delta k\zeta},
\end{aligned}\tag{4a}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2k_2}\nabla_\perp^2\psi_2+{\rm i}\frac{\partial\psi_2}{\partial\zeta}\\
=&-{\rm i}\frac{\alpha_{22}}{2}\psi_2-{\rm i}\frac{\alpha_{12}}{2}\psi_1\,{\rm e}^{-{\rm i}\Delta k\xi}\\
&-\frac{1}{2k_2}\left(k_2^2-\frac{\omega^2}{c^2}\right)(R_1\otimes\psi_2-\psi_2)+d_4R_2\otimes\psi_2\\
&+d_3R_2\otimes\psi_1\,{\rm e}^{-{\rm i}\Delta k\zeta},
\end{aligned}\tag{4b}$$

其中,

$$\begin{aligned}
&\nabla_\perp^2=\partial^2/\partial\xi^2+\partial^2/\partial\eta^2;\quad\Delta k=k_2-k_1,\\
&d_1=-\frac{\omega^2E_{\rm d}}{2k_1c^2}r_{\rm eff1},\quad d_2=-\frac{\omega^2E_{\rm d}}{2k_1c^2}r_{\rm eff2},\\
&d_3=-\frac{\omega^2E_{\rm d}}{2k_2c^2}r_{\rm eff1},d_4=-\frac{\omega^2E_{\rm d}}{2k_2c^2}r_{\rm eff3},
\end{aligned}$$

而$r_{\rm eff1}$, $r_{\rm eff2}$和$r_{\rm eff3}$是晶体的有效电光系数[13];

$$\alpha_{11}=\frac{\omega\mu_0}{k_1}[\bar{\boldsymbol{\Sigma}}(\omega)\cdot\boldsymbol{a}]\cdot\boldsymbol{a},\quad\alpha_{21}=\frac{\omega\mu_0}{k_1}[\bar{\boldsymbol{\Sigma}}(\omega)\cdot\boldsymbol{b}]\cdot\boldsymbol{a},$$

$$\alpha_{12}=\frac{\omega\mu_0}{k_2}[\bar{\boldsymbol{\Sigma}}(\omega)\cdot\boldsymbol{a}]\cdot\boldsymbol{b},\quad\alpha_{22}=\frac{\omega\mu_0}{k_2}[\bar{\boldsymbol{\Sigma}}(\omega)\cdot\boldsymbol{b}]\cdot\boldsymbol{b},$$

α_{11}, α_{12}, α_{22}和α_{21}是晶体的吸收系数[15]. 在方程组(4)中, 为了使表达式结构简洁, 将$\psi_j(\xi,\eta,\zeta)$写成ψ_j, 将$R_l(|\boldsymbol{x}_\perp-\boldsymbol{x}'_\perp|)$写成$R_l$(后文中做类似处理

时不再另行说明), 用 $R_l \otimes \psi_j$ 表示 R_l 和 ψ_j 的卷积, 即

$$R_l \otimes \psi_j = \int R_l(|\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{x}'_\perp|)\psi_j(\xi', \eta', \zeta)\,\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}'_\perp \quad (j=1,2).$$

方程组 (4) 可以用来描述在任意方向外加电场的作用下, 光在线性吸收晶体中沿任意方向传播时的非局域线性电光效应, 其中响应函数的具体形式要根据引起非局域的物理机制来定 [23]. 精确求解方程组 (4) 会存在困难, 但在给定各参数的情况下, 可以进行数值求解.

下面, 我们仅考虑弱非局域 [23] 的情况, 此时 $R_l(|\boldsymbol{x}_\perp|)$ 的特征长度远小于 $\psi_j(\xi, \eta, \zeta)$ 的束宽. 因此有

$$\begin{aligned}
R_l \otimes \psi_j &= \int R_l(|\boldsymbol{x}_\perp - \boldsymbol{x}'_\perp|)\psi_j(\xi', \eta', \zeta)\,\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}'_\perp \\
&= \int R_l(|\boldsymbol{x}'_\perp|)\psi_j(\xi-\xi', \eta-\eta', \zeta)\,\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}'_\perp \\
&\approx \int R_l(|\boldsymbol{x}'_\perp|)\left[1 + \frac{1}{2}\left(\xi'^2\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + 2\xi'\eta'\frac{\partial^2}{\partial\xi\partial\eta} + \eta'^2\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)\right]\psi_j(\xi, \eta, \zeta)\,\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}'_\perp \\
&= \psi_j(\xi, \eta, \zeta) + \frac{\sigma_l^2}{4}\nabla_\perp^2\psi_j(\xi, \eta, \zeta), \qquad (5)
\end{aligned}$$

其中 $\sigma_l = \left[\int(\xi^2+\eta^2)R_l(\sqrt{\xi^2+\eta^2})\,\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta\right]^{1/2}$ 是 $R_l(|\boldsymbol{x}_\perp|)$ 的线宽, 它刻画了介质非局域响应的特征长度. 根据文献 [15], 在要求不是特别严格的情况下, 交叉吸收系数 α_{12} 和 α_{21} 项对出射光场的影响可以忽略. 在采取这些近似后, 耦合波方程组 (4) 变成

$$\mathrm{i}\frac{\partial\psi_1}{\partial\zeta} = \left[\frac{1}{-2k_1'}\nabla_\perp^2 + d_2\left(1+\frac{\sigma_2^2}{4}\nabla_\perp^2\right) - \mathrm{i}\frac{\alpha_{11}}{2}\right]\psi_1 + d_1\left(1+\frac{\sigma_2^2}{4}\nabla_\perp^2\right)\psi_2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta k\zeta}, \qquad (6\mathrm{a})$$

$$\mathrm{i}\frac{\partial\psi_2}{\partial\zeta} = \left[\frac{1}{-2k_2'}\nabla_\perp^2 + d_4\left(1+\frac{\sigma_2^2}{4}\nabla_\perp^2\right) - \mathrm{i}\frac{\alpha_{22}}{2}\right]\psi_2 + d_3\left(1+\frac{\sigma_2^2}{4}\nabla_\perp^2\right)\psi_1\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta k\zeta}, \qquad (6\mathrm{b})$$

这里

$$\frac{1}{k_1'} = \frac{1}{k_1}\left[1 + \left(k_1^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\frac{\sigma_1^2}{4}\right],$$

$$\frac{1}{k_2'} = \frac{1}{k_2}\left[1 + \left(k_2^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\frac{\sigma_1^2}{4}\right]. \qquad (7)$$

容易看出, 当光束 $\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{x}_\perp, \zeta)$ 和 $\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{x}_\perp, \zeta)$ 的束宽为无穷大时, 就会有 $\nabla_\perp^2\psi_j = 0$, 方程组 (6) 就简化成文献 [14] 中描述的线性吸收介质中局域情况下的线性电光效应.

如果外加电场 $E_\mathrm{d} = 0$, 则 $d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = 0$, 那么方程组 (6) 变成

$$\mathrm{i}\frac{\partial\psi_j}{\partial\zeta} + \frac{1}{2k_j'}\nabla_\perp^2\psi_j + \mathrm{i}\frac{\alpha_{jj}}{2}\psi_j = 0. \qquad (8)$$

对于束宽为 w 的入射高斯光束 $\psi_j(\xi, \eta, 0) = \frac{E_{0j}}{\sqrt{\pi w^2}}\mathrm{e}^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2w^2}}$, 求解方程 (8) 得到如下的高斯光束解 [24]:

$$\psi_j(\xi, \eta, \zeta) = \frac{\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{jj}}{2}\zeta}}{\sqrt{\pi w^2}}\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2w^2\left(1+\mathrm{i}\frac{\zeta}{k_j'w^2}\right)}}}{1+\mathrm{i}\dfrac{\zeta}{k_j'w^2}}, \qquad (9)$$

对应的出射光强为

$$I_{\mathrm{out}j} = I_{0j}\,\mathrm{e}^{-\alpha_{jj}\zeta}, \qquad (10)$$

其中, $I_{0j} = |\boldsymbol{E}_{0j}|^2$, $k_j'w^2$ 是考虑了 $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}$ 的非局域响应特性后得到的高斯光束的瑞利距离. 将 (9) 式与文献 [20] 中的 (11) 式对比发现, 前者只是多出了衰减因子 $\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{jj}}{2}\zeta}$. 这表明, 在没有线性电光效应的情况下, 无论介质是否存在吸收, $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}$ 的非局域响应均会导致介质中传播的高斯光束的瑞利距离变短. 所以如果测得瑞利距离, 通过 (7) 式, 就可以得到 σ_1 的值. 在 σ_1 的值已知的情况下, 测量不同偏振态出射光的光强, 再根据 (10) 式, 就可以得到相应偏振态下晶体对应方向上的吸收系数 α_{11} 和 α_{22}.

现在我们来考虑方程组 (6) 在一般情况下的解析解. 做变换 $\psi_1(\xi, \eta, \zeta) = \varphi_1(\xi, \eta, \zeta)\,\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{11}}{2}\zeta}$, $\psi_2(\xi, \eta, \zeta) = \varphi_2(\xi, \eta, \zeta)\,\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{11}}{2}\zeta}$, 将其代入方程组 (6) 中, 可得

$$\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial\zeta}\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix} = \hat{\boldsymbol{H}}\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix}, \qquad (11)$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{H}} = \begin{pmatrix} -\dfrac{1}{2k_1'}\nabla_\perp^2 + d_2\left(1+\dfrac{\sigma_2^2}{4}\nabla_\perp^2\right) & d_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta k\zeta}\left(1+\dfrac{\sigma_2^2}{4}\nabla_\perp^2\right) \\ d_3\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta k\zeta}\left(1+\dfrac{\sigma_2^2}{4}\nabla_\perp^2\right) & \left(-\dfrac{1}{2k_2'} + \dfrac{\mathrm{i}\alpha\cdot\sigma_2^2}{4}\right)\nabla_\perp^2 + (d_4 - \mathrm{i}\alpha)\left(1+\dfrac{\sigma_2^2}{4}\nabla_\perp^2\right) \end{pmatrix}, \qquad (12)$$

这里, $\alpha=(\alpha_{22}-\alpha_{11})/2$, 它反映了吸收系数 α_{11} 与 α_{22} 的不同. 容易验证下面的恒等式

$$\hat{\boldsymbol{H}}\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}=\hat{\boldsymbol{K}}_{\pm}\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}+\hat{\boldsymbol{J}}_{\pm}\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}\nabla_{\perp}^{2}, \tag{13}$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}=\begin{pmatrix}\dfrac{\beta\pm[\Delta k+d_2-(d_4-\mathrm{i}\alpha)]}{2\beta} & \pm\dfrac{d_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta k\zeta}}{\beta}\\ \pm\dfrac{d_3\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta k\zeta}}{\beta} & \dfrac{\beta\mp[\Delta k+d_2-(d_4-\mathrm{i}\alpha)]}{2\beta}\end{pmatrix}, \tag{14}$$

$$\hat{\boldsymbol{K}}_{\pm}=\begin{pmatrix}-\dfrac{d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k\pm\beta}{2} & 0\\ 0 & \dfrac{d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)+\Delta k\pm\beta}{2}\end{pmatrix}, \tag{15}$$

$$\hat{\boldsymbol{J}}_{\pm}=\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{2k_1'}+\dfrac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k\pm\beta]}{2}\dfrac{\sigma_2^2}{4} & 0\\ 0 & \left(-\dfrac{1}{2k_2'}+\dfrac{\mathrm{i}\alpha\cdot\sigma_2^2}{4}\right)+\dfrac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)+\Delta k\pm\beta]}{2}\dfrac{\sigma_2^2}{4}\end{pmatrix}, \tag{16}$$

$$\beta=\sqrt{[\Delta k+d_2-(d_4-\mathrm{i}\alpha)]^2+4d_1d_3}. \tag{17}$$

当 $\Delta k=0$, $\alpha=0$, 即 $k_1=k_2$ 和 $\alpha_{11}=\alpha_{22}$ 时, 我们发现 $\hat{\boldsymbol{J}}_{\pm}$ 是一个常数矩阵, 因此 $\hat{\boldsymbol{J}}_{\pm}\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}=\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}\hat{\boldsymbol{J}}_{\pm}$. 另一方面, 对大多数的双折射晶体, 当 k_1 和 k_2 不是太靠近光轴[13] 时, 条件 $|\Delta k|\gg|d_m|$ 成立 ($m=1,2,3,4$), 这使得 $\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}$ 近似为一个对角矩阵, 从而得到 $\hat{\boldsymbol{J}}_{\pm}\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}\approx\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}\hat{\boldsymbol{J}}_{\pm}$. 对这两种情况, (13) 式变成

$$\hat{\boldsymbol{H}}\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}\cong\hat{K}_{\pm}\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}+\hat{\boldsymbol{B}}_{\pm}\hat{\boldsymbol{J}}_{\pm}\nabla_{\perp}^{2}. \tag{18}$$

做变换

$$\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix}=\hat{\boldsymbol{B}}_{+}\begin{pmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k+\beta]}{2}\zeta}f_{+}\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)+\Delta k+\beta]}{2}\zeta}g_{+}\end{pmatrix}+\hat{\boldsymbol{B}}_{-}\begin{pmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k-\beta]}{2}\zeta}f_{-}\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)+\Delta k-\beta]}{2}\zeta}g_{-}\end{pmatrix}. \tag{19}$$

把 (18) 和 (19) 式代入方程 (11) 中, 整理后可得

$$\begin{aligned}&\left[\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial\zeta}-\hat{\boldsymbol{H}}\right]\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix}\\ \cong&\hat{\boldsymbol{B}}_{+}\begin{pmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k+\beta]}{2}\zeta}\left\{\mathrm{i}\dfrac{\partial}{\partial\zeta}+\left[\dfrac{1}{2k_1'}-\dfrac{d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k+\beta}{2}\dfrac{\sigma_2^2}{4}\right]\nabla_{\perp}^2\right\}f_{+}\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)+\Delta k+\beta]}{2}\zeta}\left\{\mathrm{i}\dfrac{\partial}{\partial\zeta}+\left[\dfrac{1}{2k_2'}-\dfrac{d_2+(d_4+\mathrm{i}\alpha)+\Delta k+\beta}{2}\dfrac{\sigma_2^2}{4}\right]\nabla_{\perp}^2\right\}g_{+}\end{pmatrix}\\ &+\hat{\boldsymbol{B}}_{-}\begin{pmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k-\beta]}{2}\zeta}\left\{\mathrm{i}\dfrac{\partial}{\partial\zeta}+\left[\dfrac{1}{2k_1'}-\dfrac{d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k-\beta}{2}\dfrac{\sigma_2^2}{4}\right]\nabla_{\perp}^2\right\}f_{-}\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{[d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)+\Delta k-\beta]}{2}\zeta}\left\{\mathrm{i}\dfrac{\partial}{\partial\zeta}+\left[\dfrac{1}{2k_2'}-\dfrac{d_2+(d_4+\mathrm{i}\alpha)+\Delta k-\beta}{2}\dfrac{\sigma_2^2}{4}\right]\nabla_{\perp}^2\right\}g_{-}\end{pmatrix}.\end{aligned} \tag{20}$$

如果

$$\left\{\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial\zeta}+\left[\frac{1}{2k_1'}-\frac{d_2+\ (d_4-\mathrm{i}\alpha)-\Delta k\pm\beta}{2}\frac{\sigma_2^2}{4}\right]\nabla_{\perp}^2\right\}f_{\pm}=0,\quad f_{\pm}(\xi,\eta,0)=\varphi_1(\xi,\eta,0), \tag{21a}$$

$$\left\{\mathrm{i}\frac{\partial}{\partial\zeta}+\left[\frac{1}{2k_2'}-\frac{d_2+\ (d_4+\mathrm{i}\alpha)+\Delta k\pm\beta}{2}\frac{\sigma_2^2}{4}\right]\nabla_{\perp}^2\right\}g_{\pm}=0,\quad g_{\pm}(\xi,\eta,0)=\varphi_2(\xi,\eta,0), \tag{21b}$$

那么 (19)式就是方程 (11) 在 $k_1=k_2$ 且 $\alpha_{11}=\alpha_{22}$(或 $|\Delta k|\gg|d_m|$) 时的精确 (或近似) 解. 对于高斯型入射

光 $\begin{pmatrix}\psi_1(\xi,\eta,0)\\ \psi_2(\xi,\eta,0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{E_{01}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2w^2}}}{\sqrt{\pi w^2}}\\ \dfrac{E_{02}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2w^2}}}{\sqrt{\pi w^2}}\end{pmatrix}$, 方程组 (6) 的解为

$$\begin{aligned}&\psi_1(\xi,\eta,\zeta)\\ &=\Big[\frac{\beta+\Delta k+d_2-(d_4-\mathrm{i}\alpha)}{2\beta}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4-\Delta k+\beta)}{2}\zeta}f_+ +\frac{d_1}{\beta}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4-\Delta k+\beta)}{2}\zeta}g_+ +\frac{\beta-\Delta k-d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)}{2\beta}\\ &\quad\times \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4-\Delta k-\beta)}{2}\zeta}f_- -\frac{d_1}{\beta}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4-\Delta k-\beta)}{2}\zeta}g_-\Big]\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{22}+\alpha_{11}}{4}\zeta},\end{aligned}\tag{22a}$$

$$\begin{aligned}&\psi_2(\xi,\eta,\zeta)\\ &=\Big[\frac{d_3}{\beta}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4+\Delta k+\beta)}{2}\zeta}f_+ +\frac{\beta-\Delta k-d_2+(d_4-\mathrm{i}\alpha)}{2\beta}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4+\Delta k+\beta)}{2}\zeta}g_+ -\frac{d_3}{\beta}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4+\Delta k-\beta)}{2}\zeta}f_-\\ &\quad+\frac{\beta+\Delta k+d_2-(d_4-\mathrm{i}\alpha)}{2\beta}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4+\Delta k-\beta)}{2}\zeta}g_-\Big]\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{22}+\alpha_{11}}{4}\zeta},\end{aligned}\tag{22b}$$

其中

$$\begin{pmatrix}f_\pm\\ g_\pm\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{E_{01}}{\sqrt{\pi w^2}}\cdot\dfrac{\mathrm{e}^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2w^2[1+\mathrm{i}\frac{\zeta}{w^2}(\frac{1}{k_1'}-\frac{d_2+d_4-\mathrm{i}\alpha-\Delta k\pm\beta}{4}\cdot\sigma_2^2)]}}}{1+\mathrm{i}\dfrac{\zeta}{w^2}\left(\dfrac{1}{k_1'}-\dfrac{d_2+d_4-\mathrm{i}\alpha-\Delta k\pm\beta}{4}\cdot\sigma_2^2\right)}\\ \dfrac{E_{02}}{\sqrt{\pi w^2}}\cdot\dfrac{\mathrm{e}^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2w^2[1+\mathrm{i}\frac{\zeta}{w^2}(\frac{1}{k_2'}-\frac{d_2+d_4+\mathrm{i}\alpha+\Delta k\pm\beta}{4}\cdot\sigma_2^2)]}}}{1+\mathrm{i}\dfrac{\zeta}{w^2}\left(\dfrac{1}{k_2'}-\dfrac{d_2+d_4+\mathrm{i}\alpha+\Delta k\pm\beta}{4}\cdot\sigma_2^2\right)}\end{pmatrix}.\tag{23}$$

将 (22) 式与文献 [20] 中的 (18) 式对比可知: 当 $\alpha_{11}=\alpha_{22}$(即 $\alpha=0$) 时, 出射光的复振幅表达式中多出了表示吸收的因子 $\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{22}+\alpha_{11}}{4}\zeta}$, 这表明吸收仅使出射光的幅度发生衰减, 而对出射光的相位和波形没有影响; 当 $\alpha_{11}\neq\alpha_{22}$(即 $\alpha\neq 0$) 时, 线性吸收使出射光场的两个偏振分量的振幅发生衰减, 相位发生改变.

对于局域情况 $\sigma_1=\sigma_2=0$, 方程组 (6), (22) 和 (23) 式就变成描述线性吸收介质中入射光是高斯光束时的线性电光效应的耦合波方程组及其解析解. 这正好弥补了之前的线性吸收介质线性电光效应的耦合波理论只讨论入射光是平面波的情况的不足 [14].

3 分　析

3.1 $\boldsymbol{k_1=k_2}$ 且 $\boldsymbol{\alpha_{11}=\alpha_{22}}$

当光沿着单轴晶体的光轴方向传播, 或者在 $\bar{4}3m$ 和 23 对称点群的晶体中传播时, 我们有 $\boldsymbol{e}_\xi=\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_\eta=\boldsymbol{e}_y$ 和 $\boldsymbol{e}_\zeta=\boldsymbol{e}_z$ ((x,y,z) 为晶体的介电主轴坐标系, $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$ 分别为三个坐标轴的方向矢, 对单轴晶体 $\boldsymbol{e}_z$ 代表单轴晶体的光轴方向), 以及 $k_1=k_2$, $\Delta k=0$ 和 $d_1=d_3$, 同时 $\alpha_{11}=\alpha_{22}$(即 $\alpha=0$). 对振幅调制, 我们把两个正交的偏振片 P_1 和 P_2 分别放在晶体的入射面和出射面处. 此时, $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_x$ 平行于 P_1, $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{e}_y$ 平行于 P_2. 对于入射条件 $E_{01}=E_0$, $E_{02}=0$, 由 (22) 式, 我们可以得到从偏振片 P_2 出来的光场为

$$\begin{aligned}\psi_2(x,y,z)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2z}=\frac{d_3E_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_2+\mathrm{i}\frac{\alpha_{22}+\alpha_{11}}{4})z}}{\beta}\cdot\Bigg\{&\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4+\beta)}{2}z}}{\sqrt{\pi w^2}}\times\frac{\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2w^2[1+\mathrm{i}\frac{z}{w^2}(\frac{1}{k_2'}-\frac{d_2+d_4+\beta}{4}\cdot\sigma_2^2)]}}}{1+\mathrm{i}\dfrac{z}{w^2}\left(\dfrac{1}{k_2'}-\dfrac{d_2+d_4+\beta}{4}\cdot\sigma_2^2\right)}\\ &-\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{(d_2+d_4-\beta)}{2}z}}{\sqrt{\pi w^2}}\times\frac{\mathrm{e}^{-\frac{x^2+y^2}{2w^2[1+\mathrm{i}\frac{z}{w^2}(\frac{1}{k_2'}-\frac{d_2+d_4-\beta}{4}\cdot\sigma_2^2)]}}}{1+\mathrm{i}\dfrac{z}{w^2}\left(\dfrac{1}{k_2'}-\dfrac{d_2+d_4-\beta}{4}\cdot\sigma_2^2\right)}\Bigg\},\end{aligned}\tag{24}$$

出射光的强度为

$$\begin{aligned} I_{\text{out}} &= \iint |\psi_2(x,y,z)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2 z}|^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \\ &= \frac{I_0\,\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{22}+\alpha_{11}}{2}z}}{2\left[1+\dfrac{(d_2-d_4)^2}{4d_3^2}\right]} \\ &\quad\times\left\{1-\frac{\cos[\beta' z-\phi(z)]}{\sqrt{1+\dfrac{\sigma_2^4}{16w^4}\beta'^2 z^2}}\right\}, \end{aligned} \tag{25}$$

其中, $I_0=|\boldsymbol{E}_0|^2$ 是入射光的光强,

$$\beta'=\sqrt{(\Delta k+d_2-d_4)^2+4d_1d_3},$$

$$\phi(z)=\arccos\left[1\bigg/\left(1+\frac{\sigma_2^4}{16w^4}\beta'^2 z^2\right)^{1/2}\right].$$

由(24)和(25)式可知, 电光强度调制时, 线性吸收只是使出射光场的强度衰减, 而对出射光场的波形, 电光调制的半波电压和消光比都没有影响. 所以与无吸收介质中的情况一样, 出射光场不再保持高斯光束波形这一现象可以被认为是 $\boldsymbol{\chi}^{(2)}$ 存在非局域效应的一个可能信号. 由(25)式可知, 给定各参数, 调节 E_{d}, 当 $\beta' z-\phi(z)=\pi$ 时, 电光强度调制的出射光强 I_{out} 达到最大值, 此时有

$$\sigma_2^2\approx 4w^2\left(1-\frac{\pi}{\beta' z}\right), \tag{26}$$

这样就获得了 σ_2 的值.

此处, 我们以GaAs晶体为例, 假设由于背景光的作用, 其线性吸收系数 α_{11} 和 α_{22} 的值在 $0\ \mathrm{m}^{-1}$ 到 $50\ \mathrm{m}^{-1}$ 之间变化 [14,15]. GaAs晶体在波长 $\lambda=1000$ nm时的折射率 [25] 为 $n=3.52$, 非零电光张量元为 $\gamma_{41}=\gamma_{52}=\gamma_{63}=1.3\times10^{-12}\ \mathrm{mV}^{-1}$. 在晶体上沿 $\boldsymbol{c}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y)$ 的方向施加直流外电场 $E_{\mathrm{d}}=4\times10^5\ \mathrm{V{\cdot}m^{-1}}$, 并设光束的初始束宽为 $w=100\ \mu\mathrm{m}$, $\sigma_1=0$, $\sigma_2=75\ \mu\mathrm{m}$, $z=2.5$ cm. 利用这些数值及(25)式, 我们画出了出射光强 I_{out}/I_0 随 $\alpha_{11}+\alpha_{22}$ 变化的曲线, 如图1所示. 从图1可以看出, 随着吸收系数 $\alpha_{11}+\alpha_{22}$ 的值从 $0\ \mathrm{m}^{-1}$ 增加到 $50\ \mathrm{m}^{-1}$, 出射光的光强从最大值衰减到几乎为零, 表明吸收对调制光强产生了很大影响. 这里得到的相关结论可供电光器件设计者们参考.

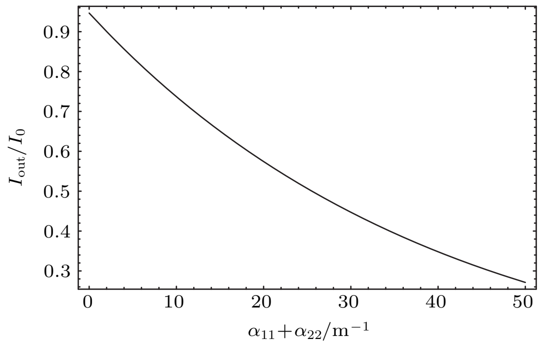

图1 I_{out}/I_0 随 $\alpha_{11}+\alpha_{22}$ 的变化, 其中, $d_2=d_4=0\ \mathrm{m}^{-1}$, $d_1=d_3=71.2494\ \mathrm{m}^{-1}$

Fig. 1. The dependence of the output intensity I_{out}/I_0 on the absorption coefficient $\alpha_{11}+\alpha_{22}$. Here $d_2=d_4=0\ \mathrm{m}^{-1}$, $d_1=d_3=71.2494\ \mathrm{m}^{-1}$.

3.2 $|\Delta k|\gg|d_m|$

此处, 不失一般性, 我们设置 $k_1>k_2$, 这样 $\beta\approx-\Delta k-d_2+d_4-\mathrm{i}\alpha$. 对于振幅调制, 设 θ 是偏振片 P_1 和 $\boldsymbol{a}$ 之间的夹角, 且 $E_{01}=E_0\cos\theta$, $E_{02}=E_0\sin\theta$ 为入射光束的振幅. 由(22)式, 我们可以得到从偏振片 P_2 出来的光场为

$$\begin{aligned} &\psi_1(\xi,\eta,\zeta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1\zeta}\sin\theta-\psi_2(\xi,\eta,\zeta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2\zeta}\cos\theta \\ &\approx\frac{E_0\cdot\sin 2\theta}{2\sqrt{\pi w^2}}\left\{\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2w^2\left[1+\mathrm{i}\frac{\zeta}{w^2}\left(\frac{1}{k_1'}-2d_2\cdot\frac{\sigma_2^2}{4}\right)\right]}}}{1+\mathrm{i}\dfrac{\zeta}{w^2}\left(\dfrac{1}{k_1'}-2d_2\cdot\dfrac{\sigma_2^2}{4}\right)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_1+\mathrm{i}\frac{\alpha_{11}}{2}-d_2)\zeta}-\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2w^2\left[1+\mathrm{i}\frac{\zeta}{w^2}\left(\frac{1}{k_2'}-2d_4\cdot\frac{\sigma_2^2}{4}\right)\right]}}}{1+\mathrm{i}\dfrac{\zeta}{w^2}\left(\dfrac{1}{k_2'}-2d_4\cdot\dfrac{\sigma_2^2}{4}\right)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(k_2+\mathrm{i}\frac{\alpha_{22}}{2}-d_4)\zeta}\right\}, \end{aligned} \tag{27}$$

出射光的光强为

$$\begin{aligned} I_{\text{out}} &= \iint|\psi_1(\xi,\eta,\zeta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1\zeta}\sin\theta-\psi_2(\xi,\eta,\zeta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2\zeta}\cos\theta|^2\,\mathrm{d}\xi\,\mathrm{d}\eta \\ &\approx\frac{I_0\sin^2 2\theta}{4}\left\{\mathrm{e}^{\alpha\zeta}+\mathrm{e}^{-\alpha\zeta}-2\frac{\cos[(\Delta k+d_2-d_4)\zeta+\phi(\zeta)]}{\sqrt{1+\left[\dfrac{k_2'-k_1'}{2k_1'k_2'w^2}-(d_2-d_4)\dfrac{\sigma_2^2}{4w^2}\right]^2\zeta^2}}\right\}\mathrm{e}^{-\frac{\alpha_{11}+\alpha_{22}}{2}\zeta}, \end{aligned} \tag{28}$$

其中 $\phi(\zeta) = \arccos\left(1/\left\{1+\left[\frac{k_2'-k_1'}{2k_1'k_2'w^2}-(d_2-d_4)\frac{\sigma_2^2}{4w^2}\right]^2\zeta^2\right\}^{1/2}\right)$.

此处, 我们以 $LiNbO_3$ 晶体为例, 同样假设由于背景光的作用, 其线性吸收系数 α_{11} 和 α_{22} 的值在一定范围内变化[14,15]. 对波长 $\lambda = 500$ nm 的光, o光和e光的折射率分别为 $n_o = 2.29$ 和 $n_e = 2.20$,

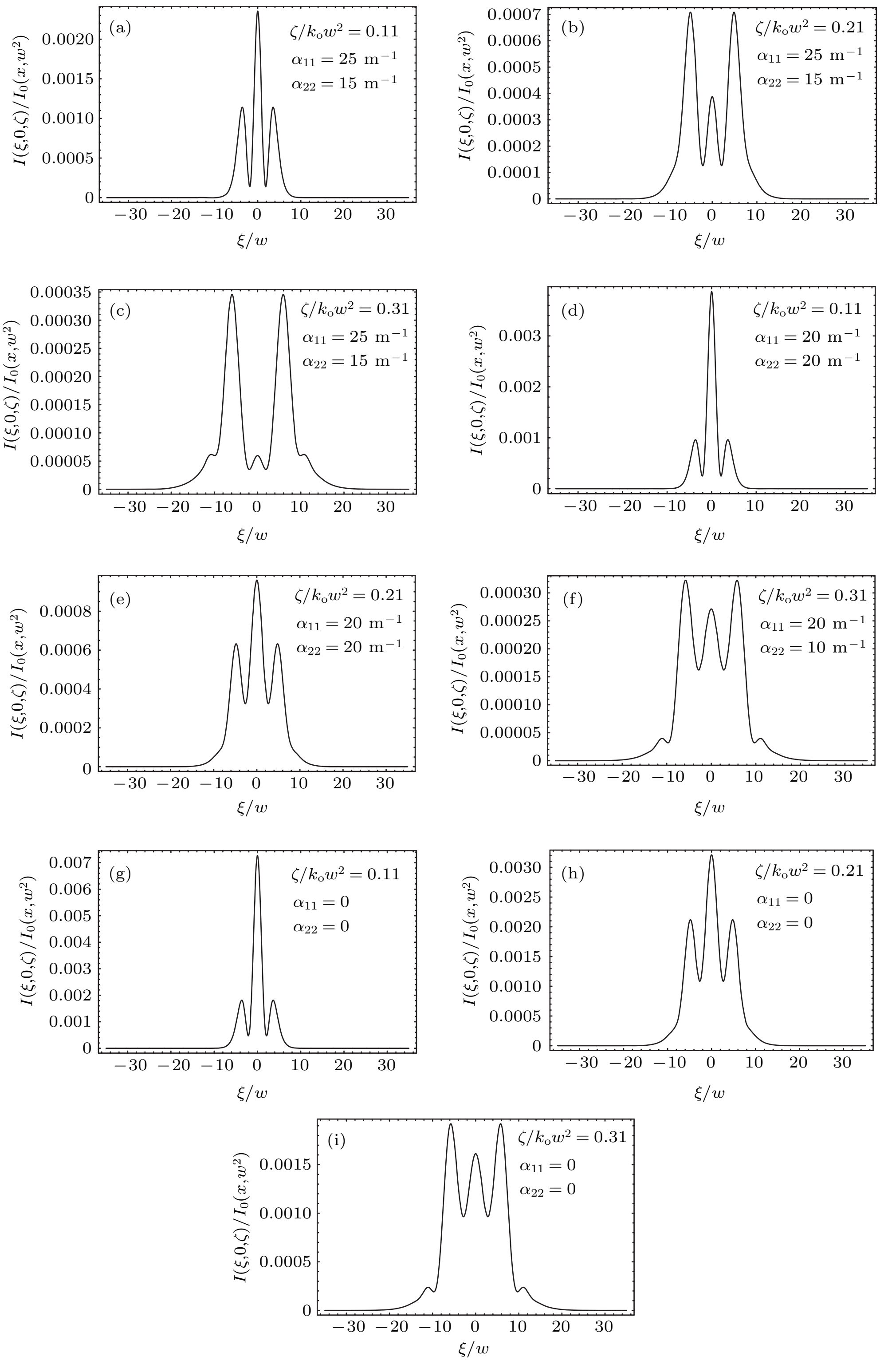

图2 当吸收系数 α_{11} 和 α_{22} 的值不同时, 出射光 $I(\xi,0,\zeta)/I_0$ 在不同的传播距离 $\zeta/k_o w^2$ 处的光束形状, 其中, $k_1 = k_o = 2.87770\times10^7$ m^{-1}, $k_2 = k_e = 2.76460\times10^7$ m^{-1}, $d_2 = 192.076$ m^{-1}, $d_4 = 437.124$ m^{-1}

Fig. 2. Shapes of the output beams $I(\xi,0,\zeta)/I_0$ at different travelling distances $\zeta/k_o w^2$ when α_{11} and α_{22} have different values. Here $k_1 = k_o = 2.87770\times10^7$ m^{-1}, $k_2 = k_e = 2.76460\times10^7$ m^{-1}, $d_2 = 192.076$ m^{-1}, $d_4 = 437.124$ m^{-1}.

非零电光系数[1]为$\gamma_{12} = -3.4\times10^{-12}$ mV^{-1}, $\gamma_{13} = 8.6\times10^{-12}$ mV^{-1}, $\gamma_{33} = 30.8\times10^{-12}$ mV^{-1}, $\gamma_{42} = 28\times10^{-12}$ mV^{-1}, $\gamma_{22} = -\gamma_{12}$, $\gamma_{23} = \gamma_{13}$, $\gamma_{51} = \gamma_{42}$, $\gamma_{61} = \gamma_{12}$. 对于一束沿晶体的$x$晶轴传播的光束, 我们可以得到$\boldsymbol{e}_\zeta = \boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_\xi = \boldsymbol{a} = \boldsymbol{e}_y$和$\boldsymbol{e}_\eta = \boldsymbol{b} = \boldsymbol{e}_z$. 施加在晶体上的外电场$E_\mathrm{d} = 3\times10^5$ V·m^{-1}是沿$\boldsymbol{c} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z)$方向的. 设定$w = 100$ μm, $\theta = \pi/4$, $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 70$ μm. 采用这些数值, 我们根据(27)式给出了出射光束$I(\xi,0,\zeta) = |\psi_1(\xi,0,\zeta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_1\zeta}\sin\theta - \psi_2(\xi,0,\zeta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_2\zeta}\cos\theta|^2$在不同的传播距离$\zeta$和不同的吸收系数$\alpha_{11}$和$\alpha_{22}$时的光束形状, 如图2所示. 在做图时, 为了便于比较, 每个图中两个吸收系数的和$\alpha_{11}+\alpha_{22}$都是相等的, 从而使出射光束振幅的衰减基本一致.

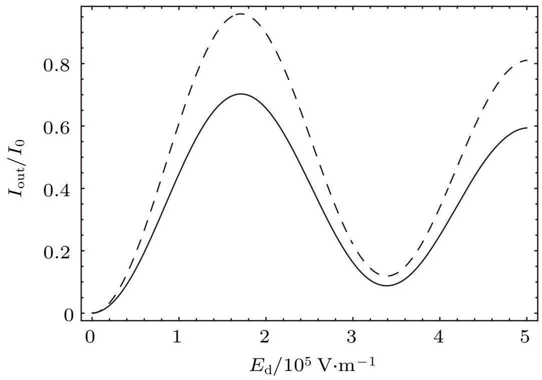

图3 出射光强度I_out/I_0随外加电场E_d的变化, 其中虚线$\alpha_{11} = \alpha_{22} = 0$ m^{-1}, 实线$\alpha_{11} = 10$ m^{-1}, $\alpha_{22} = 15$ m^{-1}; 其他参数的选取与图2相同

Fig. 3. The dependence of the output intensity I_out/I_0 on the external dc electric field E_d. Dashed line: $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 0$ m^{-1}; solid line, $\alpha_{11} = 10$ m^{-1}, $\alpha_{22} = 15$ m^{-1}. Other parameters are the same as Fig. 2.

注意到图2(d), (e), (f)中的光束形状(对应于$\alpha_{11} = \alpha_{22} = 20$ m^{-1})与图2(g), (h), (i)中的光束形状(对应于$\alpha_{11} = \alpha_{22} = 0$)分别对应相同, 但图2(d), (e), (f)中的振幅由于吸收的存在发生了衰减. 将图2中的(a), (b), (c)图分别与相应的图2(d), (e), (f)进行对比, 同时结合(27)式可以发现, 图2(a), (b), (c)由于$\alpha_{11} \neq \alpha_{22}$, 出射光束的波形相对于图2(d), (e), (f)发生了改变. 而且, 由(27)式我们还注意到: 在有吸收的介质中, 当$\alpha_{11} \neq \alpha_{22}$时, 即使没有非局域效应, 入射时的高斯光束在晶体中传播一段距离后在晶体的出射面处波形也可能发生畸变而不再保持高斯光束波形. 所以与无吸收介质中的情况不同, 此处不能简单地根据出射光束波形的变化来判断$\bar{\chi}^{(2)}$是否存在非局域响应.

仍然以LiNbO$_3$晶体为例, 根据(28)式给出了出射光强随外加电场变化的曲线, 如图3所示. 从(28)式和图3可以看出, 电光振幅调制时, 线性吸收使出射光的光强发生了衰减, 调制的消光比减小, 但调制的半波电压并没有受到明显的影响. 这可为电光器件设计者提供参考. 根据(28)式, 给定各参数后, 调节外电场E_d, 当$(\Delta k+d_2-d_4)\zeta+\phi(\zeta) = \pi$时, 出射光强$I_\mathrm{out}$达到最大值, 此时有

$$\sigma_2^2 = \frac{4w^2}{d_2-d_4}\left(\Delta k+d_2-d_4+\frac{k_2'-k_1'}{2k_1'k_2'w^2}-\frac{\pi}{\zeta}\right). \tag{29}$$

可以依据σ_2的值是否为零, 来判断$\bar{\chi}^{(2)}$是否存在非局域响应.

4 结 论

我们进一步推广了线性电光效应的耦合波理论, 提出了线性吸收介质非局域线性电光效应的耦合波理论. 运用该理论, 我们研究了线性吸收对非局域线性电光效应的影响. 研究表明: 首先, 当$\alpha_{11} = \alpha_{22}$时, 线性吸收使出射光场的振幅衰减, 而不改变其波形. 此时可以根据电光强度调制时出射光束波形是否保持为高斯型来判断$\bar{\chi}^{(2)}$是否存在非局域响应. 其次, 当$\alpha_{11} \neq \alpha_{22}$时, 线性吸收除了使出射光场的振幅衰减还改变了其相位, 从而导致电光强度调制时出射光束的波形发生变化, 此时可通过测量σ_2的值来判断$\bar{\chi}^{(2)}$是否存在非局域响应. 在$\alpha_{11} \neq \alpha_{22}$时, 线性吸收还使电光强度调制的消光比减小, 但对半波电压没有明显影响. 最后, 我们还讨论了测量$\bar{\chi}^{(1)}$和$\bar{\chi}^{(2)}$非局域响应特征长度和晶体吸收系数α_{11}和α_{22}的方法.

参考文献

[1] Yariv A 1988 *Quantum Electronics* (3rd Ed.) (New York: Wiley) pp1–17, 105–135

[2] van der Valk N C J, Wenckebach T, Planken P C M 2004 *J. Opt. Soc. Am. B* **21** 622

[3] Chen L, Xu Q, Wood M G, Reano R M 2014 *Optica* **1** 112

[4] Borshch V, Shiyanovskii S V, Li B X, Lavrentovich O D 2014 *Phys. Rev. E* **90** 062504

[5] Zhang X, Chung C, Hosseini A, Subbaraman H, Luo J, Jen A K, Nelson R L, Lee C Y, Chen R T 2015 *J. Lightwave Technol.* **34** 2941

[6] Wang J, Li P, Weng S, Wu L, Ning T, Li J 2016 *Chin. Opt. Let.* **14** 100603

[7] Liu K, Shi J, Zhou Z, Chen X 2009 *Opt. Commun.* **282** 1207

[8] Gobert O, Paul P M, Hergott J F, Tcherbakoff O, Lepetit F, Oliveira P D, Viala F, Comte M 2011 *Opt. Express* **19** 5410

[9] Qian S X, Wang G M 2002 *Nonlinear Optics* (1st Ed.) (Shanghai: Fudan University Press) pp334–343 (in Chinese) [钱士雄, 王恭明 2002 非线性光学 (第一版) (上海: 复旦大学出版社) 第334—343页]

[10] Yariv A 1973 *IEEE J. Quantum Elect.* **9** 919

[11] Nelson D F 1975 *J. Opt. Soc. Am.* **65** 1144

[12] Gunning M J, Raab R E 1998 *Appl. Opt.* **37** 8438

[13] She W, Lee W 2001 *Opt. Commun.* **195** 303

[14] Wu D D, Chen H B, She W L, Lee W K 2005 *J. Opt. Soc. Am. B* **22** 2366

[15] Zheng G, She W 2006 *Opt. Commun.* **268** 323

[16] Zheng G, Wang H, She W 2006 *Opt. Express* **14** 5535

[17] Chen L, Zheng G, Xu J, Zhang B, She W 2006 *Opt. Lett.* **31** 3474

[18] Huang D, She W 2007 *Opt. Express* **15** 8275

[19] Tang H, Chen L, She W 2010 *Opt. Express* **18** 25000

[20] Wu D, She W 2016 *Opt. Express* **24** 2867

[21] Wang G, Wang R 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 021906

[22] Guo Q, Luo B, Yi F, Chi S, Xie Y 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602

[23] Krolikowski W, Bang O, Nikolov N I, Neshev D, Wyller J, Rasmussen J J, Edmundson D 2004 *J. Opt. Soc. Am. B* **6** S288

[24] Haus H A 1984 *Waves and Fields in Optoelectronics* (1st Ed.) (New Jersey: Prentice-Hall) pp81–157

[25] Mitrofanov O, Gasparyan A, Pfeiffer L N, West K W 2005 *Appl. Phys. Lett.* **86** 202103

Wave coupling theory of nonlocal linear electro-optic effect in a linear absorbent medium*

Wu Dan-Dan[1)2)] She Wei-Long[1)†]

1) (*State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China*)

2) (*Physics Teaching and Experiment Center, South China University of Technology, Guangzhou 510006, China*)

(Received 30 September 2016; revised manuscript received 15 November 2016)

Abstract

Being an important optical phenomenon, the linear electro-optic effect has diverse applications in the optical modulation and optical switching. The refractive index ellipsoid theory has been widely used to study the linear electro-optic effect for a long time. Despite of its visualization such a theory has limitations and cannot deal with a lot of cases in which the linear absorption cannot be neglected, or the electric displacement vector has a nonlocal response to electric field, etc. To overcome such shortcomings, in 2001 a wave coupling theory of linear electro-optic effect was developed by She and Lee (She W, Lee W 2001 *Opt. Commun.* **195** 303). And in 2016 we generalized this wave coupling theory to the treatment of nonlocal linear electro-optic effect in which the displacement vector has a nonlocal response to electric field.

In this paper, we use this wave-coupling theory to investigate how the linear absorption influences the linear electro-optic effect in a nonlocal medium. Starting from Maxwell's equations and considering the linear absorption and the nonlocality of the susceptibility tensors, we obtain two coupling equations for two orthogonal linear polarized waves and also analytical solutions of the resulting equations, which can be used to describe the nonlocal linear electro-optic effect for a light beam propagating along any direction, with an external direct current electric field applied along an arbitrary direction in a linear absorbent crystal. With such solutions, we study the influences of the linear absorption on the phase, amplitude, shape of the output beam, as well as the half-wave voltage and the extinction ratio of electro-optic modulation. The results show that no matter whether there exists linear absorption, the Rayleigh distance of the Gaussian beam in the crystal will be shortened as a result of the nonlocality of $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}$. When linear-absorption coefficients α_{11} and α_{22} are equal, the linear absorption damps equally the amplitudes of the two polarized output beams with keeping their phases and shapes unchanged. So in the case of $\alpha_{11} = \alpha_{22}$, just as in a lossless medium, the phenomenon that the output beam is no longer a Gaussian beam in an electro-optic amplitude modulation scheme can be considered as a possible signal of the nonlocal response of $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(2)}$. More interestingly, when $\alpha_{11} \neq \alpha_{22}$, the linear absorption not only reduces the amplitudes of output beams, but also changes their phases and shapes. In such a case one need to measure the nonlocal characteristic length of $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(2)}$ to judge whether $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(2)}$ has a nonlocal response. Finally, in the case of $\alpha_{11} \neq \alpha_{22}$, as a result of linear absorption, the extinction ratio is reduced, but the half-wave voltage keeps nearly unchanged in an electro-optic amplitude modulation scheme. Besides the discussion on the influence of the linear absorption, we also make suggestions of how to measure the nonlocal characteristic lengths of $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}$ and $\bar{\boldsymbol{\chi}}^{(2)}$ and the absorption coefficients α_{11} and α_{22}.

Keywords: linear electro-optic effect, nonlocal, linear absorption, electro-optic modulation

PACS: 42.65.–k, 42.70.Mp, 78.20.Jq **DOI:** 10.7498/aps.66.064202

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11274401).

† Corresponding author. E-mail: shewl@mail.sysu.edu.cn