

中纬度地区电离层偶发 E 层对量子卫星通信性能的影响

聂敏 唐守荣 杨光 张美玲 裴昌幸

Influence of the ionospheric sporadic E layer on the performance of quantum satellite communication in the mid latitude region

Nie Min Tang Shou-Rong Yang Guang Zhang Mei-Ling Pei Chang-Xing

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica, 66, 070302 \(2017\)](#) DOI: 10.7498/aps.66.070302

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.070302>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I7>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于 Bell 态粒子和单光子混合的量子安全直接通信方案

[Quantum secure direct communication protocol based on the mixture of Bell state particles and single photons](#)

物理学报.2016, 65(23): 230301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.230301>

非球形气溶胶粒子及大气相对湿度对自由空间量子通信性能的影响

[Influences of nonspherical aerosol particles and relative humidity of atmosphere on the performance of free space quantum communication](#)

物理学报.2016, 65(19): 190301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.190301>

一种基于分层的量子分组传输方案及性能分析

[A scheme of quantum packet transmission and its performance analysis based on hierarchical](#)
物理学报.2016, 65(13): 130302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.130302>

光纤中单光子传输方程的求解及分析

[Perturbed solution and analyses for single photon transmission equation in optical fiber](#)

物理学报.2016, 65(13): 130301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.130301>

基于最少中继节点约束的量子 VoIP 路由优化策略

[Voice over quantum IP routing based on least relay node constrained optimization strategy](#)

物理学报.2016, 65(12): 120302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120302>

中纬度地区电离层偶发E层对量子卫星通信性能的影响*

聂敏¹⁾ 唐守荣^{1)†} 杨光¹⁾²⁾ 张美玲¹⁾ 裴昌幸³⁾

1)(西安邮电大学通信与信息工程学院, 西安 710121)

2)(西北工业大学电子信息工程学院, 西安 710072)

3)(西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室, 西安 710071)

(2016年10月28日收到; 2016年11月30日收到修改稿)

电离层偶发E层是指在距离地面高度80—150 km之间, 在风剪切作用下, 电子密度急剧增加的不规则电离薄层, 它会对量子卫星光信号的传输造成极大的影响。然而, 有关电离层偶发E层与星地间量子通信信道参数关系的研究, 迄今尚未展开。为了研究偶发E层对量子卫星通信性能的影响, 首先分析了它的形成过程, 得出自由电子密度随高度变化的关系; 然后建立了自由电子密度、偶发E层的厚度对量子卫星链路衰减的模型; 针对振幅阻尼信道, 给出自由电子密度对信道容量、纠缠保真度、误码率和安全密钥产生率的定量关系。理论分析和仿真结果表明, 当偶发E层的厚度为1 km、电子密度由 $3 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$ 增加到 $27 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$ 时, 信道容量由0.8304衰减到0.1319, 纠缠保真度由0.9386下降到0.3606, 量子误码率由0.0093增加到0.0769, 安全密钥产生率由 9.968×10^{-5} 减小到 1.91×10^{-6} 。由此可见, 电子密度的大小和偶发E层的厚度对量子卫星通信性能有显著的影响。因此, 在进行量子卫星通信时, 应根据对电离层参数的探测情况, 自适应调整卫星系统的各项指标, 以确保量子通信的可靠性。

关键词: 量子卫星通信, 偶发E层, 自由电子密度, 振幅阻尼信道

PACS: 03.67.Hk, 94.20.dg, 94.20.dm

DOI: 10.7498/aps.66.070302

1 引言

量子通信是利用量子纠缠效应进行信息传递的一种新型的通信方式。基于量子力学的基本原理, 单光子的不可分割性和量子态的不可克隆性, 从原理上保证了信息的不可窃听和不可破解, 因此量子通信具有保密性强、安全性高等优势, 是当前量子通信的研究热点。2016年8月16日凌晨1时40分, 全球首颗量子科学实验卫星“墨子号”在中国酒泉卫星发射中心发射成功, 这是使用量子技术构建全球性安全通信网络迈出的第一步, 而中国在量子通信方面已走在世界前列。2012年, 中国科技

大学潘建伟团队与德国研究人员合作实现了具有高读出效率及长存储寿命的高性能量子存储器, 向远程量子通信迈出了至关重要的一步^[1]。2013年, 潘建伟团队利用百公里近地面自由空间来模拟星地之间的衰减信道, 完成了星地量子通信地基验证试验^[2], 成功地验证了星地之间进行量子卫星通信的可行性。2014年, 意大利帕多瓦大学研究小组利用轨道角动量与光学偏振组合的旋转不变态进行信息编码, 实现了量子密钥分配协议, 进一步推进了实现全球量子网络的进程^[3]。2015年, 潘建伟小组又在国际上首次成功实现了多自由度量子体系的隐形传态^[4], 为进一步提高量子卫星通信的保密性和有效性提供了理论和实验基础。

* 国家自然科学基金(批准号: 61172071, 61201194)、陕西省自然科学基础研究计划(批准号: 2014JQ8318)、陕西省国际科技合作与交流计划项目(批准号: 2015KW-013)和陕西省教育厅科研计划项目(项目编号是: 16JK1711)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: 1257113655@qq.com

量子信号在星地之间传输时，肯定会受到环境噪声的影响。文献[5]研究了中尺度沙尘暴对量子卫星通信的影响，为沙尘条件下量子卫星通信的研究奠定了基础。文献[6]研究了PM2.5大气污染对自由空间量子通信性能的影响，为自由空间量子通信的可靠性提供了依据。文献[7]研究了冰水混合云的冰水含量比例及消光因子与量子卫星通信信道之间的衰减关系。这些研究对在不同环境下进行量子卫星通信具有重要的参考价值。

电离层常规E层中出现的偶发E层(sporadic E-layer, Es层)，是一种突发的不规则的强电离薄层，它的厚度只有1—2 km，但其电子密度比常规E层的电子密度高几十倍^[8]。Es层在中纬度地区的出现率特别高。文献[9]以西安为例，统计了2012年Es出现的频率高达67%。文献[10]研究了中纬度电离层突发E层的统计特性，通过数值模拟全面描述了Es层形成过程及离子的运动轨迹，并对模拟过程中的影响因素进行了深入讨论。文献[11]全面系统地研究了卫星信号穿过电离层不规则体Es层时的传播时间特性和信道统计特性，结果表明随着电子密度的增加，卫星信号的相干距离迅速减小。但迄今为止，对于不规则体Es层对量子通信的影响尚未展开，所以本文的研究对量子卫星通信具有重要的意义。

本文根据不规则体Es层的形成过程，分析了其电子密度对量子卫星通信链路、信道容量、纠缠保真度及量子密钥分发的影响，给出了自由电子密度和Es层厚度对信道容量、纠缠保真度、量子误码率和密钥产生率的定量关系，并通过仿真进行验证，为光量子信号通过电离层时量子卫星通信系统的有序进行提供参照依据。

2 Es层的发生概率及大气风剪切理论

在中纬度地区Es层的发生概率比其他纬度的发生概率高^[12]。文献[13]利用电离层垂直测高仪对全球范围的Es层发生率进行统计分析，得出Es层的发生概率在空间上主要分布在北半球的中纬地区，在时间上夏季发生的概率比冬季高。表1给出了中纬地区几个主要城市上空Es层在夏季和冬季发生的平均概率^[12,14–16]。

Es薄层形成的原因是压缩现有的离子成分，压缩的最有效方式就是东西风剪切^[17]。如图1所

示，在常规E层J高度处存在着东向风，而在略高一点的H高度处存在西向风，则东西向风的剪切作用使上面的离子向下运动，下面的离子向上运动，电离成分得到有效压缩。离子的压缩造成正电荷的积累，电子受到吸引，沿着地磁力线B运动中和正电荷，因此，Es层的电子密度很高。此外，利用火箭携带的质谱仪已经探测到E层含有镁和铁的薄离子层^[10]，金属离子对光子的吸收能力极强，也是产生光信号衰减的重要原因。

表1 Es层的发生概率

Table 1. Probability of the occurrence of the sporadic E layer.

	罗马	兰州	重庆	国分寺	科罗拉多
夏季/%	70	61	64	62	65
冬季/%	40	33.5	30	39	32

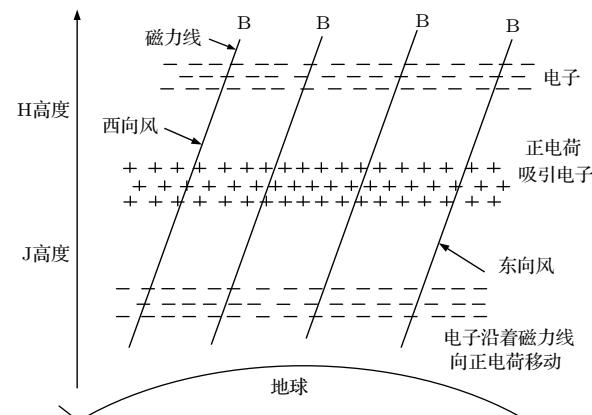


图1 风剪切原理示意图

Fig. 1. Schematic diagram of wind shear.

从物质的连续性方程和物质守恒定律出发^[18]，电离层不规则体Es层的形成过程可表示为

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = G - R - \frac{\partial}{\partial z}(N_i V_z), \quad (1)$$

$G = \alpha N_0^2$ 为离子密度产生率； N_0 为离子密度的初始值； $R = \alpha N_i^2$ 为离子密度复合率，系数 $\alpha = 3 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{s}$ ； N_i 是离子的密度。 z 为垂直向上的高度， V_z 是垂直方向的离子扩散速度：

$$V_z = V_a - \frac{D}{N_i} \frac{\partial N_i}{\partial z}, \quad (2)$$

V_a 是水平方向中性大气风速，是引起离子垂直运动的原因之一； D 是一个中间变量。在北半球中纬度地区， V_a 和 D 的表达式如下：

$$V_a = \frac{\kappa \cos \theta}{1 + \kappa^2} V_{tx} - \frac{\cos \theta \sin \theta}{1 + \kappa^2} V_{ty}, \quad (3)$$

$$D = \frac{\sin^2 \theta + \kappa^2}{1 + \kappa^2} D_\alpha. \quad (4)$$

V_{tx}, V_{ty} 分别是由潮汐活动引起的水平风沿 x 轴和 y 轴方向的速度分量; θ 是地磁倾角; D_α 是离子的双极扩散系数; κ 是离子碰撞频率 v_{in} 和离子磁旋频率 Ω 之比. Es 层形成过程的具体推导过程及数值描述见文献 [17, 18].

假设初始时刻电离层 E 层处于常规态, N_0 服从峰值点为 110 km, 半宽度为 20 km 的高斯分布, 表达式如下:

$$N_0 = 0.7 \times 10^5 \exp \left[-\frac{(z - 110)^2}{20} \right], \quad (5)$$

则在 Es 层维持期间, 随着距离地面高度的增加, 离子密度的变化如图 2 所示.

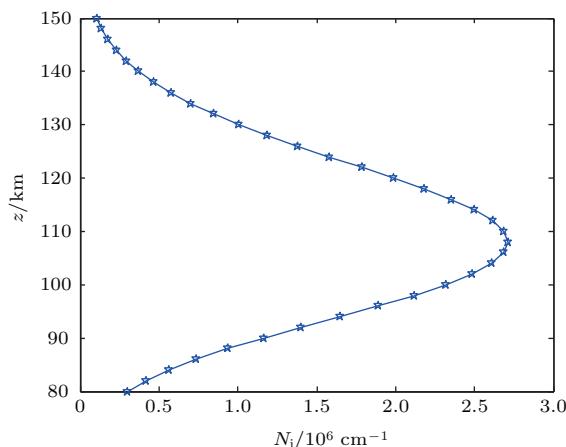


图 2 离子密度与高度的关系

Fig. 2. Relationship between ion density and height.

如图 2 所示, X 轴表示离子密度, Y 轴表示距离地面的高度. 由图可见, 受风剪切作用最明显的高度在 110 km 左右, 并且在此处达到了离子密度的最大值: $2.7 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$, 它是常规 E 层电子密度的 38 倍. 随着高度的继续上升, 风剪切作用逐渐减弱, 离子密度也逐渐下降(假设 Es 薄层呈现电中性, 电子密度等于离子密度, 所以下文中的电子密度亦是离子密度).

3 不规则体 Es 层对量子卫星通信链路的影响

当星地间进行量子卫星通信时, 量子信号势必会穿过电离层. 其过程如图 3 所示.

当光量子信号在 Es 层传输时, 电离子会通过碰撞吸收入射到电离层内部的光子的能量, 从而导致光量子信号能量的衰减 [19].

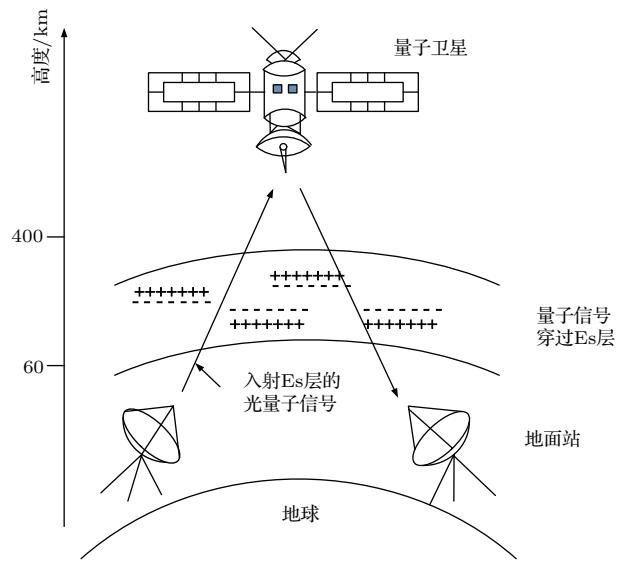


图 3 量子卫星信号穿过 Es 层

Fig. 3. Quantum satellite signals pass through the Es layer.

光量子信号的折射衰减由空间复折射率分布决定, 在 Es 层背景下, 对于单位体积上的电子, 其电极化强度矢量 [20] 为

$$P = \frac{N_e q^2}{m_e} \cdot \frac{-1}{\omega^2 + i\omega \cdot v_e} \cdot E_0 e^{-i\omega t}, \quad (6)$$

N_e 表示电子密度; q 为单个电子的电荷量, $q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$; m_e 为电子质量, $m_e = 9.3 \times 10^{-31} \text{ kg}$; v_e 为电离层的碰撞频率; ω 为入射信号的频率; E_0 为电场强度.

又根据电离层的极化规律 [20] 知

$$P = \chi_e \varepsilon_0 E = (\varepsilon_r - 1) \cdot \varepsilon_0 \cdot E_0 e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

χ_e 为电离层的极化率, E 为总电场强度, ε_r 为相对介电常数, ε_0 为真空中的介电常数, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$.

对比两式得

$$(\varepsilon_r - 1) \cdot \varepsilon_0 = \frac{N_e q^2}{m_e} \cdot \frac{-1}{\omega^2 + i\omega \cdot v_e}. \quad (8)$$

考虑到 Es 层中的磁导率为 1, 所以折射率 $\eta = \sqrt{\varepsilon_r}$.

电离层等离子体的特征频率 $\omega_p = \sqrt{\frac{N_e \times q^2}{m_e \times \varepsilon_0}}$, 所以在 Es 层背景下, 空间复折射率可表示为

$$\eta = m + ik = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2 / \omega}{1 + iv_e / \omega} \right)}, \quad (9)$$

m 为折射率实部, k 为折射率虚部。折射率存在虚部, 表示入射光信号存在折射衰减。则单位距离(km)内的折射衰减系数可用折射率的虚部表示:

$$A_{\text{ref}} = \frac{\omega}{c} \times \text{Im} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 + i v_e/\omega}\right)}, \quad (10)$$

光速 $c = 3 \times 10^8$ m/s, Im 代表虚部。从(9)式可见, 电子密度的不同, 导致空间复折射率分布不同, 从而会导致不同程度的衰减。

在 Es 层对光子能量吸收衰减的主要因素是电子密度和电离层碰撞频率, 其中电子密度决定了参与吸收粒子的多少, 从而决定了吸收能力。电离层碰撞频率决定了电离子与光子的碰撞概率, 也决定了吸收能力。基于 IRI-2011 国际参考电离层模型, 在已知该点电子碰撞频率、电子密度及入射信号频率的条件下, 可计算该点处的电离层吸收值, 再对信号通过的 Es 层厚度进行积分, 可得光量子信号在 Es 层中传输时的总的吸收损耗。首先计算单位距离(km)上的吸收衰减为

$$A_{\text{abs}} = \left[-\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + v_e^2} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + v_e^2} \right)^2 + \left(\frac{v_e}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + v_e^2} \right)^2} \right]^{1/2}. \quad (11)$$

从(9), (10) 和 (11) 式我们可以看出, 电子密度和碰撞频率决定了信号衰减系数的大小, 从而决定了衰减的大小。

从(11)式可以看出, 在 Es 层, 电子的碰撞在 10^7 — 10^9 次/s [21], 当入射光子波长为微米级或纳米级时, $\omega^2 + v_e^2$ 中的电离层碰撞频率可忽略不计, 即 $\omega^2 + v_e^2 \approx \omega^2$ 。

则根据(10)式和(11)得量子信号穿过电离层 Es 层后的链路衰减为

$$A_{\text{att}} = \int (A_{\text{ref}} + A_{\text{abs}}) ds, \quad (12)$$

A_{att} 为折射衰减和吸收衰减之和, s 为 Es 层的厚度。

由(12)式可以看出, 链路的衰减与电子密度、Es 层厚度和入射信号频率有关。在进行实际通信时, 理想的 BB84 协议和六态协议等要求使用理想的单光子源, 但完美的单光子源在目前技术上还无法实现, 所以在实际中基于单光子信号的量子密钥分发均采用弱相干光源来模拟单光子源 [22], 这

就会导致在弱相干光源通过电离层尤其是 Es 层时, 会对光信号能量造成衰减。

若采用波长为 $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ 的光量子信号垂直入射电离层, 取 Es 层的厚度为 1—2 km, 则链路衰减与电子密度、厚度的关系仿真如图 4 所示。

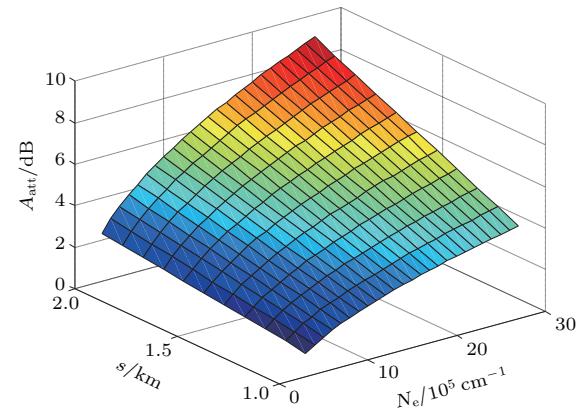


图 4 (网刊彩色) 电子密度、Es 层厚度与链路衰减的关系

Fig. 4. (color online) The relationship between electron density, Es layer thickness and link attenuation.

图中 N_e 代表电子密度, s 代表 Es 层厚度, A_{att} 代表链路衰减。结合图 2, 高度取 80—150 km 之间, 电子密度在 3×10^5 — $27 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 之间。当厚度一定时, 随着电子密度的增加, 单位体积内的电子个数越多, 参与吸收的粒子越多, 链路衰减越大。当电子密度一定时, 随着厚度的增加, 衰减也在增加。从图 4 中可以看出, 当厚度 s 为 1 km, 电子密度 N_e 由 $3 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 增加到 $27 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 时, 衰减 A_{att} 从 1.155 dB 增加到 4.474 dB。当电子密度 N_e 为 $27 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 时, 厚度 s 从 1 km 增加到 2 km 时, A_{att} 从 4.474 dB 增加到 8.949 dB。由此可见, 当电离层出现剧烈的偶发 E 层时, 量子卫星难以进行有效通信。

取 Es 层厚度为 1 km, 图 5 为入射信号的频率对链路衰减的影响。 N_e 代表电子密度, ω 代表入射信号的频率, A_{att} 代表链路衰减。当电子密度一定时, 入射信号频率越大, 衰减越小。当电子密度 N_e 为 $12 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$, 信号频率 ω 从 $1 \times 10^5 \text{ GHz}$ 增加到 $5 \times 10^5 \text{ GHz}$ 时, A_{att} 从 6.029 dB 下降到 0.7032 dB。当电子密度 N_e 小于 $5 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$, 入射信号频率 ω 大于 $3 \times 10^5 \text{ GHz}$ 时, 对链路的衰减 A_{att} 为 10^{-6} dB , Es 层对光量子信号几乎不造成衰减。因此, 在进行量子通信时, 可以适当增大入射信号的频率, 可有效降低链路衰减。

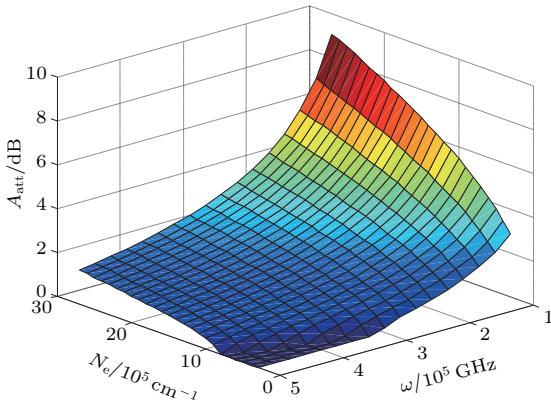


图5 (网刊彩色) 入射信号频率、电子密度和链路衰减的关系

Fig. 5. (color online) The relationship between the frequency of the incident signal, electron density and the link attenuation.

4 不规则体Es层对量子密钥分发的影响

量子密钥分发的重要指标有量子误码率、安全密钥产生率和信号的保真度等。在星地间进行量子通信时，基于单光子信号的量子通信通过量子密钥分发传输密钥，其安全性依赖于单光子的不可分割性和量子态的不可克隆性，但量子密钥传输的成功率主要依赖于量子传输信道，量子信道性能的好坏将直接影响到量子密钥的分发效率。当光量子信号在Es层中传输时，光量子态不可避免地会与环境量子态发生相互作用，导致消相干现象^[23,24]，严重时则会造成密钥分发的失败。下面将针对振幅阻尼信道来讨论不规则体Es层对量子密钥分发的影响。

4.1 不规则体Es层对振幅阻尼信道容量的影响

设量子系统的基态 $|0\rangle_A$ ，激发态为 $|1\rangle_A$ ；Es层环境的初态为 $|1\rangle_E$ ，由于两者发生碰撞纠缠后，量子位会以概率 P 从 $|1\rangle_A$ 态跃迁到 $|0\rangle_A$ ，环境量子态以概率 P 跃迁到 $|1\rangle_E$ 态上。这个过程可以用作用到量子位与Es层环境组成的复合系统上的幺正演化表示：

$$U_{AE} : \begin{cases} |0\rangle_A|0\rangle_E \rightarrow |0\rangle_A|0\rangle_E \\ |1\rangle_A|0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-P}|1\rangle_A|0\rangle_E \\ \quad + \sqrt{P}|0\rangle_A|1\rangle_E \end{cases}. \quad (13)$$

则在Es层环境基 $\{|0\rangle_E, |1\rangle_E\}$ 中求超算符\$的两个Kraus算符^[25,26]，即

$$M_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-P} \end{pmatrix}, \quad M_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{P} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

这里 P 是量子态由于与Es层环境相互作用而发生错误的概率，可表示为

$$P = \log_{10} A_{att}. \quad (15)$$

若量子系统A初始化密度矩阵为

$$\rho_A = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & \rho_{11} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

经演化变为

$$\begin{aligned} \rho_A \rightarrow \rho'_A \equiv \$ (\rho_A) &= M_0 \rho_A M_0^+ + M_1 \rho_A M_1^+ \\ &= \begin{pmatrix} \rho_{00} + P \rho_{11} & \sqrt{1-P} \rho_{01} \\ \sqrt{1-P} \rho_{10} & (1-P) \rho_{11} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

设地面站向卫星发射的信源为 $\{p_i, \rho_i\}$ ，其中 p_i 为量子字符取 ρ_i 时的概率， $\sum p_i = 1$ 。若取输入量子字符 $\rho_0 = |0\rangle\langle 0|$ ， $\rho_1 = |1\rangle\langle 1|$ ，经与Es层环境碰撞纠缠后，原始量子态将演化为

$$\begin{aligned} \rho_A \rightarrow \rho'_A \equiv \$ (\rho_A) &= \begin{pmatrix} p_0 + P p_1 & 0 \\ 0 & (1-P) p_1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (18)$$

则对应的von Neumann熵为

$$\begin{aligned} S(\rho'_A) &= -(p_0 + P p_1) \log(p_0 + P p_1) \\ &\quad - (1-P) p_1 \log[(1-P) p_1], \end{aligned} \quad (19)$$

收到的字符的von Neumann熵

$$\begin{aligned} S &= p_1[-P \log P - (1-P) \log(1-P)] \\ &= p_1 H(P), \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $H(P)$ 为二元熵。

根据HSW定理，Es层信道的容量可表示为

$$\begin{aligned} C &= \max\{S(\rho'_A) - S\} \\ &= \max\{-(p_0 + P p_1) \log(p_0 + P p_1) \\ &\quad - (1-P) p_1 \log[(1-P) p_1] \\ &\quad - p_1 H(P)\}. \end{aligned} \quad (21)$$

对(21)式进行求导，当

$$p_0 = \frac{x(1-P) - P}{(1+x)(1-P)} \quad (22)$$

时, 取得最大值, 即为信道容量 C . 其中 $x = 2^{\frac{H(P)}{1-P}}$, $p_1 = 1 - p_0$.

由此可见, Es 层信道容量与碰撞概率 P 、电子密度、Es 层厚度有很大的关系. 结合(15)和(21)式, 对信道容量进行仿真, 如图 6 所示.

图 6 为信道容量与电子密度、Es 层厚度的关系, N_e 为电子密度, s 为 Es 层厚度, C 为信道容量. 可以看出, 当 Es 层厚度一定时, 随着电子密度的增加, 光子与电子的碰撞频率随之增加, Es 层对光量子信号的吸收衰减越大, 则量子态发生错误的概率越大, 导致信道容量逐渐减小. 而当电子密度一定时, 随着 Es 层厚度的增加, 穿过的电子数量就会越来越多, 也会增加链路的衰减, 从而导致信道容量的衰减. 当电子密度 N_e 为 $3 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$, 厚度 s 为 1 km 时, 信道容量 C 最大为 0.8304. 当电子密度 N_e 为 $26 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$, 厚度 s 为 1.3 km 时, 信道容量 C 为 0.1319. 因此, 当 Es 层电子密度很高时, 信道容量会严重衰减, 导致通信质量严重受损.

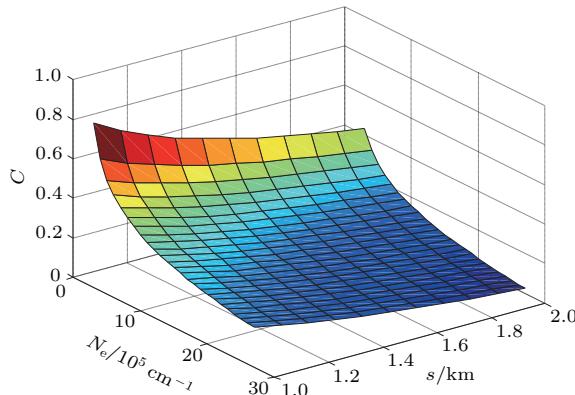


图 6 (网刊彩色) 信道容量与电子密度、Es 层厚度的关系
Fig. 6. (color online) Relationship between channel capacity and electron density, Es layer thickness.

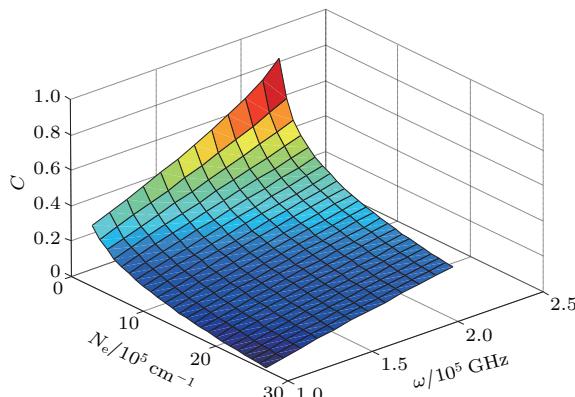


图 7 (网刊彩色) 信道容量与电子密度、入射信号频率的关系
Fig. 7. (color online) Relationship between channel capacity and electronic density, incident signal frequency.

当取 Es 层厚度为 1 km 时, 入射信号频率 (ω) 和电子密度 (N_e) 对信道容量 (C) 的影响如图 7 所示.

当电子密度一定时, 随着入射信号频率的增大, 信道容量也逐渐增大. 如图所示, 电子密度为 $3 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$, 当频率从 $1 \times 10^5 \text{ GHz}$ 增加到 $2.1 \times 10^5 \text{ GHz}$ 时, 信道容量从 0.344 增加到 0.9185. 可见, 入射信号的频率是量子卫星通信的一个重要参数, 所以当进行星地量子通信时应选择合适的频率以保证通信的可靠性.

4.2 不规则体 Es 层对纠缠保真度的影响

在进行星地间量子信息传输时, 量子信号通过 Es 层后的状态保持情况, 用纠缠保真度来度量^[27].

记量子信道 N 的 Kraus 算子为 $\{M_i\}$, 则有^[28]

$$F_e(\rho, N) = \sum_i |\text{Tr}(\rho M_i)|^2, \quad (23)$$

ρ 为发射量子态的密度矩阵, Tr 为求迹运算.

假设在进行星地通信时发射的量子态为一个叠加态:

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad (24)$$

其中 α 和 β 为复数, 称为量子态的概率幅, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. 在进行量子测量时会以 $|\alpha|^2$ 的概率坍缩到 $|0\rangle$ 态, 以 $|\beta|^2$ 的概率坍缩到 $|1\rangle$ 态.

叠加态 $|\varphi\rangle$ 的密度矩阵为

$$\rho = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

对于 Es 信道, 其量子信道 N 的 Kraus 算子如(14)式所示, 则纠缠保真度为

$$\begin{aligned} F_e(\rho, N) &= |\text{Tr}(\rho M_1)|^2 + |\text{Tr}(\rho M_2)|^2 \\ &= \left| \text{Tr} \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha^*\beta\sqrt{1-P} \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2\sqrt{1-P} \end{pmatrix} \right|^2 \\ &\quad + \left| \text{Tr} \begin{pmatrix} 0 & |\alpha|^2\sqrt{P} \\ 0 & \alpha^*\beta\sqrt{P} \end{pmatrix} \right|^2. \end{aligned} \quad (26)$$

设 Es 层厚度为 1 km, 采用波长 $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ 的光量子信号, 则概率 $|\alpha|^2$ 与电子密度对纠缠保真度的影响仿真如图 8 所示.

图 8 中 N_e 为电子密度, α 表示概率, $F_e(\rho, N)$ 表示纠缠保真度. 从图中看出, 当 $|\alpha|^2 = 1$ 时, 纠缠保真度 $F_e(\rho, N) = 1$. 这是由振幅阻尼信道的幺正演化所决定的. 从(9)式可以看出, 量子态与环境

相互作用会使量子态 $|1\rangle_A$ 发生跃变, 而 $|0\rangle_A$ 态并没有改变。随着电子密度的增大, 量子信号在传输过程中穿过的电子个数越来越多, 消相干导致量子态丢失的量子信息越多, 能量衰减越大, 纠缠保真度呈下降趋势。当 $|\alpha|^2$ 不变时, 纠缠保真度会随着电子密度的增加而减小。当 $|\alpha|^2 = 0.1$, 电子密度从 $3 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 增加到 $27 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 时, 纠缠保真度 $F_e(\rho, N)$ 从0.9386下降到0.3606。由此可见, 当电子密度很大时, 将严重影响量子卫星通信。

设发射的量子比特为 $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, 采用波长 $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ 的光量子信号进行通信, 则电子密度和Es层厚度与纠缠保真度的关系如图9所示。

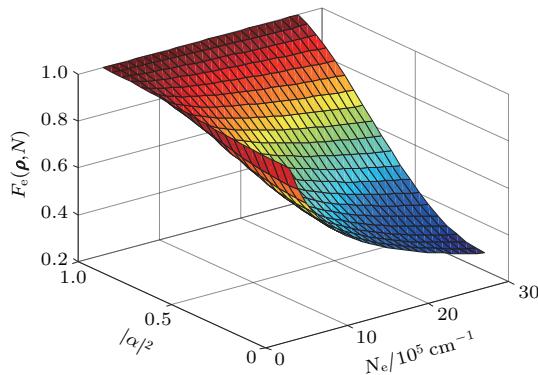


图8 (网刊彩色) 纠缠保真度与电子密度、 $|\alpha|^2$ 的关系
Fig. 8. (color online) Relationship between entanglement fidelity and electron density, $|\alpha|^2$.

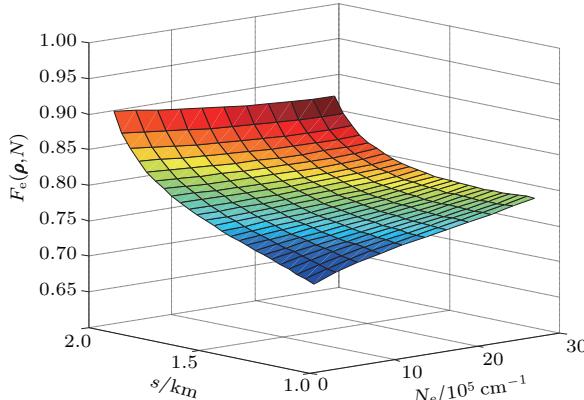


图9 (网刊彩色) 纠缠保真度与电子密度、Es层厚度的关系
Fig. 9. (color online) Relationship between the entanglement fidelity, electrons density and Es layer thickness.

图9中 N_e 表示电子密度, s 表示Es层厚度, $F_e(\rho, N)$ 表示纠缠保真度。从图9可以看出, 当Es层厚度已知时, 随着电子密度的增加, 量子信号通过Es层时穿过的电子数目越多, 其量子状态保持情况恶化越严重, 纠缠保真度呈下降趋势。当电

子密度已知时, 随着Es层厚度的增加, 量子信号通过Es层时与电离子的碰撞频率随之增加, 消相干导致量子态丢失的信息越多, 纠缠保真度逐渐减小。由此可见, 当发生偶发E层, 电子密度和Es层厚度逐渐增加时, 会造成量子卫星通信性能的严重下降。

4.3 不规则体Es层对量子误码率和安全密钥产生率的影响

若采用有限长诱骗态量子密钥分配系统^[29,30], 则根据GLLP公式, 在使用弱相干态光源(weak coherent states, WCS)的条件下, 量子密钥分发系统的安全密钥产生率为^[22]

$$\begin{aligned} R_{\text{key}} \geq & \eta_{\text{sys}} \{Q_\mu f(E_\mu) H_2(E_\mu) \\ & + Q_1 [1 - H_2(e_1)]\}, \end{aligned} \quad (27)$$

其中, μ 为光源的平均光子数, Q_μ 为光源信号态接受率, E_μ 为接收到信号态误码率, η_{sys} 为系统效率, $f(E_\mu)$ 为双边纠错效率, Q_1 为单光子态的接受率, e_1 为单光子误码率, $H_2(x)$ 为二元熵函数。

设发射端使用WCS光源, 所发射的相干态光束中的光子数分布服从Poisson分布, 即

$$p(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}, \quad (28)$$

其中 n 为光子个数, $p(n)$ 表示包含 n 个光子的态在整个光场量子态中所占的比例。则所发射的量子态可以表示为

$$p_A = \sum_{n=0}^{\infty} p(n) |n\rangle \langle n| = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu} |n\rangle \langle n|. \quad (29)$$

根据随机过程的理论知识, 当取最优平均光子数时, $n \geq 3$ 的概率小于0.5%^[22], 可认为相干态是一种接近于理想单光子源的准单光子源, 所以本文在计算 n 个光子态在整个光量子态中所占的比例时取 $n \leq 2$ 。

设光子在Es信道的传输效率为 η_{Es} , 它与Es层信道的参数相关, 可表示为

$$\eta_{\text{Es}} = 10^{-\alpha_{\text{att}} \cdot d / 100}, \quad (30)$$

d 为传输距离, α_{att} 为单位距离的衰减, 可由(10)和(11)式求得。则 n 光子数态在Es层传输时的脉冲通过率 $\eta_n = 1 - (1 - \eta_{\text{Es}})^n$ 。当发射方发射一个 n 光子数态时, 接收方所探测到的光子的概率和量子误码率可分别表示为

$$Y_n = \eta_{\text{det}} (Y_0 + \eta_n - Y_0 \eta_n), \quad (31)$$

$$e_n = \frac{e_0 Y_0 + e_{\text{det}}(1 - \eta_n)}{Y_n}, \quad (32)$$

η_{det} 为接受方探测器的探测效率, Y_0 为只有背景光时的计数率, e_0 为背景光噪声误码率, e_{det} 是由于探测器噪声而造成的误码率.

则接收方总的接受率

$$Q_\mu = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n p(n) = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}. \quad (33)$$

采用 WCS 光源产生脉冲, 其携带密钥的光信号穿过 Es 层信道时, 光子的偏振态会因为 Es 层的背景环境偏离了密钥分发协议所要求的理想偏振态, 即量子态发生偏振劣化^[31], 从而导致密钥误码率的增加. 量子态的偏振劣化与 Es 信道中电子密度有极大关联, 因为光电之间的相互作用会造成光子能量的衰减, 使其无法保持原始的优良特性, 从而导致光量子比特的丢失, 造成量子误码率的增加.

在 Es 层信道中, 光子的传输因子为

$$T_{\text{Es}} = T_0 \cdot \eta_{\text{Es}}, \quad (34)$$

T_0 为大气中的传输因子. 则由于量子态的偏振劣化所导致的量子误码率为

$$R_{\text{pod}} = \eta_{\text{pro}} e^{-0.01 T_{\text{Es}} \cdot \xi \cdot d}, \quad (35)$$

η_{pro} 为协议效率, ξ 为振幅阻尼信道的消相干因子, $\xi = \eta_{\text{Es}} \cdot P$, P 为振幅阻尼信道中, 量子态与 Es 层环境相互作用发生错误的概率.

因此量子密钥在 Es 层传输时, 系统总的量子误码率为

$$\begin{aligned} QBER &= E_\mu Q_\mu + R_{\text{pod}} \\ &= \sum_{n=0}^2 e_n Q_n + R_{\text{pod}} \\ &= \sum_{n=0}^2 e_n Y_n p(n) + R_{\text{pod}} \\ &= e_0 Y_0 + \mu e^{-\mu} (e_0 Y_0 + e_{\text{det}} \eta_{\text{Es}}) \\ &\quad + 0.5 \mu^2 e^{-\mu} (e_0 Y_0 + e_{\text{det}} \eta_{\text{Es}}) \\ &\quad + \eta_{\text{pro}} e^{-0.01 T_{\text{Es}} \cdot \xi \cdot d}. \end{aligned} \quad (36)$$

若只考虑发送端 WCS 光源所产生的脉冲中的单光子态, 即 $n = 1$. 则密钥经过 Es 层传输后, 接收端对于单光子态的接受率为

$$\begin{aligned} Q_1 &= Y_1 p(n=1) \\ &= \eta_{\text{det}} (Y_0 + \eta_{\text{Es}} - Y_0 \eta_{\text{Es}}) \mu \cdot e^{-\mu}. \end{aligned} \quad (37)$$

单光子态的量子误码率

$$e_1 = \frac{e_0 Y_0 + e_{\text{det}} (1 - \eta_{\text{Es}})}{\eta_{\text{det}} (Y_0 + \eta_{\text{Es}} - Y_0 \eta_{\text{Es}})}. \quad (38)$$

根据 GLLP 公式, 将 (28) 和 (31) 式代入 (33) 式可得光源信号态接受率, 再将结果代入 (36) 式可得系统总的量子误码率. 最后通过 (37), (38) 式和 GLLP 公式即可得到光量子信号经过 Es 层信道时, 在不同 Es 层厚度下的安全密钥产生率.

设在轨道高度为 300 km 的星地之间进行量子通信时, 量子密钥分发的载体为 800 nm 的光子, 最优平均光子数 μ 取值 0.1^[22], 其余参数^[30,32,33] 如表 2 所列.

表 2 密钥分发参数设置

Table 2. The parameters of the degree of quantum entanglement.

η_{det}	e_{det}	η_{sys}	Y_0	e_0	T_0	η_{pro}
40%	1.5%	0.5	1.7×10^{-6}	0.5	80%	0.5

图 10 表示量子误码率与电子密度、Es 层厚度的关系, 可以看出, 随着电子密度和 Es 层厚度的增加, 量子误码率也不断增加, 最大到达 0.2873. 当 Es 层厚度一定时, 随着电子密度的增加, 单位体积内的电子个数在不断增加, 则由于量子态的偏振劣化所导致的误码率比例增大, 系统总的量子误码率增加. 当电子密度一定时, 随着 Es 层厚度的增加, 光量子态在 Es 层中传播的距离越长, 与电离子碰撞的概率越大, 量子比特出现错误的概率的越大, 误码率越大.

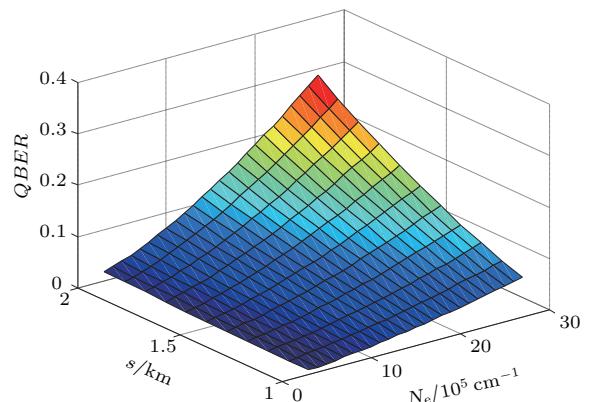


图 10 (网刊彩色) 量子误码率与电子密度、Es 层厚度的关系

Fig. 10. (color online) Relationship between the quantum bit error rate, the electron density and the Es layer thickness.

图 11 表示在不同 Es 层厚度的情况下, 安全密钥产生率与电子密度的关系。可以看出, 当 $s = 1 \text{ km}$, 电子密度小于 $20 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 时, 系统的安全密钥产生率随着电子密度的增加逐渐减小, 而当电子密度超过 $20 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 时, 密钥产生率 R_{key} 的值迅速下降; 当 $s = 2 \text{ km}$ 时, 在保证安全密钥产生率的情况下, 系统所容许的电子密度的大小为 $14 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$, 当超过 $14 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 时, 密钥产生率将迅速减小。由此看出, 安全密钥产生率随着电子密度的增大而减小, 同时随着 Es 层厚度的增加也在急速下降。所以在进行量子密钥分发时, 要适时地根据电离层参数对量子密钥分发系统进行调整, 以保证密钥的生成率, 降低量子误码率。

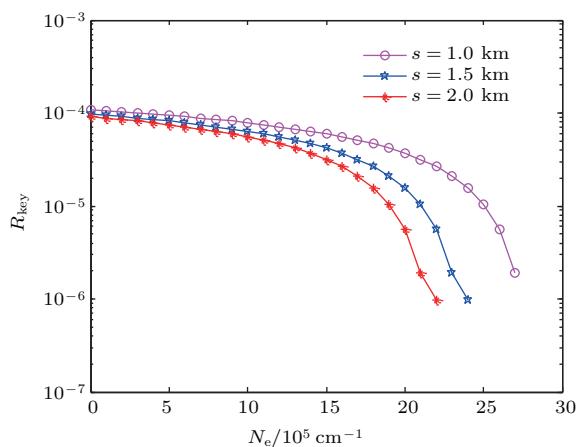


图 11 (网刊彩色) 不同 Es 层厚度安全密钥产生率与电子密度的关系

Fig. 11. (color online) Relationship between the secure key rate and the electron density in the thickness of different Es layers.

5 结 论

本文研究了在中纬度地区上空电离层不规则体 Es 层背景下, 电子密度、Es 层厚度对量子卫星通信性能的影响。分析了 Es 层的形成过程, 得出了电子密度随高度的变化关系。针对振幅阻尼信道, 分析并建立了影响因子对信道容量、纠缠保真度、误码率和密钥产生率的定量关系, 并进行了仿真实验验证。结果表明, 随着电子密度的增大, Es 层厚度的增加, 量子通信的性能显著下降。因此, 本文所提出的 Es 层参数与通信性能的定量关系, 可以为量子卫星通信提供参考依据。此外, 可以根据本文中 Es 层参数与通信性能指标的定量关系, 研究并探索量子卫星链路的储备问题, 以增加量子卫星通信的可靠性。

参 考 文 献

- [1] Bao X H, Reingruber A, Dietrich P, Rui J, Dück A, Strassel T, Li L, Liu N L, Zhao B, Pan J W 2012 *Nat. Phys.* **8** 517
- [2] Wang J Y, Yang B, Liao S K, Zhang L, Shen Q, Hu X F, Wu J C, Yang S J, Jiang H, Tang Y L, Zhong B, Liang H, Liu W Y, Hu Y H, Huang Y M, Qi B, Ren J G, Pan G S, Yin J, Jia J J, Chen Y A, Chen K, Peng C Z, Pan J W 2013 *Nat. Photon.* **7** 387
- [3] Bruschi D E, Barlow T M, Razavi M, Beige A 2014 *Phys. Rev. A* **90** 22232
- [4] Wang X L, Cai X D, Su Z E, Chen M C, Wu D, Li L, Liu N L, Lu C Y, Pan J W 2015 *Nature* **518** 516
- [5] Nie M, Shang P G, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 240303 (in Chinese) [聂敏, 尚鹏钢, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2014 物理学报 **63** 240303]
- [6] Nie M, Ren J, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 150301 (in Chinese) [聂敏, 任杰, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2015 物理学报 **64** 150301]
- [7] Nie M, Ren J M, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2016 *Acta Photon. Sin.* **45** 0927004 (in Chinese) [聂敏, 任家明, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2016 光子学报 **45** 0927004]
- [8] Ippolito Jr L J (translated by Sun B S) 2012 *Satellite Communications Systems Engineering* (Beijing: National Defense Industry Press) pp91–100 (in Chinese) [伊波利托著 (孙宝升译) 2012 卫星通信系统工程 (北京: 国防工业出版社) 第 91—100 页]
- [9] Xu Z W 2005 *Ph. D. Dissertation* (Xi'an: Xidian University) (in Chinese) [许正文 2005 博士论文 (西安: 西安电子科技大学)]
- [10] Pancheva D, Haldoupis C, Meek C E, Manson A H, Mitchell N J 2003 *J. Geophys. Res.* **108** SIA 9–1
- [11] Bailey S M Barth C A Solomon S C 2002 *J. Geophys. Res.* **107** SIA 22–1
- [12] Pietrella M, Pezzopane M, Bianchi C 2014 *Adv. Space Res.* **54** 150
- [13] Sun L F, Zhao B Q, Yue X A, Mao T 2014 *Chin. J. Geophys. -CH* **57** 3625
- [14] Maeda J, Heki K 2015 *Earth, Planets and Space* **64** 1
- [15] Williams B P, Berkey F T Sherman J, She C Y 2007 *Annal. Geophys.* **25** 3
- [16] Tan H 2000 *Chin. J. Space Sci.* **20** 373 (in Chinese) [谭辉 2000 空间科学学报 **20** 373]
- [17] Matsushita S, Reddy C A 1967 *J. Geophys. Res.* **72** 2903
- [18] Xiong N L, Tang C C, Li X J 1999 *Introduction to the Physics of the Ionosphere* (Wuhan: Wuhan University Press) pp276–290 (in Chinese) [熊年禄, 唐存琛, 李行健 1999 电离层物理概论 (武汉: 武汉大学出版社) 第 276—290 页]
- [19] He L, Guo L, Li J 2014 *Antenn. Propag. IEEE* **52** 724
- [20] Zhao J Z 2014 *Aeronomy* (Vol.1)(rearrangement) (Beijing: Peking University Press) pp168–172 (in Chinese) [赵九章 2014 高空大气物理学 (上册) (重排本) (北京: 北京大学出版社) 第 168—172 页]
- [21] Yuan Z C, Shi J M 2005 *Microw. J.* **21** 49 (in Chinese) [袁忠才, 时家明 2005 微波学报 **21** 49]

- [22] Yin H, Han Y 2013 *Quantum Communication Theory and Technology* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) pp76–103 (in Chinese) [尹浩, 韩阳 2013 量子通信原理与技术 (北京: 电子工业出版社) 第 76—130 页]
- [23] Yin H, Ma H X 2006 *Introduction to Quantum Communication in Military* (Beijing: Military Science Press) pp49 (in Chinese) [尹浩, 马怀新 2006 军事量子通信概论 (北京: 军事科学出版社) 第 49 页]
- [24] Zhang D Y 2013 *Quantum Logic Gates and Quantum Decoherence* (Beijing: Science Press) pp90–110 (in Chinese) [张登玉 2013 量子逻辑门与量子退相干 (北京: 科学出版社) 第 90—110 页]
- [25] Zhang Y D 2010 *Quantum Mechanics* (Beijing: Science Press) pp343–347 (in Chinese) [张永德 2010 量子力学 (北京: 科学出版社) 第 343—347 页]
- [26] Zhang Y D 2005 *Principles of Quantum Information Physics* (Beijing: Science Press) pp125–151 (in Chinese) [张永德 2005 量子信息物理原理 (北京: 科学出版社) 第 125—151 页]
- [27] Li K 2009 *Ph. D. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of China) (in Chinese) [李科 2009 博士论文 (合肥: 中国科技大学)]
- [28] Nielsen A, Chuang I (translated by Zheng D Z, Zhao Q C) 2005 *Quantum Computation and Quantum Information* (Vol.2) (Beijing: Tsinghua University Press) pp64–71 (in Chinese) [尼尔森, 庄著 (郑大钟, 赵千川 译) 2005 量子计算和量子信息 (二) (北京: 清华大学出版社) 第 64—71 页]
- [29] Wu C F, Du Y N, Wang J D, Wei Z J, Qin X J, Zhao F, Zhang Z M 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 100302 (in Chinese) [吴承峰, 杜亚男, 王金东, 魏正军, 秦晓娟, 赵峰, 张智明 2016 物理学报 **65** 100302]
- [30] Gu Y B, Bao W S, Wang Y, Zhou C 2016 *Chin. Phys. Lett.* **33** 040301
- [31] Wu J R 2011 *Ph. D. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of China) (in Chinese) [吴建荣 2011 博士论文 (合肥: 中国科技大学)]
- [32] Dong C, Zhao S H, Zhao W H, Shi L, Zhao G H 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 030302 (in Chinese) [东晨, 赵尚弘, 赵卫虎, 石磊, 赵顾颢 2014 物理学报 **63** 030302]
- [33] Ma X F, Fung F C H, Razavi M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 052305

Influence of the ionospheric sporadic E layer on the performance of quantum satellite communication in the mid latitude region*

Nie Min¹⁾ Tang Shou-Rong^{1)†} Yang Guang^{1,2)} Zhang Mei-Ling¹⁾ Pei Chang-Xing³⁾

1) (School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunication, Xi'an 710121, China)

2) (School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

3) (State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xi'an University of Electronic Science and Technology, Xi'an 710071, China)

(Received 28 October 2016; revised manuscript received 30 November 2016)

Abstract

Quantum communication is a brand new way of communicating, in which the quantum entanglement effect is used to transmit information. Quantum communication is a new interdisciplinary subject between quantum theory and information theory. It has advantages of perfect information security and higher efficiency in transmission. The successful launch of the first quantum satellite named Micius laid an important foundation for constructing a secure quantum communication network on a global scale. On the other hand, in the process of quantum satellite communication, the atmospheric environment near the ground will have a certain influence on the transmission of quantum signals, so the security of quantum communication is reduced. One of the influence factors is the ionospheric sporadic E layer. In the actual quantum communication environment, when the weak coherent state light source is simulated the single photon, the source energy is attenuated if the quantum signal passes through the ionosphere. On a space scale of 80–150 km off the ground, the ionospheric sporadic E layer is an irregular thin layer, in which there occurs a sharp increase of electron density under the action of wind shear. Sporadic E layer has a great influence on quantum satellite signal transmission. However, the research about the relationship between the sporadic E layer and quantum communication channel parameters has not yet conducted. To investigate the influence of the ionospheric sporadic E layer on the performance of quantum satellite communication, sporadic E layer formation process is first analyzed. And then the relationship between the free electron density and the height is obtained. After that, the model of the free electron density, the formation thickness and the link attenuation of quantum satellite is established. According to the amplitude damping channel, the quantitative relationships among free electron density and the channel capacity, entanglement fidelity, the quantum bit error rate and the secure key rate are put forward and simulated finally. Theoretical analysis and simulation results show that when the thickness is 1 km, the electron density increases from $3 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$ to $27 \times 10^5 \text{ cm}^{-3}$, the channel capacity decreases from 0.8304 to 0.1319, the entanglement fidelity decreases from 0.9386 to 0.3606, the quantum bit error rate increases from 0.0093 to 0.0769, and the secure key production rate decreases from 9.968×10^{-5} to 1.91×10^{-6} . It can be shown that the electron density and the thickness of sporadic E layer have significant effect on the performance of quantum satellite communication. Therefore, in the process of quantum satellite communication, in order to ensure the reliability of quantum communication, based on the detection of ionosphere parameters, the various indexes of the satellite system should be adjusted adaptively.

Keywords: quantum satellites communication, sporadic E, the free electron density, the amplitude damping channel

PACS: 03.67.Hk, 94.20.dg, 94.20.dm

DOI: 10.7498/aps.66.070302

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61172071, 61201194), the Natural Science Research Foundation of Shaanxi Province, China (Grant No. 2014JQ8318), the International Scientific and Technological Cooperation and Exchange Program in Shaanxi Province, China (Grant No. 2015KW-013) and Scientific Research Program Funded by Shaanxi Provincial Education Department, China (Grant No. 16JK1711).

† Corresponding author. E-mail: 1257113655@qq.com