# 物理学报 Acta Physica Sinica



## 新型负模量声学超结构的低频宽带机理研究

张永燕 吴九汇 钟宏民

Low-frequency wide-band mechanism of a new type acoustic metamaterial with negative modulus

Zhang Yong-Yan Wu Jiu-Hui Zhong Hong-Min

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 66, 094301 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.094301 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.094301 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I9

您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

### 双开口 Helmholtz 局域共振周期结构低频带隙特性研究

Low frequency band gap characteristics of double-split Helmholtz locally resonant periodic structures 物理学报.2017, 66(6): 064301 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.064301

#### 负质量密度声学超材料的反常多普勒效应

Inverse Doppler effect of acoustic metamaterial with negative mass density 物理学报.2017, 66(2): 024301 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.024301

### 阵元随机均匀分布球面阵列联合噪声源定位方法

Noise source identification by using near field acoustic holograpy and focused beamforming based on spherical microphone array with random unifrom distribution of elements 物理学报.2017, 66(1): 014303 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014303

#### 海面随机起伏对噪声场空间特性的影响规律

Ocean surface wave effect on the spatial characteristics of ambient noise 物理学报.2017, 66(1): 014301 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014301

### 高对称型声子晶体自准直弯曲及分束

Bending and splitting of self-collimated beams in high symmetry sonic crystal 物理学报.2016, 65(9): 094301 http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.094301

# 新型负模量声学超结构的低频宽带机理研究

张永燕<sup>1)2)</sup> 吴九汇<sup>1)†</sup> 钟宏民<sup>2)</sup>

1) (西安交通大学机械工程学院, 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049)

2) (四川理工学院机械工程学院, 自贡 643000)

(2016年12月12日收到; 2017年2月13日收到修改稿)

提出了一种具有负模量特性的新型声学超结构,并揭示了其低频带隙的形成及拓宽机理.通过理论推导 给出了该新型结构的归一化有效模量表达式,由于有效模量的零值点与系统参数密切相关,可以调节合适的 参数使得零值点降低或带隙下界降低,进一步实现低频带隙.理论结果表明,在一定的频率范围内,系统的弹 性模量为负且负模量区域进一步拓宽,从而通过负模量区域的放大而拓宽带隙.这种新的实现低频带隙的方 法克服了传统局域共振附加质量过大及惯性放大结构带隙较窄的缺点.同时,通过有限元法得到的周期结构 的传输率随着结构参数的变化趋势与理论分析的变化趋势基本一致,并得到了约40—180 Hz 的低频宽带.这 种实现低频带隙的新思路对低频声波的控制具有很重要的理论指导意义.

关键词:负模量,声学超材料,低频宽带 PACS: 43.20.+g, 43.40.+s, 62.25.Jk

#### **DOI:** 10.7498/aps.66.094301

### 1引言

在许多工程问题中,低频声波抑制一直是个难 题. 在这方面, 已有很多研究工作 [1-7], 但是对低 频声波的抑制仍然没有较好的方法. 近年来, 随着 声子晶体和声学超材料的发展,很多学者在这方面 进行了研究. 最初从声子晶体 Bragg 散射机理来抑 制声波传输,但是Bragg散射只能抑制高频,对低 频声波的抑制没有较好的办法. 后来, 很多学者试 图找到相应的左手声学超材料,即同时具有负质量 密度和负弹性模量的材料. 然而, 并没有天然材料 具有负质量密度或负模量特性.因此,一些学者采 用人造微结构来实现负质量密度的表观效应<sup>[8-14]</sup> 或者使用机械共振器"微结构"来形成声学超材料, 并基于此提出了局域共振声子晶体的机理[15].为 了控制低频声波,我们课题组基于局域共振声学超 材料也做了不少工作,如张思文和吴九汇<sup>[16]</sup>提出 了螺旋局域共振梁,但是对低频声波抑制效果仍然 不理想. 尽管对局域共振声学超材料的研究很多, 并且声学超材料可以较好地控制声波传输,但是传 统局域共振超材料仍存在一系列问题[17,18]:一方 面,低频带隙较窄,为了拓宽低频带隙,一些学者 通过对声学超材料结构进行梯度设计<sup>[19]</sup>,在低频 段实现了带隙拓宽;另一方面,传统局域共振结构 往往存在附加质量过大的问题,针对这一问题,文 献 [20—22] 提出了一种质量放大结构,并对其能带 特性进行了分析,结果表明质量放大结构可以通过 较小的附加质量实现低频带隙. 总之, 上述研究在 某种程度上对实现低频带隙有一定的效果,但是利 用梯度法拓宽低频带隙往往结构较大.同时,质量 放大结构尽管可以实现共振频率降低,但低频带隙 非常窄.如何很好地实现并进一步拓宽低频带隙, 这个问题在以往的研究中并没能够很好地解决,仍 然是个难题, 也是迫切需要解决的问题. 故探讨新 的实现低频宽带的方法以及新的声学超材料结构 是非常必要的.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: ejhwu@mail.xjtu.edu.cn

<sup>© 2017</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

因此,基于实现低频宽带这一难题,本文借鉴 惯性放大结构提出了一种新型声学超材料结构,通 过结构参数的设计使该系统在一定的频率范围内 弹性模量为负,且负模量区域随着控制参数的变化 而被拓宽,带隙的起始位置随着降低,这种实现、拓 宽低频带隙的方法克服了通过惯性放大或者传统 方法增加附加质量来降低共振频率的不足之处.与 此同时,本文对低频带隙的形成及拓宽机理进行了 深入分析.研究内容安排如下:第2部分探讨具有 负模量特性的新型声学超结构及宽带机理;第3部 分是数值仿真及讨论;第4部分是结论.

2 具有负模量特性的新型声学超结构 及宽带隙机理

## 3.1 新型结构单元负模量特性及宽带 机理分析

为了更好地解决实现低频宽带这一难题,借鉴 质量放大结构<sup>[20-22]</sup>,本文提出了如图1所示的新 型声学超材料结构,三角形三边视为无质量弹簧, 三个端点为集中质量.其中,水平方向两端点质量 设为*m*,垂直方向上点质量设为*m*<sub>2</sub>,水平边弹簧 刚度为*k*.这里假设斜边弹簧为刚性,当两个水平 质点*m*产生相向位移*u*时,本文只考虑位移很小的 情况.





根据 x 方向上由谐振力 F 作用引起的应力-应 变关系,则系统在 x 方向上的运动方程为

$$F = 2ku + \frac{L}{D}k_2(v_2 - v_1),$$
 (1)

$$m_2 \frac{\partial^2 v_2}{\partial t^2} = k_2 (v_1 - v_2), \qquad (2)$$

在上述方程中,考虑谐波激振力 $F = A e^{i\omega t}$ ,其中 A谐波激振力的振幅, $\omega$ 是激振频率.假设位移很 小时,则有

$$v_1 = -\frac{(L-u)u}{D} + \frac{(L-u)^2 u^2}{D^3} + \cdots$$
$$\approx -\frac{L}{D}u. \tag{3}$$

将位移 $u_1 = \hat{u}_1 e^{i\omega t} \pi v_2 = \hat{v}_2 e^{i\omega t}$ 代入方程(1)和(2)得

$$\hat{F} = 2 \left[ k + \frac{1}{2} \frac{k_2 \omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2} \left( \frac{L}{D} \right)^2 \right] \hat{u}_1.$$
 (4)

如图1所示的横截面积为A的一维连续弹性 固体,则应力应变关系定义为

$$\hat{\sigma} = E_{\text{eff}}\hat{\varepsilon},\tag{5}$$

这里,  $\hat{\sigma} = F/A \pi \hat{\varepsilon} = \hat{u}/L$ 是连续弹性固体的平均 应力和应变;  $E_{\text{eff}}$ 是弹性固体的有效杨氏模量, 则 通过计算得到归一化有效杨氏模量为

$$\frac{E_{\rm eff}}{E_0} = 1 + \frac{\delta\mu}{2} \frac{\eta^2}{\eta^2 - 1},\tag{6}$$

式中,  $E_0 = k_1 L/A, \eta = \omega/\omega_0, \omega_0 = \sqrt{k_2/m_2}, \mu = (L/D)^2, \delta = k_2/k.$ 

从方程(6)可以看出,该系统的归一化有效模 量与该系统的结构参数密切相关: 1)当驱动频率等 于局部谐振频率时,即 $\eta = 1$ 时,有效模量的值达到 无穷大,且是无界的,即当 $\omega = \omega_0 = \sqrt{k_2/m_2}$ 时, 有效模量的值接近无穷大; 2)当有效模量的值等于 零,这时其对应频率

$$\omega = \omega^* = \omega_0 \sqrt{2/(2+\delta\mu)}.$$
 (7)

由此可见, 对于 $\eta < 1$ 时, 在 $\omega_0$ 和 $\omega^*$ 之间的任 意一个频率值对应的有效模量值都为负. 众所周 知, 负模量区域即对应带隙的频率范围, 那么带隙 的频率范围即在 $\omega_0$ 和 $\omega^*$ 之间. 也就是说, 等效模 量零值点 ( $E_{\text{eff}}/E_0 = 0$ 或者 $\omega^* = \omega_0\sqrt{2/(2+\delta\mu)}$ ) 与系统共振点 ( $E_{\text{eff}}/E_0 \rightarrow \infty$ 或者 $\omega/\omega_0 = 1$ )之间 的距离即为带隙的宽度, 且等效模量的零值点为 带隙起始点, 即带隙下界频率起始点为 $\omega^*$ . 从方 程(7)我们可以看到带隙下界的起始点 $\omega^*$ 与这个 新型声学超结构的刚度比 $\delta$ 成正比关系, 与结构参 数 $D(\mu = L/D)$ 成反比关系. 为了达到低频效果, 我们可以调节这两个参数使得等效模量的零值点 降低即带隙下界降低, 这样等效模量的零值点与共 振点之间的距离也增大了, 进而实现并拓宽了低频 带隙. 根据我们得出的结论: 1) 负模量区域即对应 带隙的频率范围, 即在 $\omega_0$ 和 $\omega^*$ 之间; 2) 等效模量 的零值点( $\omega^* = \omega_0 \sqrt{2/(2 + \delta \mu)}$  或 $E_{\text{eff}}/E_0 = 0$ )与 共振点( $\omega/\omega_0 = 1$  或 $E_{\text{eff}}/E_0 \rightarrow \infty$ )之间的距离 即为带隙的宽度; 3) 等效模量的零点值 $\omega^*$ 即带隙 起始点, 其与刚度比 $\delta$ 成正比关系, 而与结构参数  $D(\mu = L/D)$ 成反比关系. 图2和图3描述了方程 (6) 所示的新型结构单元的负模量区域随着这两个 控制参数的变化趋势. 如图2所示, 当D = 6 mm 时, 带隙起始点 $\omega^*$ 约为0.8, 负模量区域对应的无 纲量频率范围为0.8—1; 当D = 15 mm 时, 带隙起 始点 $\omega^*$ 约为0.6, 负模量区域对应的无纲量频率范 围约为0.6—1. 显然, 随着参数D从6 mm 增加到 15 mm 时, 负模量零值点由0.8降到了0.6, 即带隙 的下界降低了, 系统的负模量区域被放大了两倍 多.也就是说系统的有效模量零值点( $\omega^*$ )与共振 点( $\omega/\omega_0 = 1$ )之间的距离被放大了两倍多,即带隙 被拓宽了两倍多.与此同时,如图3所示,当刚度比  $\delta = 0.8$ 时,带隙起始点 $\omega^*$ 约为0.6,负模量区域为 0.6—1;当 $\delta = 3$ 时,带隙起始点 $\omega^*$ 约为0.85,负模 量区域为0.85—1.很显然,在图2和图3中,随着 控制参数的变化,带隙的下界都降低了,负模量区 域都被拓宽了,即系统有效模量的零值点( $\omega^*$ )与共 振点( $\omega/\omega_0 = 1$ )之间的距离都增大了,也就是低频 带隙被拓宽了.

因此,这种新的拓宽低频带隙的方法,即通过 系统结构参数的设计实现该系统的负模量区域放 大及带隙起始位置的降低,从而实现和拓宽低频带 隙,其克服了传统梯度法<sup>[17]</sup>扩大带隙及惯性放大 结构<sup>[18-20]</sup>等实现低频带隙的不足之处.



图 2 (网刊彩色) 当刚度比δ = 1 时, 负模量区域随控制参数 D 的变化

Fig. 2. (color online) The variation of the region of negative modulus with the control parameter D for the stiffness ratio  $\delta$  of 1.



图 3 (网刊彩色) 当 D = 12 mm 时, 负模量区域随系统刚度比的变化

Fig. 3. (color online) The variation of the region of negative modulus with the stiffness ratio  $\delta$  for the control parameter D of 12 mm.

#### 2.2 新型超材料周期结构的色散关系分析

基于上述分析得出的理论思想:系统共振点 ( $E_{\text{eff}}/E_0 \rightarrow \infty$ )与系统等效模量零值点( $E_{\text{eff}}/E_0 =$ 0)之间的距离为带隙的宽度,且等效模量的零值点 ( $E_{\text{eff}}/E_0 = 0$ )为带隙的起始位置,其与系统刚度比  $\delta$ 成正比关系,而与结构参D成反比关系.针对如 图1所示的新型单元结构,构建新型声学超材料周 期结构如图4所示.该一维模型中的基体由 $m_1$ 表示,则第j个单元的运动方程

$$m\frac{\partial^2 u_1^j}{\partial t^2} = k_1(u_1^{j-1} - u_1^j) + k_1(u_1^{j+1} - u_1^j) - 2k_2(v_2^{j-1} - v_1^{j-1})\frac{L}{2D} + 2k_2(v_2^j - v_1^j)\frac{L}{2D}, \qquad (8)$$

$$m_2 \frac{\partial^2 v_2^j}{\partial t^2} = k_2 (v_1^{j-1} - v_2^j).$$
(9)



图 4 新型结构单元的周期结构

Fig. 4. Periodic structure of new-type structure unit.

将谐波运动方程代入方程(8)和(9)中,可得该 周期结构的色散方程如下:

$$\eta^{4} - \left[1 + 2\left(\frac{\theta}{\delta} + \frac{\theta\mu}{2}\right)(1 - \cos\xi)\eta^{2} + 2\frac{\theta}{\delta}(1 - \cos\xi)\right] = 0, \qquad (10)$$

其中,  $\theta = m_2/m_1$  为质量比,  $\xi = qL$  为无量纲波数.

图 5 描述了方程 (10) 的色散曲线. 从图 5 (a) 可以清晰地看到, *D* = 20 mm时的带隙下界较 *D* = 8 mm的带隙下界下降了很多, 这与我们 2.1 节得出的结论 (带隙下界位置与参数 *D* 成反比关 系) 相符合, 同时带宽被拓宽了两倍多. 与此同时, 从图 5 (b) 可以很清楚地看到刚度比为 1 时的带隙 下界较刚度比为 3 时的带隙下界也降低了, 并且带 宽也被拓宽了两倍多. 总之, 随着控制参数的变化, 带隙下界都降低了, 低频带隙都被拓宽了, 这与上 述分析结果一致.



图 5 由方程 (10) 得到的新型周期结构的色散关系
 (a) 色散关系随着参数 D 的变化; (b) 色散关系随着刚
 度比δ 的变化

Fig. 5. The dispersion relation of the novel periodic structure obtained by Eq. (10): (a) The variation of the dispersion relation with the parameter D; (b) the variation of the dispersion relation with the stiffness ratio with  $\delta$ .

## 3 数值仿真与讨论

我们设计了如图6所示的具有负杨氏模量的 声学超材料,该设计采用嵌入如图1所示的微结 构的主体材料形式,弹簧k1在此表示基体材料的 刚度.定义x及y方向上均为周期性边界,选取如 表1所列的数据,利用有限元法得到了如图7所示 的无限周期结构的色散曲线.很显然,数值仿真结 果和理论结果基本符合.

为了进一步分析声波在有限周期结构中的传输率,我们构建了如图8所示的具有负杨氏模量的 有限周期声学超材料,针对x方向上5个新型单元 超材料周期结构,在左端施加x方向谐波激励力,x 方向的位移分别在点A和B处测量.选取如表1所

Table 1. The parameters of materials.				
名称	材料	密度 $\rho/\text{kg·m}^{-3}$	泊松比	杨氏模量 <i>E</i> /GPa
小球	铅球	11600	0.369	40.8
弹簧	硅橡胶	1300	0.352	$1.175\times 10^{-5}$
三角形两边	铝	2700	0.45	77.6
基体	环氧树脂	1180	0.368	4.35

表1 材料参数

![](_page_5_Figure_2.jpeg)

图 6 具有负杨氏模量的新型超材料无限周期结构 Fig. 6. Infinite periodic structure of novel metamaterials with negative modulus.

![](_page_5_Figure_4.jpeg)

图 7 理论结果和有限元结果的比较

Fig. 7. Comparison of theoretical results and finite element results.

![](_page_5_Figure_7.jpeg)

图 8 具有负杨氏模量的新型超材料有限周期结构 Fig. 8. Finite periodic structure of novel metamaterial with negative modulus.

列的数据,并用 COMSOL 4.3b 对 5 个新型超材料 周期结构的透射率进行了计算.如图 9 所示,当 D = 8 mm时,声波在 0—20 Hz 的频率范围内基 本都形成了透射峰 A,只有在约 40—100 Hz 频率 及 100—180 Hz 段各形成一条带隙; 当D = 20 mm 时, 很显然, 低频的透射峰A下降变为带隙, 形成了 20—200 Hz 整个频段的宽带隙, 这说明带隙随着参 数D的增大, 带隙边界逐渐下降且被拓宽了.同时, 图 10 描述了这个新型超材料有限周期结构的透射 率随着系统刚度比的变化趋势.随着系统刚度比的 减小, 在约 90—140 Hz 频段内的透射峰都大幅度 下降而形成带隙, 并在 40 Hz 以下及 40—200 Hz 的 频率范围内产生了低频带隙. 很显然, 通过有限元 方法计算的周期结构的透射率变化趋势和第2部分 的理论分析结果高度符合, 即带隙的宽度随着刚度 比的减小或者随着系统参数D的增大而被拓宽.

![](_page_5_Figure_11.jpeg)

图 9 (网刊彩色) 5 个周期结构的透射率, 其中, 实心圆点 线段为 D = 8 mm, 空心圆点线段为 D = 20 mm Fig. 9. (color online) The transmittance of the five periodic structures: the solid dotted line for D = 8 mm and the hollow dotted line for D = 20 mm.

![](_page_5_Figure_13.jpeg)

图 10 (网刊彩色) 5个周期结构的透射率,其中,空心圆 点线段对应刚度比大于 1,实心圆点线段对应刚度比为 1 Fig. 10. (color online) The transmittance of the five periodic structures: the hollow dotted line for the stiffness ratio greater than 1 and the solid dotted line for the stiffness ratio of 1.

## 4 结 论

本文对一类新型声学超结构进行了深入分析, 该结构可以实现并拓宽低频带隙,并得出了一些新 结论.

1)该结构的归一化有效模量与结构参数密切 相关,通过设计结构参数可以使系统的弹性模量 在一定的频率范围内为负且负模量区域与带隙 的形成直接相关联: a)负模量区域即对应带隙的 频率范围,即在 $\omega_0$ 和 $\omega^*$ 之间; b)等效模量的零值 点( $\omega^* = \omega_0 \sqrt{2/(2 + \delta \mu)}$ 或 $E_{eff}/E_0 = 0$ )与共振点 ( $\omega/\omega_0 = 1$ 或 $E_{eff}/E_0 \to \infty$ )之间的距离即为带隙 的宽度; c)等效模量的零点值 $\omega^*$ 即带隙起始点与 刚度比δ成正比关系,而与 $D(\mu = L/D)$ 成反比关 系.这样,我们只要调节合适的参数使得负模量的 零值点降低,便可以实现低频带隙的拓宽,达到低 频效果.

2) 数值仿真结果表明,当D从8 mm增大到 20 mm时,带隙被拓宽两倍且带隙下界降低了许 多,产生了低频大宽带;当刚度比减小时,带隙同样 被拓宽了,并且带隙下界下降了许多,实现了低频 带隙.另外,通过有限元方法计算周期结构的传输 率与理论分析结果高度符合,并在40 Hz以下的频 率段形成了较低频带隙及在40—180 Hz频率范围 内形成了低频大宽带.

这种实现低频宽带的机理为低频声波控制奠 定了一定的理论基础,且所提出的新型声学超材料 结构,为获得低频、超低频带隙提供了一种有效的 方法,在低频减振降噪方面有潜在的应用前景.

#### 参考文献

[1] Pai P F, Peng H, Jiang S 2014 Int. J. Mech. Sci. 79 195

- [2]~ Gusev V E, Wright O B 2014 New~J.~Phys.~16~123053
- [3] Gao J, Cheng J C, Li B W 2007 Appl. Phys. Lett. 90 111908
- [4] Wang Y F, Wang Y S, Wang L T 2014 J. Phys. D: Appl. Phys. 47 015502
- [5] Chronopoulos D, Antoniadis I, Collet M, Ichchou M 2015 Wave Motion 58 165
- [6] Zhu R, Liu X N, Hu G K, Sun C T, Huang G L 2014 J. Sound Vib. 333 2759
- [7] Nouh M, Aldraihem O, Baz A 2015 J. Sound Vib. 341
   53
- [8] Huang H H, Sun C T, Huang G L 2009 Int. J. Eng. Sci.
   47 610
- [9] Jaglinski T, Kochmann D, Stone D, Lakes R S 2007 Science 315 620
- [10] Lakes R S, Lee T, Bersie A, Wang Y C 2001 Nature **410** 565
- [11] Lee S H, Park C M, Seo Y M, Wang Z G, Kim C K 2009 *Phys. Lett. A* 373 4464
- [12] Lee S H, Park C M, Seo Y M, Wang Z G, Kim C K 2009
   J. Phys.: Conden. Matter 21 175704
- [13] Cheng Y, Zhou C, Yuan B G, Wu D J, Wei Q, Liu X J 2015 Nat. Mater. 14 1013
- [14] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J 2008 Appl. Phys. Lett. 92 051913
- [15] Liu Z, Zhang X, Mao Y, Zhu Y Y, Yang Z, Chan C T, Sheng P 2000 Science 289 1734
- [16] Zhang S W, Wu J H 2013 Acta Phys. Sin. 62 134302 (in Chinese) [张思文, 吴九汇 2013 物理学报 62 134302]
- [17] Liu M, Hou Z L, Fu X J 2012 Acta Phys. Sin. 61 104302
   (in Chinese) [刘敏, 侯志林, 傅秀军 2012 物理学报 61 104302]
- [18] Wu J, Bai X C, Xiao Y, Geng M X, Yu D L, Wen J H 2016 Acta Phys. Sin. 65 064602 (in Chinese) [吴健, 白 晓春, 肖勇, 耿明昕, 郁殿龙, 温激鸿 2016 物理学报 65 064602]
- [19] Baravellie, Ruzzene M 2013 J. Sound Vib. 332 6562
- [20] Zhang Y, Yin J F, Wen J H, Yu D L 2016 J. Vib. Shock
  35 27 (in Chinese) [张印, 尹剑飞, 温激鸿, 郁殿龙 2016 振动与冲击 35 27]
- [21] Yilmaz C, Hulbert G M, Kikuchi N 2007 Phys. Rev. B 76 054309
- [22] Yilmaz C, Hulbert G M 2010 Phys. Lett. A 374 3576

## Low-frequency wide-band mechanism of a new type acoustic metamaterial with negative modulus

Zhang Yong-Yan<sup>1)2)</sup> Wu Jiu-Hui<sup>1)†</sup> Zhong Hong-Min<sup>2)</sup>

 School of Mechanical Engineering and State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

2) (School of Mechanical Engineering, Sichuan University of Science and Engineering, Zigong 643000, China)

(Received 12 December 2016; revised manuscript received 13 February 2017)

#### Abstract

In this paper, a new type of acoustic metamaterial with negative modulus is proposed, and the formation and broadening mechanism of the low frequency bandgap are revealed. The expression of the normalized effective modulus of the structure is derived theoretically. Since the zero value of the effective modulus is closely related to the system parameters, the appropriate parameters can be adjusted to reduce the zero point, and the lower bound of the bandgap is reduced, thus the low-frequency bandgap is realized. The theoretical results show that the elastic modulus of the system is negative and the region of the negative modulus is widened in a certain frequency range, therefore, the widening of the bandgap can be realized through the enlargement of the negative modulus region. This new mechanism for achieving low-frequency bandgap overcomes the shortcomings both in the traditional local resonance with too large additional mass, and in the inertial amplification structures with narrow bandgaps. At the same time, the transmission of this periodic structure obtained by the finite element method is highly consistent with that by the theoretical analysis, with a low-frequency band of 40–180 Hz, from which the new mechanism presented here is verified. This new idea of achieving low-frequency bandgap is of great theoretical significance for controlling low-frequency sound waves.

Keywords: negative modulus, acoustic metamaterial, low-frequency broadband PACS: 43.20.+g, 43.40.+s, 62.25.Jk DOI: 10.7498/aps.66.094301

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: ejhwu@mail.xjtu.edu.cn