

混有协同自适应巡航控制车辆的异质交通流稳定性解析与基本图模型

秦严严 王昊 王炜 万千

Stability analysis and fundamental diagram of heterogeneous traffic flow mixed with cooperative adaptive cruise control vehicles

Qin Yan-Yan Wang Hao Wang Wei Wan Qian

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 66, 094502 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.094502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.094502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I9>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

确定度分布条件下可变同配系数的算法构造与影响分析

[Algorithm design and influence analysis of assortativity changing in given degree distribution](#)

物理学报.2016, 65(9): 094503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.094503>

考虑自适应巡航车辆影响的上匝道系统混合交通流模型

[A hybrid traffic flow model with considering the influence of adaptive cruise control vehicles and on-ramps](#)

物理学报.2016, 65(8): 084503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.084503>

雨天高速公路车辆换道模型研究

[Study of highway lane-changing model under rain weather](#)

物理学报.2016, 65(6): 064501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.064501>

受碾区域内颗粒轴向流动特性的离散元模拟

[Granular axial flow characteristics in a grinding area studied by discrete element method](#)

物理学报.2015, 64(23): 234502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.234502>

驾驶员预估效应下车流能耗演化机理研究

[Analysis of evolution mechanism of traffic energy dissipation by considering driver's forecast effect](#)

物理学报.2015, 64(15): 154503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154503>

# 混有协同自适应巡航控制车辆的异质交通流稳定性解析与基本图模型\*

秦严严<sup>1)2)</sup> 王昊<sup>1)2)†</sup> 王炜<sup>1)2)</sup> 万千<sup>3)4)</sup>

1)(东南大学交通学院, 城市智能交通江苏省重点实验室, 南京 210096)

2)(现代城市交通技术江苏高校协同创新中心, 南京 210096)

3)(桂林电子科技大学, 桂林 541004)

4)(华蓝设计(集团)有限公司, 南宁 530011)

(2016年9月7日收到; 2016年12月27日收到修改稿)

针对传统车辆和协同自适应巡航控制(cooperative adaptive cruise control, CACC)车辆构成的异质交通流, 研究其稳定性与基本图模型。应用实车测试验证的CACC模型和智能驾驶员模型(intelligent driver model)分别作为CACC车辆和传统车辆的跟驰模型, 建立异质流稳定性解析框架, 研究不同平衡态速度、不同CACC车辆比例时的异质流稳定性。推导异质流基本图模型, 并进行数值仿真实验。研究结果表明, 在传统车辆稳定的速度范围, 异质流处于稳定状态。在传统车辆不稳定的速度范围, CACC车辆比例增加以及平衡态速度远离9.6—18.6 m/s速度范围, 均能够改善异质流的不稳定性。通行能力随着CACC车辆比例的增加而提高。此外, CACC模型的期望车间时距越大, 异质流稳定域越大, 但通行能力降低。因此, 恒定车间时距CACC控制策略下的期望车间时距取值应权衡异质流稳定域和通行能力两个方面的影响。

**关键词:** 异质交通流, 稳定性解析, 协同自适应巡航控制, 基本图

**PACS:** 45.70.Vn, 89.40.-a

**DOI:** 10.7498/aps.66.094502

## 1 引言

协同自适应巡航控制(cooperative adaptive cruise control, CACC)是一种重要的自动驾驶汽车纵向控制技术, 该技术的发展促使传统车辆安装车车通信设备, 使得传统车辆和CACC车辆构成的异质交通流(后文简称为异质流)将会在未来长期存在。本文研究该异质流的车队线性稳定性(后文简称稳定性), 若车队下游扰动随时间向上游传播过程中被放大, 则称不稳定。国内外学者的理论研究和实测数据均表明<sup>[1–5]</sup>, 日常传统交通流往往车队不稳定, 而交通流的车队不稳定是造成交通拥堵产生的根本原因, 交通拥堵往往伴随着走停的交

通现象, 进而对交通安全、交通环境污染等产生负面影响。因此, 混有CACC车辆的异质流稳定性较大程度上决定了CACC技术对交通安全、交通能耗排放等交通工程方面的影响。

CACC稳定性的相关研究, 国外起步较早, 国内研究工作开展相对较晚。已有研究成果涉及CACC跟驰模型改进、模型稳定性分析以及对交通流特性影响等诸多方面<sup>[6–24]</sup>。然而这些研究成果中应用的CACC跟驰模型缺乏与实车实验的对比。此外, 这种异质流稳定性的解析研究较少, 鲜有文献对混有CACC的异质流稳定性进行研究。

鉴于此, 本文应用加州伯克利大学PATH实验室通过实车实验标定的CACC模型<sup>[20]</sup>, 在

\* 国家自然科学基金(批准号: 51478113, 51508122)、东南大学优秀青年教师教学科研资助项目(批准号: 2242015R30028)和广西科技攻关计划(批准号: 桂科攻15248002-10)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: haowang@seu.edu.cn

Ward [25] 推导的异质流不稳定条件基础上, 针对混有CACC车辆的异质流, 建立稳定性解析框架, 研究不同平衡态速度、不同CACC车辆比例时的异质流稳定性. 推导异质流基本图模型, 并进行数值仿真实验. 依据研究结果为恒定车间时距CACC控制策略的期望车间时距取值提供参考.

## 2 跟驰模型

本文选取应用广泛的智能驾驶员模型(intelligent driver model, IDM)和PATH实验室通过实车测试数据标定的CACC模型分别作为传统车辆和CACC车辆的跟驰模型. 通过跟驰模型的稳定性分析, 确定传统车辆和CACC车辆各自稳定的速度范围.

### 2.1 IDM

IDM由Treiber等[26]于2000年提出, 模型表达式如下:

$$\dot{v} = a \left[ 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right)^4 - \left( \frac{s_0 + vT + \frac{v\Delta v}{2\sqrt{ab}}}{h - L} \right)^2 \right], \quad (1)$$

式中 $a$ 为最大加速度,  $v$ 为当前速度,  $v_f$ 为自由流速度,  $s_0$ 为最小安全间距,  $T$ 为安全车头时距,  $\Delta v$ 为本车与前车的速度差,  $b$ 为舒适减速度,  $h$ 为车头间距,  $L$ 为车长. 被广泛应用于传统车辆跟驰模型的参数取值如表1所列[20,27].

表1 IDM参数取值

Table 1. IDM parameters and their typical values.

参数	取值
$a/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	1
$v_f/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	33.3
$s_0/\text{m}$	2
$T/\text{s}$	1.5
$b/\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	2
$L/\text{m}$	5

### 2.2 CACC模型

PATH实验室依据CACC上层控制结构提出CACC模型[7,20], 并通过实车实验标定模型参数. 实车实验表明[20], 该CACC模型可较好地反映目

前CACC控制技术水平下的CACC车辆跟驰特性, 由于CACC车辆跟驰特性并不取决于驾驶员差异性, 因此该CACC模型同样可适用于我国交通流特性研究. CACC模型表达式如下:

$$\begin{cases} v = v_{\text{prev}} + k_p e + k_d \dot{e}, \\ e = h - s_0 - L - t_c v, \end{cases} \quad (2)$$

式中 $v_{\text{prev}}$ 为上一时刻速度,  $e$ 为实际车间距与期望车间距的误差,  $\dot{e}$ 表示车间距误差的微分,  $h$ 为车头间距,  $s_0$ 为最小安全间距,  $L$ 为车长,  $t_c$ 为期望车间时距,  $k_p$ 和 $k_d$ 为控制系数. 实车测试对CACC模型的标定结果为[20]:  $k_p = 0.45$ ,  $k_d = 0.25$ .

PATH的CACC模型通过实车实验标定参数后, 通过控制车间距误差及其微分项为零, 实现恒定期望车间时距的控制策略. 在恒定车间时距控制策略下, 依据PATH实施的实车实验[28], 期望车间时距 $t_c$ 的取值如表2所列.

表2 期望车间时距 $t_c$ 的取值及接受比例

Table 2. Desired time gaps  $t_c$  and its acceptance ratio.

车间时距 $t_c/\text{s}$	驾驶人接受比例 /%
0.6	57.0
0.7	24.0
0.9	7.0
1.1	12.0

### 2.3 模型稳定性

跟驰模型车队线性稳定性的研究方法较多[29–35], 文献[30]将跟驰模型表达式统一为加速度控制公式, 给出了模型不稳定条件:

$$\frac{1}{2}(f_v)^2 - f_{\Delta v}f_v - f_h < 0, \quad (3)$$

式中 $f_v$ ,  $f_{\Delta v}$ ,  $f_h$ 分别为模型公式对速度、速度差、车头间距的偏微分. 若满足(3)式, 则交通流不稳定.

为了使CACC模型满足文献[30]中对模型公式表达的要求, 对(2)式中速度项进行一阶泰勒展开, 可得到加速度控制公式:

$$\dot{v} = \frac{k_p(h - s_0 - L - t_c v) + k_d \Delta v}{\Delta t + k_d t_c}, \quad (4)$$

式中 $\Delta t$ 为速度更新时间间隔, 依据PATH实车实验[7,20], 取为0.01 s.

根据(1)和(4)式, 求得IDM和CACC模型相对速度、速度差、车头间距的偏微分, 分别如(5)和

(6)式所示, 其中 $f^I$ 和 $f^C$ 分别代表IDM和CACC模型:

$$\begin{cases} f_v^I = -\frac{4av^3}{v_f^4} - \frac{2aT[1-(v/v_f)^4]}{s_0 + vT}, \\ f_{\Delta v}^I = \sqrt{\frac{a}{b}} \frac{v[1-(v/v_f)^4]}{s_0 + vT}, \\ f_h^I = 2a \frac{[1-(v/v_f)^4]\sqrt{1-(v/v_f)^4}}{s_0 + vT}; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} f_v^C = -\frac{k_p t_c}{\Delta t + k_d t_c}, \\ f_{\Delta v}^C = \frac{k_d}{\Delta t + k_d t_c}, \\ f_h^C = \frac{k_p}{\Delta t + k_d t_c}. \end{cases} \quad (6)$$

将(3)式中不等式左边不稳定条件的表达式记为 $F$ :

$$F = \frac{1}{2}(f_v)^2 - f_{\Delta v} f_v - f_h. \quad (7)$$

由(3), (5), (6)和(7)式, 可求得CACC模型的 $F$ 值不依赖于速度, 在 $t_c$ 取值如表2所列时, CACC模型 $F$ 取值如表3所列.

表3 CACC模型的 $F$ 值  
Table 3.  $F$  values of CACC model.

$t_c/s$	$F$ 数值
0.6	1.2480
0.7	1.3181
0.9	1.4036
1.1	1.4529

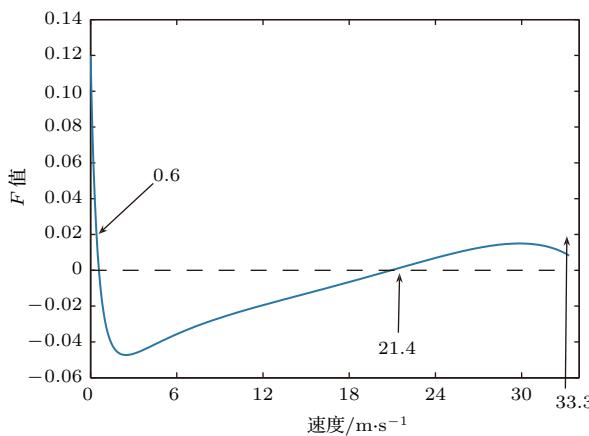


图1 传统车辆车队线性稳定性

Fig. 1. Linear stability of traditional vehicles strings.

由表3可以看出, 在不同的 $t_c$ 取值下,  $F$ 均大于0, 即CACC车辆在自由流速度范围内均稳定.

IDM在不同速度下的 $F$ 值如图1所示. 由图1可知, 传统车辆在0—0.6 m/s和21.4—33.3 m/s两个速度范围内稳定, 在0.6—21.4 m/s范围内不稳定. 这表明传统车辆交通流往往具有车队不稳定性, 与理论研究与实测结果相一致<sup>[3]</sup>.

### 3 异质流稳定性解析

根据2.3小节传统车辆车队线性稳定性, 将异质流车队线性稳定性解析分为两种情形: Case1和Case2. Case1的速度范围是0—0.6 m/s和21.4—33.3 m/s, 此时传统车辆稳定; Case2的速度范围是0.6—21.4 m/s, 此时传统车辆不稳定. CACC车辆在两种情形下均稳定. 针对Case1和Case2, 分别进行异质流稳定性解析, 同时对CACC模型的期望车间时距 $t_c$ , 依据表2中的实车实验结果进行敏感性分析.

#### 3.1 不稳定条件

依据文献[25], 异质流不稳定条件为

$$\sum_n \left[ \frac{1}{2}(f_v^n)^2 - f_{\Delta v}^n f_v^n - f_h^n \right] \left( \prod_{m \neq n} f_h^m \right)^2 < 0, \quad (8)$$

式中 $n$ 为车辆编号,  $f^n$ 为第 $n$ 辆车的模型控制公式. 依据文献[25]可知, (8)式得到的异质流不稳定条件属于车队线性稳定性判别, 其仅与车辆比例有关, 与车辆相对位置无关.

设异质流中共有 $N$ 辆车, CACC车辆数量比例为 $p$ ( $0 \leq p \leq 1$ ). 且用上标 $I$ 代表传统人工车辆, 上标 $C$ 代表CACC车辆, 则(8)式可被推广至混有CACC车辆的异质流中, 即

$$\begin{aligned} & N(1-p) \left[ \frac{1}{2}(f_v^I)^2 - f_{\Delta v}^I f_v^I - f_h^I \right] \\ & \times [(f_h^I)^{N(1-p)-1} (f_h^C)^{Np}]^2 \\ & + Np \left[ \frac{1}{2}(f_v^C)^2 - f_{\Delta v}^C f_v^C - f_h^C \right] \\ & \times [(f_h^I)^{N(1-p)} (f_h^C)^{Np-1}]^2 < 0. \end{aligned} \quad (9)$$

针对(9)式, 约去 $N$ 和 $[(f_h^I)^{N(1-p)} (f_h^C)^{Np}]^2$ , 可得到由传统人工车辆和CACC车辆这两种车型构成的异质交通流不稳定条件为

$$(1-p)S_I + pS_C < 0, \quad (10)$$

式中 $S_I$ 和 $S_C$ 分别为

$$\begin{cases} S_I = \frac{\frac{1}{2}(f_v^I)^2 - f_{\Delta v}^I f_v^I - f_h^I}{(f_h^I)^2}, \\ S_C = \frac{\frac{1}{2}(f_v^C)^2 - f_{\Delta v}^C f_v^C - f_h^C}{(f_h^C)^2}. \end{cases} \quad (11)$$

由(10)和(11)式可知, 异质流不稳定条件在  $p = 0$  和  $p = 1$  时, 分别退化为(3)式中的IDM和CACC模型的不稳定条件。根据2.3小节传统车辆和CACC车辆的稳定性, 对比(7)式和(11)式可知, 在Case1情形下,  $S_I > 0$  且  $S_C > 0$ ; 在Case2情形下,  $S_I < 0$  且  $S_C > 0$ 。为了便于解析的表达, 将(10)式的不稳定条件记为  $FF$ , 异质流不稳定条件可表达成关于CACC车辆比例的线性函数:

$$FF = (1 - p)S_I + pS_C = (S_C - S_I)p + S_I. \quad (12)$$

## 3.2 解析过程与结果

### 3.2.1 Case 1

由上述可知, Case1情形下, 传统车辆和CACC车辆均稳定。在(12)式中,  $p = 0$  时,  $FF = S_I > 0$ ;  $p = 1$  时,  $FF = S_C > 0$ 。则关于  $p$  的线性函数  $FF > 0$  恒成立, 即在 Case1 情形下, 任意 CACC 比例的异质流均稳定。

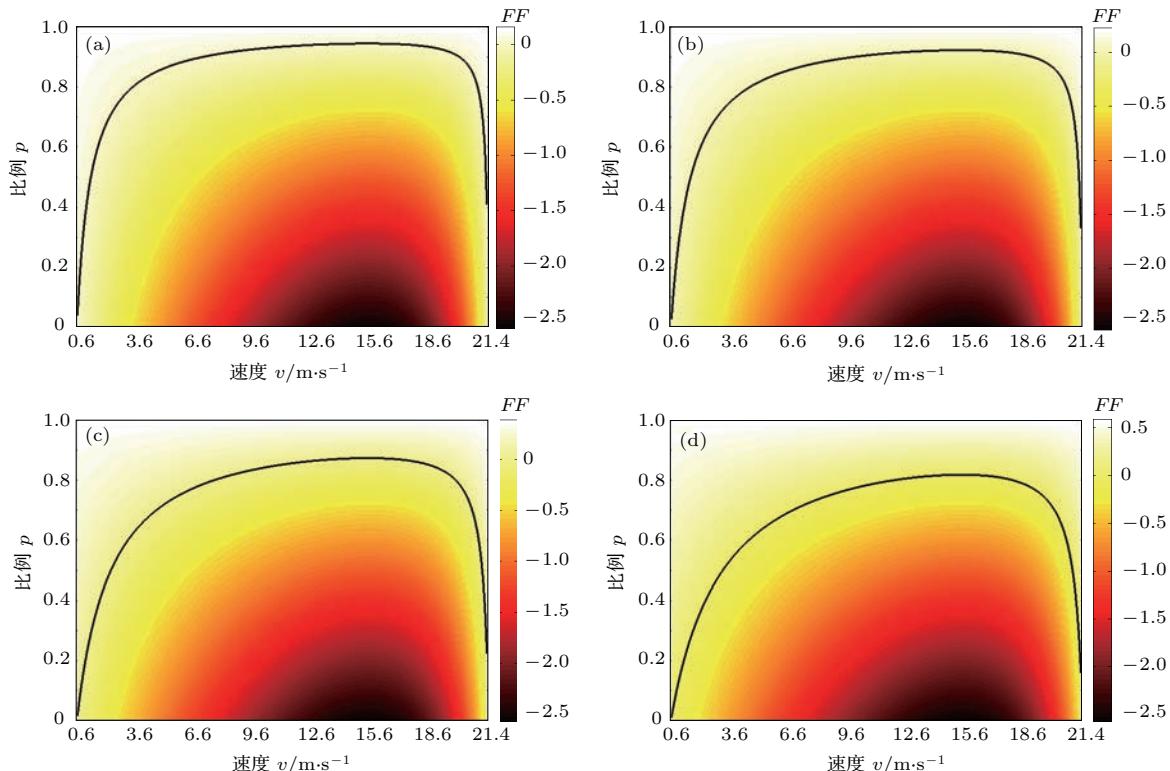


图3 (网刊彩色) 异质流稳定性随  $v$  和  $p$  变化的热力图 (a)  $t_c = 0.6$  s; (b)  $t_c = 0.7$  s; (c)  $t_c = 0.9$  s; (d)  $t_c = 1.1$  s

Fig. 3. (color online) Heat map of heterogeneous traffic flow stability vs.  $v$  and  $p$ : (a)  $t_c = 0.6$  s; (b)  $t_c = 0.7$  s; (c)  $t_c = 0.9$  s; (d)  $t_c = 1.1$  s.

### 3.2.2 Case 2

Case2情形下, 传统车辆不稳定, CACC车辆稳定。在(12)式中,  $p = 0$  时,  $FF = S_I < 0$ ;  $p = 1$  时,  $FF = S_C > 0$ , 且  $S_C - S_I > 0$ 。则关于  $p$  的线性函数  $FF$  的示意图见图2。

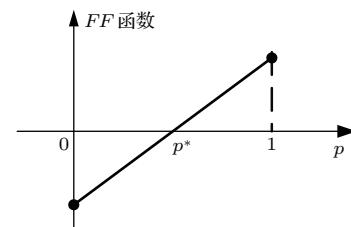


图2 Case2情形下异质流的稳定性示意图

Fig. 2. Diagram of heterogeneous traffic flow stability in Case2.

由图2可知, Case2情形下, 随着CACC车辆比例的增高, 异质流的稳定性有如下趋势: 1)  $0 \leq p < p^*$  时, 异质流处于不稳定状态, 随着CACC车辆比例的增加, 不稳定性逐步得到改善; 2)  $p^* \leq p \leq 1$  时, 异质流达到稳定状态。图2中  $p^*$  的值为

$$p^* = -S_I / (S_C - S_I). \quad (13)$$

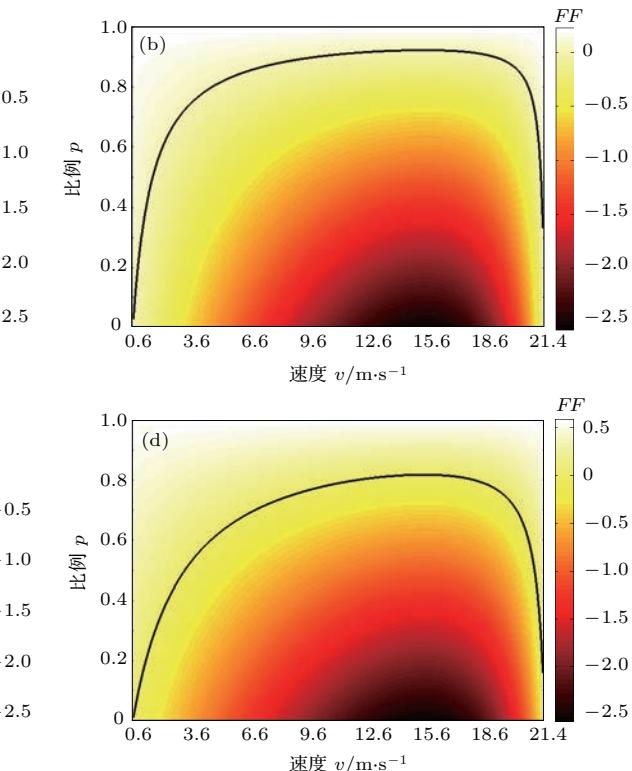


图2 Case2情形下异质流的稳定性示意图

Fig. 2. Diagram of heterogeneous traffic flow stability in Case2.

为了量化在不同速度下异质流稳定时的CACC车辆比例临界值 $p^*$ , 以及直观地看出异质流的稳定域, 在表2中的 $t_c$ 取值下, 依据(5), (6), (11)和(12)式, 计算不稳定条件 $FF$ 关于速度 $v$ 和CACC车辆比例 $p$ 的值, 并依据(13)式, 计算不同速度 $v$ 下的 $p^*$ 值, 结果如图3所示. 在图3中, 黑色曲线为不同速度 $v$ 下的 $p^*$ 值, 黑色曲线上方, 对应 $v$ 和 $p$ 时的异质流稳定, 称为异质流的稳定域.

由图3可以看出, 异质流的稳定性由CACC车辆比例 $p$ 和平衡态速度 $v$ 决定, 异质流的不稳定域范围较大, CACC车辆比例的增加和平衡态速度远离9.6—18.6 m/s速度范围, 均可提升异质流的不稳定性. 此外, 随着 $t_c$ 值的增加, 异质流稳定域呈现扩大的趋势. 这表明在PATH实车实验条件下, 增大CACC控制模型的期望车间时距, 可增大异质流稳定域.

## 4 异质流基本图

推导异质流基本图模型, 并进行数值仿真实验. 针对CACC模型的期望车间时距 $t_c$ 值, 进行参数敏感性分析.

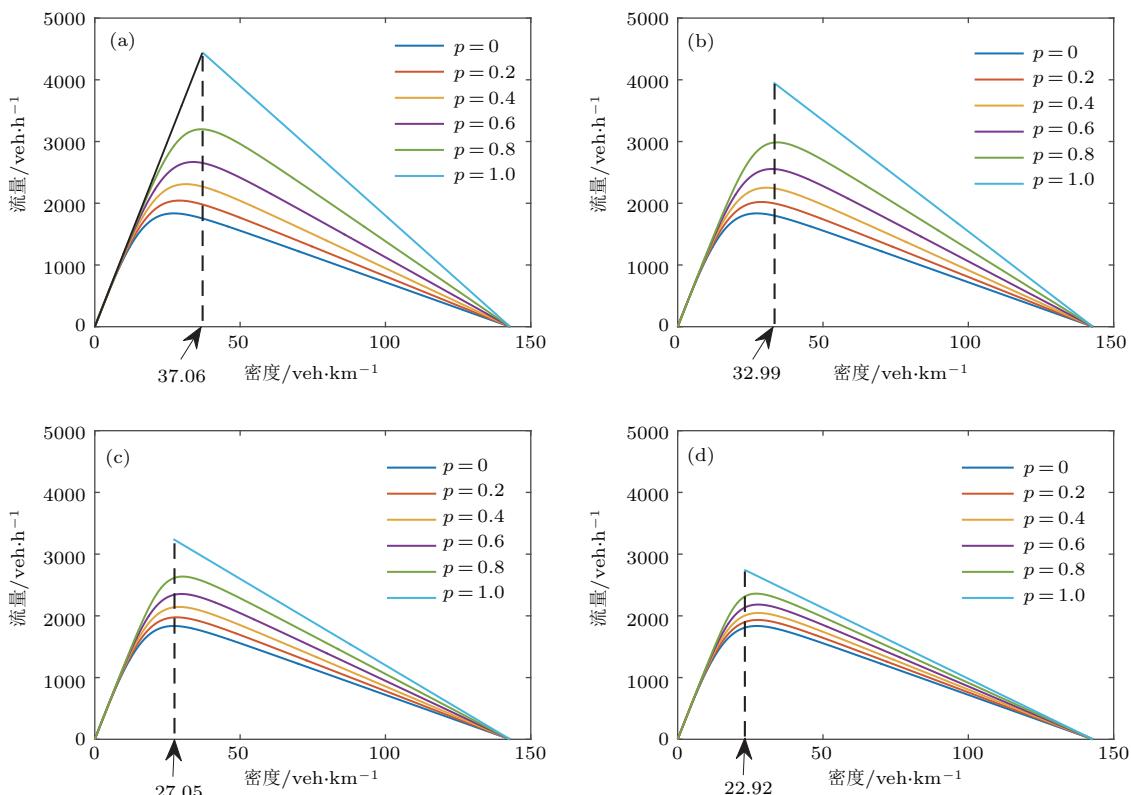


图4 (网刊彩色) 流量与密度基本图曲线 (a)  $t_c = 0.6$  s; (b)  $t_c = 0.7$  s; (c)  $t_c = 0.9$  s; (d)  $t_c = 1.1$  s  
Fig. 4. (color online) Curves of flow-density fundamental diagram: (a)  $t_c = 0.6$  s; (b)  $t_c = 0.7$  s; (c)  $t_c = 0.9$  s; (d)  $t_c = 1.1$  s.

## 4.1 解析计算

令(1)和(4)式中的速度差和加速度为零, 得到传统车辆和CACC车辆在平衡态时的车头间距:

$$\begin{cases} h_I^* = \frac{s_0 + vT}{\sqrt{1 - (v/v_f)^4}} + L, \\ h_C^* = vt_c + L + s_0, \end{cases} \quad (14)$$

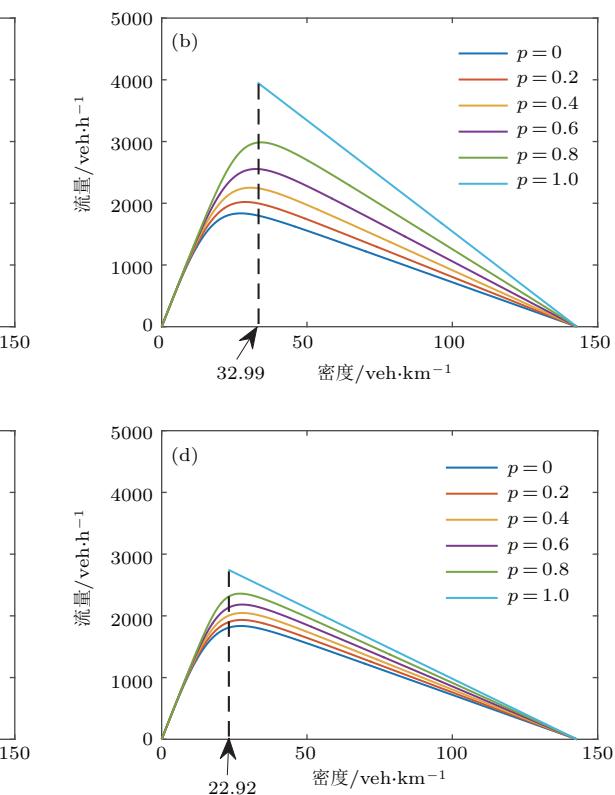
式中 $h_I^*$ 和 $h_C^*$ 分别为传统车辆和CACC车辆的平衡态车头间距. 设单车道道路上共有 $N$ 辆车, 则道路长度 $L_r$ 为所有车辆平衡态车头间距之和:

$$L_r = N(1 - p)h_I^* + Nph_C^*. \quad (15)$$

由(14)和(15)式, 根据密度定义, 求得异质流密度 $k$ 与速度 $v$ 的基本图模型:

$$k = \left\{ \left[ vt_c + s_0 - \frac{s_0 + T v}{\sqrt{1 - (v/v_f)^4}} \right] p + \left[ \frac{s_0 + T v}{\sqrt{1 - (v/v_f)^4}} + L \right] \right\}^{-1}. \quad (16)$$

根据(16)式以及流量、密度和速度之间的基本关系式,  $t_c$ 依据表2取值, 可计算自由流速度范围以内、不同CACC车辆比例时的流量与密度基本图曲线, 如图4所示.



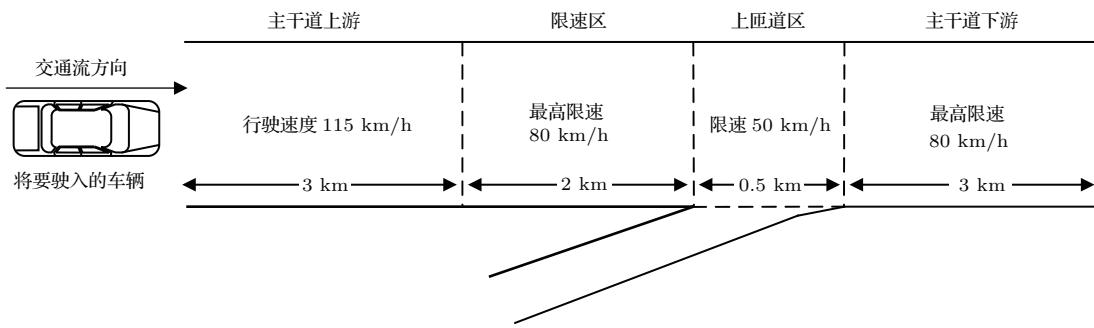
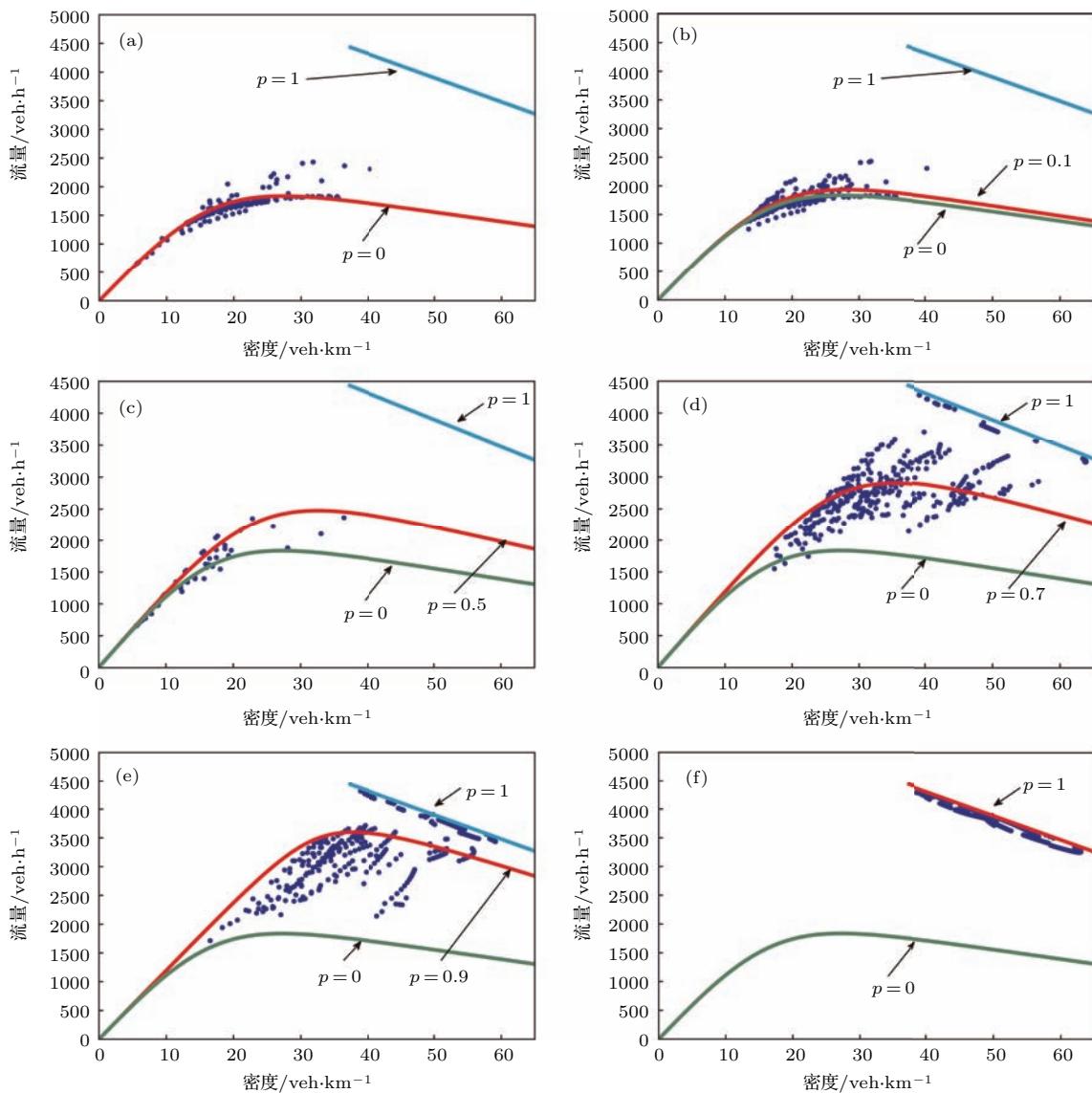


图 5 仿真路段示意图

Fig. 5. Schematic configuration of road section in simulation.

图 6 (网刊彩色) 基本图仿真结果 ( $t_c = 0.6$  s) (a)  $p = 0$ ; (b)  $p = 0.1$ ; (c)  $p = 0.5$ ; (d)  $p = 0.7$ ; (e)  $p = 0.9$ ; (f)  $p = 1$ Fig. 6. (color online) Simulation results of fundamental diagram ( $t_c = 0.6$  s): (a)  $p = 0$ ; (b)  $p = 0.1$ ; (c)  $p = 0.5$ ; (d)  $p = 0.7$ ; (e)  $p = 0.9$ ; (f)  $p = 1$ .

以图 4(a) 为例, 全部是 CACC 车辆、速度为自由流速度(黑色实线的斜率)时, 根据(16)式计算出最低密度为 37.06 veh/km, 因此, 纯 CACC 车辆交

通流密度范围处于黑色虚线右侧。这表明纯 CACC 车辆的交通流能够在较低密度下以自由流速度行驶, 可有效缩短跟车时距。而传统车辆交通流以自

由流速度行驶时, 密度无限接近于 0 veh/km. 因此, 在同一  $t_c$  取值下, 随着 CACC 车辆比例的增加, 基于基本图模型得到的通行能力逐渐增加.

此外, 由图 4 中  $t_c$  取不同值时的基本图可以看出, 在同一 CACC 车辆比例下, 随着  $t_c$  值的增加, 通行能力呈减小趋势. 这表明增大 CACC 模型的期望车间时距, 不利于交通流通行能力的提高.

## 4.2 数值仿真

针对异质流基本图进行数值仿真研究, 仿真实验路段为含有限速区与上匝道的单车道路段, 如图 5 所示. 为了获取不同 CACC 车辆比例下能够达到的最大流量, 图 5 中的主干道上游交通需求不受限制, 依据 CACC 车辆比例随机地驶入传统车辆或 CACC 车辆, 依据文献 [28], 初始时刻车辆速度为 115 km/h, 后面新驶入车辆的速度为其最前方车辆的瞬时速度, 当新车辆距离车队尾车的车间距超过其期望车间距时, 驶入路段. 仿真实验中关注匝道汇入行为对主路车流的影响, 采取对主路车流在匝道区进行随机减速的模拟机制, 且减速范围参照文献 [36]. 当车辆行驶超出匝道下游 3 km 时, 离开仿真系统. 在路段限速区和匝道合流区的上下游 500 m 范围内布设虚拟检测器, 检测器间隔为 100 m, 仿真中以 5 min 间隔进行交通流量和密度的统计, 仿真时间为 1 h, 仿真步长为 0.01 s. 本文数值仿真实验基于 MATLAB 软件.

在数值仿真中,  $t_c$  值取 0.6 s, CACC 车辆比例  $p$  分别为 0, 0.1, 0.5, 0.7, 0.9 和 1.0, 数值仿真结果如图 6 所示. 图 6 中的蓝色散点为仿真结果, 红色曲线为根据 (16) 式计算得到的基本图解析函数曲线, 最上方和最下方的两条曲线为 CACC 车辆交通流 ( $p = 1$ ) 和传统车辆交通流 ( $p = 0$ ) 的解析函数曲线. 基本图反映了交通流平衡态下的速度与车间距关系, 因此平衡态散点应处于  $p = 0$  和  $p = 1$  时的两条解析包络线以内. 但是由于仿真中虚拟检测器路段上的交通流存在速度波动, 难以达到理想条件下的平衡态, 因此仿真结果中存在非平衡态散点. 在交通流速度波动时, 传统车辆交通流前车加速行驶过程中, 后车对前车的加速特性存在反应延时, 致使车头间距大于平衡态车头间距, 使得密度降低, 这时的非平衡态散点处于  $p = 0$  解析曲线的下方. 而由于 PATH 实车实验验证的 CACC 模型对期望车间时距的控制误差较小<sup>[20]</sup>, 使得在交通流速度

波动过程中, CACC 车辆能够保持基本恒定的车间时距. 因此, 仅在两条解析包络线的下方出现非平衡态散点, 且随着 CACC 车辆比例  $p$  的增加, 包络线下方非平衡态散点呈现减少的趋势.

由图 6 中散点变化趋势可以看出, 异质流通行能力随 CACC 车辆比例  $p$  的增加而逐渐增大, 这与图 4(a) 中的基本图解析结果相一致. 针对同一 CACC 车辆比例  $p$ , 从散点的分布趋势与对应解析曲线的位置关系可以看出, 数值仿真结果与解析结果相一致.

## 5 结 论

本文应用 PATH 实车测试验证的 CACC 模型, 针对传统车辆和 CACC 车辆两种车型构成的异质流, 研究了其稳定性和基本图性质.

1) 建立了混有 CACC 车辆的异质流稳定性解析框架, 将复杂的异质流稳定性问题转变为简单线性函数性质的分析, 便于研究不同平衡态速度、不同 CACC 车辆比例时的异质流稳定性.

2) 在传统车辆稳定的速度范围, 异质流处于稳定状态. 在传统车辆不稳定的速度范围, 异质流的稳定性由 CACC 车辆比例和平衡态速度决定, 当 CACC 车辆比例增加以及平衡态速度远离 9.6—18.6 m/s 速度范围时, 异质流的不稳定性得到逐渐改善.

3) CACC 车辆交通流能够有效缩短跟车时距, 因此, CACC 车辆比例的增加, 可提高通行能力.

4) CACC 模型期望车间时距的参数敏感性分析表明, 期望车间时距增大时, 异质流稳定域增大, 但是通行能力降低. 因此, CACC 模型期望车间时距的取值需权衡异质流稳定域和通行能力两个方面的影响.

未来更多实车实验会促进 CACC 模型的改进, 届时异质流稳定性情况将会有区别, 但是仍然可以应用本文建立的解析框架进行研究. 此外, 本文假设传统车辆均安装车车通信设备, 在车车通信设备安装率不足 100% 时的情况较为复杂, 值得在后续工作中进一步研究.

## 参考文献

- [1] Tang T Q, Yi Z Y, Lin Q F 2017 *Physica A* **469** 200
- [2] Ranjitkar P, Nakatsuji T, Kawamura A 2005 *Transp. Res. Rec.* **1934** 22

- [3] Jiang R, Hu M B, Zhang H M, Gao Z Y, Jia B, Wu Q S 2015 *Transp. Res. Part B: Methodol.* **80** 338
- [4] Pueboobpaphan R, van Arem B 2010 *Transp. Res. Rec.* **2189** 89
- [5] Kerner B S 2016 *Physica A* **450** 700
- [6] Naus G J L, Vugts R P A, Ploeg J, Molengraft M J G, Steinbuch M 2010 *IEEE Trans. Veh. Technol.* **59** 4268
- [7] Milanés V, Shladover S E, Spring J, Nowakowski C, Kawazoe H, Nakamura M 2014 *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.* **15** 296
- [8] Milanés V, Villagrá J, Pérez J, González C 2012 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **59** 620
- [9] Jin I G, Orosz G 2014 *Transp. Res. C* **46** 46
- [10] Tang T Q, Chen L, Yang S C, Shang H Y 2015 *Physica A* **430** 148
- [11] Ge H X, Cui Y, Zhu K Q, Cheng R J 2015 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **22** 903
- [12] Ge H X, Zheng P J, Wang W, Cheng R J 2015 *Physica A* **433** 274
- [13] Tang T Q, Li J G, Yang S C, Shang H Y 2015 *Physica A* **419** 293
- [14] Sau J, Monteil J, Billot R, Faouzi N E E 2014 *Transp. B: Transp. Dyn.* **2** 60
- [15] Wang M, Daamen W, Hoogendoorn S P, van Arem B 2016 *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.* **17** 1459
- [16] van Arem B, van Driel C J G, Visser R 2006 *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.* **7** 429
- [17] Tang T Q, Xu K W, Yang S C, Ding C 2016 *Physica A* **441** 221
- [18] Jerath K, Brennan S N 2012 *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.* **13** 1782
- [19] Tang T Q, Yu Q, Yang S C, Ding C 2015 *Mod. Phys. Lett. B* **29** 1550157
- [20] Milanés V, Shladover S E 2014 *Transp. Res. C* **48** 285
- [21] Ge H X, Cheng R J, Li Z P 2008 *Physica A* **387** 5239
- [22] Yu S, Shi Z 2015 *Physica A* **428** 206
- [23] Hua X D, Wang W, Wang H 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 010502 (in Chinese) [华雪东, 王炜, 王昊 2016 物理学报 **65** 010502]
- [24] Hua X D, Wang W, Wang H 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 084503 (in Chinese) [华雪东, 王炜, 王昊 2016 物理学报 **65** 084503]
- [25] Ward J A 2009 *Ph. D. Dissertation* (Bristol: University of Bristol)
- [26] Treiber M, Hennecke A, Helbing D 2000 *Phys. Rev. E* **62** 1805
- [27] Kesting A, Treiber M, Schönhof M, Helbing D 2008 *Transp. Res. C* **16** 668
- [28] Shladover S, Su D, Lu X Y 2012 *Transp. Res. Rec.* **2324** 63
- [29] Ma X, Zheng W F, Jiang B S, Zhang J Y 2016 *Chin. Phys. B* **25** 108902
- [30] Wilson R E 2008 *Phil. Trans. R. Soc. A* **366** 2017
- [31] Zheng Y Z, Cheng R J, Lu Z M, Ge H X 2016 *Chin. Phys. B* **25** 060506
- [32] Zheng W F, Zhang J Y 2015 *Chin. Phys. B* **24** 058902
- [33] Ge H X, Meng X P, Zhu K Q, Cheng R J 2014 *Chin. Phys. Lett.* **31** 080505
- [34] Tang T Q, Li C Y, Huang H J 2010 *Phys. Lett. A* **374** 3951
- [35] Liu Y J, Zhang H L, He L 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 104502
- [36] Oh S, Yeo H 2012 *Transp. Res. Rec.* **2286** 111

# Stability analysis and fundamental diagram of heterogeneous traffic flow mixed with cooperative adaptive cruise control vehicles\*

Qin Yan-Yan<sup>1)2)</sup> Wang Hao<sup>1)2)†</sup> Wang Wei<sup>1)2)</sup> Wan Qian<sup>3)4)</sup>

1) (Jiangsu Key Laboratory of Urban ITS, School of Transportation, Southeast University, Nanjing 210096, China)

2) (Jiangsu Province Collaborative Innovation Center of Modern Urban Traffic Technologies, Nanjing 210096, China)

3) (Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

4) (Hualan Design and Consulting Group, Nanning 530011, China)

(Received 7 September 2016; revised manuscript received 27 December 2016 )

## Abstract

This paper is aimed at building a framework for string stability analysis of traffic flow mixed with different cooperative adaptive cruise control (CACC) market penetration rates. In addition to the string stability, the fundamental diagram of the mixed flow is also taken into consideration for evaluating the effect of CACC vehicles on capacity.

In order to describe the car-following dynamics of real CACC vehicles, the CACC model proposed by PATH is employed, which is validated by real experimental data. The intelligent driver model (IDM) is used as a surrogate car-following model for traditional manual driven vehicles. Based on the guidelines proposed by Ward [Ward J A 2009 *Ph. D. Dissertation* (Bristol: University of Bristol)], a framework is developed for the analytical investigation of heterogeneous traffic flow string stability. The framework presented considers the instability condition of traffic flow as a linear function of CACC market penetration rate. Following the framework, the string stabilities of the mixed traffic flow under different CACC market penetration rates and equilibrium velocities are analyzed. For fundamental diagram of the heterogeneous traffic flow, the equilibrium velocity-spacing functions of manual vehicles and CACC vehicles are obtained respectively based on car-following model. Then, the fundamental diagram of the density-velocity relationship of the heterogeneous traffic flow is derived based on the definition of traffic flow density. In addition, the theoretical fundamental diagram is plotted to show the property of traffic throughput. The numerical simulations are also carried out in order to investigate the effect of CACC vehicle on the characteristics of fundamental diagram. Besides, sensitivity analyses on CACC desired time gap are conducted for both string stability and fundamental diagram.

Analytical studies and simulation results are as follows. 1) The heterogeneous traffic flow is stable for different equilibrium velocities and CACC market penetration rates, if manual driven vehicles are stable. Otherwise, the instability of traditional traffic flow is improved gradually with the increase of the CACC market penetration rate. Additionally, the stability will become better when equilibrium velocity is away from the velocity range of 9.6–18.6 m/s. 2) Because CACC vehicles can travel at free-flow speed in a relatively small headway, CACC vehicles can improve the capacity of heterogeneous traffic flow. 3) The results of sensitivity analysis indicate that with the increase of the CACC desired time gap, the stable region of heterogeneous traffic flow increases. However, the capacity of the fundamental diagram drops. Therefore, the value of the desired time gap should be determined with considering the effects of the two aspects on the heterogeneous traffic flow. It is noted that the CACC model used in this paper is based on the current state-of-the-art real CACC vehicle experiments. In the future, more experimental observations will yield new CACC models. However, the framework presented in this paper can still be used for the analytical investigation of string stability of the heterogeneous traffic flow at that time.

**Keywords:** heterogeneous traffic flow, stability analysis, cooperative adaptive cruise control, fundamental diagram

**PACS:** 45.70.Vn, 89.40.-a

**DOI:** 10.7498/aps.66.094502

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51478113, 51508122), the Foundation for Excellent Young Scientists of Southeast University, China (Grant No. 2242015R30028), and the Guangxi Science and Technology Project, China (Grant No. 15248002-10).

† Corresponding author. E-mail: haowang@seu.edu.cn