

基于 Pareto 优化理论的多目标超椭梯度线圈设计

潘辉 王亮 王强龙 陈利民 贾峰 刘震宇

Design of super-elliptical gradient coils based on multiple objective Pareto optimization method

Pan Hui Wang Liang Wang Qiang-Long Chen Li-Min Jia Feng Liu Zhen-Yu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 098301 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.098301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.098301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I9>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

不同粒径 Janus 微球的自驱动: 实验及驱动机制对比

Two different self-propulsion types of Janus microspheres: from the comparative experiments and driving mechanisms

物理学报.2016, 65(22): 220201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.220201>

基于边界元方法的超导核磁共振成像设备高阶轴向匀场线圈优化算法

Optimization of magnetic resonance imaging high-order axial shim coils using boundary element method

物理学报.2016, 65(21): 218301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.218301>

广义平面应变锂离子电池柱形梯度材料颗粒电极中扩散诱导应力分析

Stress analysis of a cylindrical composition-gradient electrode of lithium-ion battery in generalized plane strain condition

物理学报.2016, 65(10): 100201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.100201>

超椭圆柱面梯度线圈设计

Design of gradient coils on super-elliptical cylindrical surfaces

物理学报.2014, 63(23): 238301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.238301>

结合振动控制的柱面纵向梯度线圈目标场设计方法

A target field method for designing cylindrical z-gradient coil combined with vibration control

物理学报.2014, 63(1): 018301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.018301>

基于Pareto优化理论的多目标超椭梯度线圈设计*

潘辉¹⁾²⁾ 王亮¹⁾ 王强龙¹⁾ 陈利民¹⁾²⁾ 贾峰³⁾ 刘震宇^{1)†}

1)(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033)

2)(中国科学院大学, 北京 100039)

3)(德国弗莱堡大学医学院医学中心放射学系医学物理科, 弗莱堡 79110)

(2016年12月21日收到; 2017年2月6日收到修改稿)

磁共振系统梯度线圈设计是一个多目标优化问题, 在设计时需要综合考虑能耗、磁场能、线性度等设计要求. 这些设计要求通常难以同时获得极小解, 因此在设计梯度线圈时需要权衡线圈的各方面的设计需求. 本文基于柱面可展性和流函数设计方法, 结合 Pareto 优化方法实现了在超椭圆柱设计表面上梯度线圈的多目标设计. 分别分析了磁场能、能耗目标对梯度线圈线性度、线圈构型的影响; 并在 Pareto 解空间中分析各目标的相互变化关系, 通过数值算例验证了该方法在超椭梯度线圈设计时的有效性与灵活性. 优化结果显示, 在满足线性度误差小于 5%, 能耗与磁场能分别小于用户设定值的设计约束下, 梯度线圈的多目标设计存在多个局部优化解. 该方法可以直观地比较相同目标函数值的情况下各单目标的具体表现, 有利于实现不同的设计要求下梯度线圈的最终定型设计.

关键词: 梯度线圈, 流函数, 超椭圆柱面, Pareto 优化

PACS: 83.85.Fg, 02.60.Cb, 87.55.de, 45.10.Db

DOI: 10.7498/aps.66.098301

1 引言

磁共振成像作为一种非介入式影像技术, 能够反映物体内部的层次结构. 在过去的几十年, 磁共振成像已经成为医疗诊断、生物研究、材料研究等领域的重要途径之一. 磁共振成像是利用预先定义的可控磁场(如线性梯度磁场)来编码信号的空间位置信息^[1]. 因此磁场的线性度、均匀度、强度将直接影响设备成像的效果. 梯度磁场由线圈产生, 通常布置在圆柱表面上, 但为了更好地满足医疗需求, 本文采用在超椭圆柱表面上设计梯度线圈的方法, 以期减少被检测者的幽闭恐惧症^[2].

现有梯度线圈的主要研究方法有目标场法和流函数法. 目标场法在 1986 年由 Tuner 首先提出, 结合 Fourier 变换求解电流密度^[3,4]. 在此基础上, 该方法被应用到双平面、圆柱面等设计表面; 文

献^[5—9]进一步发展了圆柱面等简单规则设计曲面的目标场法. 流函数法^[10—13]是基于有限元离散求解的思想, 更适应于复杂曲面的梯度线圈设计. 现有的算法实现方式主要有直接法、镜像法和有限元法^[14]; 王秋良课题组^[15,16]在此基础上进一步实现了算法的改进与快速计算. 近二十几年的发展中, 梯度线圈的设计研究在磁场线性度、均匀性方面有了很大的进展^[17,18], 但成像响应时间、能耗、振动与噪音等性能指标仍需要进一步优化, 从而提高仪器的效率. 响应时间与电感直接相关, 降低线圈总电感值不仅可以减少能耗, 还可以减小磁场的涡流效应. 本文利用流函数法以梯度线圈的电感值、能耗等为优化目标进行设计研究, 从而减小线圈响应时间, 降低能耗.

为了提供更好的性能和患者使用时的舒适度, 理想的线圈同时具有最小的磁场能、最高的电磁转

* 国家自然科学基金(批准号: 51675506, 51275504)、吉林省科技发展计划(批准号: 20140519007JH)和欧洲研究理事会 ERC 启动基金 RANGEmri 282345 项目资助的课题.

† 通信作者. E-mail: liuzy@ciomp.ac.cn

化率、最小的电阻、较好的磁场线性度、较短的响应时间以及较低的由洛伦兹力引起的噪音等性能. 然而, 该问题并不存在一个同时使所有目标性能最优的解, 而是可能存在一系列权衡各性能的局部最优解. 因此需要同时优化多个目标来获取更好的综合性能. 另一方面, 梯度线圈设计问题属于多目标问题 [17-25], 以单个磁场线性度为目标来求解具有不存在惟一解、线型振荡等问题. 之前的研究中, 为避免这类问题采用 Tikhonov 正则化方法构建目标函数 [2], 但该方法并无对应的实际物理意义. 本文结合 Pareto 优化理论 [23] 对磁共振系统梯度线圈的线性度、能耗、磁场能等多目标进行优化分析.

2 理论方法

目前, 磁共振梯度线圈的设计方法主要可分为目标场法和流函数法. 相对于目标场法, 流函数法具有更加灵活、适应复杂设计曲面的优势. 本文采用流函数法进行分析计算. 梯度线圈设计是一个多目标优化问题, 需综合考虑磁场的线性度、磁场能、线圈的能耗等因素.

2.1 流函数法

流函数法相对于目标场法将电流密度的矢量求解转化为流函数 ψ 的标量求解, 简化了求解过程, 更适应于超椭等复杂曲面的线圈设计. 故本文采用流函数法在超椭圆柱设计表面 (图 1) 上进行线圈的优化设计, 电流密度 \mathbf{J} 可表示为

$$\mathbf{J} = \nabla \times (\psi \cdot \mathbf{n}_e), \quad (1)$$

其中, $\mathbf{n}_e = (n_{ex}, n_{ey}, 0)$ 是超椭圆设计表面 [2] $(x/a)^{2/m} + (y/b)^{2/n} = 1$ 的单位外法向量; n_{ex}, n_{ey} 分别是单位外法向量 \mathbf{n}_e 的 x, y 方向分量; a, b 分别是超椭圆的长短半轴的半轴长; $m, n \in (0, 1]$.

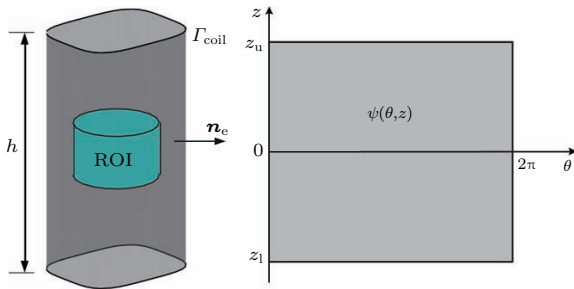


图 1 超椭圆设计表面与 ROI 及设计表面的展开面

Fig. 1. Current-carrying surface Γ_{coil} , ROI, and the developed design surface.

根据 Biot-Savart 定律, 目标区域 (region of interest, ROI) 内第 i 点的磁场强度 z 方向分量可表示为

$$B_z(r_i, \theta_i, z_i) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_0^{2\pi} \frac{J_y(\theta, z)R_C - J_x(\theta, z)R_S}{[R_C^2 + R_S^2 + (z - z_i)^2]^{\frac{3}{2}}} dl dz, \quad (2)$$

其中,

$$J_x(\theta, z) = -\frac{\partial \psi}{\partial z} n_{ey},$$

$$J_y(\theta, z) = \frac{\partial \psi}{\partial z} n_{ex},$$

$$R_C = a |\cos \theta|^m \text{sign}(\cos \theta) - r_i \cos \theta_i,$$

$$R_S = b |\sin \theta|^n \text{sign}(\sin \theta) - r_i \sin \theta_i,$$

$$dl = [(am \sin \theta)^2 \cos \theta]^{2m-2} + (bn \cos \theta)^2 |\sin \theta|^{2n-2}]^{1/2} d\theta,$$

z_u, z_l 分别是超椭圆柱面 Z 轴向上的上下边界; (r_i, θ_i, z_i) 是 ROI 的场点坐标, (θ, z) 是超椭圆设计表面展开坐标.

利用有限单元法分片逼近的思想 [2], 超椭圆柱面展开平面上的流函数 ψ 可表示为

$$\psi = \sum_{j=1}^v \varphi_j N_j, \quad (3)$$

其中 φ_j 为各节点值, N_j 为插值函数, v 是设计表面 Γ_{coil} 上各节点的自由度总和.

2.2 梯度线圈设计目标和约束

本文中根据梯度线圈的性能的重要性以及病人的舒适度, 在超椭圆柱设计表面上对梯度线圈的线性度、能耗和磁场能进行了多目标优化.

2.2.1 磁场强度与线性度

磁共振系统成像的原理在于利用线性的梯度磁场 G_x, G_y, G_z 来区分不同空间位置的磁共振信号, 实现空间定位 [1]. 梯度线圈产生的磁场分布逼近目标梯度磁场分布是实现其定位功能的基本要求. 因此, 在已有的梯度线圈优化模型中, 都将 ROI 内真实磁场强度 z 分量的真实值 B_z 与理想值 B_z^* 的偏离值和作为优化的主要设计目标, 可表达为

$$f_B = \int_{\Omega_{ROI}} (B_z - B_z^*)^2 d\Omega_{ROI}. \quad (4)$$

磁场线性度在工程中是衡量线圈成像质量的一个重要参数. 梯度磁场的线性度将直接影响到成

像的质量, 线性度越高, 空间定位越精确, 获得的图像质量就越好. 磁场线性度可用最大线性误差 $g_{\Delta B_z}$ 来衡量:

$$g_{\Delta B_z} = \frac{|B_z - B_z^*|}{|B_z^{\max}|} \times 100\%, \quad (5)$$

其中, B_z^{\max} 是 ROI 内 B_z 真实值中的最大值. 实际应用中通常要求在 ROI 内 $g_{\Delta B_z} < 5\%$.

2.2.2 梯度线圈能耗

梯度磁场需由梯度线圈通过电流驱动产生, 在此过程中会由于线圈的电阻产生大量的热量, 造成设备过热、能源消耗过多等. 因此在设计优化中, 将考虑由于线圈电阻产生的能耗, 从而提高线圈的电磁转换率. 在实际计算中, 线圈的能耗可表示为

$$f_P = \frac{1}{2\sigma t} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} |\mathbf{J}|^2 d\Gamma_{\text{coil}}, \quad (6)$$

其中, σ 为电导率, t 是导电层厚度.

根据能耗 f_P 与电阻 R 、电流 I 的关系, 可以求出表征线圈性能的重要参数之一线圈的电阻 R .

$$f_P = \frac{1}{2} I^2 R, \quad (7)$$

其中 I 线圈电流, 计算中一般取 $I = (\psi_{\max} - \psi_{\min})/N$, ψ_{\max} 和 ψ_{\min} 分别是流函数的最大值和最小值^[11], N 是线圈圈数.

2.2.3 梯度线圈磁场能

在磁共振设备工作时, 需频繁切换线圈的电流来达到成像定位的作用. 因此线圈的电感将直接影响到设备的响应速度与成像时间. 而磁场能的大小反映了线圈的电感值, 优化磁场能将等效于优化线圈电感^[4,19].

磁场能与电感的关系表达式:

$$f_E = \frac{1}{2} L I^2. \quad (8)$$

在该问题中磁场能可由(9)式求得

$$f_E = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} d\Omega, \quad (9)$$

其中, \mathbf{A} 是磁位移矢量. 由于在非设计区域 $\mathbf{J} = \mathbf{0}$, 所以磁场能可写成

$$f_E = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} d\Gamma_{\text{coil}}. \quad (10)$$

2.3 多目标优化

2.3.1 Pareto 多目标优化

实际工程问题的优化大多基于多约束条件下的多目标优化问题. 对于某些等式或不等式约束条

件, 可转化为辅助优化目标. 要得到满足各要求的优化解, 需对各个目标、约束进行权衡并建立适于求解的多目标函数形式^[26-28]. 多目标的一般函数形式为

$$\begin{aligned} \min: & \mathbf{F}(x) = [F_1(x), F_2(x), \dots, F_k(x)]^T, \\ \text{s.t.}: & g_j(x) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m), \\ & h_l(x) = 0 \quad (l = 1, 2, \dots, e), \end{aligned} \quad (11)$$

(11) 式中 $F_k(x)$ 为第 k 个子目标函数, $g_j(x)$ 为第 j 个不等式约束, $h_l(x)$ 为第 l 个等式约束. Pareto 优化^[23] 是指有且仅有 $x^* \in X$ 使得对于 $x \in X$ 有 $\mathbf{F}(x) \leq \mathbf{F}(x^*)$, 并且至少存在一个目标函数有 $F_i(x) \leq F_i(x^*)$, 则点 x^* 为 Pareto 优化. 当有且仅有 $x^* \in X$ 对于 $x \in X$ 不再存在 x 使得有 $\mathbf{F}(x) \leq \mathbf{F}(x^*)$, 则点 x^* 为弱 Pareto 优化. 若有 $F^o \in Z^k$, 如果对于每一个 $i = 1, 2, \dots, k$, 都存在 $F^o = \min_x \{F_i(x) | x \in X\}$, 则 x 为理想点.

多目标优化有一些用来判断评定优化方法最终效果的概念, 最常用的两种概念是多目标优化必要条件和充分条件. 如果一个多目标优化形式提供一个必要条件, 对于一个 Pareto 优化点, 则必为此多目标优化形式的解. 对于提供必要条件的多目标优化形式, 可通过调整参数来获得所有的 Pareto 优化点, 如果一个多目标优化形式提供一个充分条件, 则其解为 Pareto 优化, 但是一个确定的 Pareto 优化点可能无法获取.

2.3.2 梯度线圈的多目标优化

梯度线圈的优化需要综合考虑上述线性度、能耗、磁场能等目标及约束^[13], 可表达为

$$\begin{aligned} \min: & f(\varphi) = [f_B(\varphi), f_P(\varphi), f_E(\varphi)], \\ \text{s.t.}: & g_{\Delta B_z} < 5\%. \end{aligned} \quad (12)$$

多目标处理方法主要有: 全局加权准则法、加权和法、字典式法、加权最小最大法、指数加权法和加权积法等. 为了更好地分析各个目标参数, 本文采用加权和与归一化相结合的多目标处理方法^[24,25], 其表达形式为

$$\begin{aligned} f(\varphi) = & \omega_B \frac{f_B - f_{B \min}}{f_{B \max} - f_{B \min}} + \omega_P \frac{f_P - f_{P \min}}{f_{P \max} - f_{P \min}} \\ & + \omega_E \frac{f_E - f_{E \min}}{f_{E \max} - f_{E \min}}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\omega_B + \omega_P + \omega_E = 1,$$

$$\begin{aligned}
 f_{B \min} &= \int_{\Omega_{\text{ROI}}} (B_z - B_z^*)^2 d\Omega_{\text{ROI}}|_{\varphi=\varphi_{\text{opt}}}, \\
 f_{B \max} &= \int_{\Omega_{\text{ROI}}} (B_z - B_z^*)^2 d\Omega_{\text{ROI}}|_{\varphi=0}, \\
 f_{P \min} &= \frac{1}{2\sigma t} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} |\mathbf{J}|^2 d\Gamma_{\text{coil}}|_{\varphi=0}, \\
 f_{P \max} &= \frac{1}{2\sigma t} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} |\mathbf{J}|^2 d\Gamma_{\text{coil}}|_{\varphi=\varphi_{\text{opt}}}, \\
 f_{E \min} &= \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} \mathbf{J} \times \mathbf{A} d\Gamma_{\text{coil}}|_{\varphi=0}, \\
 f_{E \max} &= \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} \mathbf{J} \times \mathbf{A} d\Gamma_{\text{coil}}|_{\varphi=\varphi_{\text{opt}}},
 \end{aligned}$$

$\omega_B, \omega_P, \omega_E$ 分别是目标函数 f_B, f_P, f_E 的对应权重系数.

2.3.3 敏度分析

在优化过程中, 需要计算函数的敏度:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f}{\partial \varphi_j} &= \frac{\omega_B}{f_{B \max} - f_{B \min}} \frac{\partial f_B}{\partial \varphi_j} \\
 &+ \frac{\omega_P}{f_{P \max} - f_{P \min}} \frac{\partial f_P}{\partial \varphi_j} \\
 &+ \frac{\omega_E}{f_{E \max} - f_{E \min}} \frac{\partial f_E}{\partial \varphi_j}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

根据 (2) 和 (4) 式可求出线性度函数 f_B 的敏度:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_B}{\partial \varphi_j} &= \sum_{i=1}^p (B_{zi} - B_{zi}^*) \frac{\mu_0}{4\pi} \\
 &\times \int_{z_1}^{z_u} \int_0^{2\pi} \frac{\partial N_j}{\partial z} \frac{(n_{ex} R_C + n_{ey} R_S)}{[R_C + R_S + (z - z_i)]^{\frac{3}{2}}} dl dz, \quad (15)
 \end{aligned}$$

其中 p 是 ROI 离散点的总数. 根据 (6) 式, 能耗目标函数的流函数表达形式可写成

$$f_P = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi}^T \tilde{\mathbf{R}} \boldsymbol{\varphi}, \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\varphi} &= [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_v]^T, \\
 \tilde{R}_{ij} &= \frac{1}{t\sigma} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} \nabla \times (N_j \cdot \mathbf{n}_e) \cdot \nabla \times (N_i \cdot \mathbf{n}_e) d\Gamma_{\text{coil}} \\
 &(i, j = 1, 2, 3, \dots, v),
 \end{aligned}$$

对其求敏度

$$\frac{\partial f_P}{\partial \varphi_j} = \sum_{i=1}^v \tilde{R}_{ij} \varphi_i. \quad (17)$$

根据 (10) 式可推出磁场能目标可表示为

$$f_E = \boldsymbol{\varphi}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\varphi}, \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned}
 W_{jk} &= \frac{\mu_0}{8\pi} \int_{\Gamma_{\text{coil}}} \nabla \times (N_j \cdot \mathbf{n}_e) \\
 &\times \left[\int_{\Gamma'_{\text{coil}}} \frac{\nabla \times (N'_k \cdot \mathbf{n}_e)}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} d\Gamma'_{\text{coil}} \right] \\
 &\times d\Gamma_{\text{coil}} \quad (j, k = 1, 2, 3, \dots, v),
 \end{aligned}$$

对其求敏度

$$\frac{\partial f_E}{\partial \varphi_k} = \sum_{j=1}^v W_{jk} \varphi_j. \quad (19)$$

对于加权目标 $f(\boldsymbol{\varphi})$, 其敏度可由 (14) 式计算.

3 算例

本文以 y 方向梯度线圈设计为例在超椭圆柱设计表面进行多目标梯度线圈设计. 设定 ROI 磁场强度梯度的目标值 B_z^* 为 10 mT/s.

3.1 结合磁场能的优化

本小节只讨论磁场能与磁场线性度, 故能耗的权重系数 ω_P 取为 0, 目标函数可表达为

$$\begin{aligned}
 f(\boldsymbol{\varphi}) &= \omega_B \frac{f_B - f_{B \min}}{f_{B \max} - f_{B \min}} \\
 &+ \omega_E \frac{f_E - f_{E \min}}{f_{E \max} - f_{E \min}}, \quad (20)
 \end{aligned}$$

其中 $\omega_B + \omega_E = 1$.

为方便比较, 计算中以优化后的线圈 Coil0 为参照进行对比, 其中 Coil0 是磁场能权重系数 $\omega_E = 4.8 \times 10^{-4}$ 时的计算结果, 参数如表 1 所列.

由图 2(b) 可知在 Coil0 处有

$$\left. \frac{\partial f_B}{\partial f_E} \right|_{\text{Coil0}} = -10.11 \frac{f_{B0}}{f_{E0}}. \quad (21)$$

表 1 梯度线圈 Coil0 参数

Table 1. Parameters of the gradient coil, Coil0.

a/mm	b/mm	h/mm	ω_E	f_B/T^2	f_E/J	$g_{\Delta B_z}/\%$
45	36	270	4.8×10^{-4}	2.7164×10^{-9}	1.4891×10^{-4}	1.5862

如图 2 所示, 增加磁场能目标的权重值能够有效降低磁场能, 但随着磁场能权重系数的增加将导致线性度目标 f_B 的增加, 降低了线性度. 由 (21) 式可知在 Coil0 处磁场能降低 1% 将导致磁场线性度损失 10.11%; 然而磁场能与电感呈线性关系, 增加磁场能将导致电感增加, 进一步会增加磁共振系统的响应时间. 因此, 在设计中需综合考虑各因素, 针对设计需求进行优化设计.

磁场能目标除了能够优化磁场能的大小外, 还可以用来优化线圈的设计尺寸. 增加 ROI 的体积将导致磁场能增加. 在 ROI 尺寸不变时, 合理地降低线圈分布表面尺寸, 将提高磁共振系统的空间利用率, 提高磁共振系统的工作效率. 在本文中, 利用优化磁场能得到合理的线圈分布表面尺寸.

如图 3 所示, 随着线圈分布表面高度 h 的增加, 线性度与磁场能均减小, 在 h 增加到 180 mm 时, 磁场能与场强线性度趋于平缓; 当 h 增大至 400 mm 时增加高度会导致磁场能变大而线性度变好. 对

比图 4 中在不同高度、相同权重系数下的线圈线型, 可以发现降低 h 会存在线型振荡, 线圈局部密集的现象; 而 h 增大至 270 mm 后继续增加 h 值获得的梯度线圈线型的高度相同. 因此, 在后续的计算中, 本文都采用 $h = 270$ mm 设计分析. 通过以上分析可以发现结合磁场能目标与线圈的线型可以更好地选取满足设计要求的线圈尺寸参数.

3.2 结合能耗的优化

本小节将讨论线圈能耗与磁场线性度对线型的影响, 磁场能的权重系数 ω_E 取为 0, 目标函数可表达为

$$f(\varphi) = \omega_B \frac{f_B - f_{B \min}}{f_{B \max} - f_{B \min}} + \omega_P \frac{f_P - f_{P \min}}{f_{P \max} - f_{P \min}}, \quad (22)$$

其中 $\omega_B + \omega_P = 1$.

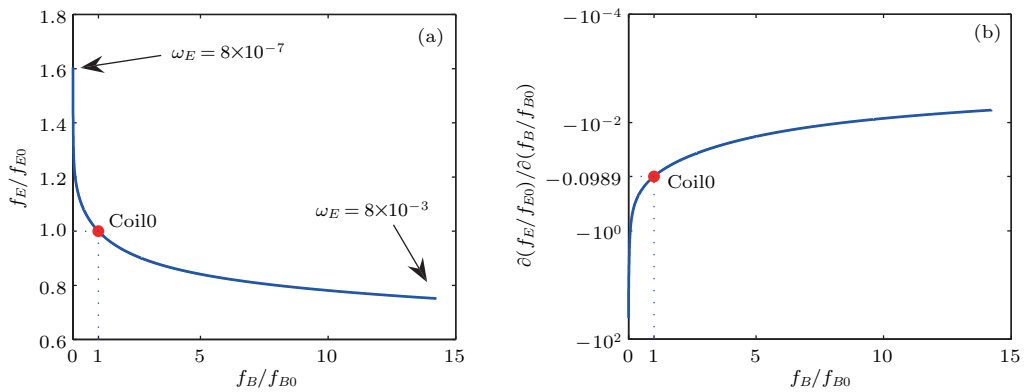


图 2 (a) 归一化 f_B - f_E 的 Pareto 曲线及其 (b) 对应的偏微分曲线

Fig. 2. (a) Pareto curve in the normalized f_B - f_E and (b) corresponding partial differential curve.

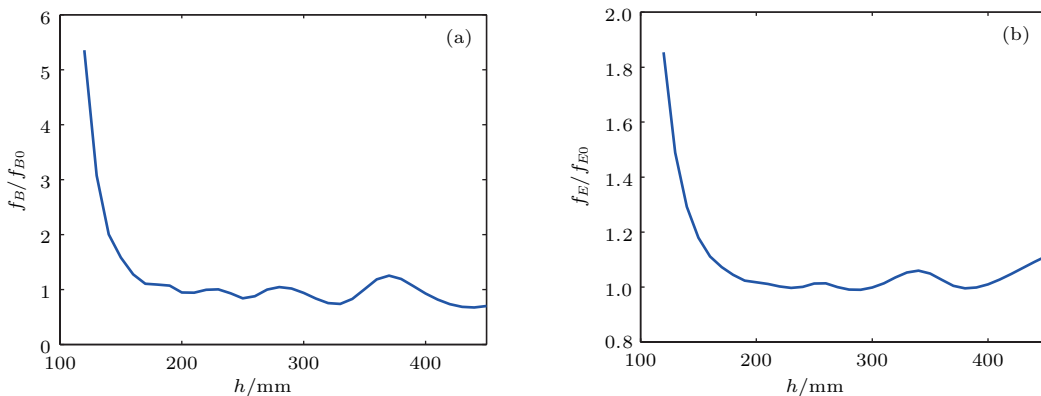


图 3 设计表面高度 h 与 (a) 梯度线圈线性度、(b) 磁场能线圈的关系 (计算时取 $\omega_E = 4.8 \times 10^{-4}$)

Fig. 3. The relationship of the height of current-carrying surface to (a) normalized objection f_B/f_{B0} and (b) normalized objection f_E/f_{E0} (weight parameter: $\omega_E = 4.8 \times 10^{-4}$).

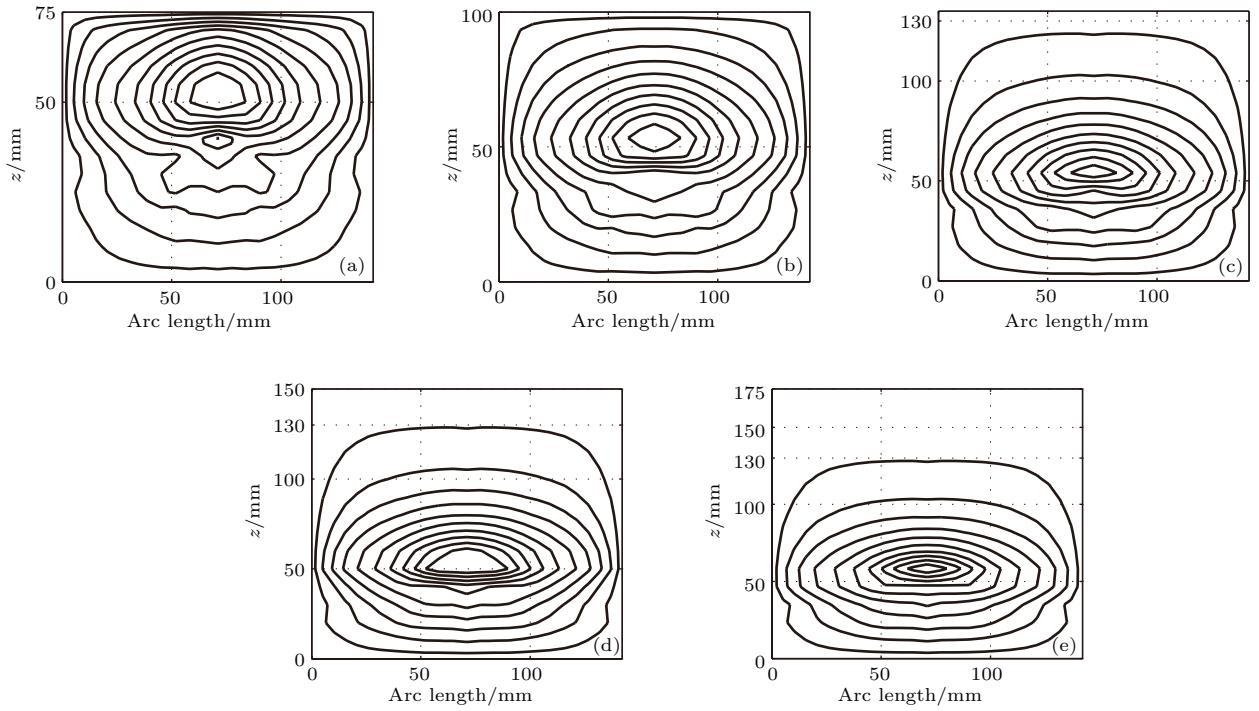


图4 (a)–(e) $h = 150, 200, 270, 300$ 和 350 mm 时的四分之一线型

Fig. 4. Quadrant of wire paths of gradient coils corresponding to (a) $h = 150$ mm, (b) $h = 200$ mm, (c) $h = 270$ mm, (d) $h = 300$ mm, (e) $h = 350$ mm.

线圈的能耗主要受线圈的长度与电流的大小影响, 优化能耗函数, 其实质是对线圈线长的约束, 使线型规整, 减少线型振荡的产生. 为方便比较能耗目标对梯度线圈设计的影响, 该部分的设计表面都设定为 $a = 45$ mm, $b = 36$ mm, $h = 270$ mm.

如图5所示, 通过增加能耗目标权重系数可以有效减小梯度线圈的能耗. 根据实际对线性度与能耗需求可以选取合适的权重系数, 使梯度磁场的线性度控制在合理的范围内. 对比图中A, B位置的参数与线型如表2和图6所示, 发现增大能耗的权重系数, 可以减小线圈电流, 同时使线圈更光滑.

3.3 结合能耗、磁场能的多目标优化

在实际应用中, 梯度线圈的设计是需要综合考虑多个性能参数的多目标优化问题. 本节将讨论综合磁场能、能耗、线性度目标设计梯度线圈, 目标函数表达形式为(13)式.

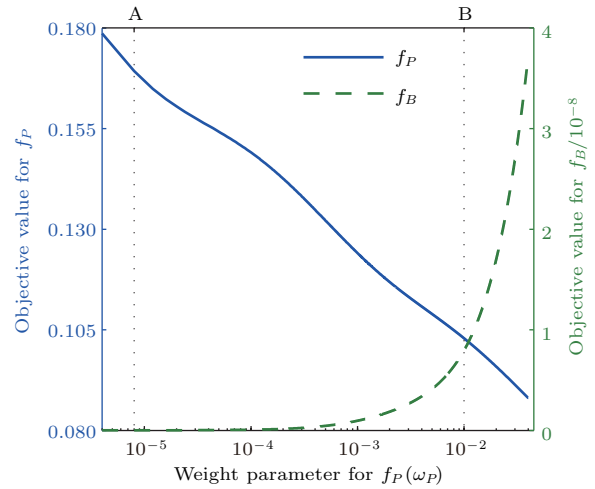


图5 磁场线性度与线圈能耗目标值和权重系数的关系
Fig. 5. The relationship of the weight parameter for power dissipated ω_P to objective value for power dissipated f_P and objective value for linear gradient deviation f_B .

表2 图5中A, B位置梯度线圈的性能参数

Table 2. Parameters of gradient coils of coil solutions noted as A, B in Fig. 5.

	ω_P	I/A	f_B/T^2	f_P/W	$g_{\Delta B_z}/\%$
A	8×10^{-6}	3.4476	9.1001×10^{-12}	0.1693	0.0952
B	0.01	2.7026	7.9654×10^{-9}	0.1029	2.3814

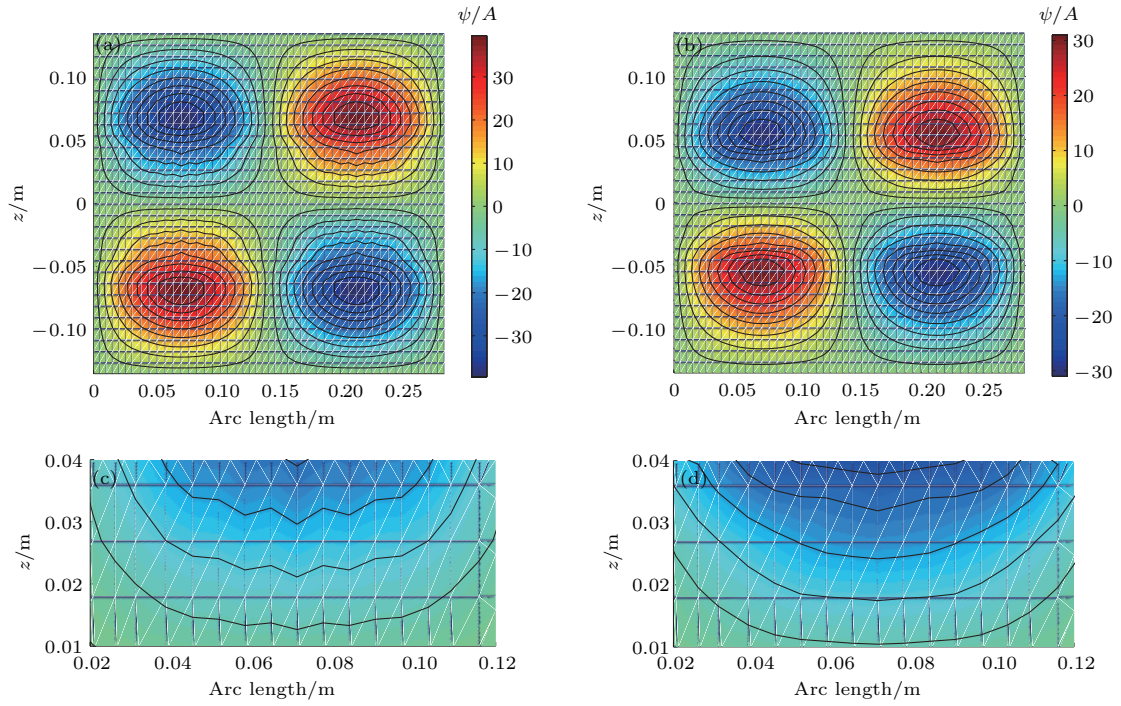


图6 (网刊彩色) (a), (b) 分别对于图5中A, B位置的线型; (c), (d) 是(a), (b) 对应的局部线型
 Fig. 6. (color online) (a) Wire paths and stream function of coil solutions noted as A in Fig. 5, and (c) part of wire paths corresponding to (a); (b) wire paths and stream function of coil solutions noted as B in Fig. 5, and (d) part of wire paths corresponding to (b).

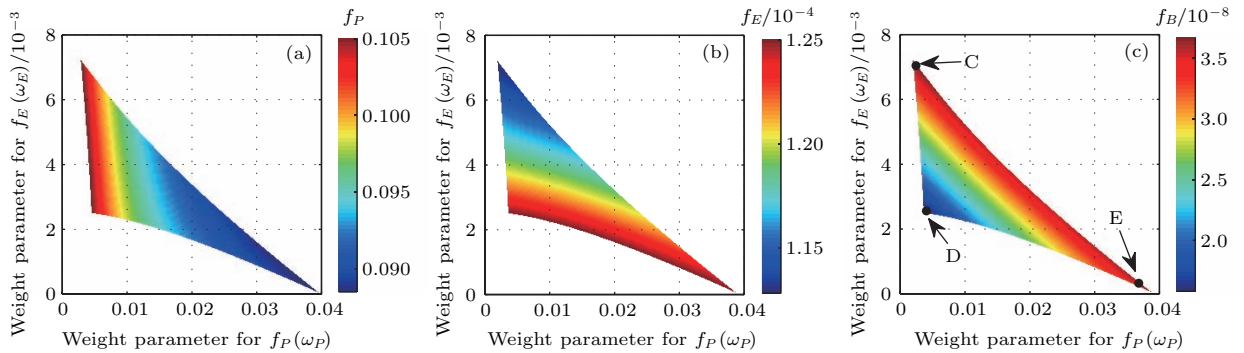


图7 (网刊彩色) Pareto 解空间 (满足 $g_{\Delta B_z} \leq 5\%$, $f_E \leq 1.25 \times 10^{-4}$, $f_P \leq 0.105$), 其中(a), (b), (c) 分别是对应 f_P, f_E, f_B 的值

Fig. 7. (color online) Pareto front solution of multiple objectives optimization problem defined by the objectives f_B, f_E, f_P , and constrained to $g_{\Delta B_z} \leq 5\%$, $f_E \leq 1.25 \times 10^{-4}$, $f_P \leq 0.105$: (a) corresponding to f_P , (b) corresponding to f_E , (c) corresponding to f_B .

表3 图7(c)中C, D, E位置Pareto优化解对应梯度线圈的参数

Table 3. Parameters of gradient coils of Pareto front solutions noted as C, D, E in Fig. 7(c).

	ω_P	ω_E	f_B/T^2	f_P/W	f_E/J	$g_{\Delta B_z}/\%$
C	0.0024	0.00704	3.6667×10^{-8}	0.1047	1.1284×10^{-4}	4.9989
D	0.0040	0.00256	1.5945×10^{-8}	0.1047	1.2492×10^{-4}	3.3245
E	0.0368	3.2000×10^{-4}	3.5935×10^{-8}	0.0885	1.2482×10^{-4}	4.9953

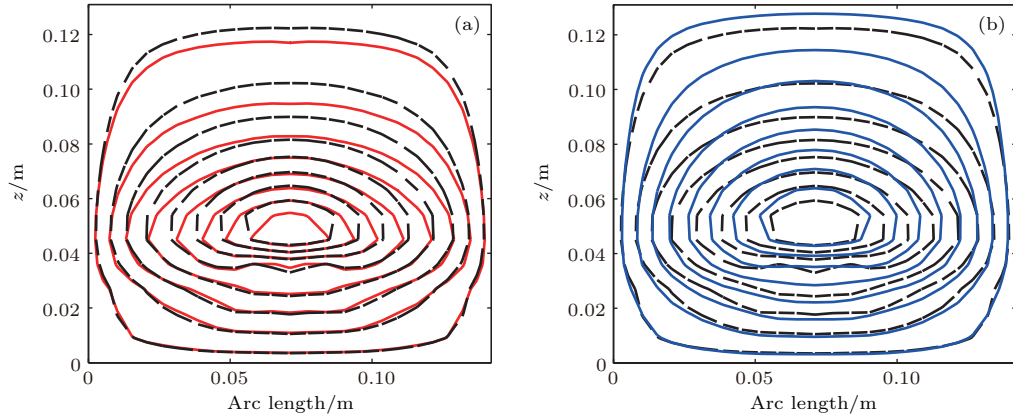


图8 (网刊彩色) 图7中C, D, E位置线型比较(黑色虚线是D点的线型, 蓝色是E点的线型, 红色是C点的线型)
Fig. 8. (color online) Quadrant of wire paths of gradient coils of Pareto front solutions noted as C, D, E in Fig. 7(c): (a) coil solutions noted as C (in red solid line), coil solutions noted as D (in black dotted line), (b) coil solutions noted as D (in black dotted line), coil solutions noted as E (in blue solid line).

图7中三角形区域是满足 $g_{\Delta B_z} \leq 5\%$, $f_P \leq 1.25 \times 10^{-4}$, $f_E \leq 0.105$ 的 Pareto 解空间. 通过比较图7(a)—(c)的变化趋势, 根据实际需求可以直观地得到可行解. 表3为图7(c)中C, D, E位置 Pareto 优化解对应梯度线圈的参数. 比较图8中的线型可以发现增加能耗或磁场能的权重将会有效抑制线圈的局部振荡.

4 结 论

梯度线圈的设计是一个多目标优化问题, 需要权衡各性能指标, 如能耗、磁场能、线性度等. 在形状设计时也需要考虑磁场能等目标来达到最佳线圈尺寸, 从而提高磁共振系统的空间利用率和工作效率. 在实际设计过程中, 针对不同的应用需求, 需要性能不同的线圈. 本文尝试利用多目标优化方法实现超椭圆柱设计表面梯度线圈的设计问题. 通过计算表明该方法可以直观地反映多个性能参数的关系, 从而在设计过程中根据需求更好地权衡各个参数. 从多目标优化设计模型的角度考虑, 文中采用的算法可以扩展到多于四个合理目标的线性组合. 但是局部最优解的存在与否强烈依赖于各个单目标约束值的选取. 如果约束选取的过紧, 非常有可能发生可行解不存在的情况. 因此, Pareto 算法仅仅给出了一个寻找多目标(尤其是多目标之间有冲突的情况下)优化解的一个寻优策略, 局部最优解的最终确定还是强烈依赖于设计人员对于各个单目标特性了解的基础上对优化参数的调整. 文

中通过优化磁场能目标实现了线圈设计表面尺寸的优化, 再通过对能耗、磁场能、线性度目标的变化趋势来设计出满足需求的梯度线圈. 其他目标如振动、主动屏蔽等将在后续研究中进一步探讨.

参考文献

- [1] Zu D L 2004 *Magnetic Resonance Imaging* (Beijing: Higher Education Press) pp53–82 (in Chinese) [祖栋林 2004 核磁共振成像学(北京: 高等教育出版社)第53—82页]
- [2] Wang L, Cao Y H, Jia F, Liu Z Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 238301 (in Chinese) [王亮, 曹英晖, 贾峰, 刘震宇 2014 物理学报 **63** 238301]
- [3] Turner R 1986 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **19** 147
- [4] Turner R 1988 *J. Phys. E: Sci. Instrum.* **21** 948
- [5] Forbes L K, Crozier S 2002 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **35** 839
- [6] Liu W T, Zu D L, Tang X 2010 *Chin. Phys. B* **19** 018701
- [7] Forbes L K, Brideson M A, Crozier S 2005 *IEEE Trans. Magn.* **41** 2134
- [8] Liu W T, Zu D L, Tang X, Guo H 2007 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40** 4418
- [9] Li X, Xie D X, Wang J M 2009 *IEEE Trans. Magn.* **45** 1804
- [10] Tomasi D 2001 *Magn. Reson. Med.* **45** 505
- [11] Peeren G N 2003 *J. Comput. Phys.* **191** 305
- [12] Lemdiasov R A, Ludwig R 2005 *Concepts Magn. Reson. B: Magn. Reson. Eng.* **26B** 67
- [13] Liu Z Y, Jia F, Hennig J, Korvink J G 2012 *IEEE Trans. Magn.* **48** 1179
- [14] Wang Q L 2013 *Practical Design of Magnetostatic Structure Using Numerical Simulation* (Singapore: John Wiley & Sons) pp39–142

- [15] Hu G L, Ni Z P, Wang Q L 2012 *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **22** 4900604
- [16] Zhu X C, Wang Q L, Wang H S 2016 *Adv. Technol. Electr. Eng. Energ.* **35** 43 (in Chinese) [朱旭晨, 王秋良, 王厚生 2016 电工电能技术 **35** 43]
- [17] Li X, Xia L, Chen W F, Liu F, Crozier S, Xie D X 2011 *J. Magn. Reson.* **208** 148
- [18] Hu Y, Wang Q L, Li Y, Zhu X C, Niu C Q 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 218301 (in Chinese) [胡洋, 王秋良, 李毅, 朱旭晨, 牛超群 2016 物理学报 **65** 218301]
- [19] Turner R 1993 *Magn. Reson. Imag.* **11** 903
- [20] Abduljalil A M, Aletras A H, Robilaille P M L 1994 *Magn. Reson. Med.* **31** 450
- [21] Alsop D C, Connick T J 1996 *Magn. Reson. Med.* **35** 875
- [22] Pissanetzky S 1992 *Meas. Sci. Technol.* **3** 667
- [23] Bowtell R, Robyr P 1998 *J. Magn. Reson.* **131** 286
- [24] Wang L Q, Wang W M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 028703
- [25] Sanchez C C, Pantoja M F, Poole M, Bretones A R 2012 *IEEE Trans. Magn.* **48** 1967
- [26] Marler R T, Arora J S 2004 *Struct. Multid. Optim.* **26** 369
- [27] Marler R T, Arora J S 2005 *Eng. Optim.* **37** 551
- [28] Xie D X, Sun X W, Bai B D, Yang S Y 2008 *IEEE Trans. Magn.* **44** 1006

Design of super-elliptical gradient coils based on multiple objective Pareto optimization method*

Pan Hui¹⁾²⁾ Wang Liang¹⁾ Wang Qiang-Long¹⁾ Chen Li-Min¹⁾²⁾
Jia Feng³⁾ Liu Zhen-Yu^{1)†}

1) (*Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

3) (*Department of Radiology, Medical Physics, Medical Center University of Freiburg, Faculty of Medicine, University of Freiburg, Freiburg 79110, Germany*)

(Received 21 December 2016; revised manuscript received 6 February 2017)

Abstract

The design of gradient coils for a magnetic resonance imaging (MRI) system is a multiple objective optimization problem, which usually needs to deal with a couple of conflicting design objectives, such as the stored magnetic energy, power consumption, and target linear gradient distribution. These design requirements usually conflict with each other, and there is no unique optimal solution which is capable of minimizing all objectives simultaneously. Therefore, the design of gradient coils needs to be optimized reasonably with the tradeoff among different design objectives. Based on the developable property of the super-elliptical cylindrical surface and the stream function design method, the multiple objective optimization problem is analyzed by using the Pareto optimization method in this paper. The effect of proposed approach is illustrated by using the stream function method and three aforementioned coil design objectives are analyzed. The influences of the stored magnetic energy and power consumption target on linearity of gradient coil and the configuration of coils are analyzed respectively. The suitable sizes of gradient coils are discussed by analyzing the change of the stored magnetic energy. A weighted sum method is employed to produce the optimal Pareto solutions, in which the multiple objective problem reduces into a single objective function through a weighted sum of all objectives. The quantitative relationship of each design requirement is analyzed in the Pareto solution space, where Pareto optimal solutions can be intuitively found by dealing efficiently with the tradeoff among different coil properties. Numerical examples of super-elliptical gradient coil solutions are provided to demonstrate the effectiveness and versatility of the proposed method to design super-elliptical gradient coils with different coil requirements. The optimization results show that there are multiple available solutions in the convex Pareto solution space under the constraints that the linear gradient deviation is less than 5% and the magnetic stored energy and power dissipated are both no more than user-preset values. In the case that the values of summed objective functions are the same, the proposed method can intuitively see the performance of each individual target, thereby conducting to realizing the final design of gradient coils under the different design requirements. With the proposed approach, coil designers can have a reasonable overview of gradient coil design about the achievable performances of some specific properties and the competing or compatible relationships among coils properties. Therefore, a suitable design of the gradient coils for a given requirement of MRI application can be chosen reasonably.

Keywords: gradient coils, stream function, super-elliptical cylindrical surface, Pareto optimization

PACS: 83.85.Fg, 02.60.Cb, 87.55.de, 45.10.Db

DOI: 10.7498/aps.66.098301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51675506, 51275504), the Science and Technology Development Plan of Jilin Province, China (Grant No. 20140519007JH), and an European Research Council Starting Grant 'RANGEmri' (Grant Agreement 282345).

† Corresponding author. E-mail: liuzy@ciomp.ac.cn