

基于波长 330 nm 激光激发多色激光导星回波光子数的数值计算与探讨

刘向远 钱仙妹 朱文越 刘丹丹 范传宇 周军 杨欢

Numerical calculation and discussion on return photons of polychromatic laser guide stars by a laser beam with 330 nm wavelength

Liu Xiang-Yuan Qian Xian-Mei Zhu Wen-Yue Liu Dan-Dan Fan Chuan-Yu Zhou Jun Yang Huan

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 014205 (2018) DOI: 10.7498/aps.20171025

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20171025>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I1>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### [梯度倾斜相关测量水平 \$C\_n^2\$ 和横向风速廓线的理论与仿真研究](#)

Simulation research and theoretical study on measurement of atmospheric optical turbulence and wind profile using the correlation of gradient-tilt

物理学报.2017, 66(10): 104207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.104207>

### [大气 \$\text{SO}\_2\$ 柱总量遥感反演算法比较分析及验证](#)

Comparison and validation of band residual difference algorithm and principal component analysis algorithm for retrievals of atmospheric  $\text{SO}_2$  columns from satellite observations

物理学报.2016, 65(8): 084204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.084204>

### [双孔差分闪烁法测量大气湍流的理论与实验研究](#)

Theoretical and experimental study of atmospheric turbulence measurement using two-aperture differential scintillation method

物理学报.2016, 65(7): 074205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.074205>

### [远海海面大气光学湍流实验测量](#)

Experimental investigation of open sea atmospheric optical turbulence

物理学报.2016, 65(7): 074206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.074206>

### [近地面大气光学湍流外尺度的实验研究](#)

Experimental investigation of the outer scale in atmospheric optical turbulence near the ground

物理学报.2015, 64(22): 224216 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.224216>

# 基于波长 330 nm 激光激发多色激光导星 回波光子数的数值计算与探讨<sup>\*</sup>

刘向远<sup>1)2)</sup> 钱仙妹<sup>1)†</sup> 朱文越<sup>1)</sup> 刘丹丹<sup>2)</sup> 范传宇<sup>2)</sup> 周军<sup>2)</sup> 杨欢<sup>2)</sup>

1) (中国科学院安徽光学精密机械研究所, 中国科学院大气光学重点实验室, 合肥 230031)

2) (皖西学院电气与光电工程学院, 原子、分子与应用光学研究中心, 六安 237012)

(2017年5月7日收到; 2017年10月7日收到修改稿)

采用无模激光器发射波长为 330 nm 的激光激发多色激光导星, 需要考虑脉冲激光重频率、激光带宽、激光初始光斑直径以及大气透过率对回波光子数的影响。通过数值模拟, 计算了高斯光束的脉冲激光和连续激光激发多色激光导星在实际大气中后向辐射 330 nm 和 2207 nm 波长的回波光子数。数值计算结果表明, 在垂直发射和接收的情况下, 当到达大气中间层的激光能量为 1 W 时, 连续激光能够获得更多的回波光子数, 并且回波光子数几乎无起伏。对于脉冲激光, 提高脉冲激光重频率达到 50 kHz 以上时, 多色激光导星 330 nm 的回波光子数随脉冲重频率的增加趋于有限值; 当大气能见度小于 5 km 且大气相干长度为 12.8 cm 时, 大约需要 34 W 以上的激光发射能量, 才能获得满足使用自然星全倾斜探测的 330 nm 回波光子数。对于连续激光, 相同情况下, 大约需要 20 W 以上的激光发射能量。

**关键词:** 多色激光导星, 连续激光, 脉冲激光, 回波光子数

**PACS:** 42.68.-w, 42.68.Bz, 42.68.Mj, 42.62.-b

**DOI:** 10.7498/aps.67.20171025

## 1 引言

采用波长 589 nm 的激光激发大气中间层的钠原子用于自适应光学波前校正, 获得了高分辨率成像, 解决了高阶波前校正所需信标导星的全天空覆盖问题。但是, 关于自适应光学成像的全倾斜校正, 人们往往选择一定亮度的自然星来提供全倾斜信息<sup>[1]</sup>。这种方法虽然在等晕区内所需要的自然星亮度不高, 一定条件下能够实现全倾斜探测, 但是不能够实现全天空覆盖。因此, Foy 等<sup>[2]</sup>提出了多色激光导星的概念, 起初的设想是采用 589 nm 和 569 nm 的激光联合激发大气中间层的钠原子, 产生级联辐射, 获得多种波长的光子, 用于自适应光学系统全倾斜波前探测。然而, 进一步的实验研究表明这种方法获得的 330 nm 的回波光子数仅为

589 nm 回波光子数的 1/100, 如果要获得足够的回波光子数, 则要求激光能量较高, 并且 569 nm 激光器只能采用染料激光器<sup>[3,4]</sup>, 因此, 这种方法激发多色激光导星并不理想。为此, Pique 等<sup>[5]</sup>提出采用单一波长 330 nm 的激光激发大气中间层钠原子的理论, 经过理论分析认为 330 nm 波长激光激发多色激光导星有很多优点, 例如所需的激光能量相对很低; 330 nm 的激光容易通过固体激光器实现; 激光的发射系统能够得到简化等等。但是, Pique 等的分析没有考虑激光大气传输的实际情况, 本文在理论计算的基础上, 选择较高激发态概率的激光带宽, 考虑了高斯光束激光大气传输受到大气的吸收、散射和大气湍流的影响, 计算了多色激光导星的回波光子数, 探讨了脉冲激光重频率、激光发射初始光斑直径以及大气透过率对多色导星回波光

\* 中国科学院大气光学重点实验室开放基金(批准号: 2015JJ01)和安徽省高校和省教育厅自然科学研究重点项目(批准号: KJ2017A401, KJ2016A749)。

† 通信作者. E-mail: qianxianmei@aiof.ac.cn

子数的影响。以此为多色激光导星的进一步实验研究提供有益的参考。

## 2 理论模型

330 nm 激光与钠原子作用，能够将钠原子由基态  $3S_{1/2}$  激发到  $4P_{3/2}$  的激发态。处于激发态的钠原子能够产生级联辐射，获得波长为 330 nm, 2207 nm, 1140 nm, 1138 nm, 589 nm 和 589.6 nm 的回波光子。波长为 330 nm 和 2207 nm 的回波光子常常用于全倾斜波前探测。激光与钠原子作用激发和衰减的过程如图 1 所示。

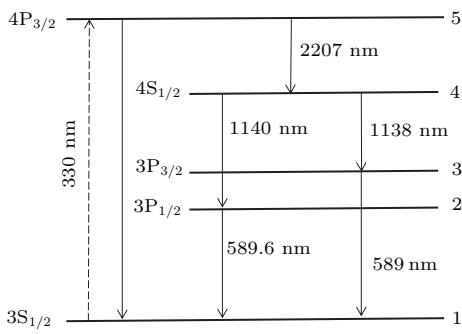


图 1 330 nm 激光与钠原子作用的激发和衰减过程  
Fig. 1. Process of excitation and decay for interaction between laser at 330 nm and sodium atoms.

图 1 中虚线向上的箭头表示钠原子受到激发向高能级跃迁，实线箭头表示激发态钠原子向低能级跃迁，1, 2, 3, 4, 5 表示钠原子精细结构的对应能级，数字表示激发或衰减对应的波长。图 1 描述的激光与钠原子作用过程可以用速率方程表示<sup>[5]</sup>：

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} = & -n_1(t) \frac{\sigma_{1 \rightarrow 5} I}{hv_{1-5}} \int \sigma(\nu' - \nu) g(\nu) d\nu' \\ & + n_5(t) \frac{\sigma_{1 \rightarrow 5} I}{hv_{1-5}} \frac{g_1}{g_5} \int \sigma(\nu' - \nu) g(\nu) d\nu' \\ & + \frac{n_5(t)}{\tau_{5-1}} + \frac{n_2(t)}{\tau_{2-1}} + \frac{n_3(t)}{\tau_{3-1}}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = \frac{n_4(t)}{\tau_{4-2}} - \frac{n_2(t)}{\tau_{2-1}}, \quad (2)$$

$$\frac{dn_3}{dt} = \frac{n_4(t)}{\tau_{4-3}} - \frac{n_3(t)}{\tau_{3-1}}, \quad (3)$$

$$\frac{dn_4}{dt} = -\frac{n_4(t)}{\tau_{4-3}} - \frac{n_4(t)}{\tau_{4-2}} + \frac{n_5(t)}{\tau_{5-4}}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_5}{dt} = & n_1(t) \frac{\sigma_{1 \rightarrow 5} I}{hv_{1-5}} \int \sigma(\nu' - \nu) g(\nu) d\nu' \\ & - n_5(t) \frac{\sigma_{1 \rightarrow 5} I}{hv_{1-5}} \frac{g_1}{g_5} \int \sigma(\nu' - \nu) g(\nu) d\nu' \\ & - \frac{n_5(t)}{\tau_{5-4}} - \frac{n_5(t)}{\tau_{5-1}}. \end{aligned} \quad (5)$$

在方程(1)–(5)中， $n_1(t)$ ,  $n_2(t)$ ,  $n_3(t)$ ,  $n_4(t)$ ,  $n_5(t)$  分别表示钠原子处于 1–5 个能级的钠原子数，它们都是随时间  $t$  变化的变量； $\tau_{2-1}$ ,  $\tau_{3-1}$ ,  $\tau_{4-2}$ ,  $\tau_{5-1}$ ,  $\tau_{5-4}$ ,  $\tau_{4-3}$ ,  $\tau_{4-2}$  分别表示处于不同激发态钠原子的寿命； $\sigma_{1 \rightarrow 5}$  表示钠原子的峰值吸收截面； $g_1$ ,  $g_2$  分别表示第 1 能级和第 5 能级的简并度； $I$  表示总的激光光强； $hv_{1-5}$  表示 330 nm 光子的能量； $\sigma(\nu' - \nu)$ ,  $g(\nu)$  分别表示钠原子均匀吸收截面和激光的线型； $\nu'$  和  $\nu$  为多普勒频移。钠原子的均匀吸收截面线型为

$$\sigma(\nu' - \nu) = \frac{(\Delta\nu/2)^2}{(\nu' - \nu)^2 + (\Delta\nu/2)^2}, \quad (6)$$

(6) 式中， $\Delta\nu$  是钠原子均匀吸收截面的半峰值全宽。 $\Delta\nu = 1/(2\pi\tau)$ ，根据 Chatellus 等<sup>[6]</sup>的理论分析，得到  $\frac{1}{\tau} = \sum_i \frac{1}{\tau_i}$ ， $\tau_i$  表示第  $i$  能级激发态的级联辐射寿命。设置激光的线型为高斯线型。

$$\begin{aligned} g(\nu) = & \frac{2\sqrt{(\ln 2)/\pi}}{\Delta\nu_L} \\ & \times \exp \left[ - \left( \frac{2\sqrt{(\ln 2)}}{\Delta\nu_L} \nu \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 式中， $\Delta\nu_L$  为激光的半峰值全宽。激光与钠原子的作用，除了考虑以上因素，还要考虑大气中间层钠原子处于热运动状态的麦克斯韦速率分布，不同速率群的钠原子数可以表示为

$$\begin{aligned} N(\nu) = N_0 \frac{2\sqrt{(\ln 2)/\pi}}{\Delta\nu_D} \\ \times \exp \left[ - \left( \frac{2\sqrt{(\ln 2)}}{\Delta\nu_D} \nu \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (8)$$

(8) 式中， $N_0$  表示激光照射范围内总的钠原子数， $\Delta\nu_D$  是钠原子分布的半峰值全宽，根据 Milonni 等<sup>[7]</sup> 的理论，能够计算  $\Delta\nu_D = \frac{2}{\lambda} \sqrt{\frac{2kT' \ln 2}{m}}$ ，其中， $\lambda$  是发射激光的波长， $k$  是玻尔兹曼常量， $T'$  是大气中间层钠层的温度， $m$  为钠原子质量。

## 3 数值计算方法与参数

### 3.1 数值计算方法

当激光与大气中间层钠原子作用，处于激发态的钠原子会向基态跃迁，辐射出光子，形成多色激光导星。对于脉冲激光，假设脉冲间隔足够大，在足够长的时间内被激发的钠原子全部衰减，则单一脉冲激光激发钠层中钠原子单位立体角辐射的

光子数可以表示为

$$\varphi = C_{\text{Na}} \int_S p ds / (4\pi), \quad (9)$$

其中,  $C_{\text{Na}}$  为钠层中钠原子的柱密度,  $p$  为钠原子的激发态概率,  $S$  为激光照射钠层的面积. 根据(9)式, 则单位时间内单位面积接收面上获得的多色激光导星回波光子数为

$$\Phi = T_0^{\sec\theta} f C_{\text{Na}} \int_S p ds / (4\pi L^2 \sec\theta), \quad (10)$$

上式中,  $T_0$  为垂直地面方向大气透过率,  $\theta$  为天顶角,  $L$  为地面到大气中间层钠层中心的垂直高度,  $f$  为脉冲激光的重频率. 为了便于数值计算, 将上式写成数值形式.

$$\Phi = T_0^{\sec\theta} f C_{\text{Na}} \sum_i p_i \Delta S_i / (4\pi L^2 \sec\theta), \quad (11)$$

其中,  $\Delta S_i$  表示激光照射得很小的面积,  $p_i$  表示  $\Delta S_i$  内钠原子的激发态概率.

对于连续激光, 激光激发钠原子达到稳态, 激发态概率达到稳定值, 则单位时间内单位面积接收面上获得的多色激光导星回波光子数为

$$\Phi = T_0^{\sec\theta} C_{\text{Na}} \sum_i p_i \Delta S_i / (4\pi L^2 \tau' \sec\theta), \quad (12)$$

其中,  $\tau'$  是钠原子激发态的辐射寿命.

根据(11)和(12)式计算多色激光导星的回波光子数, 需要知道钠原子的激发态概率  $p_i$ . 如果考虑激光大气传输受大气湍流的影响, 还要模拟激光传输到大气中间层光强的随机分布.

由麦克斯韦电磁场理论, 将大气的折射率表示为  $n = 1 + n_1$  ( $n_1$  表示折射率的涨落) 能够得到光传播的亥姆霍兹方程<sup>[8]</sup>,

$$\nabla^2 E + k_1^2 n_1 E = 0. \quad (13)$$

在旁轴近似的情况下, 假设光场  $E = u e^{ik_1 z}$ ,  $Z$  为激光传输的路径,  $u$  表示光场的振幅,  $k_1$  表示波数, 忽略后向散射, 波动方程(13)可做抛物线近似:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{i}{2k_1} \nabla_{\perp}^2 u + ik n_1 u. \quad (14)$$

这里采用多相位屏法<sup>[9-11]</sup>求解方程(14), 能够得到激光传输到大气中间层光场的随机分布.

当激光在大气中传输时, 由于大气分子的吸收和散射会导致激光能量的衰减. 对于紫外光的大气传输, 要考虑多种大气分子的散射和吸收作用以及气溶胶的影响, 特别是大气对短波长激光的散射<sup>[12,13]</sup>. 在不考虑大气辐射的情况下, 光传输的大气透过率计算式为

$$T_0(\lambda, L') = \exp \left[ - \int_0^{L'} \rho k'(\lambda, l) dl \right], \quad (15)$$

其中,  $\rho$  为光传输路径上大气的密度,  $\lambda$  是指光波长,  $L'$  为光的传输路径,  $k'(\lambda, l)$  为消光截面,  $k'(\lambda, l)$  描述了吸收和散射两种独立的物理过程对光传输辐射强度的影响. 目前, 关于大气透过率计算的软件有多种, 使用 Modtran5 可以快速计算任意两点间大气光谱透射率<sup>[14]</sup>.

### 3.2 计算参数

330 nm 激光激发多色激光导星回波光子数的计算涉及到激光的大气传输、钠原子本身的特性、钠层的柱密度、激光的能量、重频率和带宽等参数, 如表 1 所列.

表 1 多色激光导星数值计算的参数  
Table 1. Parameters of polychromatic laser guide stars in the numerical calculation.

|               |               |                     |                      |                            |                                    |
|---------------|---------------|---------------------|----------------------|----------------------------|------------------------------------|
| 激光中心波长        | $\lambda$     | 330.24 nm           | 2→1 能级辐射寿命           | $\tau_{2-1}$               | 16 ns                              |
| 激光到达中间层的能量    | $P$           | 1 W                 | 3→1 能级辐射寿命           | $\tau_{3-1}$               | 16 ns                              |
| 激光带宽          | $\Delta\nu_L$ | 0.1/0.4/0.6/1/2 GHz | 4→2 能级辐射寿命           | $\tau_{4-2}$               | 40 ns                              |
| 激光重频率         | $f$           | $20 \times 10^3$ Hz | 4→3 能级辐射寿命           | $\tau_{4-3}$               | 40 ns                              |
| 激光发射至钠层中心的高度  | $L$           | 92 km               | 5→4 能级辐射寿命           | $\tau_{5-4}$               | 160 ns                             |
| 激光发射天顶角       | $\theta$      | 0                   | 5→1 能级辐射寿命           | $\tau_{5-1}$               | 320 ns                             |
| 激光发射口径        | $D$           | 20 cm               | 钠原子的均匀吸收截面           | $\sigma_{1 \rightarrow 5}$ | $1.14 \times 10^{-14} \text{ m}^2$ |
| 钠层温度          | $T'$          | 200 K               | 钠原子的均匀吸收线宽           | $\Delta\nu$                | 29.3 MHz                           |
| 钠层钠原子分布的半峰值全宽 | $\Delta\nu_D$ | 1.9214 GHz          | 钠层钠原子柱密度             | $C_{\text{Na}}$            | $4 \times 10^{13} \text{ m}^{-2}$  |
| 激光脉冲的宽度       | $\Delta\tau$  | 50 ns               | 330 nm/2207 nm 大气透过率 | $T_0$                      | 0.205/0.935                        |
| 激光光束质量因子      | $\beta$       | 1.1                 | 大气相干长度               | $r_0$                      | 12.8 cm                            |

表1中, 钠原子均匀吸收截面 $\sigma_{1\rightarrow 5}$ 和激光的波长 $\lambda$ 参照了Pique等<sup>[5]</sup>和Moldovan<sup>[15]</sup>的研究结果, 这里采用了Moldovan的计算数据。激光采用无偏振等匀激光, 对于脉冲激光和连续激光都采用无模激光器<sup>[16]</sup>, 脉冲激光的时间线形为方波形状, 初始激光能量分布为高斯光束。激光的发射方式为准直发射<sup>[17]</sup>。另外, 在模拟激光大气传输光强分布时, 用到了Greenwood大气湍流模式<sup>[18]</sup>, 此时大气相干长度为12.8 cm(对于波长500 nm)。参考Pique等<sup>[5]</sup>的研究结果, 这里激光到达大气中间层的能量设定为1 W。

## 4 钠原子激发态概率的计算

### 4.1 脉冲激光与钠原子的作用

为了得到不同能级的钠原子数, 这里将方程(1)–(5)简化为矩阵微分方程

$$\mathbf{n}' = \mathbf{A}\mathbf{n}(t), \quad (16)$$

这里,

$$\begin{aligned} \mathbf{n}' &= \left[ \frac{dn_1}{dt} \frac{dn_2}{dt} \frac{dn_3}{dt} \frac{dn_4}{dt} \frac{dn_5}{dt} \right]^T, \\ \mathbf{n}(t) &= \left[ n_1(t) \ n_2(t) \ n_3(t) \ n_4(t) \ n_5(t) \right]^T, \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$a_{ij}$ 是方程(1)–(5)中 $n_1(t)$ ,  $n_2(t)$ ,  $n_3(t)$ ,  $n_4(t)$ ,  $n_5(t)$ 前对应的系数。其中,  $a_{11} = -\xi \frac{\sigma_{1\rightarrow 5} I}{hv_{1-5}}$ ,  $a_{12} = \frac{1}{\tau_{2-1}}$ ,  $a_{13} = \frac{1}{\tau_{3-1}}$ ,  $a_{14} = 0$ ,  $a_{15} = \xi \frac{\sigma_{1\rightarrow 5} I g_1}{hv_{1-5} g_5} + \frac{1}{\tau_{5-1}}$ ;  $a_{21} = 0$ ,  $a_{22} = -\frac{1}{\tau_{2-1}}$ ,  $a_{23} = 0$ ,  $a_{24} = \frac{1}{\tau_{4-2}}$ ,  $a_{25} = a_{31} = a_{32} = 0$ ;  $a_{33} = -\frac{1}{\tau_{3-1}}$ ,  $a_{34} = -\frac{1}{\tau_{4-3}}$ ,  $a_{35} = a_{41} = a_{42} = a_{43} = 0$ ;  $a_{44} = -\frac{1}{\tau_{4-3}} - \frac{1}{\tau_{4-2}}$ ,  $a_{45} = \frac{1}{\tau_{5-4}}$ ;  $a_{51} = \xi \frac{\sigma_{1\rightarrow 5} I}{hv_{1-5}}$ ,  $a_{52} = a_{53} = a_{54} = 0$ ,  $a_{55} = -\xi \frac{\sigma_{1\rightarrow 5} I g_1}{hv_{1-5} g_5} - \frac{1}{\tau_{5-4}} - \frac{1}{\tau_{5-1}}$ ;  $\xi$ 由(6)和(7)式积分得到,  $\xi = \frac{\pi \Delta \nu}{2} \cdot g(\nu)$ 。

考虑使用Matlab求解矩阵微分方程(16)比较简便, 结合方程(6)–(8)以及初始条件 $\mathbf{n}(0) = [N(\nu) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ , 能够获得不同时刻处于1–5能级上的钠原子数, 再对所有速率群积分, 然后得到钠原子的激发态概率 $p = \sum_{\nu} n_5(t)/N_0$ 。

脉冲激光的单一脉冲功率很大, 为了了解不同带宽脉冲激光激发钠原子激发态概率的变化, 这里选择带宽0.4, 0.6, 1, 2 GHz激光与钠原子作用。计算得到这四种带宽激光激发钠原子概率的曲线如图2所示。

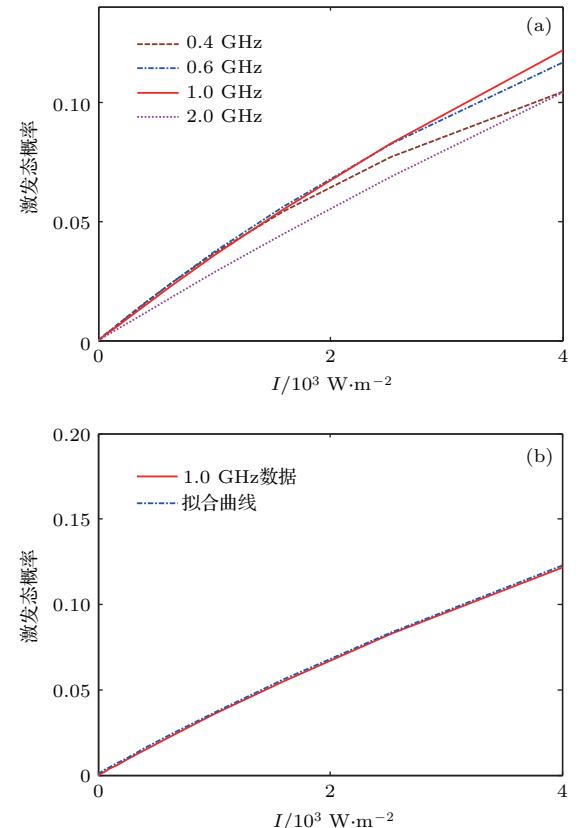


图2 (a) 四种带宽激光激发钠原子概率的曲线;  
(b) 1 GHz带宽激光激发钠原子概率的拟合

Fig. 2. (a) Probability curves of excited sodium atoms for four linewidth laser; (b) fitted curve of excited probability for laser with 1.0 GHz linewidth.

由图2(a)可知, 2 GHz带宽的激光激发钠原子的激发态概率小于1 GHz的激光。0.4, 0.6, 1 GHz的激光相比较, 在激光光强6000  $\text{W}/\text{m}^2$ 以下, 0.4, 0.6 GHz的激光激发钠原子激发态概率略高于1 GHz的激光。原因在于激光激发钠原子的激发态概率与激光能量密度随带宽的分布有关<sup>[19]</sup>。当激光光强小于6000  $\text{W}/\text{m}^2$ 时, 对于窄带宽的激光, 能量集中在一定的带宽范围内, 能够获得较

高的激发态概率。当激光光强大于  $6000 \text{ W/m}^2$  时, 1 GHz 带宽的激光激发钠原子的激发态概率较高。考虑 50 ns 宽度的激光, 到达大气中间层的平均功率为 1 W, 单个脉冲的发射功率能够达到数千瓦以上, 发射高斯光束激光的光强在大气中间层能够达到  $6000 \text{ W/m}^2$  以上并且所占的权重较大。因此, 对于 50 ns 宽度的脉冲激光, 选择 1 GHz 的激光与钠原子作用较好。

图 2(b) 中, 使用 1 GHz 激光与钠原子作用的数据进行非线性拟合, 得到钠原子激发态概率与光强变化的非线性关系。

$$p = \frac{0.6265I}{4.1453 \times 10^4 + I}. \quad (17)$$

## 4.2 连续激光与钠原子作用

连续激光与钠原子的作用, 在很短的时间内, 钠原子的激发态概率会达到稳定。取激光带宽 0.6 GHz, 通过求解方程(1)–(8) 以及方程(16), 得到钠原子激发态概率随时间演化的曲线, 如图 3 所示, 其中,  $I$  表示总的激光光强。

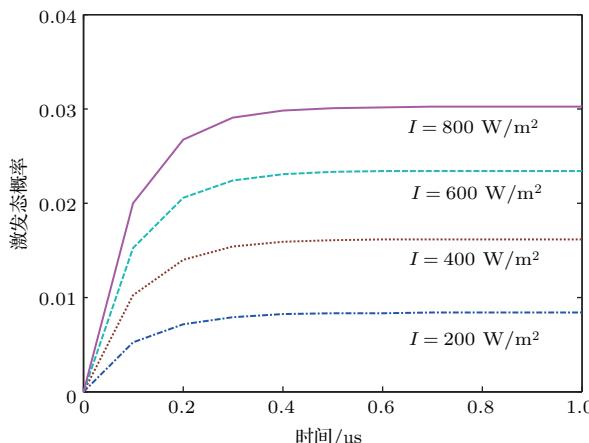


图 3 激发钠原子的激发态概率随时间的演化

Fig. 3. The temporal evolutionary curves of excited probability for sodium atoms.

由图 3 可知, 连续激光与钠原子作用在  $0.8 \mu\text{s}$  之后, 随着时间的增加激发态概率趋于稳定, 又由于连续激光的功率很低, 发射高斯光束的激光到达大气中间层平均功率为 1 W 时, 光强分布的峰值一般不超过  $300 \text{ W/m}^2$ , 因此, 选择 0–300  $\text{W/m}^2$  光强下  $1 \mu\text{s}$  时间内计算钠原子的激发态概率, 如图 4 所示。

由图 4 的计算结果可知, 0.6 GHz 带宽的激光激发钠原子的激发态概率较高, 这时激光能量相对

激光带宽分布能够获得较高的激发态概率。经过数值拟合, 得到 0.6 GHz 带宽激光激发钠原子的激发态概率与光强呈线性关系。

$$p = 4.1 \times 10^{-5}I. \quad (18)$$

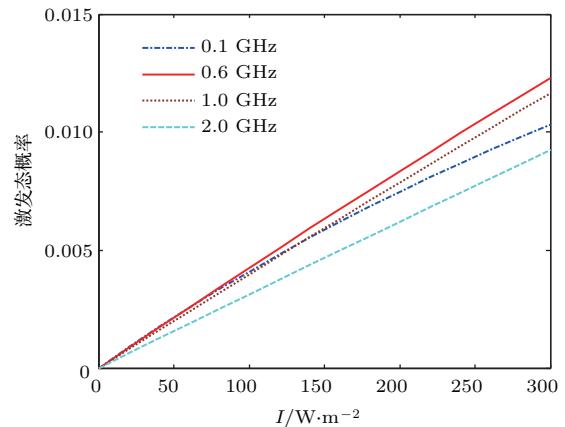


图 4 四种带宽的激光激发钠原子的激发态概率

Fig. 4. The excited probability of sodium atoms for laser with four linewidths.

## 5 数值计算结果

根据表 1 中的数据和以上计算结果, 采用脉冲激光与钠层中的钠原子作用, 激光的带宽为 1 GHz。选择激光到达钠层的能量为 1 W, 则发射单个脉冲激光的能量为:  $\frac{P}{f\Delta\tau T_0} = 4878 \text{ W}$ 。因为激光传输到大气中间层的光强分布受大气湍流影响, 而钠原子的激发态的概率又与不同空间位置光强的大小有关, 因此, 考虑 Greenwood 大气湍流模式, 大气相干长度为 12.8 cm (对于波长 500 nm), 在求解方程(14) 的基础上, 模拟激光光强在大气中间层的分布。选择模拟参数, 网格数  $256 \times 256$ , 网格边长为 0.008 m。考虑大气湍流的变化, 模拟了 100 次不同的光强分布。然后, 根据(11) 和(17) 式计算多色激光导星回波光子数的平均值和标准偏差。考虑图 1 中, 钠原予第 5 能级的激发态寿命, 钠原子  $4P_{3/2} \rightarrow 3S_{1/2}$  和  $4P_{3/2} \rightarrow 4S_{1/2}$  的辐射寿命分别为 320 ns 和 160 ns, 则钠原予  $4P_{3/2} \rightarrow 3S_{1/2}$  的辐射速率是钠原予  $4P_{3/2} \rightarrow 4S_{1/2}$  辐射速率的 0.5 倍。

对于连续激光, 当激光的发射能量为 4.88 W 以及大气透过率为 0.205 时, 到达大气中间层的激光能量约为 1 W。选择激光带宽为 0.6 GHz, 采用与脉冲激光相同的数值计算方法, 应用(12) 和(18) 式计算多色激光导星回波光子数的平均值和标准偏差。考虑图 1 中钠原予  $4P_{3/2} \rightarrow 3S_{1/2}$

和  $4P_{3/2} \rightarrow 4S_{1/2}$  的辐射寿命, 计算 330 nm 和 2207 nm 的光子数时, 分别取  $\tau' = 320$  ns 和 160 ns。为了便于比较, 脉冲激光和连续激光激发多色激光导星回波光子数的平均值和标准偏差列表在表 2 中。

由表 2 的计算结果能够看出, 当到达大气中间

层激光能量为 1 W 时, 连续激光激发多色激光导星的回波光子数比脉冲激光激发的要多 47%, 原因在于连续激光的光强与钠原子激发态概率之间是线性关系, 不会产生饱和现象; 而脉冲激光光强很大, 脉冲激光的光强与钠原子的激发态概率间是非线性关系, 在激光光强很大的情况下产生饱和现象。

表 2 脉冲激光和连续激光激发多色激光导星回波光子数的平均值和标准偏差

Table 2. The return photons and standard deviations of polychromatic laser guide star for the pulse laser and the continuous wave laser with 330 nm wavelength.

| 光子波长    | 对于脉冲激光   |  | 对于连续激光   |  |
|---------|--|--|--|--|
|         | 回波光子数平均值<br>$/10^3 \text{ ph}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ | 标准偏差<br>$/10^2 \text{ ph}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ | 回波光子数平均值<br>$/10^3 \text{ ph}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ | 标准偏差<br>$/\text{ph}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ |
| 330 nm  | 6.772  | 3.32   | 9.882  | 0.02   |
| 2207 nm | 61.78  | 6.646  | 90.14  | 0.374  |

## 6 讨 论

### 6.1 脉冲激光的重频率对回波光子数的影响

脉冲激光的频率越高, 则单个脉冲的能量就越少。为了了解激光的重频率对多色激光导星回波光子数的影响, 取激光带宽 1 GHz, 在 Greenwood 大气湍流模式下, 根据表 1 中的数据和(11)式, 计算了 5—100 kHz 重频率的激光激发多色激光导星获得 330 nm 回波光子数的平均值  $\Phi_{330}$ , 如图 5 所示。

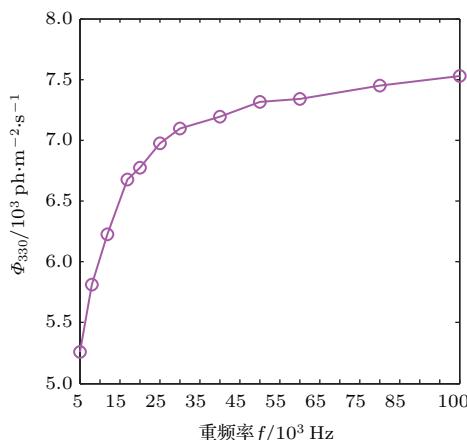


图 5 重频率对激光激发多色激光导星回波光子数的影响

Fig. 5. Influence of repetition on the return photons from polychromatic laser guide star.

图 5 的计算结果表明, 提高脉冲激光的重频率能够增加回波光子数, 但是, 当重频率高于 50 kHz 时, 回波光子数增加的幅度趋于有限值。例如

100 kHz 重频率时的回波光子数仅仅是 50 kHz 重频率时的 1.03 倍。原因在于对于激光到达中间层的能量为 1 W 的情况, 尽管激光的重频率增加了, 但是每个脉冲的功率减小, 导致钠原子的激发态概率总体减小了。

### 6.2 激光初始光斑直径对回波光子数的影响

激光发射初始光斑直径(这里指的是光腰)的变化会导致激光在大气中间层的光强分布随之改变, 根据表 1 中的数据, 选择脉冲激光带宽 1 GHz, 连续激光的带宽 0.6 GHz, 假设发射口径大于激光光斑的初始直径, 计算了连续激光和脉冲激光激发多色激光导星 330 nm 回波光子数  $\Phi_{330}$  随激光发射初始直径的变化, 如图 6 所示。

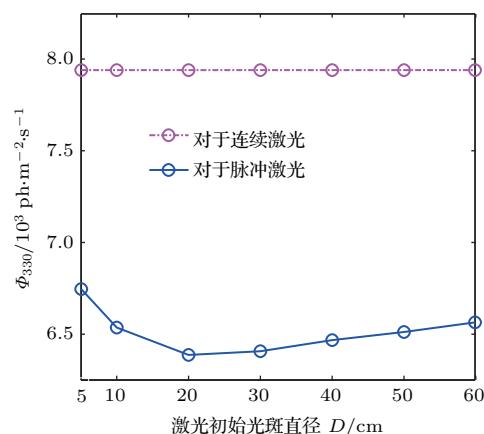


图 6 激光初始光斑直径对 330 nm 回波光子数的影响

Fig. 6. Influence of laser start diameters on the return photons at 330 nm from polychromatic laser guide stars.

由图 6 可以看出, 相同激光初始光斑直径的情况下, 连续激光激发的回波光子数要比脉冲激光多, 当发射初始光斑直径为 5 cm 时, 最少增加量约为 30%. 总体上看, 连续激光激发的回波光子数不会随激光初始直径而变化; 脉冲激光激发的回波光子数随激光初始光斑直径变化呈现抛物线变化. 在激光发射初始光斑直径为 20 cm 时获得的回波光子数很少, 而在激光发射初始光斑直径为 5 cm 和 60 cm 时回波光子数较多. 这是由于大气湍流和光束衍射的共同作用, 5 cm 和 60 cm 的激光发射初始光斑直径导致激光在大气中间层光斑较大<sup>[20]</sup>, 光强峰值较低, 降低了激光激发钠原子的饱和程度.

### 6.3 大气透过率对回波光子数的影响

由于大气对紫外波长激光的散射, 造成激光光强和 330 nm 回波光子数严重衰减. 以上多色激光导星回波光子数计算过程中, 应用 Modtran5 计算了大气透过率  $T_0$ , 选择中纬度地区冬季大气模式, 能见度为 15 km、无云无雨、乡村气溶胶模式的大气透过率, 臭氧的垂直柱密度为  $8.06911 \text{ gm/m}^2$ , 水

汽的垂直柱密度为  $0.85171 \text{ gm/m}^2$ . 为了了解大能见度对大气透过率的影响, 表 3 中列出了能见度与 330 nm 和 2207 nm 激光大气透过率的对应数据, 根据表 1 中数据和(11)式, 计算了脉冲激光激发多色激光导星 330 nm 的回波光子数  $\Phi_{330}$ .

由表 3 的数据可以看出, 大气能见度对 330 nm 激光大气透过率有明显的影响, 而对 2207 nm 大气透过率影响很小. 在能见度为 10 km 的情况下, 330 nm 激光大气透过率仅为 0.148, 回波光子数为  $3.642 \times 10^3 \text{ ph/m}^2/\text{s}$ , 此时的回波光子数不能满足波前探测的要求<sup>[21,22]</sup>. 根据方程(11)和(17)计算, 如果增加脉冲激光发射的能量为 7.725 W, 才能够得到  $4.2 \times 10^3 \text{ ph/m}^2/\text{s}$  的 330 nm 回波光子数, 即使用自然星全倾斜探测所需回波光子数. 能见度为 5 km 时, 激光发射能量为 34.1 W 才能满足此回波光子数的要求. 因此, 对于脉冲激光, 在能见度低于 5 km 的情况下, 要获得  $4.2 \times 10^3 \text{ ph/m}^2/\text{s}$  的 330 nm 回波光子数, 大约需要 34 W 以上的激光发射能量, 并且要求无云无雨的天气.

表 3 能见度与 330 nm 和 2207 nm 激光大气透过率以及 330 nm 的回波光子数

Table 3. The atmospheric transmittance of laser with 330 nm and 2207 nm wavelength, the atmospheric visibility and the return photons at 330 nm.

| 能见度/km   | 5     | 10    | 15    | 20    | 25    | 30    | 35    | 40    |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 330 nm 透过率   | 0.066 | 0.148 | 0.205 | 0.244 | 0.270 | 0.292 | 0.307 | 0.319 |
| 2207 nm 透过率  | 0.848 | 0.909 | 0.935 | 0.949 | 0.958 | 0.963 | 0.967 | 0.970 |
| $\Phi_{330}/10^3 \text{ ph}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ | 0.766 | 3.649 | 6.772 | 9.394 | 11.35 | 13.13 | 14.41 | 15.47 |

对于连续激光, 在能见度为 10 km 的情况下, 根据方程(12)和(18)计算, 得到 330 nm 回波光子数为  $7.13 \times 10^3 \text{ ph/m}^2/\text{s}$ , 对应的激光发射能量约为 6.76 W. 在能见度为 5 km 的情况下, 计算得到 330 nm 回波光子数为  $3.18 \times 10^3 \text{ ph/m}^2/\text{s}$ . 如果需要获得  $4.2 \times 10^3 \text{ ph/m}^2/\text{s}$  的 330 nm 回波光子数, 大约需要 20 W 以上的激光发射能量.

## 7 结 论

基于 330 nm 激光与钠原子作用的速率方程, 计算了脉宽 50 ns 的脉冲激光和连续激光激发钠原子的激发态概率以及多色激光导星 330 nm 和 2207 nm 的回波光子数. 探讨了脉冲激光的重频率、激光初始光斑直径(光腰)以及大气透过率对多

色激光导星回波光子数的影响. 根据以上分析, 得到以下结论.

1) 脉冲激光和连续激光激发钠原子的激发态概率与激光带宽有关. 对于 50 ns 的脉冲激光, 选择 1 GHz 的激光带宽激发钠原子的激发态概率较高; 对于连续激光, 选择 0.6 GHz 的激光带宽激发钠原子的激发态概率较高.

2) 到达大气中间层的激光能量为 1 W 时, 选择较高激发态概率的激光带宽, 采用连续激光激发多色激光导星获得的 330 nm 回波光子数要比脉冲激光激发的回波光子数多 30% 以上, 并且连续激光激发多色激光导星的回波光子数几乎无起伏.

3) 脉冲激光的重频率和初始光斑直径能够影响多色激光导星的回波光子数. 多色激光导星的

330 nm 回波光子数随激光重频率增加而增加, 但是脉冲重频率增加到  $50 \times 10^3$  Hz 以上时, 回波光子数增加的幅度有限。在 Greenwood 大气湍流模式下, 脉冲激光激发的回波光子数随初始光斑直径变化呈现抛物线变化。

4) 大气透过率是影响 330 nm 激光大气传输能量衰减和多色激光导星 330 nm 回波光子数的重要因素。考虑 Greenwood 大气湍流模式, 在能见度小于 5 km 且无云无雨的条件下, 若要获得满足自然星全倾斜探测的回波光子数, 脉冲激光的发射能量需要 34 W 以上, 连续激光的发射能量大约需要 20 W 以上。

产生的原因可以归结为: 一方面与激光大气传输过程中大气吸收、散射和大气湍流以及激光与钠原子作用的物理机制有关; 另一方面与激光在大气中间层的光强分布以及光强较大造成的饱和程度有关。

总之, 采用 330 nm 激光激发多色激光导星, 要考虑多种因素的影响, 特别是大气透过率的影响。连续激光与脉冲激光相比较, 连续激光比脉冲激光有更多的优点。

## 参考文献

- [1] Olivier S S, Gavel D T 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 368
- [2] Foy R, Migus A, Biraben F, Grynberg G, McCullough P R, Tallon M 1995 *Astrop. Astrophys.* **111** 569
- [3] Foy R, Tallon M, Tallon-Bosc I, Thiébaut E, Vaillant J, Foy F C, Daniel R, Friedman H, Biraben F, Grynberg G, Gex J P, Mens A, Migus A, Weulersse J M, Butler D J 2000 *J. Opt. Soc. Am. A* **17** 2236
- [4] Schöck M, Foy R, Pique J P, Chevrou P, Ageorges N, Petit A D, Bellanger V, Fews H, Foy F C, Hoegemann C K, Laubscher M, Peillet O, Segonds P, Tallon M, Weulersse J M 2000 *Proc. SPIE* **4007** 296
- [5] Pique J P, Moldovan I C, Fesquet V 2006 *J. Opt. Soc. Am. A* **23** 2817
- [6] Chatellus H G, Pique J P, Moldovan I C 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 400
- [7] Milonni P W, Fugate R Q, Telle J M 1998 *J. Opt. Soc. Am. A* **15** 218
- [8] Martin J M, Flatte S M 1988 *Appl. Opt.* **27** 2111
- [9] Coles W A, Filice J P, Frehlich R G, Yadlowsky M 1995 *Appl. Opt.* **34** 2089
- [10] Qian X M, Zhu W Y, Rao R Z 2012 *Chin. Phys. B* **21** 094202
- [11] Shao W Y, Xian H 2016 *Chin. Phys. B* **11** 114212
- [12] Orphala J, Chanceb K 2003 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **82** 491
- [13] Erlick C R, Frederick J E, Saxena V K, Wenny B N 1998 *J. Geophys. Res.* **103** 541
- [14] Rao R Z 2012 *Modern Atmospheric Optics* (Beijing: Science Press) p320 (in Chinese) [饶瑞中 2012 现代大气光学(北京: 科学出版社) 第 320 页]
- [15] Moldovan I C 2008 *Ph. D. Dissertation* (Grenoble: Université de Grenoble 1 Joseph Fourier) (in French)
- [16] Pique J P, Farinotti S 2003 *J. Opt. Soc. Am. B* **20** 2093
- [17] Liu X Y, Qian X M, Li Y J, Rao R Z 2014 *Chin. Phys. B* **23** 240
- [18] Sandler D G, Stahl S, Angel J R P, Lloyd-Hart M, McCarthy D 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 925
- [19] Hillman P D, Drummond J D, Denman C A, Fugate R Q 2008 *Proc. SPIE* **7015** 70150L-1
- [20] Liu X Y, Qian X M, Zhang S M, Cui C L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 094206 (in Chinese) [刘向远, 钱仙妹, 张穗萌, 崔朝龙 2015 物理学报 **64** 094206]
- [21] Wizinowich P L, Mignant D L, Bouchez A H, Randy D C, Jason C Y C, Adam R C, Marcos A V D, Scott K H, Erik M J, Lafon R E, Lewis H, Stomski P J, Douglas M S 2006 *Publ. Astron. Soc. Pac.* **118** 297
- [22] McLean I S, Adkins S 2004 *Proc. SPIE* **5492** 1

# Numerical calculation and discussion on return photons of polychromatic laser guide stars by a laser beam with 330 nm wavelength\*

Liu Xiang-Yuan<sup>1)2)</sup> Qian Xian-Mei<sup>1)†</sup> Zhu Wen-Yue<sup>1)</sup> Liu Dan-Dan<sup>2)</sup>  
Fan Chuan-Yu<sup>2)</sup> Zhou Jun<sup>2)</sup> Yang Huan<sup>2)</sup>

1) (Key Laboratory of Atmospheric Optics, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences,  
Hefei 230031, China)

2) (School of Electrical and Photoelectronic Engineering, Research Center of Atom, Molecule and Applied Optics, West Anhui  
University, Lu'an 237012, China)

(Received 7 May 2017; revised manuscript received 7 October 2017)

## Abstract

The properties of return photons of polychromatic laser guide stars excited by a modeless laser with 330 nm wavelength are investigated in this paper by numerical simulation. The repetition rate, linewidth, initial diameter of laser spot and atmospheric transmittance have great influences on the return photons at 330 nm and 2207 nm from polychromatic laser guide stars. First, the laser linewidth is optimized by solving the rate equations of interaction between laser and sodium atoms. We find that the 0.6 GHz linewidth for the continuous wave laser and the 1.0 GHz linewidth for the pulse laser are beneficial to obtaining the higher excited probability of sodium atoms. Based on the fitted relation between the excitation probability of sodium atoms and laser intensity, considering the random distributions of laser intensity at the mesosphere due to the influence of atmospheric turbulence, the return photons from polychromatic laser guide stars are numerically calculated. The results show that the return photons at 330 nm excited by the continuous-wave laser are more than those excited by the pulse laser. And the return photons excited by continuous-wave laser almost do not fluctuate when laser power arriving at sodium layer is 1 W. Furthermore, effects of the repetition rate of pulse laser and the laser initial diameter on the return photons at 330 nm are studied. The two results are obtained as follows. The first result is that the increment of return photons at 330 nm will converge to a constant value when the repetition rate of pulse laser is over 50 kHz. The second result is that the initial diameter of continuous wave laser has no effect on the return photons but the effect of pulse laser is more obvious. Particularly, the atmospheric transmittance is an important factor of influence because it causes a severe loss of light power at 330 nm wavelength. Under the conditions of 5 km atmospheric visibility and 12.8 cm atmospheric turbulence coherence length, the launched power of pulse laser with 50 ns duration should be more than 34 W for obtaining enough return photons required for the effective detection of atmospheric turbulence tip-tilt with the natural stars. But for the continuous-wave laser, the launched power should be more than 20 W. In the case of 10 km atmospheric visibility, if the same return photons at 330 nm are required, the launched power of pulse laser will also be more than that of the continuous-wave laser under the same conditions. Therefore, the continuous-wave laser has more advantages than the pulse laser in exciting the polychromatic laser guide stars. We hope that the above results will be beneficial to the further experimental research.

**Keywords:** polychromatic laser guide stars, continuous laser, pulse laser, return photons

**PACS:** 42.68.-w, 42.68.Bz, 42.68.Mj, 42.62.-b

**DOI:** [10.7498/aps.67.20171025](https://doi.org/10.7498/aps.67.20171025)

\* Project supported by the Open Fund of Key Laboratory of Atmospheric Optics in Chinese Academy of Sciences, China (Grant No. 2015JJ01) and the Key Projects of College Natural Foundation of Anhui Province and Anhui Provincial Department of Education, China (Grant Nos. KJ2017A401, KJ2016A749).

† Corresponding author. E-mail: [qianxianmei@aiof.ac.cn](mailto:qianxianmei@aiof.ac.cn)