# 物理学报 Acta Physica Sinica



 一种基于压缩感知的三维导体目标电磁散射问题的快速求解方法
丁亚辉 孙玉发 朱金玉
Compressed sensing based fast method of solving the electromagnetic scattering problems for threedimensional conductor targets
Ding Ya-Hui Sun Yu-Fa Zhu Jin-Yu

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 67, 100201 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172543 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172543 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I10

您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

### 考虑介质膨胀速率的锂离子电池管状电极中扩散诱导应力及轴向支反力分析

Influence of local velocity on diffusion-induced stress and axial reaction force in a hollow cylindrical electrode of lithium-ion batteries with cosidering expasion rate of medium 物理学报.2018, 67(7): 070203 http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172288

#### 超高斯光束抽运调Q固体激光器仿真模型研究

Simulation model of super Gaussian beam pumped Q-switched solid-state laser 物理学报.2017, 66(18): 180204 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.180204

## 相变存储单元RESET多值存储过程的数值仿真研究

Numerical simulation of RESET operation for multilevel storage in phase change memory cell 物理学报.2012, 61(10): 100201 http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.100201

## 六组点堆中子动力学方程组的同伦分析解

Homotopy analysis solution of point reactor kinetics equations with six-group delayed neutrons 物理学报.2012, 61(7): 070201 http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.070201

#### 旁路耦合电弧焊温度场模拟及验证

Numerical simulation of temperature field of DE-GMAW and its comparison with experimental measurements

物理学报.2012, 61(2): 020205 http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.020205

# 一种基于压缩感知的三维导体目标电磁散射问题 的快速求解方法

丁亚辉 孙玉发 朱金玉

(安徽大学电子信息工程学院, 合肥 230601)

(2017年11月28日收到;2018年3月22日收到修改稿)

提出了一种将压缩感知和特征基函数结合的方法来计算三维导体目标的雷达散射截面.利用压缩感知理论,将随机选择的矩量法阻抗矩阵作为测量矩阵,将激励电压视为测量值,然后再用恢复算法可实现二维或二维半目标感应电流的求解.对于三维导体目标,使用 Rao-Wilton-Glisson 基函数表示的感应电流在常用的离散余弦变换基、小波基等稀疏基上不稀疏.为此,本文将计算出的目标特征基函数作为稀疏基,用广义正交匹配追踪算法作为恢复算法来加速恢复过程,并应用到三维导体目标的雷达散射截面计算中.数值结果证明了本文方法的准确性与高效性.

关键词: 矩量法, 特征基函数, 压缩感知 **PACS:** 02.60.cb, 02.70.-c, 02.90.+p

## 1引言

矩量法<sup>[1-3]</sup>是求解导体目标电磁散射问题的 常用方法,具有计算精度高、所用格林函数自动满 足辐射条件、无须额外设置边界条件等优点,但 是矩量法在求解电大尺寸问题时,会因为基函数 个数过多、矩阵方程求解的复杂度过大导致计算 时间难以接受.为此,有学者提出将压缩感知<sup>[4-6]</sup> (compressed sensing, CS)引入矩量法. 一种方法是 通过引入稀疏变换矩阵实现对未知电流的稀疏表 示,从而在压缩感知理论框架下构造欠定方程,并 优化求解<sup>[7,8]</sup>. 这种方法已应用到旋转对称目标<sup>[9]</sup> 和小波矩量法[10] 中. 另一种方法是首先构建富含 空间信息的激励源, 然后应用矩量法计算得到表面 感应电流的观测值,进而可通过恢复算法获得宽角 度目标表面感应电流[11-13]. 本文只讨论第一种方 法, 即构造欠定方程的方法. 此方法只能用于二维 或二维半的物体上, 对三维问题效果不佳, 原因是 三维目标通过软件离散化建模,场源非有序分布, 导致目标表面电流在常用的稀疏基上不稀疏.而一

#### **DOI:** 10.7498/aps.67.20172543

般获取稀疏基的字典训练算法又因为没有训练集 无法应用在此方法上.

本文对上述方法加以改进,引入特征基函 数<sup>[14-16]</sup>作为稀疏基,压缩感知恢复算法采用广 义正交匹配追踪算法(GOMP)<sup>[17]</sup>,并计算了三维 导体目标的雷达散射截面(RCS),数值结果证明了 该方法的准确性与高效性.

## 2 基本原理

#### 2.1 压缩感知构造欠定方程

为了提高矩量法的计算效率,引入信号处理领 域中压缩感知理论来降低内存需求,减少电流求解 时间.

在求解目标表面电流时,将阻抗矩阵视为测量 矩阵,待求解的表面电流视为要重构的信号,激励 电压视为测量值.如果阻抗矩阵满足约束等距特 性<sup>[18]</sup>,便可以从测量值恢复出原始信号.而压缩感 知中恢复算法只需用到低维的测量值,所以在应用 中降低了电流求解时间.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: yfsun@ahu.edu.cn

<sup>© 2018</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

根据矩量法,可得到矩阵方程

$$\boldsymbol{Z}_{N\times N}\boldsymbol{J}_{N\times 1} = \boldsymbol{V}_{N\times 1}, \qquad (1)$$

式中 Z, J, V 分别是阻抗矩阵、电流向量和激励向 量, N 是未知量的数目.通过对阻抗矩阵随机抽取 M 行构造欠定方程

$$\boldsymbol{Z}_{M \times N} \boldsymbol{J}_{N \times 1} = \boldsymbol{V}_{M \times 1}.$$
 (2)

通过应用稀疏变换矩阵**业**使信号**J**在变换域上是稀疏的,即

$$\boldsymbol{J}_{N\times 1} = \boldsymbol{\Psi}_{N\times N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_{N\times 1}, \qquad (3)$$

**A**是信号**J**在**Ψ**上的变换向量,其稀疏度为 *K*.则 (2)式可表示为

$$\boldsymbol{Z}_{M\times N}^{\mathrm{CS}}\boldsymbol{A}_{N\times 1} = \boldsymbol{V}_{M\times 1}, \qquad (4)$$

其中  $Z_{M \times N}^{\text{CS}} = Z_{M \times N} \Psi_{N \times N}^{\text{T}}$ ,再用恢复算法恢复 出电流.本文采用 GOMP 方法作为恢复算法.与 正交匹配追踪 (OMP) 相比,GOMP 在选择原子时 每次选择最大的  $S \uparrow (本文取 S = K/4)$ ,而 OMP 只选择一个,所以 GOMP 与 OMP 精度相同,但速 度更快.

CS方法需要事先知道目标表面电流的稀疏基, 对于二维导体目标,由于目标表面电流的变化缓 慢,所以可以使用离散余弦变化基.而三维导体目 标表面划分为Rao-Wilton-Glisson (RWG)基函数, 其目标表面电流在一般的正交基下不稀疏,使得 CS方法的应用受到了限制.

#### 2.2 特征基函数作为稀疏基

特征基函数法(CBFM)是一种基于区域分解 的方法.特征基函数法首先将目标划分为若干个子 域,在每个子域上构造主要特征基函数,并通过次 要特征基函数来反映子域之间的相互作用,以此来 实现矩阵方程的降阶,更适合后续直接法求解.本 文需要用到主要特征基函数和次要特征基函数作 为稀疏基,得到稀疏基后就可以准确地恢复出目标 表面电流.

特征基函数法首先将目标划分成m个子域,如 图1所示.为了保证人工划分子域边界电流的连续 性, 需要对每个子域进行扩展.图中虚线表示的是 扩展子域边界, 实线表示的是原始子域边界, 子域 扩展宽度取为 $\lambda/10-\lambda/8$ .

1	2	3	4
5	-' 6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

图 1 目标子域划分示例 Fig. 1. Example of target subdomain partition.

当求解主要特征基函数 (PCBFs) 时, 不考虑子 域与子域之间的互耦作用, 将每一个扩展子域看作 独立子域来处理, 分别计算其在对应入射波激励下 的响应, 于是有

$$\boldsymbol{Z}_{ii}^{\mathrm{e}} \boldsymbol{J}_{i}^{\mathrm{P}} = \boldsymbol{V}_{i}, \qquad (5)$$

式中 $V_i$ 是扩展子域的对应入射波激励; $Z_{ii}^{e}$ 是扩展 子域i的自阻抗矩阵,维数是 $N_i \times N_i$ , $N_i$ 是扩展子 域i包含的RWG基函数个数.扩展子域PCBFs去 除其扩展部分就可以得到原始子域的PCBFs.

当求解扩展子域的次要特征基函数 (SCBFs) 时,需要分别考虑扩展子域 *i* 与其他*m*-1个原始 子域之间的互耦作用,即

$$\boldsymbol{Z}_{ii}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{J}_{i}^{\mathrm{S}} = -\boldsymbol{Z}_{ij}\boldsymbol{J}_{j}^{\mathrm{P}}, \qquad (6)$$

当扩展子域i与原始子域j之间不重合时,阻抗 矩阵  $Z_{ij}$ 是扩展子域i与原始子域j之间的互阻 抗,维数是 $N_i \times N_j$ ;当扩展子域i与原始子域j之间有重合时,阻抗矩阵 $Z_{ij}$ 是扩展子域i与去 掉重合部分的原始子域j之间的互阻抗,维数是  $N_i \times (N_j - N_{ij}), N_{ij}$ 是重合部分的RWG基函数 个数.扩展子域SCBFs去除扩展部分即可得其原 始子域SCBFs.

在求得 CBFs 后, 目标表面电流可以表示为

$$\boldsymbol{J} = \sum_{k=1}^{m} a_1^k \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_1^k \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + \sum_{k=1}^{m} a_i^k \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \boldsymbol{J}_i^k \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + \sum_{k=1}^{m} a_m^k \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \boldsymbol{J}_m^k \end{bmatrix},$$
(7)

100201-2

式中,  $J_i^k$  是第*i*个子域的特征基函数,  $a_i^k$  是此特征基函数的加权系数. 用矩阵可表示为

简写为  
$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_1 \cdots \boldsymbol{0} \cdots \boldsymbol{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{J}_i & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{J}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_i \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_m \end{bmatrix}, \qquad (9)$$
即

即

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}^r \cdot \boldsymbol{a},\tag{10}$$

 $J^r$ 就是压缩感知中所需要的稀疏基, a是目标表 面电流在稀疏基上的稀疏表示. 在求得稀疏基后, 随机抽取M行阻抗矩阵 $Z_{M \times N}$ 和其对应的激励  $V_{M \times 1}$ ,就可以用恢复算法准确地恢复出目标表面 电流了.

需要指出的是该方法在划分子域时,要综合考 虑特征基函数和恢复算法的复杂程度. 如果目标划 分的子域数量 m 过多, 虽然每个子域所含未知数很 少,便于求解PCBFs以及SCBFs,但是压缩感知稀 疏度K却会增大,给恢复算法带来困难;如果目标 划分子域的数量 m 过少,则每个子域所含未知数就 会增多, CBFs 生成效率会降低. 在分析过程中应结 合实际需求平衡 m 与计算效率之间的关系. 在本 文的算例中,压缩感知中的N为未知量数目,M取 为N/2, K则根据文献 [17] 选择恢复概率大于90% 的取值, m的取值要根据目标的大小、形状等综合 考虑, 取在 $\sqrt{K}$ 附近.

## 3 数值算例与结果

为了验证本文方法的有效性,分别对导体 球、组合导体目标和导弹模型的 RCS 进行了计 算. 所有算例均在Intel(R) Core(TM) i7-3820 CPU @3.60 GHz, 56 GB RAM的PC机上完成, 算例均 采用双精度浮点运算.

**算例1** 计算了导体球的双站 RCS, 导体球的 半径为1.5 m,入射波频率为300 MHz,用三角单元 剖分,共10970个三角形,未知量数目为16455,子 域划分为27个,相邻子域扩展大小为1.2倍公共边 平均长度,扩展后未知量数目为23253. 图2给出了 三种方法得到的双站 RCS, 由图可见压缩感知方 法与中位数倍数(MOM)计算结果符合良好. 三种 算法的电流计算时间和误差列于表1,可见CS比 CBFM 计算时间减少, 且精度更高. 本文用相对均 方根误差函数表示恢复误差,即

$$I_{\rm err} = \frac{\|I_{\rm CS} - I_{\rm MOM}\|_2}{\|I_{\rm MOM}\|_2},$$
(11)

$$RCS_{\text{err}} = \frac{\|RCS_{\text{CS}} - RCS_{\text{MOM}}\|_2}{\|RCS_{\text{MOM}}\|_2}.$$
 (12)

100201-3



图 2 导体球双站 RCS

Fig. 2. Bistatic RCS of conducting sphere.

表 1 导体球电流计算时间 Table 1. Comparison of computation time.

计算方法	计算电流时间/s	电流误差/%	RCS 误差/%
MOM	183.626	—	
CBFM	71.425	39.0123	4.9561
CS	62.871	16.8863	3.2142

**算例2** 讨论了三种方法在不同未知量数目时的双站 *RCS* 的计算时间,本算例的目标为半径 1 m 的导体球,入射波频率和剖分的未知量数目如 表 2 所列,图 3 给出了三种方法的计算时间与未知 量数目的关系.由图 3 可见,随着未知量数目的增加,压缩感知方法所用时间增长得更缓慢.



图 3 导体球电流计算时间

Fig. 3. Computation time of current of conducting sphere.

**算例3** 计算了九个组合导体目标的双站 RCS,其中导体球的半径为0.5 m,导体圆锥半 径为0.5 m, 高为1 m, 导体圆柱的半径为0.5 m, 高 为1 m, 正方体边长为1 m, 各导体底面中心相距 1.5 m. 入射波频率为300 MHz, 用三角单元剖分, 共16840个三角形, 未知量数目为25260, 子域划分 为50个, 相邻子域扩展大小为1.2倍公共边平均长 度, 扩展后未知量数目为40956. 图4给出了三种方 法得到的双站 RCS, 三种算法的计算时间和恢复 误差如表3所列, 可见CS比CBFM计算时间减少, 且精度明显提高.

表 2 不同入射波频率下的未知量数目 Table 2. Number of unknown variable of different frequency.

入射波频率/MHz	300	350	400	450	500	
未知量数目	7371	10302	13251	16455	20826	
三角形数目	4914	6868	8834	10970	13884	
子域数目	27	30	36	45	48	



图 4 组合导体目标双站 RCS

Fig. 4. Bistatic RCS of composite conductor target.

表 3 组合导体目标电流计算时间比较 Table 3. Comparison of computation time.

计算方法	计算电流时间/s	电流误差/%	RCS 误差/%
MOM	638.291	_	
CBFM	335.840	82.2350	14.7122
$\mathbf{CS}$	267.112	20.1922	3.8651

**算例4** 计算了导弹模型的双站*RCS*,其中导 弹模型的长为1 m,宽为0.64 m,高为0.22 m.入 射波频率为1 GHz,用三角单元剖分,共10502个 三角形,未知量数目为15753,子域划分为28个, 相邻子域扩展大小为1.2倍公共边平均长度,扩展 后未知量数目为24078. 图5 给出了三种方法得到 的双站 *RCS*, 三种算法的计算时间和恢复误差如 表4所列.



图5 导弹模型双站 RCS

Fig. 5. Bistatic RCS of simple missile model.

表4 导弹模型电流计算时间比较 Table 4. Comparison of computation time.

计算方法	计算电流时间/s	电流误差/%	RCS 误差/%
MOM	164.283	—	_
CBFM	96.362	44.2677	5.9960
CS	82.165	25.2098	4.2584

## 4 结 论

本文改进了压缩感知和矩量法结合构造欠定 方程的方法,引入特征基函数作为稀疏基,恢复算 法采用广义正交匹配追踪算法.应用改进方法计算 三维导体目标的 *RCS*,数值计算结果表明,本文方 法在保证精度的同时,计算效率也得以提高.

本文虽然提高了目标*RCS*的计算效率,但是 在计算特征基函数时,仍然需要填充稠密的阻抗 矩阵.所以,快速获得特征基函数(即稀疏基)可 以进一步提高计算效率.压缩感知理论的新进展 ——结构化压缩感知<sup>[19,20]</sup>,可以将与数据采集硬 件及复杂信号模型相匹配的先验信息引入传统压 缩感知,从而实现对更广泛类型的信号准确有效的 重建. 我们今后会进一步研究,将结构化压缩感知 应用到本文工作中.

#### 参考文献

- [1] Gibson W C 2014 J. Electromagn. Waves Appl. 1 181
- [2] Andriulli F P, Cools K, Bagci H, Olyslager F, Buffa A, Christiansen S, Michelssen E 2012 *IEEE Trans. Anten*nas Propag. 56 2398
- [3] Chen Y, Zuo S, Zhang Y, Zhao X, Zhang H 2017 IEEE Trans. Antennas Propag. 65 3782
- [4] Candè E J, Wakin M B 2008 *IEEE Signal Process. Mag.* 25 21
- [5] Ji S, Xue Y, Carin L 2008 IEEE Trans. Signal Process. 65 3782
- [6] Ender J H G 2010 IEEE Trans. Signal Process. 65 3782
- [7] Wang Z, Wang B Z 2014 Acta Phys. Sci. 63 120202 (in Chinese) [王哲, 王秉中 2014 物理学报 63 120202]
- [8] Chai S R, Guo L X, Li J, Li K 2015 Asia-Pacific Microwave Conference Nanjing, China Dec. 6–9, 2015 p1
- [9] Kong M, Chen M S, Wu B, Wu X 2017 IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett. 1 99
- [10] Wang Z, Wang B Z, Wen Y Q, Wang R 2015 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & Usnc/ursi National Radio Science Meeting Vancouver, BC, July 19–24, 2015 p1488
- [11] Chao X Y, Chen M S, Wu X L, Shen J 2013 Chin. J. Electron. 41 2361 (in Chinese) [曹欣远, 陈明生, 吴先良, 沈晶 2013 电子学报 41 2361]
- [12] Du H M, Chen M S, Wu X L 2012 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology Shenzhen, China May 5–8, 2012 p1
- [13] Chai S R, Guo L X 2015 Acta Phys. Sin. 64 060301 (in Chinese) [柴水荣, 郭立新 2015 物理学报 64 060301]
- [14] Prakash V V S, Mittra R 2003 Microw. Opt. Technol. Lett. 36 95
- [15] Sun Y F, Chan C H, Mittra R, Tsang L 2003 Antennas and Propagation Society International Symposium Columbus, OH, USA June 22–27, 2003 p1068
- [16] Wang Z G 2014 Ph. D. Dissertation (Hefei: Anhui University) (in Chinese) [王仲根 2014 博士学位论文(合肥: 安徽大学)]
- [17] Jian W, Kwon S, Shim B 2012 IEEE Trans. Signal Process. 60 6202
- [18] Tropp J A, Gilbert A C 2007 IEEE Trans. Inf. Theory 53 4665
- [19] Baraniuk R G, Cevher V, Duarte M F, Hegde C 2010 IEEE Trans. Inf. Theory 56 1982
- [20] Duarte M F, Eldar Y C 2011 IEEE Trans. Signal Process. 59 4053

## Compressed sensing based fast method of solving the electromagnetic scattering problems for three-dimensional conductor targets

Ding Ya-Hui Sun Yu-Fa<sup>†</sup> Zhu Jin-Yu

(School of Electronics and Information Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China) (Received 28 November 2017; revised manuscript received 22 March 2018)

#### Abstract

The method of moments is one of the most commonly used algorithms for analyzing the electromagnetic scattering problems of conductor targets. However, it is difficult to solve the matrix equation when analyzing the electromagnetic scattering problem of the electric large target. In recent years, the theory of the compressed sensing was introduced into the method of moments to improve the computation efficiency. The random selected impedance matrix is used as a measurement matrix, and the excitation voltage is used as a measurement value when using compressed sensing theory. The recovery algorithm is used to solve the induced current of target. The method can avoid the inverse problem of matrix equation and improve the computational efficiency of the method of moments, but it can be applied only to 2-dimensional or 2.5-dimensional target. The application of compressed sensing needs to know the sparse basis of the current in advance, but the induced current of three-dimensional target which is expressed by an Rao-Wilton-Glisson basis function is not sparse on the commonly used sparse basis, such as discrete cosine transform basis and discrete wavelet basis. To solve this problem, a method of combining compressed sensing with characteristic basis functions is proposed to analyze the electromagnetic scattering problem of three-dimensional conductor target in this paper. The characteristic basis function method is an improved method of moments. The target is divided into several subdomains, the main characteristic basis functions are comprised of current bases arising from the self-interactions within the subdomain, and the secondary characteristic basis functions are obtained from the mutual coupling effects of the rest of the subdomains. Then a reduction matrix is constructed to reduce the order of matrix equation, and the current can be expressed by the characteristic basis function and its weighting coefficient. In the method presented in this paper, the weighting coefficient is considered as a sparse vector to be solved when the characteristic basis function is used as sparse basis. The number of weighting coefficients is less than the number of unknown ones, so it can be obtained from the compressed sensing recovery algorithm. At the same time, the generalized orthogonal matching pursuit algorithm is used as the recovery algorithm to speed up the recovery process. Finally, the proposed method is used to calculate the radar cross sections of a PEC sphere, nine discrete PEC targets and a simple missile model. The numerical results validate the accuracy and efficiency of the method.

Keywords: method of moments, characteristic basis function, compressed sensing

**PACS:** 02.60.cb, 02.70.-c, 02.90.+p

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172543

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: yfsun@ahu.edu.cn