

卢卡斯光子筛的聚焦特性研究

谢静 张军勇 岳阳 张艳丽

Focusing properties of Lucas sieves

Xie Jing Zhang Jun-Yong Yue Yang Zhang Yan-Li

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 104201 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172260

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172260>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I10>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[多尺度水下偏振成像方法](#)

Multi-scale analysis method of underwater polarization imaging

物理学报.2018, 67(5): 054202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172009>

[远程多光束激光相干场成像拍频误差校正研究](#)

Beat frequency error rectifying in multi-beam laser coherent remote tmaging

物理学报.2018, 67(4): 044201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.044201>

[利用衍射光栅探测涡旋光束轨道角动量态的研究进展](#)

Progress of detecting orbital angular momentum states of optical vortices through diffraction gratings

物理学报.2018, 67(3): 034201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.034201>

[光学元件波前畸变对驱动器光路设计的影响](#)

Influence of phase error of optical elements on optical path design of laser facilities

物理学报.2018, 67(2): 024201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20171877>

[剪切光束成像技术对纵深目标的成像](#)

Sheared-beam imaging of object with depth information

物理学报.2017, 66(20): 204202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.204202>

## 卢卡斯光子筛的聚焦特性研究\*

谢静 张军勇† 岳阳 张艳丽

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 高功率激光物理联合实验室, 上海 201800)

(2017年10月19日收到; 2018年3月9日收到修改稿)

介绍了一种基于卢卡斯数编码设计的轴上四焦点光子筛, 其各焦距分布与黄金分割比密切相关. 实验上利用相移数字全息验证了设计器件具有轴上四焦点聚焦特性, 测量结果表明: 轴向焦距和横向焦斑光强分布与理论设计值一致. 该振幅型光子筛具有体积小、重量轻、易加工等优点, 可应用于 X 波段显微和生物细胞阵列成像等领域.

**关键词:** 衍射光学元件, 多焦点成像, 数字全息, X 射线光学

**PACS:** 42.25.Fx, 42.30.-d, 42.40.Kw, 41.50.+h

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172260

## 1 引言

X 射线、极紫外光谱区的聚焦成像在高分辨显微、光谱学和光刻技术中有重要应用, 但由于传统折射透镜固有材料的强吸收性, 该波段的实际应用受到极大限制. 作为经典的衍射聚焦透镜, 菲涅耳波带片可以解决这一问题<sup>[1,2]</sup>, 但其分辨率受制于最外环宽度加工工艺限制<sup>[3,4]</sup>. 2001年, 德国科学家 Kipp 等<sup>[5]</sup>提出光子筛的概念, 采用大量随机分布的筛孔取代波带片的环带结构, 实现了 X 射线和极紫外线的超分辨聚焦成像效果. 随后出现了各种不同类型的光子筛设计方案, 例如螺旋光子筛<sup>[6]</sup>、双波长光子筛<sup>[7]</sup>、位相光子筛<sup>[8]</sup>、分形光子筛<sup>[9,10]</sup>、反射式光子筛<sup>[11]</sup>、复合型光子筛<sup>[12]</sup>等. 由于光子筛具有体积小、重量轻、易加工等特点, 其未来在 X 射线成像<sup>[13]</sup>、纳米光刻<sup>[14]</sup>、光镊<sup>[15]</sup>、武器视觉<sup>[16]</sup>、天文学<sup>[17]</sup>领域将发挥积极作用.

然而, 传统光子筛只有一个主焦点, 不能实现轴上多焦点成像. 2015年, 我们研究小组<sup>[18,19]</sup>将斐波那契数引入衍射光学结构, 提出了斐波那契光

子筛, 打破了传统光子筛的单一焦点聚焦特性, 理论预测和实验验证了其轴上双焦点的聚焦功能, 随后将其推广至广义斐波那契光子筛<sup>[20,21]</sup>, 同时给出了相应的双焦点分布公式. 以上研究工作未能解决轴上多于双焦点的聚焦情况. 本文理论上指出了卢卡斯光子筛具有轴上四焦点特性, 其焦距分布由相应的公式给出. 设计并通过光刻工艺加工了卢卡斯光子筛, 实验上利用相移数字全息对其轴上焦距和横向焦斑分布进行了测量. 结果表明: 轴上焦距测量值与理论设计值偏差小于 0.9%, 焦斑宽度与理论设计值偏差小于 5%, 验证了轴上四焦点卢卡斯光子筛设计的正确性, 这为器件的进一步应用奠定了坚实基础.

## 2 设计原理和理论分析

卢卡斯数由法国数学家爱德华·卢卡斯发现和命名, 其序列为

$$1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, \dots, \quad (1)$$

满足递推关系  $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$  ( $n > 2, n \in N$ ), 其特征为方程  $x^2 - x - 1 = 0$ , 对应的两个特征根

\* 中国科学院青年创新促进会 (批准号: 2017292) 和国家自然科学基金 (批准号: 61775222) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhangjy829@siom.ac.cn

分别为  $x_1 = (1 + \sqrt{5})/2$  和  $x_2 = (1 - \sqrt{5})/2$ , 表现的数学性质为随  $n$  增大前后两项之比趋向于黄金分割比  $\gamma = (1 + \sqrt{5})/2$ .

从数学上看, 卢卡斯数和斐波那契数具有相同的递归关系式, 采用之前提出的斐波那契光子筛的编码记录方式<sup>[19]</sup>, 记录  $L_n$  对应的卢卡斯光子筛为  $L^n$ , 图 1 展示了种子编码为 (0, 010) 的卢卡斯波带片和光子筛的前 20 环分布, 具体编码为 (01000100100010001001), 其中 0 代表暗环, 1 代表亮环. 若以相同尺寸的波带片焦距  $f$  为参考焦距, 那么卢卡斯光子筛经单色平面波照明后将在轴上产生四个聚焦焦斑, 其轴上焦点位置  $f_i$  满足以下数学集合:

$$f_i \in \left[ \frac{1+\gamma^2}{2}f, \frac{\gamma+\gamma^{-1}}{2(\gamma+\gamma^{-1}-1)}f, \frac{\gamma+\gamma^{-1}}{2}f, \frac{1+\gamma^{-2}}{2}f \right] \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad (2)$$

其中  $\gamma$  为上文定义的黄金分割比, 焦距均为长度量纲.

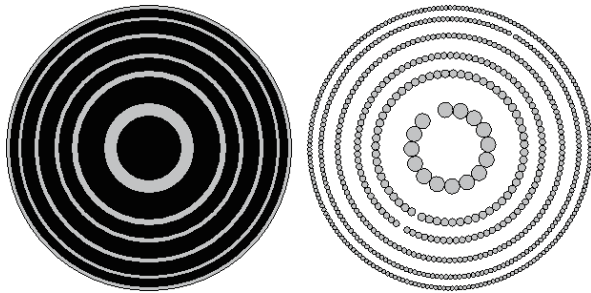


图 1 卢卡斯波带片和光子筛的前 20 环  
Fig. 1. First 20 rings of Lucas zone plate and Lucas photon sieves (LPS).

可见卢卡斯光子筛轴上焦点的位置与黄金分割比密切相关, 从 (2) 式可知, 第一个焦点和第三个焦点的焦距呈黄金分割比, 第三个焦点和第四个焦点的焦距呈黄金分割比. 为了验证该模型, 以卢卡斯光子筛  $L^{12}$  为例, 其总环带数 322, 入射波长 632.8 nm, 参考焦距  $f = 18$  cm, 最外层孔直径为 9.41  $\mu\text{m}$ . 以平面波照射为例, 根据惠更斯-菲涅耳衍射理论进行模拟, 计算得到其轴上焦点位置如表 1 所列, 显然仿真结果与 (2) 式给出的理论计算值一致. 初始种子 (1, 3) 存在  $2^4 = 16$  种编码, 考虑到巴比涅互补原理, 此时剩下 8 种. 又剔除编码种子 (0, 000) (此时对应黑屏) 后仅存在 7 种编码, 表 1 同时给出了不同编码对应的轴上焦点分布 (‘ $\surd$ ’

表示有, ‘ $\times$ ’ 表示无), 可见绝大部分编码具有轴上四个焦点, 只有两种编码有两个焦点. 但一个共性就是所有编码产生的轴上焦距都满足 (2) 式, 据此可与两个焦距呈黄金分割比的斐波那契光子筛区分开.

表 1 卢卡斯光子筛  $L^{12}$  轴上焦距模拟值与理论值比较  
Table 1. Comparison between simulation and theoretical values of axial foci for 12-order Lucas photon sieves.

	$f_1/\text{cm}$	$f_2/\text{cm}$	$f_3/\text{cm}$	$f_4/\text{cm}$
理论值	12.438	16.281	20.125	32.562
编码种子 \ 模拟值	12.434	16.282	20.123	32.571
(0, 001)	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
(0, 010)	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
(0, 011)	$\surd$	$\times$	$\times$	$\surd$
(0, 100)	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
(0, 101)	$\times$	$\surd$	$\surd$	$\times$
(0, 110)	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$
(0, 111)	$\surd$	$\surd$	$\surd$	$\surd$

### 3 实验原理与聚焦特性分析

为了验证上述卢卡斯光子筛模型的聚焦特性, 实验设计了编码种子为 (0, 010) 的卢卡斯光子筛  $L^{12}$ , 在镀铬石英基板上利用光刻工艺制作出透射式振幅型光子筛. 鉴于卢卡斯光子筛的聚焦焦斑在 10  $\mu\text{m}$  量级, 而一般电荷耦合元件 (charge-coupled device, CCD) 单个像素尺寸在几到十几微米, 难以满足焦斑的精密测量要求. 因此实验上采用相移数字全息法 (phase-shifting digital holography, PSDH) 对卢卡斯光子筛进行聚焦特性测量, 其光路原理见图 2. 波长为 632.8 nm 的 2 mW 氦氖激光束透过水平偏振片后被分束器 BS1 分为两臂光路, 分别进行强度衰减、针孔滤波和透镜准直. 上臂为参考光路, 置入四分之一波片作为相移器引入  $\pi/2$  的相位差; 下臂为物光光路, 置入透射振幅式掩模板上的卢卡斯光子筛图案. 两路光波经分束器 BS2 合束, 产生的干涉图样被与物体距离为  $d$  的 CCD 感光面接收记录, CCD 的像素数目为  $1040 \times 1390$ , 像元尺寸为 6.45  $\mu\text{m}$ .

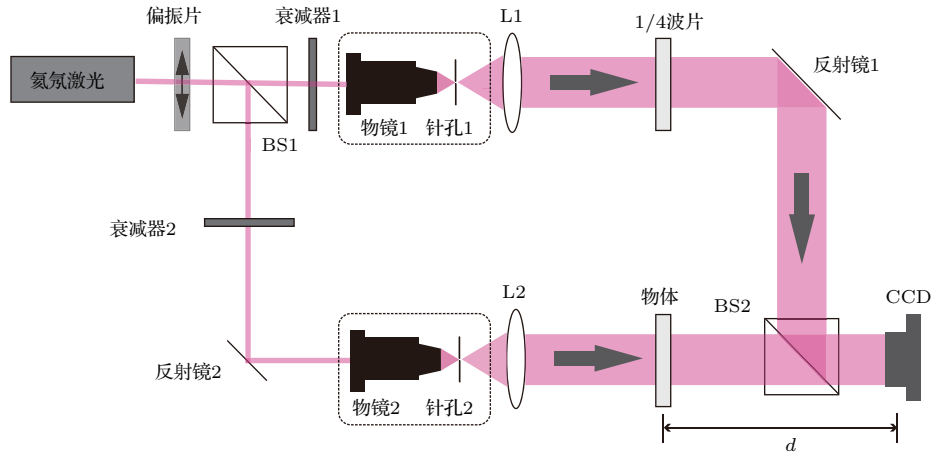


图2 相移数字全息测量光路示意图

Fig. 2. Schematic of optical setup for measurement by PSDH.

相移数字全息成像方法的实验操作如下：调节两衰减器使两条光路的光强相近；调节平台上的物体底座位置改变  $d$  的大小，使同轴全息光路至合适的横向分辨率；记录入射光以波片快、慢轴入射时的干涉图样  $I_1, I_2$  以及单独物光、参考光的两幅图样  $I_3, I_4$ ；提取 CCD 感光面上的物光复振幅分布为 [22]

$$A(x, y) e^{i\varphi} = \frac{(I_1 - I_3 - I_4) - (I_2 - I_3 - I_4) e^{-i\theta}}{\sqrt{I_4}(1 - e^{-2i\theta})}, \quad (3)$$

其中  $\theta$  为 1/4 波片引入的相移变化，根据实际情况取  $\pi/2$  或  $-\pi/2$  的值。

相比于传统光子筛在轴上产生单一主焦点，卢卡斯光子筛能够产生轴上四个焦点。利用上述 PSDH 方法测量卢卡斯光子筛的聚焦特性，根据其在 CCD 感光面上 ( $d = 9.8 \text{ cm}$ ) 的物光波面进行反向衍射传输得到卢卡斯光子筛后表面上的波前分布，其光强分布如图 3 所示，能够清晰地看到光子筛上的随机分布孔，以光子筛实物的中心分布孔为例，各个孔的大小与位置和设计值一一对应。

对卢卡斯光子筛后表面上的波前进行菲涅耳衍射传输，计算得到的轴上焦距分布如图 4 所示，依次为 12.54, 16.32, 20.14 和 32.59 cm，与设计值的最大偏差小于 0.9%，其中  $f_1, f_4$  焦斑强度接近， $f_2, f_3$  焦斑强度稍弱。轴上焦距所对应的各个焦斑分布情况如图 5 所示，其中图 5 (a)–(d) 为仿真结果，图 5 (e)–(h) 为实验测量值。四个焦斑的半高全宽

仿真结果为 6.70, 8.86, 10.88 和 17.60  $\mu\text{m}$ ，对应的实验测量值为 6.71, 8.92, 10.99 和 18.46  $\mu\text{m}$ ，最大偏差小于 5%。需要指出的是，尽管随着焦距增大而焦斑变大，但依然满足焦斑宽度之比等于相应焦距之比。

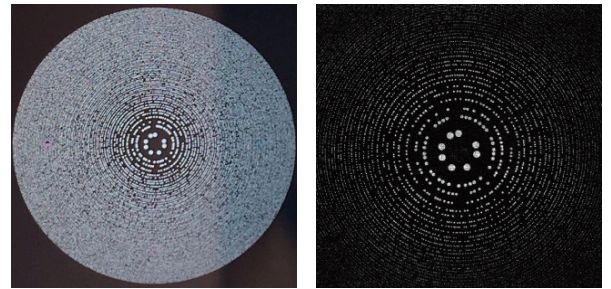


图3 卢卡斯光子筛实物图与全息成像

Fig. 3. LPS device and its image by PSDH.

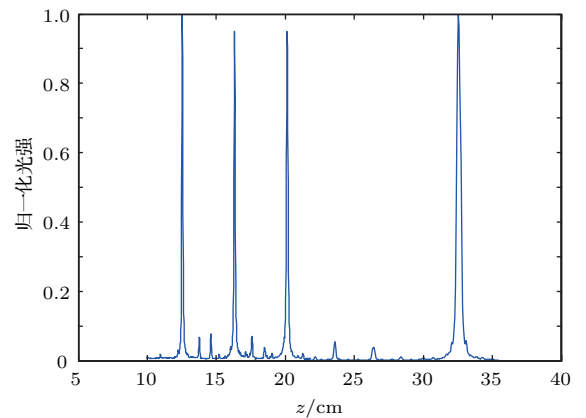


图4 卢卡斯光子筛轴上光强分布

Fig. 4. Axial intensity distribution of Lucas photon sieves.

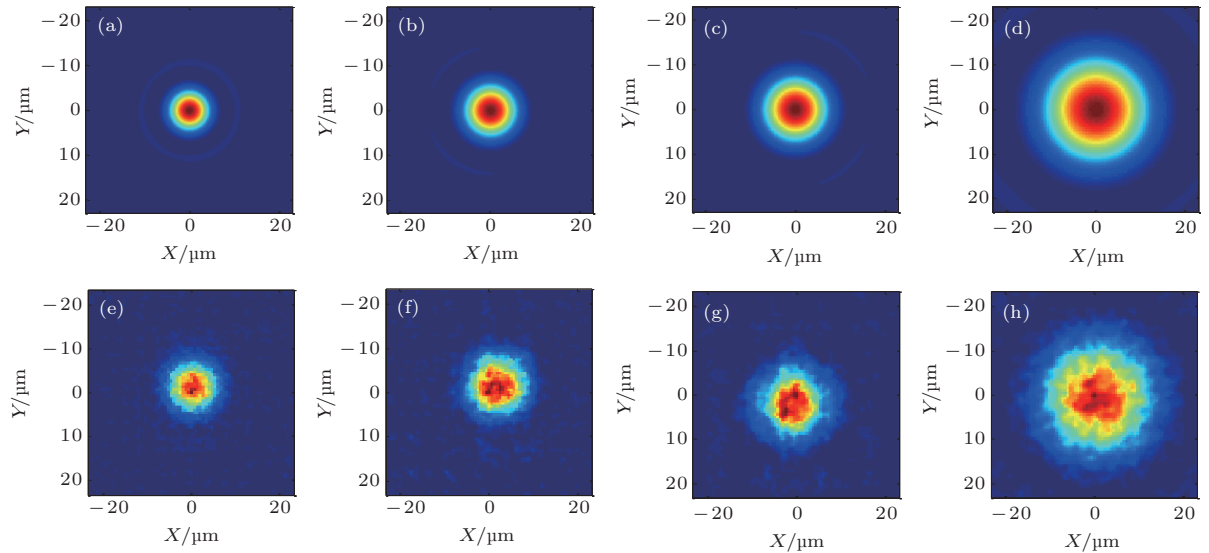


图5 四个焦斑的光强分布 (a—d) 仿真值; (e—h) 实验值: (a), (e)  $z = f_1$ ; (b), (f)  $z = f_2$ ; (c), (g)  $z = f_3$ ; (d), (h)  $z = f_4$

Fig. 5. Intensity distributions of four axial foci: (a), (e)  $z = f_1$ ; (b), (f)  $z = f_2$ ; (c), (g)  $z = f_3$ ; (d), (h)  $z = f_4$ .

## 4 结 论

卢卡斯光子筛具有与斐波那契光子筛类似的性质, 即形成的轴上焦距分布与黄金分割比有密切关系, 这由卢卡斯数的内在性质决定. 相比于传统菲涅耳波带片或光子筛的一个主焦点以及斐波那契光子筛的双焦点, 卢卡斯光子筛在轴上可以生成四个主焦点, 其轴上焦距的分布公式与双焦点也有所不同. 另外从光学功能上看, 轴上焦点越多越有利于实现阵列成像. 同时又因为振幅型光子筛不受波段限制、轻便等优点, 其在X射线波段和生物细胞阵列成像等领域将具有重要应用价值.

## 参考文献

[1] Kirz J 1974 *J. Opt. Soc. Am.* **64** 301  
 [2] Suzuki Y, Takeuchi A, Takano H, Takenaka H 2005 *Jpn. J. Appl. Phys.* **44** 1994  
 [3] Kyuragi H, Urisu T 1985 *Appl. Opt.* **24** 1139  
 [4] Sun J A, Cai A 1991 *J. Opt. Soc. Am. A* **8** 33  
 [5] Kipp L, Skibowski M, Johnson R L, Berndt R, Adelung R, Harm S, Seemann R 2001 *Nature* **414** 184

[6] Xie C Q, Zhu X L, Shi L N, Liu M 2010 *Opt. Lett.* **35** 1765  
 [7] Chung H H, Bradman N M 2008 *Opt. Engng.* **47** 118001  
 [8] Jia J, Xie C Q 2009 *Chin. Phys. B* **18** 183  
 [9] Gimenez F, Monsoriu J A, Furlan W D, Pons A 2006 *Opt. Express* **14** 11958  
 [10] Gimenez F, Furlan W D, Monsoriu J A 2007 *Opt. Commun.* **277** 1  
 [11] Kallane M, Buck J, Harm S, Seemann R, Rosnagel K, Kipp L 2011 *Opt. Lett.* **36** 2405  
 [12] Xie C Q, Zhu X L, Li H L, Shi L N, Wang Y H 2010 *Opt. Lett.* **35** 4048  
 [13] Cheng G X, Hu C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 080703 (in Chinese) [程冠晓, 胡超 2011 物理学报 **60** 080703]  
 [14] Cheng G X, Xing T W, Lin W M, Zhou J M, Qiu C K, Liao Z J, Yang Y, Hong L, Ma J L 2007 *Proc. SPIE* **6517** 651736  
 [15] Cheng Y G, Tong J M, Zhu J P, Liu J B, Hu S, He Y 2016 *Opt. Lasers Eng.* **77** 18  
 [16] Kincade K 2004 *Laser Focus World* **40** 34  
 [17] Andersen G, Asmolova O, McHarq M G, Quiller T, Maldonado C 2016 *Proc. SPIE* **9904** 99041P  
 [18] Zhang J Y 2015 *Opt. Express* **23** 30308  
 [19] Ke J, Zhang J Y 2015 *Acta Opt. Sin.* **35** 0923001 (in Chinese) [柯杰, 张军勇 2015 光学学报 **35** 0923001]  
 [20] Ke J, Zhang J Y 2015 *Appl. Opt.* **54** 7278  
 [21] Ke J, Zhang J Y 2016 *Opt. Commun.* **368** 34  
 [22] Takaki Y, Kawai H, Ohzu H 1999 *Appl. Opt.* **38** 4990

# Focusing properties of Lucas sieves\*

Xie Jing Zhang Jun-Yong<sup>†</sup> Yue Yang Zhang Yan-Li

(National Laboratory on High Power Laser and Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

( Received 19 October 2017; revised manuscript received 9 March 2018 )

## Abstract

A kind of optical diffractive element named photon sieve, which is essentially Fresnel zone plate in which the transmissive rings are replaced with a large number of randomly distributed isolated pinholes, can be used to focus X-ray and extreme ultraviolet lithography spectrum into spots with sizes smaller than the diameter of the smallest circular pinhole. However, both the traditional photon sieves and Fibonacci sieves have no more than two axial foci. In order to break this limitation, the Lucas sequence is introduced into the design of photon sieves, and thus producing four axial foci. With respect to the previous Fibonacci sequence, Lucas sequence has the same recursion relation as well as the same eigenvalue of golden mean  $\gamma = (1 + \sqrt{5})/2$ . The only difference between them is the first two initial seeds. Based on Fresnel-Kichhoff diffraction theory, the simulation results show that there exist four focal spots with approximately equal intensity along the optical axis on condition that the hole diameters are set to be 1.16 times the underlying Fresnel zone width. Then in order to verify the validity of our proposed model, a Lucas sieve of diameter 12.11 mm and referred focal length 180 mm is fabricated by photolithography and its focusing properties are precisely measured by the in-line phase-shifting digital holography. In experiment, a quarter wave plate is used to realize two-step phase-shift interferences, and obtain the quad-focal length by auto-focusing algorithm in holography. Meanwhile, the quad-focal spots can also be calculated through the diffraction propagation of reconstructed object wave. Compared with the theoretical values, the measurement results indicate that the maximum deviation of quad-focal lengths is less than 0.9%, and the relative errors of the full width at half maximum of four Airy spots are all less than 5%. The experimental results agree well with the theoretical analysis results. Owing to the advantages of small volume, little weight and easy processing, Lucas sieve has great potential in X-ray microscopy, array imaging for living biological cell and especially in the next generation of synchrotron light sources.

**Keywords:** diffractive optical elements, multifocal imaging, digital holography, X-ray optics

**PACS:** 42.25.Fx, 42.30.-d, 42.40.Kw, 41.50.+h

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172260

\* Project supported by Youth Innovation Promotion Association CAS, China (Grant No. 2017292) and National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61775222).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [zhangjy829@siom.ac.cn](mailto:zhangjy829@siom.ac.cn)