

基于涂覆石墨烯的三根电介质纳米线的 THz 波导的模式特性分析

卫壮志 薛文瑞 彭艳玲 程鑫 李昌勇

Modes characteristics analysis of THz waveguides based on three graphene-coated dielectric nanowires

Wei Zhuang-Zhi Xue Wen-Rui Peng Yan-Ling Cheng Xin Li Chang-Yong

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 108101 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180036

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180036>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I10>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[涂覆石墨烯的非对称并行电介质纳米线波导的模式特性分析](#)

Mode properties analysis of graphene-coated asymmetric parallel dielectric nanowire waveguides

物理学报.2018, 67(3): 038102 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.038102>

[表面预处理对石墨烯上范德瓦尔斯外延生长 GaN 材料的影响](#)

Effect of surface pretreatment on GaN van der Waals epitaxy growth on graphene

物理学报.2017, 66(24): 248101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.248101>

[石墨烯纳米带的制备与电学特性调控](#)

Fabrication and electrical engineering of graphene nanoribbons

物理学报.2017, 66(21): 218103 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.218103>

[硅基底石墨烯器件的现状及发展趋势](#)

Research status and development graphene devices using silicon as the substrate

物理学报.2017, 66(21): 218102 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.218102>

# 基于涂覆石墨烯的三根电介质纳米线的THz波导的模式特性分析\*

卫壮志<sup>1)</sup> 薛文瑞<sup>1)†</sup> 彭艳玲<sup>1)</sup> 程鑫<sup>1)</sup> 李昌勇<sup>2)3)</sup>

1) (山西大学物理电子工程学院, 太原 030006)

2) (山西大学, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 激光光谱研究所, 太原 030006)

3) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2018年1月5日收到; 2018年3月6日收到修改稿)

研究了一种基于涂覆石墨烯的三根电介质纳米线的THz波导, 采用多极方法对这种波导所支持的5种低阶模的有效折射率的实部和传播长度进行了解析分析。结果表明, 通过改变工作频率、中间纳米线半径、纳米线之间的间距以及石墨烯的费米能, 可以有效地调节波导的模式特性。当工作频率从30 THz增加到40 THz时, 这些模式的有效折射率的实部增大, 传播长度减小, 并且在变化的过程中会出现交叉现象。当中间纳米线的半径从25 nm增加到75 nm时, 除了模式3和模式4基本不受影响, 其他模式有效折射率的实部增大, 传播长度变化各不相同。当纳米线之间的间距从10 nm增加到50 nm时, 除了模式3和模式4基本不受影响, 其他模式有效折射率的实部减小, 传播长度增大, 并且在变化的过程中会出现交叉现象。当石墨烯的费米能从0.4 eV增加到1.2 eV时, 有效折射率的实部减小, 传播长度增大。计算表明, 多极法得到的结果与有限元方法得到的结果完全一致。本研究可以为基于涂覆石墨烯的电介质纳米线的THz波导的设计、制作和应用提供理论基础。

**关键词:** 石墨烯, 纳米线, 波导, 多极方法

**PACS:** 81.05.ue, 81.07.Gf, 84.40.Az

**DOI:** [10.7498/aps.67.20180036](https://doi.org/10.7498/aps.67.20180036)

## 1 引言

太赫兹(THz)波是频率在0.1 THz到10 THz范围内的电磁波, 是当今世界的研究热点之一<sup>[1–5]</sup>。THz波在自由空间中的传输损耗较大, 且远距离传输时由于群速度色散所造成的时延差会导致信号失真<sup>[6]</sup>。为了解决这些问题, 用于THz波传输的波导应运而生<sup>[7–9]</sup>。

自从2004年发现石墨烯以来, 其独特的性能引起了广泛关注<sup>[10,11]</sup>。由于在石墨烯的表面可以激发表面等离子激元(surface plasmon polaritons, SPPs)<sup>[12]</sup>, 其共振频率落在THz波段至红外波段, 所以借助于石墨烯这种二维材料, 可以构建THz波

导, 实现对THz波的传输<sup>[13–15]</sup>。

基于石墨烯的纳米带波导是近年来用于传输THz波的波导。这种波导通常是将石墨烯纳米带铺在硅基底上构成的<sup>[16]</sup>。相较于独立存在的单层石墨烯纳米带<sup>[17]</sup>, 最显著的区别是等效折射率大幅度增加。较强的模式约束性通常会伴随着较大的传播损耗。为了降低损耗, 人们在石墨烯和硅基底之间加入极薄的一层二氧化硅层作为缓冲层, 既可以增加有效传播距离, 又可以提高波导的品质<sup>[18,19]</sup>。在这种波导中, 可以在石墨烯纳米带上激发边缘模式和波导模式。研究表明, 改变工作频率或者纳米带的宽度, 可以调节模式的数量、模式面积和传播距离<sup>[20]</sup>。

\* 国家自然科学基金(批准号: 61378039, 61575115)和国家基础科学人才培养基金(批准号: J1103210)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: [wrxue@sxu.edu.cn](mailto:wrxue@sxu.edu.cn)

涂覆石墨烯的纳米线波导是近年来发展起来的另外一种传输 THz 波的波导。这种波导通常将单层的<sup>[21]</sup>或者多层的<sup>[22,23]</sup>石墨烯涂覆在单根<sup>[21]</sup>或者两根圆柱形的<sup>[23,24]</sup>电介质纳米线上构成的。由于没有边缘效应引起的损耗，这种波导受到了广泛的关注。研究表明，涂覆单层石墨烯的单根纳米线波导中石墨烯有助于提高模式的传播长度<sup>[21]</sup>。涂覆双层石墨烯的单根纳米线波导对模式具有较强的约束性，可以减小有效模式面积，增大传播长度<sup>[22]</sup>。在涂覆单层石墨烯的纳米并行线之间的狭缝区域，场的增强效应非常明显，可产生较高的梯度力<sup>[24]</sup>。在涂覆双层石墨烯的纳米并行线波导的狭缝区域，可以得到更高的场增强<sup>[23]</sup>。

迄今为止，尚未见解析分析过基于涂覆石墨烯的三根电介质纳米线的 THz 波导。本文采用多极方法对这种 THz 波导的模式特性进行研究。通过改变工作频率、中间纳米线半径、纳米线之间的间距以及石墨烯的费米能，对模式的有效折射率的实部和传播长度进行了详细分析。这种波导在模分复用方面具有潜在的应用前景<sup>[25–27]</sup>。

## 2 理论模型及计算方法

基于涂覆石墨烯的三根电介质纳米线的 THz 波导的结构如图 1 所示，该波导是由三根半径分别为  $\rho_0$ 、 $\rho_1$  和  $\rho_2$  且轴心处于同一水平面上、涂覆了单层石墨烯的电介质纳米线组成。假设结构左右对称，且取典型值  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm。相邻两根纳米线的圆心间的距离均为  $a$ 。纳米线之间的距离为  $d$ 。电介质纳米线的相对介电常数为  $\varepsilon_1$ ，整个结构镶嵌在相对介电常数为  $\varepsilon_2$  的电介质中，并假设  $\varepsilon_1 = 2$ ， $\varepsilon_2 = 1$ 。将石墨烯看成厚度为零的导体介质，其电导率  $\sigma_g = \sigma_{\text{intra}} + \sigma_{\text{inter}}$ ，这里  $\sigma_{\text{intra}}$  和  $\sigma_{\text{inter}}$  分别是带内和带间电导率，它们可以由库珀公式得到<sup>[28]</sup>：

$$\sigma_{\text{intra}} = \frac{2ie^2k_B T}{\hbar^2\pi(\omega + i\Gamma)} \ln \left[ 2 \cosh \left( \frac{E_F}{2k_B T} \right) \right], \quad (1)$$

$$\sigma_{\text{inter}} = \frac{e^2}{4\hbar} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \left( \frac{\hbar\omega - 2E_F}{2k_B T} \right) - \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\hbar\omega + 2E_F)^2}{(\hbar\omega - 2E_F)^2 + (2k_B T)^2} \right], \quad (2)$$

其中  $e$  是电子的电荷量， $k_B$  是玻尔兹曼常量， $T = 300$  K 是环境温度， $\hbar$  是约化的普朗克常量， $\omega = 2\pi f$  是角频率， $\Gamma = 2 \times 10^{12}$  rad/s 是载流子散射率， $E_F$  是费米能级。由上式计算可知，石墨烯的电导率的大小主要取决于工作频率  $f$ 、费米能级  $E_F$  以及温度  $T$ 。

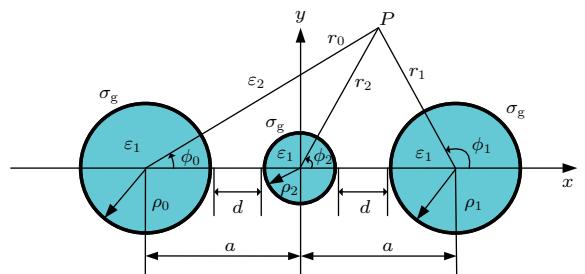


图 1 基于涂覆石墨烯的三根电介质纳米线的 THz 波导的横截面示意图，电介质纳米线外侧黑色的圆环为石墨烯

Fig. 1. Cross section of the THz waveguides based on three graphene-coated dielectric nanowires. The black rings on the outside of the dielectric nanowires are graphene.

本文采用多级方法<sup>[29–34]</sup>对图 1 所示的结构支持的模式进行分析。假设波导结构中的模式在  $z$  方向上传播，以三根电介质纳米线的轴心为原点，分别建立极坐标系  $(r_0, \varphi_0)$ 、 $(r_1, \varphi_1)$  和  $(r_2, \varphi_2)$ 。在各自的坐标系中，写出  $z$  方向的电场和磁场分量如下：

纳米线 0 的内部电磁场分量  $E_{z01}$  和  $H_{z01}$  的分布

$$\begin{cases} E_{z01} = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n \cos(n\varphi_0) + A'_n \sin(n\varphi_0)] I_n(\lambda_1 r_0) \\ H_{z01} = \sum_{n=0}^{\infty} [B_n \cos(n\varphi_0) + B'_n \sin(n\varphi_0)] I_n(\lambda_1 r_0) \end{cases}; \quad (3)$$

纳米线 0 的外部电磁场分量  $E_{z02}$  和  $H_{z02}$  的分布

$$\begin{cases} E_{z02} = \sum_{n=0}^{\infty} [C_n \cos(n\varphi_0) + C'_n \sin(n\varphi_0)] K_n(\lambda_2 r_0) \\ H_{z02} = \sum_{n=0}^{\infty} [D_n \cos(n\varphi_0) + D'_n \sin(n\varphi_0)] K_n(\lambda_2 r_0) \end{cases}; \quad (4)$$

纳米线1的内部电磁场分量  $E_{z11}$  和  $H_{z11}$  的分布

$$\begin{cases} E_{z11} = \sum_{n=0}^{\infty} [E_n \cos(n\varphi_1) + E'_n \sin(n\varphi_1)] I_n(\lambda_1 r_1) \\ H_{z11} = \sum_{n=0}^{\infty} [F_n \cos(n\varphi_1) + F'_n \sin(n\varphi_1)] I_n(\lambda_1 r_1) \end{cases}; \quad (5)$$

纳米线1的外部电磁场分量  $E_{z12}$  和  $H_{z12}$  的分布

$$\begin{cases} E_{z12} = \sum_{n=0}^{\infty} [G_n \cos(n\varphi_1) + G'_n \sin(n\varphi_1)] K_n(\lambda_2 r_1) \\ H_{z12} = \sum_{n=0}^{\infty} [H_n \cos(n\varphi_1) + H'_n \sin(n\varphi_1)] K_n(\lambda_2 r_1) \end{cases}; \quad (6)$$

纳米线2的内部电磁场分量  $E_{z21}$  和  $H_{z21}$  的分布

$$\begin{cases} E_{z21} = \sum_{n=0}^{\infty} [P_n \cos(n\varphi_2) + P'_n \sin(n\varphi_2)] I_n(\lambda_1 r_2) \\ H_{z21} = \sum_{n=0}^{\infty} [Q_n \cos(n\varphi_2) + Q'_n \sin(n\varphi_2)] I_n(\lambda_1 r_2) \end{cases}; \quad (7)$$

纳米线2的外部电磁场分量  $E_{z22}$  和  $H_{z22}$  的分布

$$\begin{cases} E_{z22} = \sum_{n=0}^{\infty} [R_n \cos(n\varphi_2) + R'_n \sin(n\varphi_2)] K_n(\lambda_2 r_2) \\ H_{z22} = \sum_{n=0}^{\infty} [S_n \cos(n\varphi_2) + S'_n \sin(n\varphi_2)] K_n(\lambda_2 r_2) \end{cases}; \quad (8)$$

其中,  $I_n$  和  $K_n$  是修正的贝塞尔函数;  $A_n$ ,  $A'_n$ ,  $B_n$ ,  $B'_n$ ,  $C_n$ ,  $C'_n$ ,  $D_n$ ,  $D'_n$ ,  $E_n$ ,  $E'_n$ ,  $F_n$ ,  $F'_n$ ,  $G_n$ ,  $G'_n$ ,  $H_n$ ,  $H'_n$ ,  $P_n$ ,  $P'_n$ ,  $Q_n$ ,  $Q'_n$ ,  $R_n$ ,  $R'_n$ ,  $S_n$  和  $S'_n$  为待定系数;  $\lambda_1 = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_1 \mu_0}$ ,  $\lambda_2 = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_2 \mu_0}$ , 其中  $\beta$  是传播常数,  $\mu_0$  是真空的磁导率. 利用加法定理<sup>[29]</sup>, 将纳米线1与纳米线2的外电磁场  $E_{z12}$ ,  $E_{z22}$ ,  $H_{z12}$  和  $H_{z22}$  分别变换到纳米线0的坐标系中, 则可以得到纳米线0的外电磁场  $E_z|_{0\text{外}}$  和  $H_z|_{0\text{外}}$ . 同理可以得到纳米线1的外电磁场  $E_z|_{1\text{外}}$  和  $H_z|_{1\text{外}}$ , 纳米线2的外电磁场  $E_z|_{2\text{外}}$  和  $H_z|_{2\text{外}}$ . 根据 Maxwell 方程组可由纳米线外的  $z$  方向的电磁场计算出其他的场分量. 把单层石墨烯看成厚度为零的导体边界, 利用切向边界条件

$$\begin{cases} E_z|_{i\text{内}} = E_z|_{i\text{外}} \\ H_z|_{i\text{外}} - H_z|_{i\text{内}} = -\sigma_g E_\varphi|_{i\text{内}} \\ E_\varphi|_{i\text{内}} = E_\varphi|_{i\text{外}} \\ H_\varphi|_{i\text{外}} - H_\varphi|_{i\text{内}} = \sigma_g E_z|_{i\text{内}} \end{cases}, \quad (9)$$

其中  $i = 0, 1$  和  $2$  分别代表纳米线0、纳米线1和纳米线2, 就可以建立一个齐次线性代数方程组,

$$[\mathbf{A}][\mathbf{X}] = \mathbf{0}, \quad (10)$$

其中  $[\mathbf{X}]$  为(3)–(8)式中的待定系数组成的一个列矢量. 假设  $M$  为(3)–(8)式及其他场分量中  $n$  的上限值, 也就是说, 把无穷项求和截断为  $M$  项求和, 则  $[\mathbf{A}]$  为一个方阵, 且这个方阵由  $24 \times 24$  个子方阵  $\mathbf{a}(i, j)$  组成, 每个子方阵  $\mathbf{a}(i, j)$  中包含  $M \times M$  个矩阵元  $a_{m,n}(i, j)$ , 其中  $i = 0, 1, \dots, 23$ ;  $j = 0, \dots, 23$ ;  $m = 0, 1, \dots, M$ ;  $n = 0, 1, \dots, M$ . 例如:

$$a_{mn}(0, 0) = I_n(\lambda_1 \rho_0) \delta_{mn}, \quad (11)$$

$$a_{mn}(1, 1) = I_n(\lambda_1 \rho_0) \delta_{mn}, \quad (12)$$

$$a_{mn}(2, 2) = \left[ j \frac{\sigma_g \mu_0 \omega}{\lambda_1} I'_n(\lambda_1 \rho_0) - I_n(\lambda_1 \rho_0) \right] \delta_{mn}, \quad (13)$$

其中  $\delta_{mn}$  为克罗尼克符号.

根据线性代数理论, 齐次线性代数方程组(10)有解的充分必要条件是方阵  $[\mathbf{A}]$  的行列式为0, 即

$$\begin{vmatrix} a(0, 0) & a(1, 0) & \cdots & a(23, 0) \\ a(0, 1) & a(1, 1) & \cdots & a(23, 1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a(0, 23) & a(1, 23) & \cdots & a(23, 23) \end{vmatrix} = 0. \quad (14)$$

通过求解方程(14), 就可以得到模式的有效折射率的实部  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  和有效折射率的虚部  $\text{Im}(n_{\text{eff}})$  以及对应的模式的场分布. 进一步可以得到传播长度

$$L_{\text{prop}} = \frac{c}{4\pi f \text{Im}(n_{\text{eff}})},$$

其中  $c$  是光速,  $f$  是工作频率.

### 3 结果与讨论

首先, 确定最低阶模式. 对于如图1所示的结构, 当频率  $f = 35 \text{ THz}$ , 半径  $\rho_0 = \rho_1 = 100 \text{ nm}$ ,  $\rho_2 = 50 \text{ nm}$ , 间距  $d = 25 \text{ nm}$ , 费米能  $E_F = 0.5 \text{ eV}$

时, 利用多级方法可以得到5个最低阶模式, 依次命名为模式1、模式2、模式3、模式4和模式5 (Mode 1, Mode 2, Mode 3, Mode 4 and Mode 5), 如图2所示. 这5个最低阶模式的形成可以归因于三根纳米线单独存在时所支持的两个最低阶模式 (见图3所示的#0模式和#1模式)之间的5种组合, 见图2(a)—图2(d). 为了表述方便, 采用符号“+”和“-”分别表示正的和负的表面电荷<sup>[24]</sup>. 可以看出, 模式1是由#0, #0和#0组合而成; 模式2是由#0, #1和#0组合而成; 模式3是由#1, #0和#1组合而成; 模式4和模式5均是由#1, #1和#1组合而成.

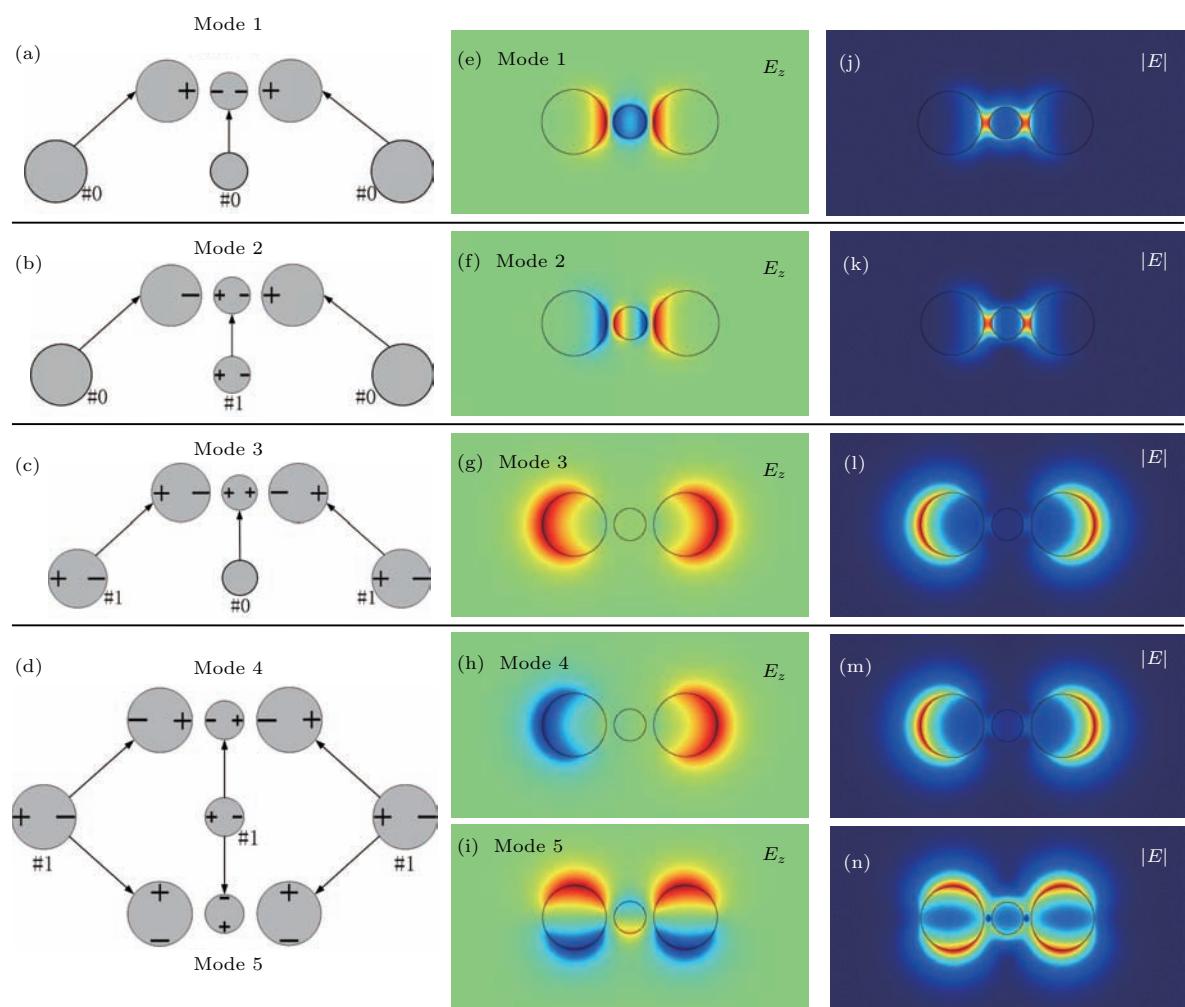


图2 当工作频率  $f$  为  $35 \text{ THz}$ , 纳米线半径  $\rho_0 = \rho_1 = 100 \text{ nm}$ ,  $\rho_2 = 50 \text{ nm}$ , 间距  $d = 25 \text{ nm}$  以及费米能  $E_F = 0.5 \text{ eV}$  时, 5种模式的场分布 (a)–(d) 为5种组合方式; (e)–(i) 为  $z$  方向的电场分布; (j)–(n) 为电场强度分布

Fig. 2. The field distributions of the five modes when  $f = 35 \text{ THz}$ ,  $\rho_0 = \rho_1 = 100 \text{ nm}$ ,  $\rho_2 = 50 \text{ nm}$ ,  $d = 25 \text{ nm}$  and  $E_F = 0.5 \text{ eV}$ : (a)–(d) The five combinations; (e)–(i) the  $z$ -direction electric field distributions; (j)–(n) the electric field intensity distributions.

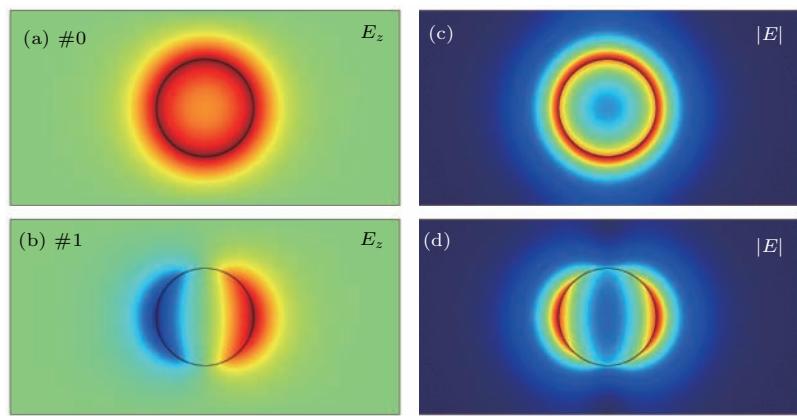


图3 涂覆石墨烯的单根电介质纳米线的THz波导所支持的两个最低阶模式的场分布 (a), (b)  $z$ 方向电场分布; (c), (d) 电场强度分布

Fig. 3. Field distribution of the two lowest order modes of the THz waveguides based on single graphene-coated dielectric nanowire: (a), (b) The  $z$ -direction electric field distributions; (c), (d) the electric field intensity distributions.

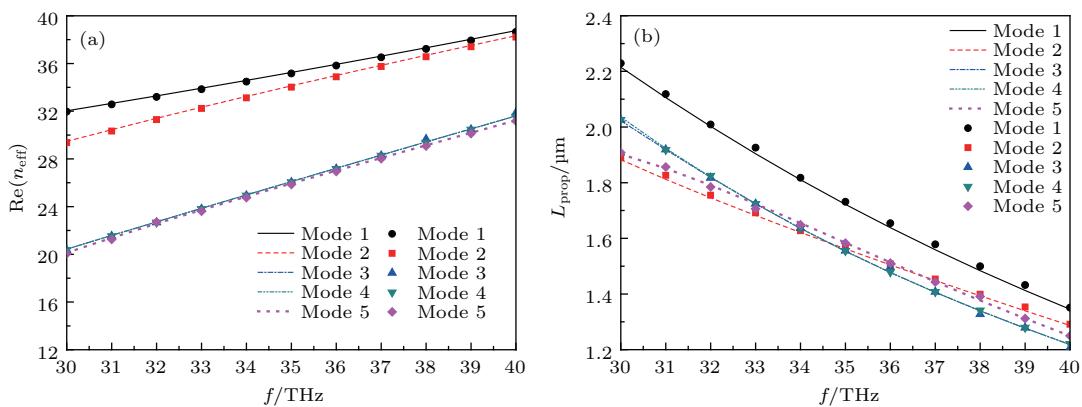


图4 (a) 有效折射率的实部和(b) 传播长度随工作频率  $f$  的变化关系, 实线是采用 FEM 得到的数值解, 数据点是采用多级方法得到的解析解

Fig. 4. The dependencies of (a) the real part of the effective refractive index and (b) the propagation length on the operating frequency  $f$ . The solid lines are the numerical solutions obtained by FEM, the data points are the analytical solutions obtained by using the multipole method.

其次, 研究工作频率  $f$  对波导的模式特性的影响. 图4是当  $\rho_0 = \rho_1 = 100 \text{ nm}$ ,  $\rho_2 = 50 \text{ nm}$ ,  $d = 25 \text{ nm}$ ,  $E_F = 0.5 \text{ eV}$  时, 各个模式的有效折射率的实部  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  和传播长度  $L_{\text{prop}}$  随工作频率  $f$  变化的关系. 其中, 实线是采用有限元方法(FEM)得到的数值解, 数据点是采用多级方法得到的解析解, 下文中均采用这种标注方法. 由图4可明显看出, 两种方法所得到的结果十分符合. 随着频率的增大, 5种模式的有效折射率的实部都在增大, 传播长度都在减小. 模式1和模式2的有效折射率的实部明显大于其他模式的值. 在频率较低时, 模式1与其他模式的传播长度差值较大, 随着频率增大, 差值在逐渐减小. 另外, 模式3和模式4的有效折射率的实部和传播长度基本是一样的. 在变化的过程

中, 模式1的有效折射率的实部和传播长度始终是最大的, 高阶模式的传播长度会出现交叉现象.

对于图4(b)中高阶模式的传播长度出现的交叉现象, 可以根据场分布得到解释. 以Mode 2和Mode 5为例, 图5(a)—图5(c)是当频率分别为31, 36.5和39 THz时Mode 2的电场分布图, 图5(d)—图5(f)是当频率分别为31, 36.5和39 THz时Mode 5的电场分布图. 36.5 THz是Mode 2和Mode 5达到相同传播长度所对应的频率. 当频率由31 THz变化到36.5 THz时, 对比图5(a)和图5(b)可以看出, Mode 2对应的场在石墨烯表面的强度增强, 场与石墨烯之间的相互作用增强, 波导对模式的束缚性增强, 导致传播长度减小. 但对于Mode 5, 对比图5(d)和图5(e)可

以看出, 波导对模式的束缚性更强, 使得传播长度的减小量更大。当频率由 36.5 THz 变化到 39 THz 时, 对比图 5(b) 和图 5(c) 可以看出, Mode 2 对应的场在石墨烯表面的强度增强, 波导对模式的束缚性增强, 导致传播长度减小。但对于 Mode 5, 对比图 5(e) 和图 5(f) 可以看出, 波导对模式的束缚性更强, 使得传播长度减小量更大。因此出现了图 4(b) 中高阶模式的传播长度的交叉现象。

再次, 研究纳米线之间的间距  $d$  对波导的模式特性的影响。图 6 是当  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $\rho_2 = 50$  nm,  $f = 35$  THz,  $E_F = 0.5$  eV 时, 各个模式的有效折射率的实部  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  和传播长度  $L_{\text{prop}}$

随纳米线之间的间距  $d$  变化的关系。可以看出, 点与线十分符合。图 6 显示, 随着间距的增大, 5 种模式的有效折射率的实部都在减小, 传播长度都在增大并最终都趋于稳定。随着间距从 10 nm 增大到 50 nm 时, 模式 1 和模式 2 的变化程度比其他模式要明显, 并且二者的有效折射率的实部明显大于其他模式的值。相比较而言, 模式 5 的变化比较平缓; 而模式 3 和模式 4 的有效折射率的实部和传播长度基本不受间距变化的影响, 并且这两个模式的值也是基本一样; 当  $d > 16$  nm 时, 模式 1 的传播长度是所有模式中最大的, 高阶模式的传播长度会出现交叉现象。

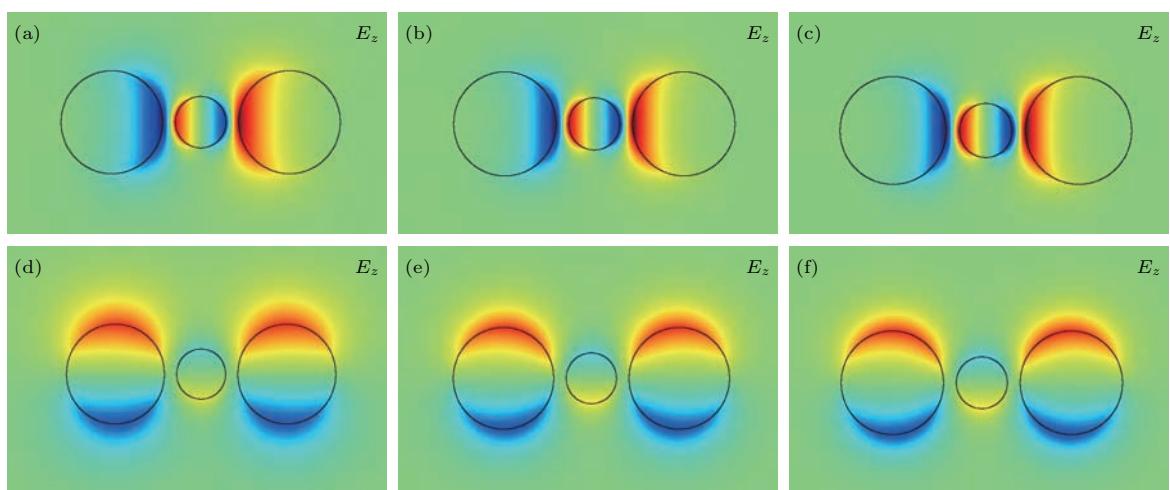


图 5 当  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $\rho_2 = 50$  nm,  $d = 25$  nm,  $E_F = 0.5$  eV, (a)–(c) 频率分别为 31, 36.5 和 39 THz 时 Mode 2 的电场分布, (d)–(f) 频率分别为 31, 36.5 和 39 THz 时 Mode 5 的电场分布

Fig. 5. The distributions of the electric field of Mode 2 when the operating frequencies  $f$  are 31 THz (a), 36.5 THz (b) and 39 THz (c), and the distributions of the electric field of Mode 5 when the operating frequencies  $f$  are 31 THz (d), 36.5 THz (e) and 39 THz (f) with  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $\rho_2 = 50$  nm,  $d = 25$  nm and  $E_F = 0.5$  eV.

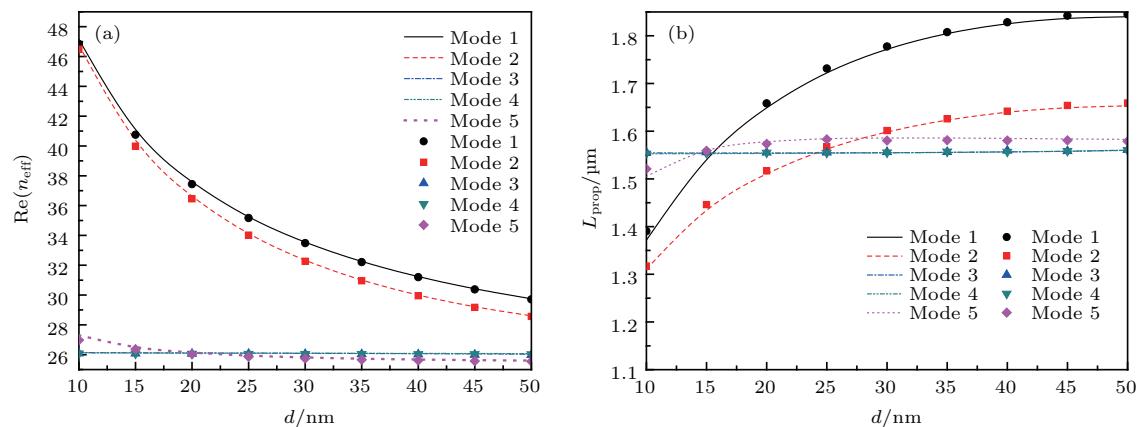


图 6 (a) 有效折射率的实部和 (b) 传播长度随间距  $d$  的变化关系, 实线是采用 FEM 得到的数值解, 数据点是采用多级方法得到的解析解

Fig. 6. The dependencies of (a) the real part of the effective refractive index and (b) the propagation length on the spacing  $d$ . The solid lines are numerical solutions obtained by FEM, the data points are analytical solutions obtained by using the multipole method.

对于图6(b)中高阶模式的传播长度出现的交叉现象,可以根据场分布得到解释。以Mode 2和Mode 5为例,图7(a)—图7(c)是当间距分别为15, 28和45 nm时Mode 2的电场分布,图7(d)—图7(f)是当间距分别为15, 28和45 nm时Mode 5的电场分布。28 nm是Mode 2和Mode 5达到相同传播长度所对应的间距。当间距从15 nm变化到28 nm,再变化到45 nm时,对比图7(a)、图7(b)和图7(c)可以看出,场在石墨烯表面的强度明显减弱,场与石墨烯之间的相互作用也明显减弱,波导对模式的束缚性也明显减弱,导致传播长度明显增大。对比图7(d)、图7(e)和图7(f)可以看出,Mode 5对间距变化的依赖性小,传播长度虽然也

增大,但增量比较小。因此出现了图6(b)中高阶模式的传播长度的交叉现象。

然后,研究中间纳米线的半径 $\rho_2$ 对波导的模式特性的影响。图8是当 $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $d = 25$  nm,  $f = 35$  THz,  $E_F = 0.5$  eV时,各个模式的有效折射率的实部 $\text{Re}(n_{\text{eff}})$ 和传播长度 $L_{\text{prop}}$ 随中间纳米线的半径 $\rho_2$ 变化的关系。可以看出,点与线十分符合。从图8(a)可以看出,随着半径的增大,模式1, 模式2和模式5的有效折射率的实部都在增大,模式2的变化最为明显。从图8(b)可以看出,当 $\rho_2$ 从25 nm增大到75 nm时,模式1的传播长度单调递减,而模式2的传播长度先减小后增大,在半径约为40 nm处存在极小值现象。对于模式5,

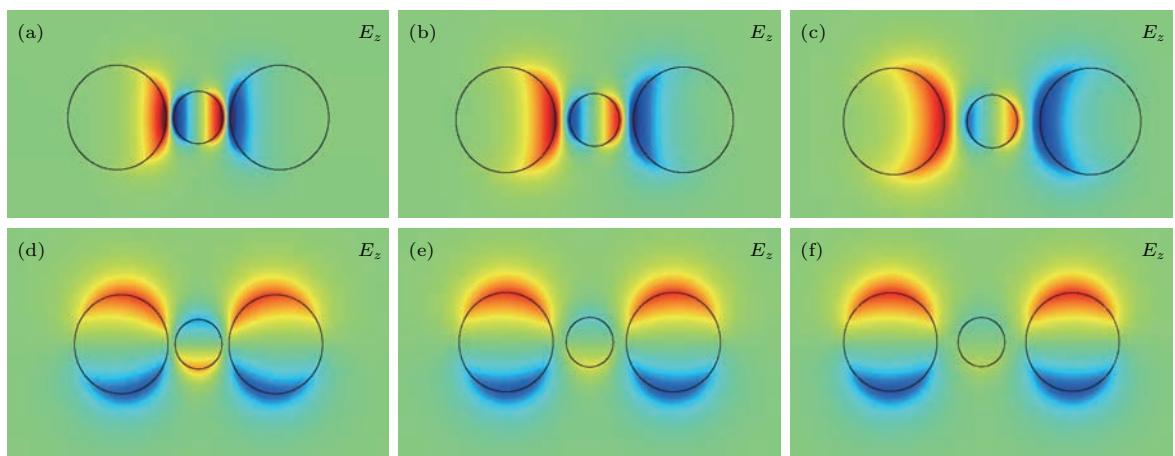


图7 当 $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $\rho_2 = 50$  nm,  $f = 35$  THz,  $E_F = 0.5$  eV, (a)–(c)当间距分别为15, 28和45 nm时Mode 2的电场分布, (d)–(f)是当间距分别为15, 28和45 nm时Mode 5的电场分布

Fig. 7. The distributions of the electric field of Mode 2 when the spacing  $d$  are 15 nm (a), 28 nm (b) and 45 nm (c), and the distributions of the electric field of Mode 5 when the spacing  $d$  are 15 nm (d), 28 nm (e) and 45 nm (f) with  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $\rho_2 = 50$  nm,  $f = 35$  THz and  $E_F = 0.5$  eV.

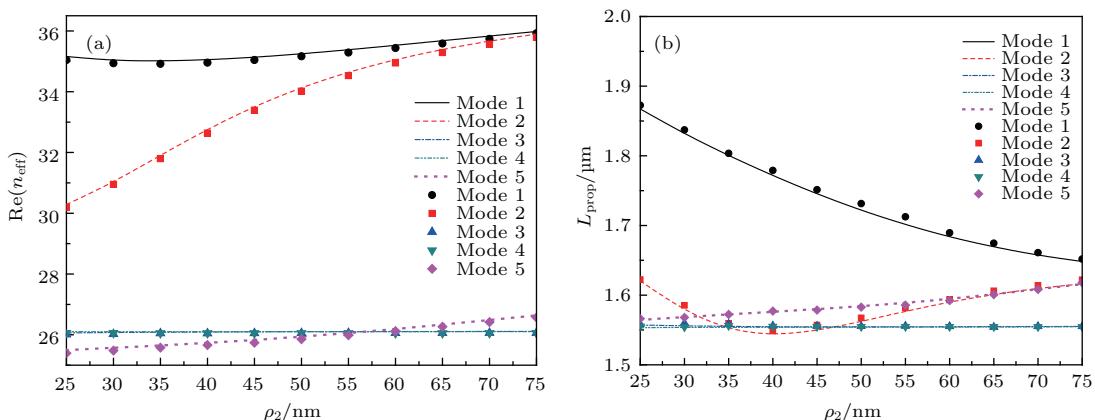


图8 (a)有效折射率的实部和(b)传播长度随半径 $\rho_2$ 的变化关系, 实线是采用FEM得到的数值解, 数据点是采用多级方法得到的解析解

Fig. 8. The dependencies of (a) the real part of the effective refractive index and (b) the propagation length on the radius  $\rho_2$ . The solid lines are numerical solutions obtained by FEM, the data points are analytical solutions obtained by using the multipole method.

传播长度随着半径的增大而缓慢增大。另外，模式3和模式4的有效折射率的实部和传播长度基本不受半径变化的影响，并且这两个模式的值也基本相同。在变化的过程中，模式1的有效折射率的实部和传播长度始终是最大的。

在图8(b)中，当中间纳米线半径增大时，Mode 2的传播长度存在极小值现象。这一现象可以根据场分布得到解释。图9给出了当中间纳米线半径分别为(a) 25 nm, (b) 40 nm 和 (c) 70 nm 时 Mode 2 的电场分布图。可以看出，当中间纳米线半径由 25 nm 增加到 40 nm 时，场在中间纳米线的表面上的强度不断增强，场与石墨烯的相互作用增强，传播长度减小；当中间纳米线半径由 40 nm 增加到 70 nm 时，场在中间纳米线的表面上分布开始扩散，对场的束缚性减弱，因此传播损耗也会降低，使得传播长度变大。因此在 40 nm 处，出现了极小值现象。

最后，研究石墨烯的费米能  $E_F$  对波导的模式

特性的影响。基于石墨烯和贵金属的表面等离子波导之间的最大区别是：前者可以通过化学掺杂或施加在石墨烯表面的偏置电压来改变石墨烯的费米能  $E_F$ ，并最终改变其表面电导率从而可以调控其支持的模式的传输特性。而后者不可以进行这些调节。图10是当  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $\rho_2 = 50$  nm,  $d = 25$  nm,  $f = 35$  THz 时，各个模式的有效折射率的实部  $\text{Re}(n_{\text{eff}})$  和传播长度  $L_{\text{prop}}$  随石墨烯的费米能  $E_F$  的变化关系。可以看出，点与线十分符合。从图10(a)可见，随着费米能从 0.4 eV 增加到 1.2 eV 时，5 个模式的有效折射率的实部都在减小，即模式束缚性减弱，但是模式1的值始终是最大的。从图10(b)可见，除了模式4和模式5的传播长度是先增大后减小，其他三个模式的传播长度都随着费米能的增大而增大。在费米能较低时，各个模式的传播长度间的差异都较小，随着费米能增大，这些差异在逐渐增大。

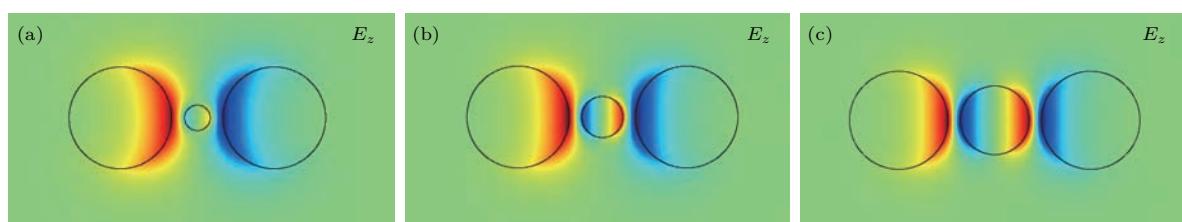


图9 当  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $d = 25$  nm,  $f = 35$  THz,  $E_F = 0.5$  eV, 中间纳米线半径分别为 25 nm (a), 40 nm (b) 和 70 nm (c) 时，模式 2 的电场分布

Fig. 9. The distributions of the electric field of Mode 2 when the radius  $\rho_2$  are 25 nm (a), 40 nm (b) and 70 nm (c) with  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $d = 25$  nm,  $f = 35$  THz and  $E_F = 0.5$  eV.

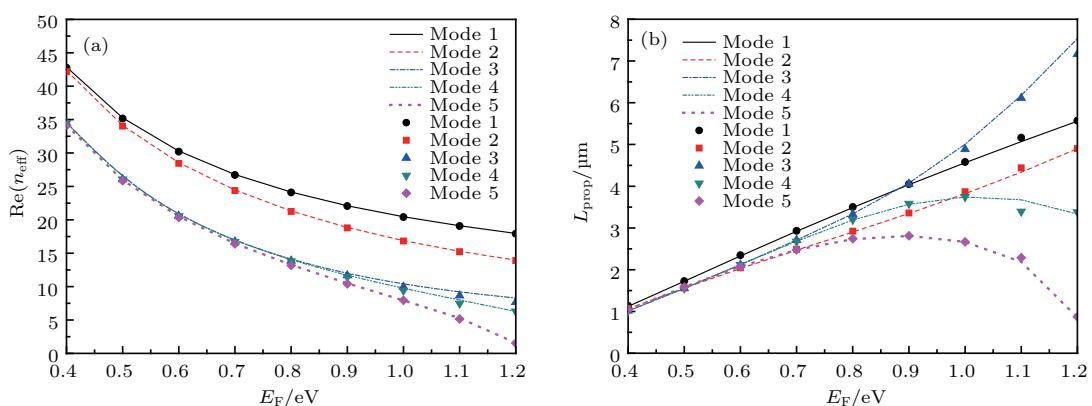


图10 (a) 有效折射率的实部和 (b) 传播长度随费米能  $E_F$  的变化关系，实线是采用 FEM 得到的数值解，数据点是采用多级方法得到的解析解

Fig. 10. The dependencies of (a) the real part of the effective refractive index and (b) the propagation length on the Fermi energy  $E_F$ . The solid lines are numerical solutions obtained by FEM, the data points are analytical solutions obtained by using the multipole method.

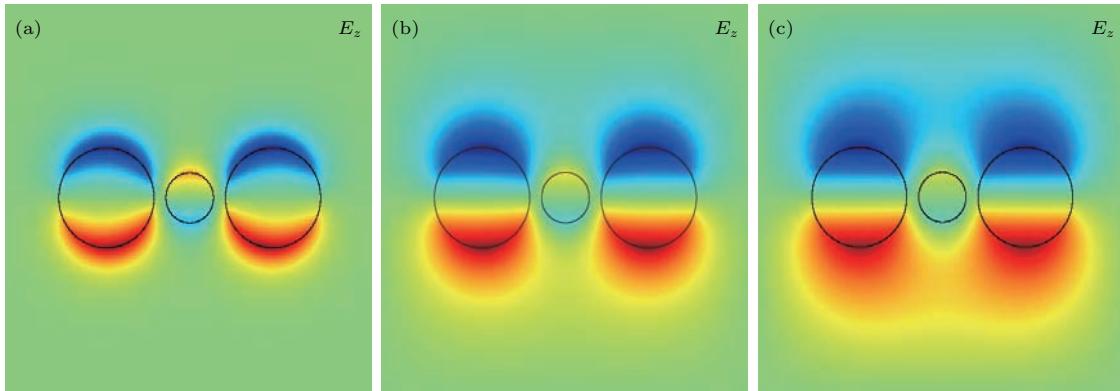


图 11 当  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $d = 25$  nm,  $f = 35$  THz,  $\rho_2 = 50$  nm, 费米能分别为 0.4 eV (a), 0.9 eV (b) 和 1.2 eV (c) 时, 模式 5 的电场分布

Fig. 11. The distributions of the electric field of Mode 5 when the Fermi energy  $E_F$  are 0.4 eV (a), 0.9 eV (b) and 1.2 eV (c) with  $\rho_0 = \rho_1 = 100$  nm,  $d = 25$  nm,  $f = 35$  THz and  $\rho_2 = 50$  nm.

当费米能从小到大变化时, Mode 5 的传播长度存在极大值现象. 这一现象可以根据场分布得到解释. 图 11 给出了当费米能分别为 (a) 0.4 eV, (b) 0.9 eV 和 (c) 1.2 eV 时 Mode 5 的电场分布图. 对比图 11(a) 和图 11(b) 可以看出当费米能为 0.9 eV 时, 场的分布范围增大, 场与石墨烯之间的相互作用减弱, 结构对模式的束缚性减弱, 导致传播长度增大. 对比图 11(b) 和图 11(c) 可以看出当费米能为 1.2 eV 时, 三根纳米线上的场的耦合增强, 边上的两根纳米线上的场相互吸引, 导致中间纳米线上的场收缩, 场的强度增强, 场与石墨烯的相互作用增强, 损耗增大, 传播距离下降. 因此在 0.9 eV 处出现了极大值现象.

## 4 结 论

采用多极方法对涂覆石墨烯的三根电介质纳米线构成的 THz 波导的模式特性进行了解析分析. 通过改变工作频率、纳米线之间的间距、中间纳米线的半径以及石墨烯的费米能, 对 5 种低阶模式的有效折射率的实部和传播长度进行了研究. 结果表明: 随着工作频率的增大, 5 种模式的有效折射率的实部都在增大, 传播长度都在减小, 并且变化的过程中会出现交叉现象. 当纳米线之间的间距不断增大时, 除了模式 3 和模式 4 基本不受影响以外, 模式 1、模式 2 和模式 5 的有效折射率的实部都减小, 传播长度都增大并最终趋于稳定, 并且变化的过程中会出现交叉现象. 当中间纳米线半径不断增大时, 模式 1 和模式 2 的有效折射率的实部增大, 模式 1 的传播长度单调递减, 模式 2 的传播长度先减

小后增大, 模式 3 和模式 4 的有效折射率的实部和传播长度基本不受影响. 对于模式 5, 有效折射率的实部和传播长度在缓慢增大. 当改变费米能时, 每个模式的有效折射率的实部都随着费米能的增大而减小. 除了模式 4 和模式 5 的传播长度是先增大后减小, 其他三个模式的传播长度都随着费米能的增大而增大. 计算表明, 多极方法所得结果与有限元法所得结果完全一致. 本文研究的基于涂覆石墨烯的三根电介质圆柱形的 THz 波导有望在模分复用方面得到应用.

## 参考文献

- [1] Siegel P H 2002 *IEEE Trans. Microw. Theory* **50** 910
- [2] Wang S H, Ferguson B, Zhang C L, Zhang X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 120 (in Chinese) [王少宏, B. Ferguson, 张存林, 张希成 2003 物理学报 **52** 120]
- [3] Chen Q, Tani M, Jiang Z P, Zhang X C 2001 *J. Opt. Soc. Am. B* **18** 823
- [4] Han H, Park H, Cho M, Kim J 2002 *Appl. Phys. Lett.* **80** 2634
- [5] Redo-Sanchez A, Zhang X C 2008 *IEEE J. Sel. Top. Quant.* **14** 260
- [6] Gallot G, Jamison S P, McGowan R W, Grischkowsky D 2000 *J. Opt. Soc. Am. B* **17** 851
- [7] Kawase K, Mizuno M, Sohma S, Takahashi T, Taniuchi T, Urata Y, Wada S, Tashiro H, Ito H 1999 *Opt. Lett.* **24** 1065
- [8] Quema A, Takahashi H, Sakai M, Goto M, Ono S, Sarukura N, Shioda R, Yamada N 2003 *Jpn. J. Appl. Phys.* **42** L932
- [9] Chen L J, Chen H W, Kao T F, Lu J Y, Sun C K 2006 *Opt. Lett.* **31** 308
- [10] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Katsnelson M I, Grigorieva I V, Dubonos S V, Firsov A A 2005 *Nature* **438** 197

- [11] Ju L, Geng B S, Horng J, Girit C, Martin M, Hao Z, Bechtel H A, Liang X G, Zettl A, Shen Y R, Wang F 2011 *Nature Nanotechnol.* **6** 630
- [12] Wang J C, Song C, Hang J, Hu Z D, Zhang F 2017 *Opt. Express* **25** 23880
- [13] Jablan M, Buljan H, Soljačić M 2009 *Phys. Rev. B* **80** 245435
- [14] He X Y, Kim S 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 2461
- [15] Wang J C, Wang X S, Shao H Y, Hu Z D, Zheng G G, Zhang F 2017 *Nanoscale Res. Lett.* **12** 9
- [16] Donnelly C, Tan D T H 2014 *Opt. Express* **22** 22820
- [17] Christensen J, Manjavacas A, Thongrattanasiri S, Koppen F H L, Abajo F J G 2012 *ACS Nano* **6** 431
- [18] Hajati M, Hajati Y 2016 *Appl. Opt.* **55** 1878
- [19] Wang X S, Chen C, Pan L, Wang J C 2016 *Sci. Rep. UK* **6** 32616
- [20] He S L, Zhang X Z, He Y R 2013 *Opt. Express* **21** 30664
- [21] Gao Y X, Ren G B, Zhu B F, Wang J, Jian S S 2014 *Opt. Lett.* **39** 5909
- [22] Yang J F, Yang J J, Deng W, Mao F C, Huang M 2015 *Opt. Express* **23** 32289
- [23] Xing R, Jian S S 2016 *IEEE Photon. Tech. L.* **28** 2779
- [24] Zhu B F, Ren G B, Yang Y, Gao Y X, Wu B L, Lian Y D, Wang J, Jian S S 2015 *Plasmonics* **10** 839
- [25] Luo L W, Ophir N, Chen C P, Gabrielli L H, Poitras C B, Bergmen K, Lipson M 2014 *Nat. Commun.* **5** 3069
- [26] Yang H B, Qiu M, Li Q 2016 *Laser Photon. Rev.* **10** 278
- [27] Wu X R, Huang C R, Xu K, Shu C, Tsang H K 2017 *J. Lightwave Technol.* **35** 3223
- [28] Nikitin A Y, Guinea F, García-Vidal F J, Martín-Moreno L 2011 *Phys. Rev. B* **84** 195446
- [29] Wijngaard W 1973 *J. Opt. Soc. Am.* **63** 944
- [30] Wijngaard W 1974 *J. Opt. Soc. Am.* **64** 1136
- [31] Huang H S, Chang H C 1990 *J. Lightwave Technol.* **8** 945
- [32] Lo K M, McPhedran R C, Bassett I M, Milton G W 1994 *J. Lightwave Technol.* **12** 396
- [33] White T P, Kuhlmeier B T, McPhedran R C, Maystre D, Renversez G, Sterke C M, Botten L C 2002 *J. Opt. Soc. Am. B* **19** 2322
- [34] Kuhlmeier B T, White T P, Renversez G, Maystre D, Botten L C, Sterke C M, McPhedran R C 2002 *J. Opt. Soc. Am. B* **19** 2331

# Modes characteristics analysis of THz waveguides based on three graphene-coated dielectric nanowires\*

Wei Zhuang-Zhi<sup>1)</sup> Xue Wen-Rui<sup>1)†</sup> Peng Yan-Ling<sup>1)</sup> Cheng Xin<sup>1)</sup> Li Chang-Yong<sup>2)3)</sup>

1) (College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China )

2) (State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Laser Spectroscopy, Shanxi University, Taiyuan 030006, China )

3) (Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China )

(Received 5 January 2018; revised manuscript received 6 March 2018)

## Abstract

In this paper, the real parts of the effective refractive indexes and the propagating lengths of five low-order modes of the terahertz waveguides based on three graphene-coated dielectric nanowires are analyzed by using the multipole method. The formation of these five lowest order modes can be attributed to the five combinations between the two lowest order modes supported when three nanowires exist alone. Therefore they are named Mode 1, Mode 2, Mode 3, Mode 4, and Mode 5 in sequence. The results show that the mode characteristics of the waveguide can be effectively tuned by changing the operating frequency, the radius of the intermediate nanowire, the gap distance between the nanowires and the Fermi energy of graphene. As the operating frequency increases from 30 THz to 40 THz, the real part of each of the effective refractive indexes increases and the propagation length decreases, and the crossover phenomenon occurs in the process of change. In addition, the real parts of the effective refractive indexes and the propagation lengths of Modes 3 and 4 are basically the same. When the radius of the middle nanowire increases from 25 nm to 75 nm, the real parts of the effective refractive indexes of Modes 1 and 2 increase, and the propagation length of Mode 1 decreases and then increases. Besides the real parts of the effective refractive indexes and the propagation lengths of Modes 3 and 4 are basically not affected by the change of radius, and the values of these two modes are basically the same. For Mode 5, the real part of the effective refractive index and propagation length slowly increase. When the spacing between the nanowires increases from 10 nm to 50 nm, Modes 3 and 4 are basically unaffected by the change of spacing, and the values of these two modes are basically the same. The real parts of the effective refractive indexes of the other modes decrease and the propagation lengths increase and eventually stabilize, and the crossover phenomenon occurs in the process of change. As the Fermi energy of graphene increases from 0.4 eV to 1.2 eV, the real part of the effective refractive index decreases and the propagation length increases. The calculation shows that the result obtained by the multipole method is exactly the same as that obtained by the finite element method. To date, no one has analyzed the terahertz waveguides based on three graphene-coated dielectric nanowires. This work can provide a theoretical basis for the design, fabrication and application of terahertz waveguide based on graphene-coated dielectric nanowires. Such waveguides have potential applications in the field of mode-division multiplexing.

**Keywords:** graphene, nanowires, waveguides, multipole method

**PACS:** 81.05.ue, 81.07.Gf, 84.40.Az

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180036

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61378039, 61575115) and the National Basic Science Talents Training Fund of China (Grant No. J1103210).

† Corresponding author. E-mail: wrxue@sxu.edu.cn